1. จง ใช้วิธี One Point Iteration เพื่อค้นหาคุณหาค่า $\sqrt{7}$ กำหนดขอบเขตเริ่มต้น 0

1.1. หาค้นหาซ้อ 4 Iteration

$$x = \sqrt{7}$$

$$x^2 = 7 \quad \rightarrow \quad f x_{i+1} = \frac{7}{x_i}$$

Iteration 1 x_0 เริ่มต้นที่ 0 ไม่ได้

$$x_0 = 1$$

$$x_1 = \frac{7}{1} = 7$$

$$\varepsilon = \left| \frac{x_1 - x_0}{x_1} \right| = \left| \frac{7 - 1}{7} \right| = 0.85714286$$

Iteration 2

$$x_1 = 7$$

$$x_2 = \frac{7}{7} = 1$$

$$\varepsilon = \left| \frac{x_2 - x_1}{x_2} \right| = \left| \frac{1 - 7}{1} \right| = 6$$

Iteration 3

$$x_2 = 1$$

$$x_3 = \frac{7}{1} = 7$$

$$\varepsilon = \left| \frac{x_0 - x_2}{x_3} \right| = \left| \frac{7 - 1}{7} \right| = 0.8571 4286$$

ค่าวนซ้ำ $7, 1, 7, 1 \cdots$

ใช้สูตรการหาค่าเฉลีย $x = \frac{7}{x} \quad \rightarrow \quad x_i, \frac{7}{x_i}$

$$x_{i+1} = \frac{x_i + \frac{7}{x_i}}{2}$$

Iteration 1 x_0 เริ่มต้นที่ 0 ไม่ได้

$$x_0 = 1$$

$$x_1 = \frac{1 + \frac{7}{1}}{2} = 4$$

$$\varepsilon = \left|\frac{x_1 - x_0}{x_1}\right| = \left|\frac{4-1}{4}\right| = 0.75$$

Iteration 2

$$x_1 = 4$$

$$x_2 = \frac{4 + \frac{7}{4}}{2} = 2.875$$

$$\varepsilon = \left|\frac{x_2 - x_1}{x_2}\right| = \left|\frac{2.875 - 4}{2.875}\right| = 0.391$$

Iteration 3

$$x_2 = 2.875$$

$$x_3 = \frac{2.875 + \frac{7}{2.875}}{2} = 2.6549$$

$$\varepsilon = \left|\frac{x_3 - x_2}{x_3}\right| = \left|\frac{2.6549 - 2.875}{2.6549}\right| = 0.0829$$

Iteration 4

$$x_3 = 2.6549$$

$$x_4 = \frac{2.6549 + \frac{7}{2.6549}}{2} = 2.6463$$

$$\varepsilon = \left|\frac{x_4 - x_3}{x_4}\right| = \left|\frac{2.6463 - 2.6549}{2.6463}\right| = 0.0032$$

2.จงใช้ Talor series ในการคำนวณหาค่าประมาณ

$$f(x) = \ln x$$

เมื่อ $x = 4$ โดย $x_0 = 2$ โดยลำดับ n ของ Taylor series ตั้งแต่ 0 ถึง 3 พร้อมค่าความ ε

N=0

$$f(x) = f(x_0) + (x - x_0)f'(x_0) + \frac{(x-x_0)^2}{2!}f''(x_0) + \dots$$

N=0

$$f(4) = \ln 2 \approx 0.6931$$

N=1

$$f(4) = \ln 2 + (4-2)\frac{1}{2} \approx 1.6931$$

N=2

$$f(4) = \ln 2 + (4-2)\frac{1}{2} + \frac{(4-2)^2}{2!}\left(-\frac{1}{2^2}\right) \approx 1.193$$

N=3

$$f(4) = \ln 2 + (4-2)\frac{1}{2} + \frac{(4-2)^2}{2!}\left(-\frac{1}{2^2}\right) + \frac{(4-2)^3}{3!}\left(\frac{2}{2^3}\right) \approx 1.52648$$

Error

$$\varepsilon_{N_0} = |\ln(4) - f(4)| = |1.38629 - 0.6931| = 0.69394$$

$$\varepsilon_{N_1} = |\ln(4) - f_1(4)| = |1.38629 - 1.6931| = 0.30686$$

$$\varepsilon_{M_2} = |\ln(4) - f_2(4)| = |1.38629 - 1.1931| = 0.19394$$

$$\varepsilon_{N_3} = |\ln(4) - f_3(4)| = |1.38629 - 1.5264| = 0.14016$$