

# Composition d'informatique n°5

Feuille d'indications

\*\*\*

Cette feuille contient des indications pour différentes questions du sujet Complexité de Kolmogorov et plus petite grammaire. Merci d'indiquer en entête de votre copie si vous avez utilisé cette feuille.

## 1 Complexité de Kolmogorov

### 1.1 Un premier exemple

**Question 2** On attend une description de l'algorithme d'exponentiation rapide.

### 1.2 Calculabilité

**Question 5** Le nombre de chaînes de caractères différentes est infini.

**Question 7** On peut montrer que  $K(\varphi(\psi(m))) = \mathcal{O}(\log m)$ .

## 2 Complexité grammaticale

### 2.1 Grammaires hors-contextes

**Question 8** Après avoir déterminé le langage, l'une des inclusions peut se faire par récurrence sur la taille des dérivations, et l'autre inclusion par récurrence sur la taille des mots du langage.

**Question 10** Sens direct : on peut montrer par l'absurde qu'il existe une variable qui ne fait apparaître aucune variable dans les membres droits de ses règles de dérivation.

Sens réciproque : on peut faire le lien avec un ordre topologique dans un graphe et montrer qu'il n'existe pas de cycle de dérivation.

**Question 11** À partir d'un ordre topologique, en partant de la fin, on peut montrer par récurrence que chaque variable ne peut engendrer qu'un nombre fini de mots.

**Question 12** On peut voir cela comme la recherche de cycle dans un graphe orienté.

**Question 15** On peut montrer qu'il n'existe qu'au plus une seule dérivation immédiate gauche pour tout mot.

**Question 17** On peut mémoriser les résultats pour gagner en complexité.

### 2.2 Bornes supérieures et inférieures

**Question 21** On peut faire le lien avec la question 2.

### 3 Plus petite grammaire

#### 3.1 Un problème difficile

**Question 25** On utilisera des règles de la forme  $X_i \rightarrow \#s_i$ ,  $Y_i \rightarrow s_i\#$  et  $Z_i \rightarrow X_i\#$ .

**Question 26** On peut montrer que s'il existe une arête non couverte par  $C$ , on peut modifier la grammaire sans faire augmenter sa taille et permettre ainsi d'ajouter un sommet à  $s$  pour couvrir l'arête.

\*\*\*