

1. จงใช้วิธี Newton Raphson เพื่อคำนวณหาค่า $\sqrt{7}$ โดยกำหนดเริ่มต้น $x = 2.0$

3.1 ทำด้วยมือ 4 iterations

3.2 เขียนโปรแกรมโดยผลลัพธ์ที่มีค่าคลาดเคลื่อนน้อยกว่า 0.000001

3.3 วาดกราฟ $f(x)$, $f'(x)$ โดย $f(x)$ ได้จากสมการที่ นักศึกษาสร้างขึ้นมา ตัวอย่างเช่น

$$\text{จาก } x = \sqrt{7}$$

$$x^2 = 7$$

$$f(x) = x^2 - 7 = 0$$

$$f'(x) = 2x$$

$$\text{จาก Taylor Series : } f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x-x_0) + \frac{f''(x_0)(x-x_0)^2}{2!} + \dots$$

$$\begin{aligned} \text{ให้ } f(x) &= 0 ; & f(x_0) + f'(x_0)(x-x_0) &= 0 \\ & & x-x_0 &= \frac{-f(x_0)}{f'(x_0)} \\ & & x &= x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} \rightarrow x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)} \end{aligned}$$

$$\text{Initial } x_1 = 2$$

$$i=1 ; x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)} = 2 - \frac{(2^2 - 7)}{2(2)} = 2.75$$

$$\varepsilon = |2.75 - 2| = 0.75$$

$$i=2 ; x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)}{f'(x_2)} = 2.75 - \frac{(2.75^2 - 7)}{2(2.75)} = 2.6477$$

$$\varepsilon = |2.6477 - 2.75| = 0.1023$$

$$i=3 ; x_4 = x_3 - \frac{f(x_3)}{f'(x_3)} = 2.6477 - \frac{(2.6477^2 - 7)}{2(2.6477)} = 2.6457$$

$$\varepsilon = |2.6457 - 2.6477| = 0.002$$

$$i=4 ; x_5 = x_4 - \frac{f(x_4)}{f'(x_4)} = 2.6457 - \frac{(2.6457^2 - 7)}{2(2.6457)} = 2.6457$$

$$\varepsilon = |2.6457 - 2.6457| = 0$$

$$f(x) = y = x^2 - 7$$

จากสมการพาราโบลา $f(x)$ จัดรูปได้ว่า

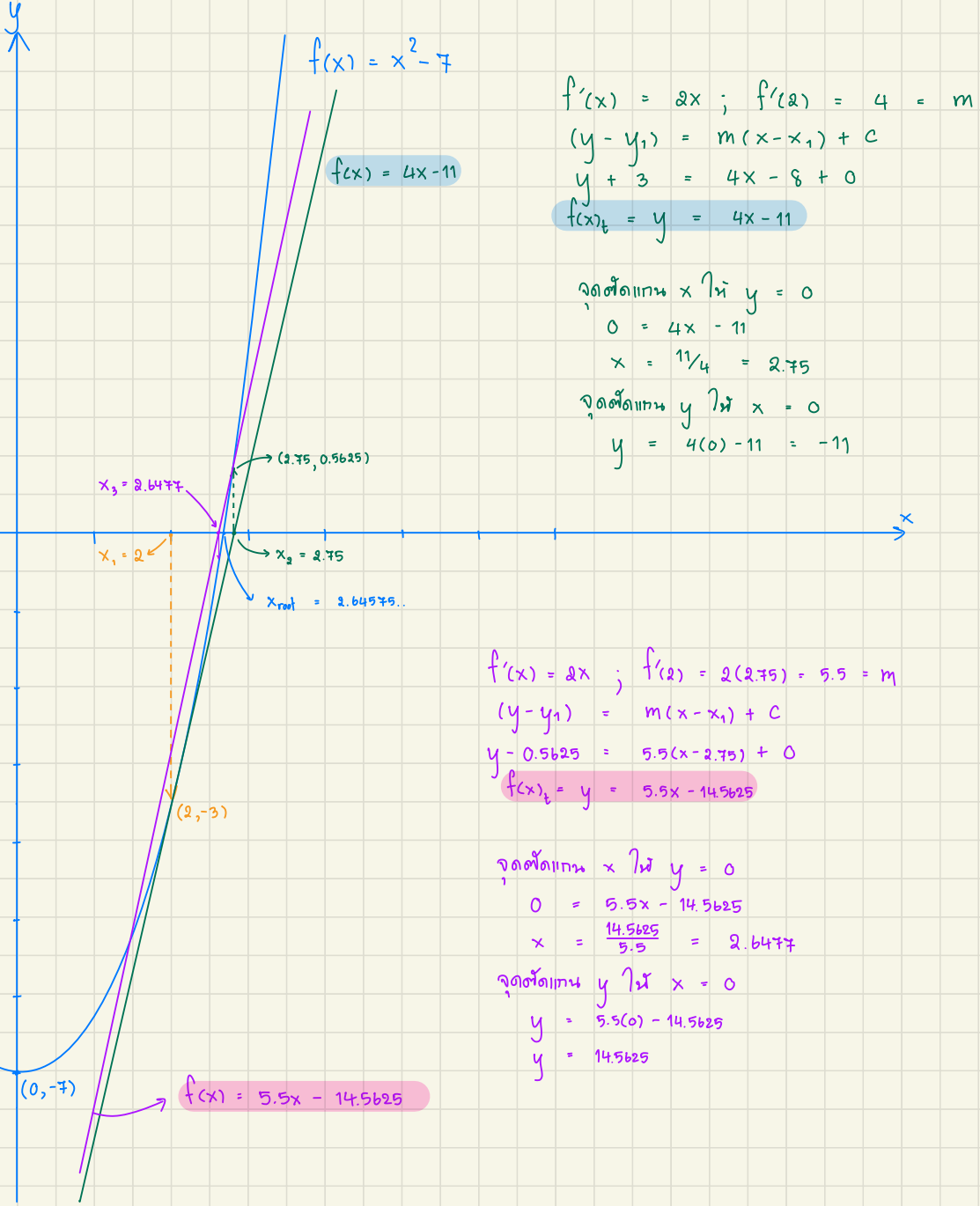
$$f(x) = 1(x-0)^2 - 7$$

$$f(x) = a(x-h)^2 + k$$

$$a > 0 \therefore \text{ขึ้น}$$

$$a = 1, h = 0, k = -7$$

$$\text{vertex} = (h, k) = (0, -7)$$



$$f'(x) = 2x ; f'(2) = 4 = m$$

$$(y - y_1) = m(x - x_1) + c$$

$$y + 3 = 4x - 8 + 0$$

$$f(x)_t = y = 4x - 11$$

$$\text{จุดตัดแกน } x \text{ ให้ } y = 0$$

$$0 = 4x - 11$$

$$x = 11/4 = 2.75$$

$$\text{จุดตัดแกน } y \text{ ให้ } x = 0$$

$$y = 4(0) - 11 = -11$$

$$f'(x) = 2x ; f'(2) = 2(2.75) = 5.5 = m$$

$$(y - y_1) = m(x - x_1) + c$$

$$y - 0.5625 = 5.5(x - 2.75) + 0$$

$$f(x)_t = y = 5.5x - 14.5625$$

$$\text{จุดตัดแกน } x \text{ ให้ } y = 0$$

$$0 = 5.5x - 14.5625$$

$$x = \frac{14.5625}{5.5} = 2.6477$$

$$\text{จุดตัดแกน } y \text{ ให้ } x = 0$$

$$y = 5.5(0) - 14.5625$$

$$y = -14.5625$$

2. จงใช้วิธี Secant method เพื่อคำนวณหาค่า $\sqrt{7}$ โดยกำหนดเริ่มต้น $x_0 = 2.0$

2.1 ทำด้วยมือ 4 iterations

$$f(x) = x^2 - 7$$

จากสูตร Newton Raphson : $x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$ เมื่อ $f'(x_i) = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_0) - f(x_1)}{x_0 - x_1}$

แทน $f'(x)$ ใน $x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)(x_{i-1} - x_i)}{f(x_{i-1}) - f(x_i)}$

Initial $x_0 = 1, x_1 = 2$

รอบที่ 1 ; $x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)(x_0 - x_1)}{f(x_0) - f(x_1)}$

$$= 2 - \frac{f(2)(1-2)}{f(1)-f(2)} = 2 - \left(\frac{-3(-1)}{-6-(-3)} \right) = 3$$

$$\varepsilon = |3 - 2| = 1$$

รอบที่ 2 ; $x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)(x_1 - x_2)}{f(x_1) - f(x_2)}$

$$= 3 - \frac{f(3)(2-3)}{f(2)-f(3)} = 3 - \left(\frac{2(-1)}{-3-2} \right) = 2.6$$

$$\varepsilon = |2.6 - 3| = 0.4$$

รอบที่ 3 ; $x_4 = x_3 - \frac{f(x_3)(x_2 - x_3)}{f(x_2) - f(x_3)}$

$$= 2.6 - \frac{f(2.6)(3-2.6)}{f(3)-f(2.6)} = 2.6 - \left(\frac{-0.24(0.4)}{2-(-0.24)} \right) = 2.64285$$

$$\varepsilon = |2.64285 - 2.6| = 0.04285$$

รอบที่ 4 ; $x_5 = x_4 - \frac{f(x_4)(x_3 - x_4)}{f(x_3) - f(x_4)}$

$$= 2.64285 - \frac{f(2.64285)(2.6-2.64285)}{f(2.6)-f(2.64285)} = 2.64285 - \left(\frac{-0.01534(0.04285)}{-0.24+0.01534} \right) = 2.61358$$

$$\varepsilon = |2.61358 - 2.64285| = 0.02927$$

Initial $x_0 = 1, x_1 = 2$

$$f(x) = x^2 - 7$$

