

## Лабораторная работа №1

Воронцова С.Ю.

### Задание 1

Найти альфа-эквивалентное выражение, обосновать.

1.  $\lambda xy.xz \Leftrightarrow \lambda mn.mz$  : с помощью  $\lambda$ -эквивалентности заменяем связанные переменные  $x = m \Leftrightarrow m = x$ ,  $y = n \Leftrightarrow n = y$ , получаем два  $\lambda$ -эквивалентных выражения.

( $\lambda$ -терм из ф-ций двух аргументов, в теле которого только первый аргумент, второй аргумент – свободная переменная  $z$ ).

ответ: b.

2.  $\lambda xy.xxxy$  или  $\lambda x(\lambda y).xxxy \Leftrightarrow \lambda a(\lambda b).aabb$  : с помощью  $\lambda$ -эквивалентности заменяем связанные переменные  $x = a \Leftrightarrow a = x$ ,  $y = b \Leftrightarrow b = y$ , получаем два  $\lambda$ -эквивалентных выражения.

( $\lambda$ -терм из ф-ций двух аргументов, в теле которого две связанных переменных первой ф-ции и аргумент второй ф-ции).

ответ: c.

3.  $\lambda xyz.zx \Leftrightarrow \lambda tos.st$  : с помощью  $\lambda$ -эквивалентности заменяем связанные переменные  $x = t \Leftrightarrow t = x$ ,  $y = o \Leftrightarrow o = y$ ,  $z = s \Leftrightarrow s = z$ , получаем два  $\lambda$ -эквивалентных выражения.

( $\lambda$ -терм из ф-ций трёх аргументов, в теле которого первый аргумент и третий, которые являются связными).

ответ: b.

### Задание 2

Найти комбинаторы, обосновать.

1.  $\lambda x.xxx$  – комбинатор, все переменные связанные, применяет  $x$  к самому себе. Из существования комбинатора  $\omega = \lambda x.xx$  можно сделать вывод, что  $\lambda x.xxx$  – тоже комбинатор.

2.  $\lambda xy.zx$  – не комбинатор, есть свободная переменная  $z$ .
3.  $\lambda xyz.xy(zx)$  – комбинатор, нет свободных переменных.
4.  $\lambda xyz.xy(zxy)$  – комбинатор, нет свободных переменных.
5.  $\lambda xy.xy(zxy) = (x := zxy) = \lambda y.zxy$  – не комбинатор,  $z$  – свободная переменная.

### Задание 3

1.  $\lambda x.xxx$  – комбинатор, не может быть редуцирован.  
проверка на сходимость:  $(\lambda x.xxx)a = aaa$  – бета-нормальная форма, сходится.
2.  $(\lambda z.zz)(\lambda y.yy)$  – расходится.  
Доказательство:  $z := \lambda y.yy, \Rightarrow (\lambda y.yy)(\lambda y.yy) = \dots$
3.  $(\lambda x.xxx)z = zzz$  – бета-нормальная форма, сходится.

### Задание 4

Привести к бета-нормальной форме.

1.  $(\lambda abc.cba)zz(\lambda wv.w), a := z \Rightarrow$   
 $(\lambda bc.cbz)z(\lambda wv.w), b := z \Rightarrow$   
 $(\lambda c.czz)(\lambda wv.w), c := (\lambda wv.w) \Rightarrow$   
 $(\lambda wv.w)zz, w := z \Rightarrow$   
 $(\lambda v.z)z, v := z \Rightarrow$   
 $z$  – ответ.
2.  $(\lambda x.\lambda y.xyy)(\lambda a.a)b, x := (\lambda a.a) \Rightarrow$   
 $(\lambda y.(\lambda a.a)yy)b, y := b \Rightarrow$   
 $(\lambda a.a)bb, a := b \Rightarrow$   
 $bb$  – ответ.
3.  $(\lambda y.y)(\lambda x.xx)(\lambda z.zq), y := (\lambda x.xx) \Rightarrow$   
 $(\lambda x.xx)(\lambda z.zq), x := (\lambda z.zq) \Rightarrow$   
 $(\lambda z.zq)(\lambda z.zq), z := (\lambda z.zq) \Rightarrow$

$(\lambda z.zq)q, z:=q \Rightarrow$

$qq$  – ответ.

4.  $(\lambda z.z)(\lambda z.zz)(\lambda z.zy)$ ,  $\lambda$ -эквивалентно:

$(\lambda m.m)(\lambda x.xx)(\lambda z.zy), m:=(\lambda x.xx) \Rightarrow$

$(\lambda x.xx)(\lambda z.zy), x:=(\lambda z.zy) \Rightarrow$

$(\lambda z.zy)(\lambda z.zy), z:=(\lambda z.zy) \Rightarrow$

$(\lambda z.zy)y, z:=y \Rightarrow$

$yy$  – ответ.

5.  $(\lambda x.\lambda y.xyy)(\lambda y.y)y$ ,  $\lambda$ -эквивалентно:

$(\lambda x.\lambda y.xyy)(\lambda a.a)b, x:=(\lambda a.a) \Rightarrow$

$(\lambda y.(\lambda a.a)yy)b, y:=b \Rightarrow$

$(\lambda a.a)bb, a:=b \Rightarrow$

$bb$  – ответ. Или без замены:  $yy$

6.  $(\lambda a.aa)(\lambda b.ba)c, a:=(\lambda b.ba) \Rightarrow$

$(\lambda b.ba)(\lambda b.ba)c, b:=(\lambda b.ba) \Rightarrow$

$(\lambda b.ba)ac, b:=a \Rightarrow$

$aac$  – ответ.

7.  $(\lambda x.yz.xz(yz))(\lambda x.z)(\lambda x.a), x:=(\lambda x.z) \Rightarrow$

$(\lambda yz.(\lambda x.z)z(yz))(\lambda x.a), y:=(\lambda x.a) \Rightarrow$

$\lambda z.(\lambda x.z)z((\lambda x.a)z), x:=z \Rightarrow \#(\lambda x.a)z=a\# \Rightarrow$

$\lambda z.(\lambda x.z)za, x:=z \Rightarrow \#(\lambda x.z)z=z\# \Rightarrow$

$\lambda z.za$  – ответ.

с использование  $\lambda$ -эквивалентной замены:

$(\lambda x.yz.xz(yz))(\lambda b.t)(\lambda m.a), x:=(\lambda b.t) \Rightarrow$

$(\lambda yz.(\lambda b.t)z(yz))(\lambda m.a), y:=(\lambda m.a) \Rightarrow$

$\lambda z.(\lambda b.t)z((\lambda m.a)z), m:=z \Rightarrow \#(\lambda m.a)z=a\# \Rightarrow$

$\lambda z.(\lambda b.t)za, b:=z \Rightarrow \#(\lambda b.t)z=t\# \Rightarrow$

$\lambda t.ta$  – ответ.

## Ответы

Задание 1	1)b, 2)с, 3)b.
Задание 2	1,3,4 – комбинаторы, 2,5 – не комбинаторы.
Задание 3	1 – сходится, при воздействии параметром а получаем: aaa. 2 – расходится. 3)zzz – бета-нормальная форма, сходится.
Задание 4	1)z, 2)bb, 3)qq, 4)yy, 5)yy, 6)aac, 7) $\lambda$ z.za .