

Лабораторная работа №1

Воронцова С.Ю.

Задание 1

Найти альфа-эквивалентное выражение, обосновать.

1. $\lambda xy.xz \Leftrightarrow \lambda mn.mz$: с помощью λ -эквивалентности заменяем связанные переменные $x = m \Leftrightarrow m = x$, $y = n \Leftrightarrow n = y$, получаем два λ -эквивалентных выражения.

(λ -терм из ф-ций двух аргументов, в теле которого только первый аргумент, второй аргумент – свободная переменная z).

ответ: b.

2. $\lambda xy.xxy$ или $\lambda x(\lambda y).xxy \Leftrightarrow \lambda a(\lambda b).aab$: с помощью λ -эквивалентности заменяем связанные переменные $x = a \Leftrightarrow a = x$, $y = b \Leftrightarrow b = y$, получаем два λ -эквивалентных выражения.

(λ -терм из ф-ций двух аргументов, в теле которого две связанных переменных первой ф-ции и аргумент второй ф-ции).

ответ: c.

3. $\lambda xyz.zx \Leftrightarrow \lambda tos.st$: с помощью λ -эквивалентности заменяем связанные переменные $x = t \Leftrightarrow t = x$, $y = o \Leftrightarrow o = y$, $z = s \Leftrightarrow s = z$, получаем два λ -эквивалентных выражения.

(λ -терм из ф-ций трёх аргументов, в теле которого первый аргумент и третий, которые являются связными).

ответ: b.

Задание 2

Найти комбинаторы, обосновать.

1. $\lambda x.xxx$ – комбинатор, все переменные связанные, применяет x к самому себе. Из существования комбинатора $\omega = \lambda x.xx$ можно сделать вывод, что $\lambda x.xxx$ – тоже комбинатор.

2. $\lambda xy. zx$ – не комбинатор, есть свободная переменная z .
3. $\lambda xyz. xy(zx)$ – комбинатор, нет свободных переменных.
4. $\lambda xyz. xy(zxy)$ – комбинатор, нет свободных переменных.
5. $\lambda xy. xy(zxy) = (x := zxy) = \lambda y. zxy$ – не комбинатор, z – свободная переменная.

Задание 3

1. $\lambda x. xxx$ – комбинатор, не может быть редуцирован.
проверка на сходимость: $(\lambda x. xxx)a = aaa$ – бета-нормальная форма, сходится.
2. $(\lambda z. zz)(\lambda y. yy)$ – расходится.
Доказательство: $z := \lambda y. yy, \Rightarrow (\lambda y. yy)(\lambda y. yy) = \dots$
3. $(\lambda x. xxx)z = zzz$ – бета-нормальная форма, сходится.

Задание 4

Привести к бета-нормальной форме.

1. $(\lambda abc. cba)zz(\lambda wv. w), a := z \Rightarrow$
 $(\lambda bc. cbz)z(\lambda wv. w), b := z \Rightarrow$
 $(\lambda c. czz)(\lambda wv. w), c := (\lambda wv. w) \Rightarrow$
 $(\lambda wv. w)zz, w := z \Rightarrow$
 $(\lambda v. z)z, v := z \Rightarrow$
 z – ответ.
2. $(\lambda x. \lambda y. xyy)(\lambda a. a)b, x := (\lambda a. a) \Rightarrow$
 $(\lambda y. (\lambda a. a)yy)b, y := b \Rightarrow$
 $(\lambda a. a)bb, a := b \Rightarrow$
 bb – ответ.
3. $(\lambda y. y)(\lambda x. xx)(\lambda z. zq), y := (\lambda x. xx) \Rightarrow$
 $(\lambda x. xx)(\lambda z. zq), x := (\lambda z. zq) \Rightarrow$
 $(\lambda z. zq)(\lambda z. zq), z := (\lambda z. zq) \Rightarrow$

$(\lambda z.zq)q, z:=q \Rightarrow$

qq – ответ.

4. $(\lambda z.z)(\lambda z.zz)(\lambda z.zy)$, λ -эквивалентно:

$(\lambda m.m)(\lambda x.xx)(\lambda z.zy), m:=(\lambda x.xx) \Rightarrow$

$(\lambda x.xx)(\lambda z.zy), x:=(\lambda z.zy) \Rightarrow$

$(\lambda z.zy)(\lambda z.zy), z:=(\lambda z.zy) \Rightarrow$

$(\lambda z.zy)y, z:=y \Rightarrow$

yy – ответ.

5. $(\lambda x.\lambda y.xyy)(\lambda y.y)y$, λ -эквивалентно:

$(\lambda x.\lambda y.xyy)(\lambda a.a)b, x:=(\lambda a.a) \Rightarrow$

$(\lambda y.(\lambda a.a)yy)b, y:=b \Rightarrow$

$(\lambda a.a)bb, a:=b \Rightarrow$

bb – ответ. Или без замены: yy

6. $(\lambda a.aa)(\lambda b.ba)c, a:=(\lambda b.ba) \Rightarrow$

$(\lambda b.ba)(\lambda b.ba)c, b:=(\lambda b.ba) \Rightarrow$

$(\lambda b.ba)ac, b:=a \Rightarrow$

aac – ответ.

7. $(\lambda x.yz.xz(yz))(\lambda x.z)(\lambda x.a), x:=(\lambda x.z) \Rightarrow$

$(\lambda yz.(\lambda x.z)z(yz))(\lambda x.a), y:=(\lambda x.a) \Rightarrow$

$\lambda z.(\lambda x.z)z((\lambda x.a)z), x:=z \Rightarrow \#(\lambda x.a)z=a\# \Rightarrow$

$\lambda z.(\lambda x.z)za, x:=z \Rightarrow \#(\lambda x.z)z=z\# \Rightarrow$

$\lambda z.za$ – ответ.

с использование λ -эквивалентной замены:

$(\lambda x.yz.xz(yz))(\lambda b.t)(\lambda m.a), x:=(\lambda b.t) \Rightarrow$

$(\lambda yz.(\lambda b.t)z(yz))(\lambda m.a), y:=(\lambda m.a) \Rightarrow$

$\lambda z.(\lambda b.t)z((\lambda m.a)z), m:=z \Rightarrow \#(\lambda m.a)z=a\# \Rightarrow$

$\lambda z.(\lambda b.t)za, b:=z \Rightarrow \#(\lambda b.t)z=t\# \Rightarrow$

$\lambda z.ta$ – ответ.

Ответы

Задание 1	1)b, 2)c, 3)b.
Задание 2	1,3,4 – комбинаторы, 2,5 – не комбинаторы.
Задание 3	1 – сходится, при воздействии параметром а получаем: aaa. 2 – расходится. 3)zzz – бета-нормальная форма, сходится.
Задание 4	1)z, 2)bb, 3)qq, 4)yy, 5)yy, 6)aac, 7) λ z.za .