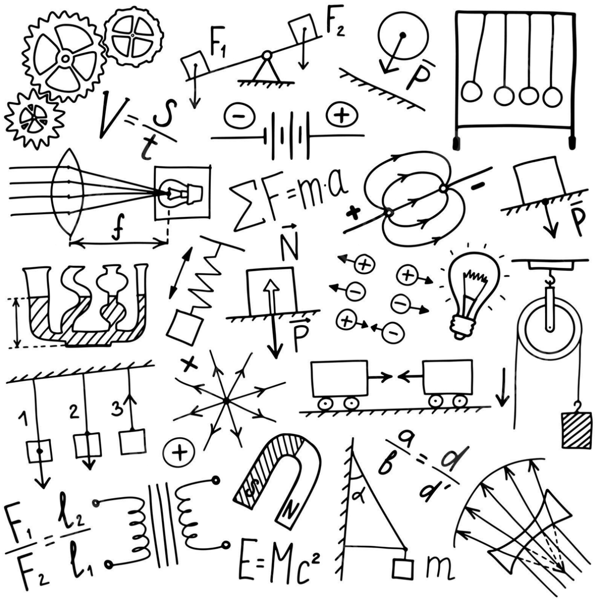
Essentiel de physique

2023/2024

Victor Sarrazin



Bienvenue dans l'essentiel de physique de mes cours de prépa. Ce document a pour objectif de contenir l'intégralité des cours de physique afin de les condenser et de les adapter.

Dans la dernière partie une liste de méthodes est détaillée pour faciliter notre voyage dans la physique.

Bonne lecture...

Sommaire

Optique :

Électricité :

Ondes :

Mécanique :

Thermodynamique :

Magnétostatique :

Fiches TP :

Annexe :

Optique

I Introduction à l'optique

I.1 Généralités

On considère des milieux **transparent homogène isotropes** (THI) :

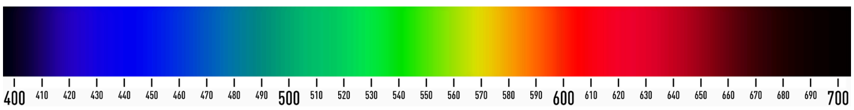
- Transparent : La lumière n'est pas absorbée
- Homogène : Invariant par translation
- Isotrope : Invariant par quelque soit la direction depuis laquelle on regarde

On a la **vitesse de la lumière** dans le vide, $c = 3.0 \cdot 10^8 \,\mathrm{m\,s^{-1}}$

> **Indice optique :**
> On a l'**indice optique** n (ou *indice de réfraction*), usuellement $n > 1$. On a $v = \frac{c}{n}$ la vitesse dans un THI donné.

On a $n_{\text{vide}} = 1$, $n_{\text{air}} - n_{\text{vide}} = 3 \cdot 10^{-4}$ et $n_{\text{eau}} = 1.3$

> **Relation de dispertion :**
> On a $\lambda = \frac{c}{f}$ avec f la fréquence temporelle et λ la longueur d'onde. Dans un THI on a donc $\lambda = \frac{c}{nf}$

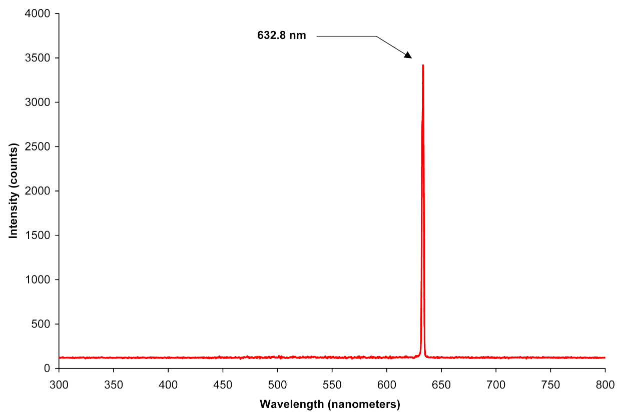


On a $\lambda_{\text{violet}} = 400\,\mathrm{nm}$ et $\lambda_{\text{rouge}} = 800\,\mathrm{nm}$. Si $\lambda < 400\,\mathrm{nm}$ on est dans le domaine des **ultraviolets** et si $\lambda > 800\,\mathrm{nm}$ on est dans le domaine des **infrarouges**.

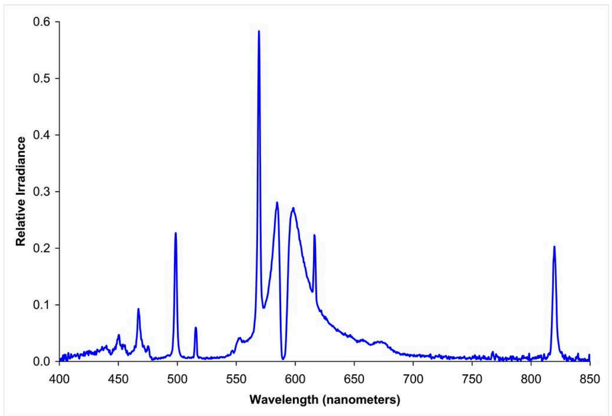
La puissance lumineuse moyenne par unité de surface est appelée **éclairement** (ξ) ou **intensité lumineuse** (I).

I.2 Caractérisation spectrale des sources lumineuses

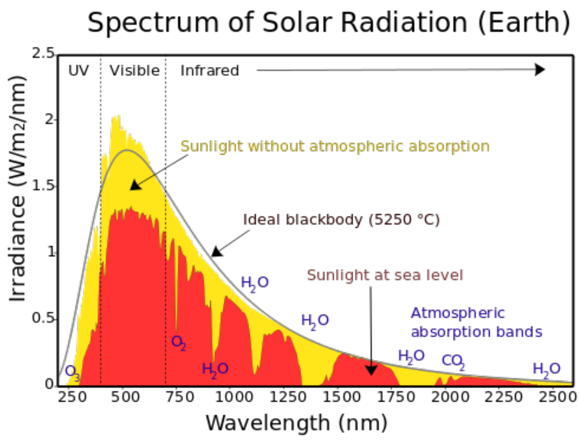
Une onde lumineuse possède une décomposition spectrale. On utilise principalement un spectromètre à réseau pour déterminer cette décomposition.



On a dans le cas du laser une seule raie spectrale, on parle alors de lumière **monochromatique**.



On a dans le cas d'une lampe spectrale plusieurs raies, c'est un spectre des éléments qui composent la valeur dans l'ampoule. Chaque pic correspond à un 1 photon d'énergie donnée



On a dans le cas du soleil un spectre continu (corps noir) avec des "trous" liés aux absoptions sélectives des espèces chimiques présentes dans l'atmosphère.

I.3 Source lumineuse ponctuelle, rayon lumineux

Une **source lumineuse ponctuelle** est une source de lumière dont les dimensions sont négligeables devant les distances caractéristiques du problème.

On appelle **rayon lumineux** une ligne selon laquelle se propage la lumière.

Propriétés des rayons lumineux :

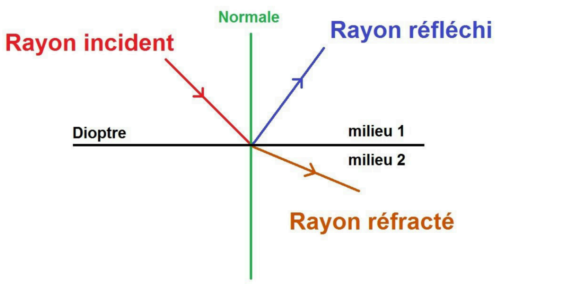
- Les rayons lumineux sont indépendants les uns des autres
- Les rayons lumineux se propagent de façon rectilligne uniforme dans les milieux THI

I.4 Approximation de l'optique géométrique

Approximation de l'optique géométrique :
Les systèmes rencontrés par la lumière lors de sa propagation sont de dimension grande devant la longueur d'onde.

Dans la suite on se place dans cette approximation

I.5 Lois de Snell–Descartes



I.5.a Lois de l'optique géométrique

Principe de retour inverse :
La forme d'un rayon lumineux ne dépend pas du sens dans lequel la lumière le parcourt

Loi de Descartes pour la réflexion :
Les rayons incidents et réfléchis sont dans le même plan , et

$$\alpha = i$$

Avec α l'angle réféchi et i d'incidence

Loi de Descartes pour la réfraction :
Les rayons incidents et réfractés sont dans le même plan , et

$$n_r \sin(r) = n_i \sin(i)$$

Avec r l'angle réféchi et i d'incidence, avec n_r, n_i les indices optiques des 2 milieux

I.5.b Réflexion totale

Si $n_1 > n_2$, on dit que le milieu 1 est plus **réfringent** que le milieu 2.

Réflexion totale :
Il existe un angle d'incidence limite $i_{1,\lim} = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$ tel que si $i_1 > i_{1,\lim}$ il n'y a plus de rayon réfracté

Preuve :
On part de la loi de Descartes pour la réfraction, $n_1 \sin(i) = n_r \sin(r)$ avec $r > i$ et $n_1 > n_2$ d'où $\frac{n_1}{n_2} = \frac{\sin(r)}{\sin(i)} > 1$ d'où $\sin(r) > \sin(i)$.

Ainsi $\sin(r) = \frac{n_i}{n_r} \sin(i)$ d'où si $i > \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$ on a $\sin(r) > 0$ ce qui est contradictoire.

II Lentilles minces et miroir plan

II.1 Vocabulaire

Un **système optique** est un système plus ou moins complexe susceptible de perturber le trajet des rayons lumineux.

On a :

Rayons incidents $\longrightarrow$ Système optique $\longrightarrow$ Rayons émergents

Si des rayons incidents proviennent d'un même point, on parle de **point objet**.

Si des rayons émergents proviennent d'un même point, on parle de **point image**.

On dit que A' est conjugué à A si A' est l'image de A, et on note $A \overset{\text{miroir}}{\curvearrowright} A'$

Un système qui conjugue à un point objet un point image est dit **stigmatique**. Seul le **miroir plan** l'est parfaitement.

On parle de **système centré** pour un système possédant un axe de symétrie appelé **axe optique** (OA)

On parle d'**aplanétisme** si 2 points objets dans le même plan orthogonal à OA sont conjugués à 2 points image dans un même plan orthogonal à OA (encore le cas du miroir plan)

Un point est **réel** si il existe, et **virtuel** si on le voit dans un instrument d'optique (ou pas du tout)

II.2 Lentilles minces

On parle de lentille mince car l'épaisseur est petite devant les rayons de courbure.

Conditions de Gauss :
Tous les rayons sont **paraxiaux**, soit peu inclinés et peu éloigné de OA.

Dans ces conditions on a un stigmatisme approché et un applanétisme approché.

On peut aussi se placer dans l'approximation des petits angles, $\alpha \ll 1$ d'où $\tan\alpha = \sin\alpha = \alpha$ et $\cos\alpha = 1$

Le **centre optique** est le point d'un système optique où les rayons ne sont pas déviés.

Le **foyer principal image** (F') est l'image conjuguée d'un point objet à l'infini dans la direction de l'axe optique.

Le **foyer principal objet** (F) est l'objet conjugé d'un point image à l'infini dans la direction de l'axe optique.

> **Distance focale :**
> On a la **distance focale image** : $\overline{OF'} = f'$ et on a la **distance focale objet** : $\overline{OF} = f$
>
> Ces deux grandeurs sont algébriques

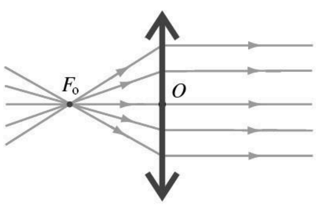
On a $|f| = |f'|$. Une lentille est très convergente/divergente quand $|f'|$ est très petit.

On note la **vergence** d'une lentille $v = \frac{1}{f}$ en dioptrie δ avec $[\delta] = \mathrm{m}^{-1}$

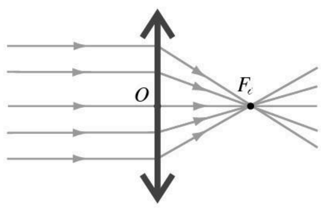
On définit le **grandissement**, $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$ soit la taille de l'image sur la taille de l'objet

II.2.a Lentille convergente

Une lentille est dite **convergente** si elle est à bords fins.



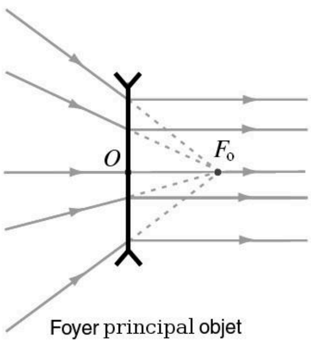
Foyer principal objet
d'une lentille convergente.



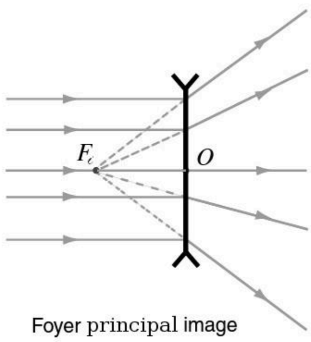
Foyer principal image
d'une lentille convergente.

II.2.b Lentille divergente

Une lentille est dite **divergente** si elle est à bords épais.



Foyer principal objet
d'une lentille divergente.



Foyer principal image
d'une lentille divergente.

II.3 Constructions

- Un rayon incident qui passe par O est non dévié
- Un rayon incident qui passe par F émerge parallèlement à OA
- Un rayon émergent qui passe par F' incide parallèlement à OA
- Deux rayons incidents parallèles entre eux émergent en se croisant en un même point du plan focal image
- Deux rayons émergents parallèles entre eux incident en se croisant en un même point du plan focal objet

A faire (Ajouter des schémas?)

II.4 Relations de conjugaison

Relations de Descartes (centre optique) :
On a :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$$

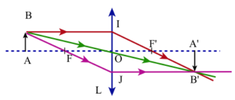
$$\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

Relations de Newton (foyer) :
On a :

$$\overline{F'A'} \times \overline{FA} = -(f')^2$$

$$\gamma = -\frac{\overline{F'A'}}{f'} = -\frac{f}{\overline{FA}}$$

Preuve :
Cette preuve est hors programme théoriquement.



A faire (Si pas la flemme)

II.5 Condition $4f'$

Condition $4f'$:
Pour obtenir une image réelle d'un objet réel avec une lentille convergente,

$$D \geq 4f'$$

Preuve :

A faire

III L'oeil

A faire

Électricité

I Introduction à l'électricité

I.1 Généralités

I.1.a Charge électrique

La **charge** est une propriété intrinsigue d'une particule et s'exprime en Coulomb (c) et est de dimension $I.T$, est algébrique, additive et conservative (un système fermé est de charge fixe).

La charge est portée par les électrons ($-e$) et les protons (e) avec $e = 1.6 \times 10^{-19} c$ la **charge élémentaire** (souvent notée q).

I.1.b Courant électrique

Le **courant électrique** est un déplacement d'ensemble de charges

I.1.c Dipôle, branche, maille, circuit

Un **dipôle** possède 2 pôles, lui permettant d'être traversé par un courant électrique. Une association de dipôles forme un **circuit**.

Un association de dipôles à la suite est appelée **association série** et forme une **branche**.

Un association de dipôles bouclant sur elle même est appelée **maille**.

I.1.d Intensité électrique

L'**intensité électrique** est un débit de charge noté I, avec $I = \frac{\delta Q}{\mathrm{d}t}$ avec δQ la charge traversant la section pendant $\mathrm{d}t$.

Pour mesurer une intensité on utilise un *ampèremètre* avec le $+$ sur le mA ou μA et le $-$ sur le COM (en série).

Loi des noeuds :
Dans une maille on a :

$$\sum_{\text{entrants}} I = \sum_{\text{sortants}} I$$

I.2 La tension électrique

La **tension électrique** U est une différence de potentiels en Volts (V) et est additive.

Expression de U_{AB} :
On a $U_{\mathrm{AB}} = V_A - V_B$ avec V_A et V_B deux potentiels.

Loi des mailles :
Dans une maille, on a :

$$\sum_{\text{tension maille}} \varepsilon_i U_i$$

avec $\varepsilon_i = +1$ si U_i est dans le sens du parcours et $\varepsilon_i = -1$ sinon.

La loi des mailles et la loi des noeuds s'appellent les **lois de Kirchhoff**. Elles sont variables en régime continu et en régime lentement variable.

Pour mesurer une tension on utilise un *voltmètre* avec le $+$ sur la borne Ω et le $-$ sur la borne COM (en dérivation).

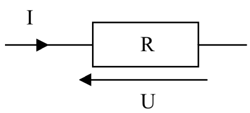
I.3 Approximation des régimes quasi stationnaires (ARQS)

Critère d'ARQS :
Si $\tau \gg \frac{d}{c}$ avec τ le temps caractéristique, d la taille du circuit et c la longueur du vide alors on est dans l'approximation.

Si ce critère est vérifié, tous les points du circuit "voient" le changement en direct. Ce critère est tout le temps vérifié en série.

I.4 Résistors

Un **résistor** est une dipôle qui conduit $+$ ou $-$ bien l'électricité.



Une résistance est schématisée ainsi en convention récepteur

Loi d'Ohm :
On a $U = RI$ avec R la résistance en Ohm (Ω) en convention récepteur.

Attention, en convention générateur, on a $U = -RI$

On dit qu'un résistor est un dipôle passif (en l'absence de I, pas de U) et linéaire ($U = f(I)$).

On a $R = \frac{l}{\sigma S}$ avec l la longueur, σ la conductivité électrique et S la section.

On considère qu'un fil a une résistance négligeable.

Tension d'un fil :
La tension au bornes d'un fil est nulle.

Le voltmètre ($\approx 10M\Omega$) est modélisée par un interrupteur ouvert, et l'ampèremètre ($\approx 0.1\Omega$) modélisée par un fil.

Puissance dissipée par un résistor :
On a $P = RI^2$

Preuve :
On a $P_{\text{reçue}} = UI = U_R I_R = RI_R I_R = RI_R^2$

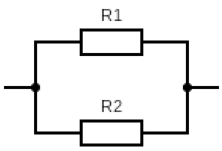
On a la **masse**, un point d'un circuit de potentiel nul, $V = 0\,\mathrm{V}$ c'est l'origine des potentiels.

En théorie elle est choisie arbitrairement, mais en pratique elle est imposée par certails appareils reliés à la Terre.

I.5 Associations des résistors

Association série de résistors :
Soit R_1 et R_2 deux résistances en série, on a $R_e = R_1 + R_2$ la résistance équivalente

Preuve :
On a $U_1 = R_1 I$ et $U_2 = R_2 I$ ainsi $U = U_1 + U_2 = R_1 I + R_2 I = (R_1 + R_2)I$ ainsi $R_e = R_1 + R_2$



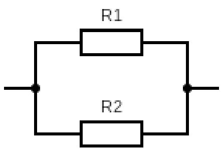
Association parallèle de résistors :
Soit R_1 et R_2 deux résistances en parallèle, on a $\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ la résistance équivalente

Preuve :
Par loi des mailles, $U = U_1 = U_2$, ainsi $U = R_1 I_1 = R_2 I_2$, d'après la loi des noeuds, $I = I_1 + I_2 = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} = U\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$ ainsi $U = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} I$

I.6 Ponts diviseurs

Pont diviseur tension :
Soit R_1 et R_2 deux résistances en séries, $U = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I$

Preuve :
On a $U_1 = R_1 I$ et $U = (R_1 + R_2)I$ d'où $\frac{U_1}{U} = \frac{R_1 I}{(R_1+R_2)I}$



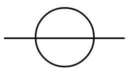
Pont diviseur courant :
Soit R_1 et R_2 deux résistances en parallèle, $I_1 = \frac{R_2}{R_1+R_2} I$

Preuve :

A faire

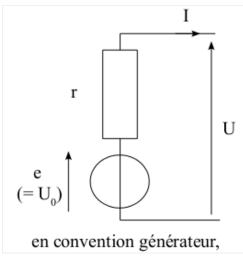
I.7 Générateurs

I.7.a Générateur de tension



Un **générateur de tension** est un dipole qui impose une tension entre ses bornes. La tension imposée par un générateur est aussi appelée sa **force électromagnétique** (f.e.m)

U est donc indépendante, c'est une dipôle actif.

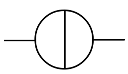


A faire

Un générateur réel est un générateur de Thévenin, on a :

Générateur de Thévenin :
On a $U = U_r + E = E - R_i I$ et $P_{\text{fournie}} = UI = (E - R_i I)I = EI - R_i I^2$, avec R_i la résistance interne et E la f.e.m

I.7.b Générateurs de courant (HP)



Il existe des **générateurs de courant** qui fixent une intensité dans le circuit.

II Circuits d'ordre 1

II.1 Le condensateur

II.1.a Généralités

Le **condensateur** est un dipôle linéaire composé de deux armatures séparées par un milieu isolant (*diélectrique*).

On a Q la charge algébrique par l'armature de gauche et $-Q$ par celle de droite : le condensateur est globalement neutre.

On a $Q = CU$ avec C la **capacité du condensateur** en Farad (F)

Intensité aux bornes d'un condensateur :
En convention récepteur, $I = C\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t}$

Preuve :
On a $\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} = \frac{\delta Q}{\mathrm{d}t} = I$ et $Q = CU$ donc $I = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}CU}{\mathrm{d}t} = c\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t}$

Énergie stockée dans un condensateur :
En convention récepteur, on a $E = \frac{1}{2}CU^2$

Preuve :
On a $P_{\text{reçue}} = UI = U \times c\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\frac{1}{2}CU^2}{\mathrm{d}t}$ or $P_{\text{reçue}} = \frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t}$ d'où $E = \frac{1}{2}CU^2$

Continuité de U au bornes d'un condensateur :
Aux bornes d'un condensateur U est continue

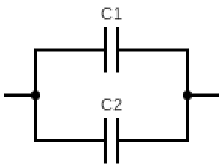
Preuve :
On suppose U discontinue donc E aussi, ainsi $P = \frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t}$ diverge donc $P_{\text{reçue}}$ infinie n'est pas possible

Comportement en régime permanant :
En régime permanent un condensateur est équivalent à un interrupteur ouvert ($I = 0\ \mathrm{A}$)

II.1.b Associations

Association série de condensateurs :
Soit C_1 et C_2 deux condensateurs en parallèle, on a $\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$ le condensateur équivalent

Preuve :
On a $U = U_1 + U_2$ avec $i = i_1 = i_2$ d'où $i = C_1 \frac{\mathrm{d}U_1}{\mathrm{d}t} = C_2 \frac{\mathrm{d}U_2}{\mathrm{d}t}$.
Ainsi on a $\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}U_1}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}U_2}{\mathrm{d}t}$ soit $\frac{i}{C_e} = \frac{i}{C_1} + \frac{i}{C_2}$ d'où la relation cherchée.



Association parallèle de condensateurs :
Soit C_1 et C_2 deux condensateurs en série, on a $C_e = C_1 + C_2$ le condensateur équivalent

Preuve :
Loi des noeuds on a $i = i_1 + i_2$ d'où on a $i_1 = C_1 \frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t}$ et $i_2 = C_2 \frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t}$ d'où $i = (C_1 + C_2)\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t}$

II.2 Charge d'un condensateur

On peut étudier la charge d'un condensateur (ou sa décharge) avec une équation d'ordre 1 dans un circuit RC

Équation différentielle RC :
On a

$$\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{RC}U = A$$

avec $\tau = RC$ le temps caractéristique

II.3 La bobine

II.3.a Généralités

La **bobine** est un dipôle linéaire composé d'un enroulement de fils sur lui même

On associe à une bobine une **inductance** L en Henry (H), dépendant du nombre de fils et la quantités de spires (tours)

Intensité aux bornes d'une bobine :
En convention récepteur, $U = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$

Énergie stockée dans une bobine :
En convention récepteur, on a $E = \frac{1}{2}Li^2$

Preuve :
On a $P_{\text{reçue}} = UI = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} \times i = \frac{\mathrm{d}\frac{1}{2}Li^2}{\mathrm{d}t}$ or $P_{\text{reçue}} = \frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t}$ d'où $E = \frac{1}{2}Li^2$

Continuité de i au bornes d'une bobine :
Aux bornes d'une bobine i est continue

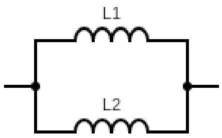
Preuve :
On suppose i discontinue donc E aussi, ainsi $P = \frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t}$ diverge donc $P_{\text{reçue}}$ infinie n'est pas possible

Comportement en régime permanant :
En régime permanent un condensateur est équivalent à un fil ($U = 0\,\mathrm{V}$)

II.3.b Associations

Association série de bobines :
Soit L_1 et L_2 deux bobines en série, on a $L_e = L_1 + L_2$ la bobine équivalente

Preuve :
On a $U = U_1 + U_2 = L_1\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + L_2\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = (L_1 + L_2)\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$



Association parallèle de bobines :
Soit L_1 et L_2 deux bobines en parallèle, on a $\frac{1}{L_e} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$ la résistance équivalente

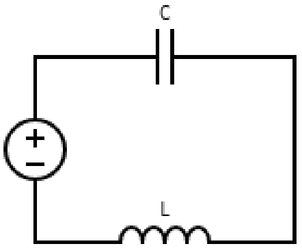
Preuve :
Par loi des mailles, $U = U_1 = U_2$, ainsi $U = L_1 \frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} = L_2 \frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}$.

D'après la loi des noeuds, $i = i_1 + i_2$ d'où $\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}$ soit $\frac{U}{L} = \frac{U}{L_1} + \frac{U}{L_2}$ d'où la relation recherchée

III Circuits d'ordre 2, Oscillateurs

Les oscillateurs sont présentés dans un cas électrique, mais on les retrouve aussi en mécanique ou encore en thermodynamique.

III.1 Oscillateur harmonique



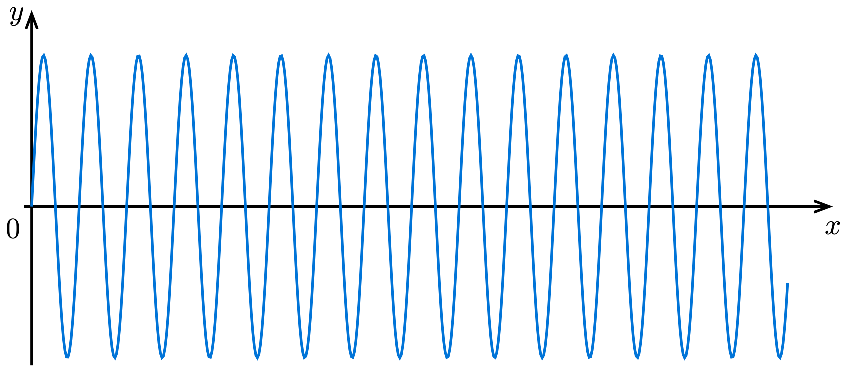
On considère un circuit LC, on trouve $LC\frac{\mathrm{d}^2U}{\mathrm{d}t^2} + U = E$ d'où en posant $\omega_0 = \frac{1}{LC}$ on retrouve :

Oscillateur harmonique :
On a l'équation différentielle de l'oscillateur harmonique :

$$\ddot{\theta} + \omega_0^2\theta = B$$

avec ω_0 la **pulsation caractéristique** homogène à un $\mathrm{rad\,s^{-1}}$ et B une constante

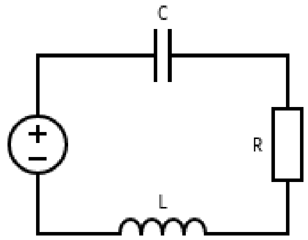
La forme générale est $\mathrm{sp} + A\cos(\omega_0 t) + B\sin(\omega_0 t)$, la résolution étant détaillée en annexe III. Elle admet la courbe suivante.



Ainsi l'oscillateur possède un comportement oscillant avec $2\pi f = \omega_0$

III.2 Oscillateur amorti

III.2.a Généralités



On considère maintenant un circuit RLC, ainsi on trouve l'équation différentielle suivante $\frac{E}{LC} = \frac{\mathrm{d}^2U}{\mathrm{d}t^2} + \frac{R}{L}\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{LC}U$, en posant $\omega_0 = \frac{1}{LC}$ et $Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$ on a :

Oscillateur amorti :
On a l'équation différentielle de l'oscillateur armorti :

$$\ddot{\theta} + \frac{\omega_0}{Q}\dot{\theta} + \omega_0^2\theta = \omega_0^2 B$$

avec ω_0 la **pulsation caractéristique** homogène à un $\mathrm{rad\,s^{-1}}$, Q le **facteur de qualité** adimensionné et B une constante

Si on a beaucoup d'oscillations, Q correspond au nombre de périodes avant armortissement.

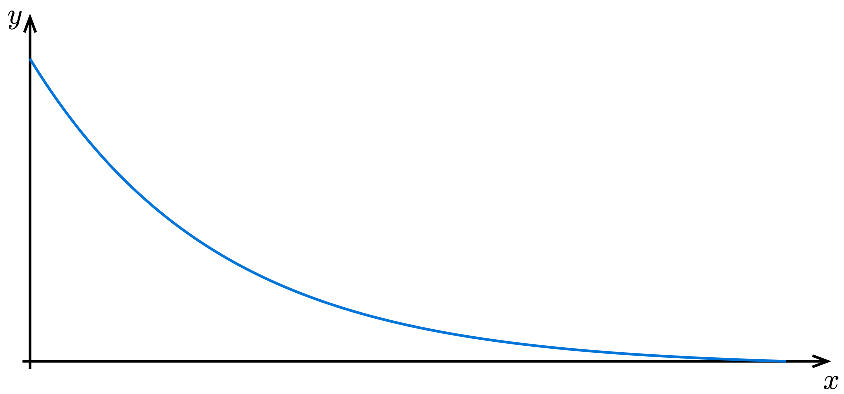
Selon la valeur de Q on a un des trois types d'oscillateurs suivants :

- Si $Q < \frac{1}{2}$, on est en régime apériodique
- Si $Q = \frac{1}{2}$, on est en régime critique
- Si $Q > \frac{1}{2}$, on est en régime pseudo-périodique

III.2.b Régime apériodique

Dans le cas apériodique on a $\Delta > 0$ d'où $U(t) = \mathrm{sp} + Ae^{-\frac{t}{\tau_1}} + Be^{-\frac{t}{\tau_2}}$, la résolution étant détaillée en annexe III.

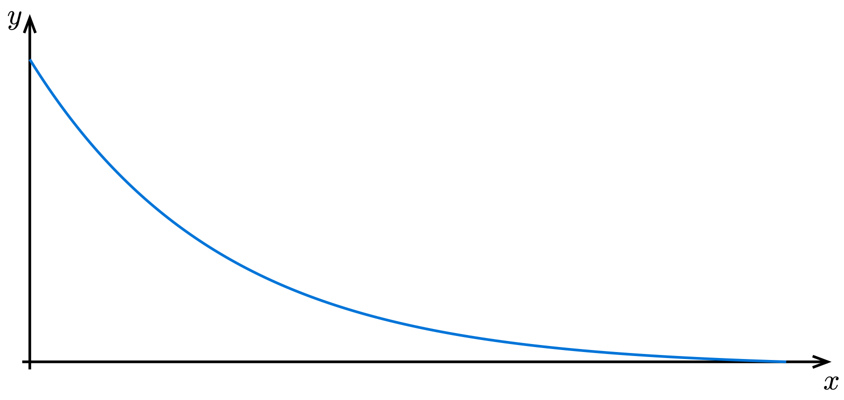
U s'amortit donc en quelques $\max(\tau_1, \tau_2)$.



III.2.c Régime critique

Dans le cas critique, on a $\Delta = 0$ d'où $U(t) = \mathrm{sp} + (At + B)e^{-\frac{t}{\tau}}$, la résolution étant détaillée en annexe III.

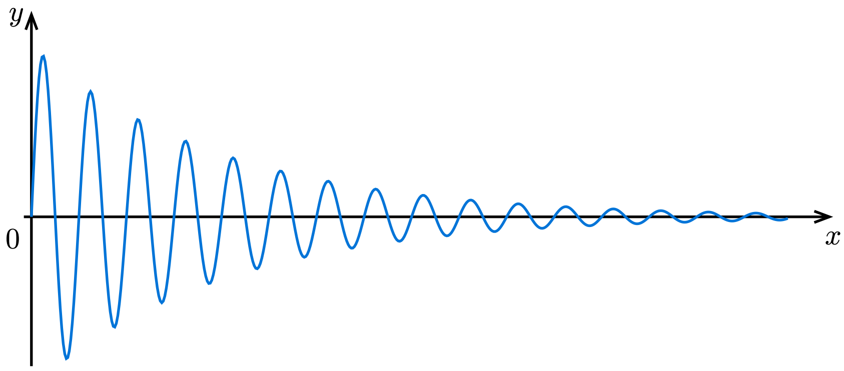
Le cas critique est très compliqué à réaliser expérimentalement.



III.2.d Régime pseudo-périodique

Dans le cas pseudo-périodique, on a $\Delta < 0$ d'où on a $U(t) = \mathrm{sp} + (A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t))e^{-\frac{t}{\tau}}$ avec ω la **pseudo-pulsation**, la résolution étant détaillée en annexe III.

Ainsi dans ce cas les oscillateurs voient leur amplitude d'oscillations diminuer avec le temps.



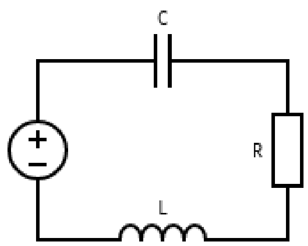
On définit le **décrément logarithmique** $\delta = \frac{T}{\tau}$, avec T la **pseudo-période**. Le décrément logarithmique s'obtient en prenant deux valeurs maximales et en faisant $\delta = \ln\left(\frac{v_1}{v_2}\right)$ avec $t_1 < t_2$.

La durée du transitoire est de quelques τ.

⚠ En régime pseudo-périodique il n'est pas possible de déterminer graphiquement τ comme dans les autres régimes.

IV Circuits en régime sinusoidal forcé

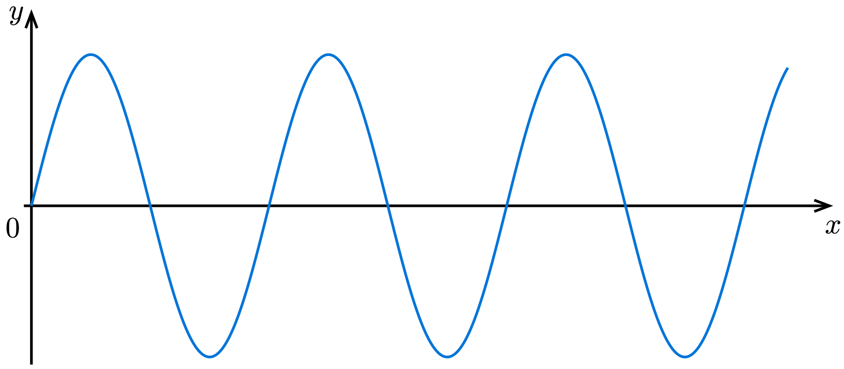
IV.1 Régime transitoire



Le circuit est en régime sinusoïdal forcé si le **générateur basse fréquence** (GBF) délivre une tension sinusoïdale. Ainsi on a l'apparition d'un déphasage aux temps longs, et l'amplitude du GBF n'est pas forcément la même que celle de U.

Ainsi le second terme dans les équations différentielles devient de la forme $A\cos(\omega t)$

IV.2 Vocabulaire des signaux périodiques



On définit :

- La **période** T en s correspondant à l'écart entre deux passages au même point
- La **fréquence** f en Hz correspondant au nombre de périodes en une seconde d'où $f = \frac{1}{T}$
- La **valeur moyenne** $\langle u\rangle = \frac{1}{T}\int_t^{t+T} u\left(\tilde{t}\right)\mathrm{d}\tilde{t}$
- L'**amplitude crête à crête** (peak to peak) $\Delta = u_{\max} - u_{\min}$
- La **valeur efficace**, $u_{\text{eff}} = \sqrt{\langle u^2\rangle}$

Valeur efficace pour un signal sinusoïdal :
Dans le cas d'un signal de la forme $S_0\cos(\omega t)$, on a $\langle S\rangle = 0$ et $S_{\text{eff}} = \frac{S_0}{\sqrt{2}}$

Preuve :
En effet en intégrant sur une période, on a $\langle S\rangle = 0$

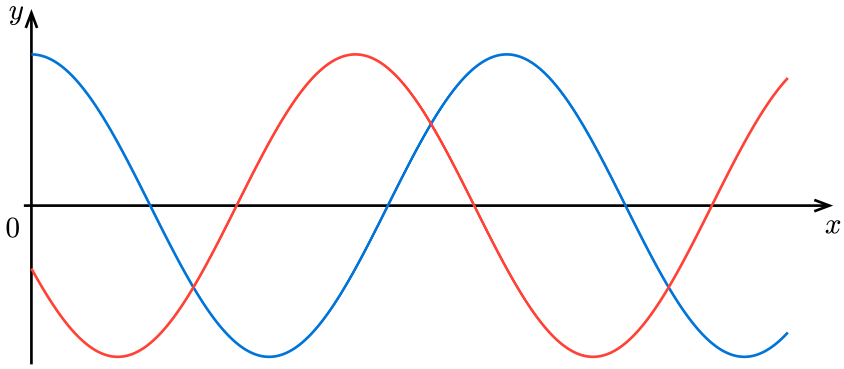
On a $\langle S^2\rangle = \frac{1}{2\pi}\int_t^{t+2\pi}\left(S_0\cos\left(\omega\tilde{t}\right)\right)^2\mathrm{d}\tilde{t} = \langle S^2\rangle = \frac{S_0^2}{2\pi}\int_t^{t+2\pi}\frac{1+\cos\left(\omega\tilde{t}\right)}{2}\mathrm{d}\tilde{t} = \frac{S_0^2}{2\pi}\frac{2\pi}{2} = \frac{S_0^2}{2}$ d'où en passant à la racine, $S_{\text{eff}} = \frac{S_0}{\sqrt{2}}$

IV.3 Déphasage entre signaux

Soit $s_1(t) = s\cos(\omega t + \varphi_1)$ et $s_2(t) = s\cos(\omega t + \varphi_2)$, on définit le **déphasage** de s_2 par rapport à s_1 par $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$

Le déphasage est défini modulo 2π

- Si $\varphi_1 \equiv \varphi_2 \mod 2\pi$ alors les deux signaux sont en **accord de phase**
- Si $\Delta\varphi = \pm\pi$, alors les deux signaux sont en **opposition de phase**
- Si $\Delta\varphi = \pm\frac{\pi}{2}$, alors les deux signaux sont en **quadrature de phase**
- Si $\varphi_2 > \varphi_1$, s_2 est en **avance de phase** sur s_1
- Si $\varphi_2 < \varphi_1$, s_2 est en **retard de phase** sur s_1



Pour mesurer le déphasage, on mesure l'écart de temps entre 2 passages au même endroit et on obtient Δt_1 et Δt_2, ainsi on doit choisir, en connaissance du système entre 1 et 2, et $|\Delta\varphi| = \frac{\Delta t_i}{T} \times 2\pi \bmod 2\pi$

IV.4 Représentation complexe d'un signal harmonique

Pour parler d'une représentation complexe en physique on utilise $\underline{s} = a + ib$, et le conjugué de $\underline{s}$ est noté $\underline{s}^* = \overline{\underline{s}} = a - ib$

⚠ Dans le contexte spécifique de l'électricité et pour éviter des confusions avec l'intensité i, on note j le nombre imaginaire tel que $j^2 = -1$ (définition différente des mathématiques)

En posant $u = U_0 \cos(\omega t + \varphi)$, on a $\underline{u} = U_0 e^{j(\omega t + \varphi)}$ d'où $\underline{u} = U_0 e^{j\varphi} e^{j\omega t}$ avec $U = U_0 e^{j\varphi}$ **l'amplitude complexe** et $U = |\underline{u}(t)|$

De plus on a $\varphi = \arg(U) = \arg(U_0 e^{j\varphi})$

Dériver en complexe revient à multiplier par $j\omega$

IV.5 Impédances complexes

IV.5.a Généralités

Impédance complexe :
En convention récepteur, on définit $\underline{z} = \frac{\underline{u}}{\underline{i}} = \frac{U_0}{I_0} e^{j(\varphi_u - \varphi_i)}$ l'**impédance complexe** homogène à une résistance

Cas d'une résistance :
Pour une résistance, on a $\underline{z_R} = R$, d'où $\underline{z} \in \mathbb{R}_+$, on dit que le dipôle est **résistif**

Cas d'une bobine :
Pour une bobine, on a $\underline{z_L} = j\omega L$, d'où $\underline{z} \in i\mathbb{R}$ et $\varphi_u - \varphi_i = \frac{\pi}{2}$, donc $u(t)$ est en quadrature de phase avance par rapport à $i(t)$, on dit que le dipôle est **inductif**.

Preuve :
On a $u_L = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$ d'où $\underline{u_L} = Lj\omega\underline{i}$ d'où $\underline{z_L} = j\omega L$

Cas d'un condensateur :
Pour un condensateur, on a $\underline{z_C} = \frac{1}{j\omega C}$, d'où $\underline{z} \in i\mathbb{R}$ et $\varphi_u - \varphi_i = -\frac{\pi}{2}$, donc $u(t)$ est en quadrature de phase retard par rapport à $i(t)$, on dit que le dipôle est **capacitif**.

Preuve :
On a $i = C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$ d'où $\underline{i} = Lj\omega\underline{u_C}$ d'où $\underline{z_C} = \frac{1}{j\omega C}$

On définit aussi l'**admittance complexe** comme étant $\underline{y} = \frac{1}{\underline{z}}$

IV.5.b Comportement basse et haute tension

Comportement basse fréquence :
En basse fréquence :
- La bobine se comporte comme un **fil**
- Le condensateur se comporte comme un **interrupteur ouvert**

Comportement haute fréquence :
En haute fréquence :
- La bobine se comporte comme un **interrupteur ouvert**
- Le condensateur se comporte comme un **fil**

IV.6 Lois de l'électricité en RSF

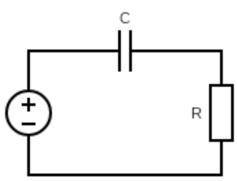
Les lois de l'électricité restant valides dans l'ARQS, elles sont aussi valides si $\omega \ll \frac{2\pi c}{d}$.

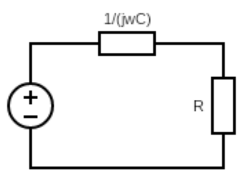
Les impédances s'associent en série et en parallèle comme des résistances, et les ponts diviseurs s'appliquent aussi aux impédances.

IV.7 Étude d'un circuit

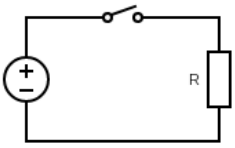
Pour étudier un circuit :
- On peut établir l'équation différentielle de u, puis passer dans $\mathbb{C}$ et déterminer $\underline{u}$ puis U et φ
- On peut utiliser la méthode des impédances complexes (voir ci dessous), valide uniquement en RSF

On considère le circuit suivant, qu'on peut remplacer avec des impédances :





Ainsi en basse et haute fréquence on a :



Par loi des mailles on a $\underline{z_R} = R$ et $\underline{z_C} = \frac{1}{j\omega C}$ d'où le dipole équivalent est $\underline{z} = R + \frac{1}{j\omega C}$

En utilisant un pont diviseur tension on a $\underline{u_C} = \frac{\underline{z_C}}{\underline{z_R}+\underline{z_C}} E = \frac{1}{1+j\omega RC} E$

On remarque qu'on peut retrouver l'équation différentielle, on a $\underline{u} = \frac{1}{1+j\omega RC} \underline{e}$ d'où $\underline{u} + j\omega RC\underline{u} = \underline{e}$ d'où $u + RC\dot{u} = e$

IV.8 Résonnance

Dans un RLC série alimeté par un générateur de tension idéal, on a : $\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{R}} = \frac{U_0/R}{1+jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)}$ ($\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ et $Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$)

Si on trace la **réponse en amplitude**, l'amplitude réelle présente un maximum, alors on dit qu'il y a **résonance en intensité**. On définit ω_{res} la **pulsation de résonnance**, pas toujours égale à ω_0 (notamment dans du 2nd ordre).

On définit ω_c les **pulsations de coupure** tel que $I\left(\frac{\omega_c}{\omega_0}\right) = \frac{I_{\text{max}}}{\sqrt{2}}$

On a $\Delta\omega_c = \left|\omega_{c_1} - \omega_{c_2}\right|$ la **largeur de résonance**

De plus on a aussi $\frac{\omega_{\text{res}}}{\Delta\omega_c}$ l'**acuité de résonance**, plus elle est élevée, plus on a un pic.

On peut tracer la **réponse en phase**, $\varphi = -\arctan\left(Q\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)\right)$, on remarque dans le cas d'un RLC que $\varphi(\omega_{\text{res}}) = 0$, $|\varphi(\omega_c)| = \frac{\pi}{4}$ et $\omega_{\text{res}} = \omega_0$.

On a résonance en intensité peu importe le facteur de qualité, mais ça n'est pas toujours le cas (notamment en tension ou en vitesse en mécanique)

V Filtrage

Les signaux dans la réalité sont complexes à analyser car souvent superposés à un bruit qu'on cherche à éliminer. Ainsi on réalise un **filtrage**, analogique (ici) ou numérique.

V.1 Spectre d'un signal, décomposition de Fourier

Un signal périodique de période T peut se décomposer en une superposition de signaux sinusoïdaux de fréquences multiples.

On a $u(t) = E_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} E_n \cos(2\pi nft + \varphi_n)$ (décomposition de Fourier)

On a E_0 la **valeur moyenne** du signal et les $E_k \cos(2\pi kft + \varphi_k)$ sont appelés les **harmoniques**. La première harmonique, $E_1 \cos(2\pi ft + \varphi_1)$ est appelée **le fondamental**.

Donner le spectre en amplitude c'est fournir les valeurs des E_n

V.2 Réponse fréquentielle d'un quadripole

Un **quadripôle** est un circuit électrique comportant 2 bornes d'entrée et 2 bornes de sortie. On impose dans ce cours des dipôles linéaires, d'être en sortie ouverte donc l'intensité sortante est nulle.

On a la **réponse fréquentielle**, $e(t) = E\cos(\omega t)$ et on étudie $s(t)$ en régime établi.

Dans un quadripole linéraire, e et s sont liés par une équation différentielle, et e étant sinusoïdale, les impédances sont autorisées dans ce cadre.

> **Filtre :**
> Un **filtre** est caractérisé par la **fonction de transfert** complexe $\underline{H} = \frac{\underline{s}}{\underline{e}}$

On a $\underline{H} = \frac{\underline{S}\cancel{e^{j\omega t}}}{\underline{E}\cancel{e^{j\omega t}}} = \frac{\underline{S}}{\underline{E}}$, et $\underline{H}$ est adimensionné.

On a $\underline{H} = \frac{P(j\omega)}{Q(j\omega)}$, avec $P, Q \in \mathbb{C}[X]$, et le filtre est de l'**ordre** du degré de Q.

> **Gain :**
> Le **gain** du filtre est défini par $|\underline{H}| = \left|\frac{\underline{S}}{\underline{E}}\right| = \frac{S}{E}$, et la connaissance du gain renseigne sur le rapport des amplitudes de l'entrée et de la sortie.

> **Déphasage :**
> On a $\arg(\underline{H}) = \varphi_s - \varphi_e$

> Preuve :
> On a $\arg(\underline{H}) = \arg\left(\frac{\underline{S}}{\underline{E}}\right) = \arg\left(\frac{Se^{j\varphi_s}}{Ee^{j\varphi_e}}\right) = \arg\left(e^{j(\varphi_s - \varphi_e)}\right) = \varphi_s - \varphi_e$

Donc l'argument de $\underline{H}$ nous renseigne sur le déphasage entre la sortie et l'entrée.

V.3 Filtre d'ordre 1

> **Filtre ordre 1 :**
> Dans un **filtre du premier ordre**, on a $\underline{H} = \frac{a_0 + a_i j\omega}{b_0 + b_i j\omega}$

Pour trouver $\underline{H}$ on peut faire une équation différentielle ou les impédances $\mathbb{C}$.

On peut ensuite mettre $\underline{H}$ sous forme canonique, ainsi $\underline{H} = \frac{\cdots}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}$ avec ω_0 la **pulsation caractéristique du filtre**.

Pour étudier un filtre :

- On regarde d'abord son comportement BF/HF avec les dipôles équivalents pour les bobines et condensateurs. Si on a $u = \begin{cases} 0 \text{ en BF} \\ e \text{ en HF} \end{cases}$ on a un **passe-haut** sinon si $u = \begin{cases} e \text{ en BF} \\ 0 \text{ en HF} \end{cases}$ on a un **passe-bas**.

⚠ **On est en HF si** $\omega \gg \omega_0 \iff 2\pi f \gg 2\pi f_0 \iff f \gg f_0$

- On regarde ensuite le gain $|\underline{H}|$ en BF et HF en négligeant $\frac{\omega}{\omega_0}$ ou $\frac{\omega_0}{\omega}$ selon le cas.

> **Gain en décibel :**
> On a le **gain en décibel** $G_{\text{dB}} = 20\log_{10}(\underline{H})$, l'échelle log étant plus adaptée car à chaque facteur $\times\ 10$ on a $\pm 20k$

On a la **pulsation de coupure** à $-3\,\text{dB}$ telle que $G_{\text{dB}} = -3\,\text{dB}$

La **bande passante du filtre** à $-3\,\mathrm{dB}$ sont les ω tels que $G_{\,\mathrm{dB}}(\omega) \geq G_{\,\mathrm{dB\,max}} - 3\,\mathrm{dB}$

On peut retrouver ces valeurs avec $|\underline{H}|$, en effet $|\underline{H}|(\omega_c) = \frac{|\underline{H}|_{\max}}{\sqrt{2}}$

On a la **largeur de la bande passante**, $\Delta\omega = \max(\omega) - \min(\omega)$ avec ω dans la bande passante.

Dans un filtre du premier ordre, $\omega_c = \omega_0$ et $\Delta\omega = \omega_0$

A faire

V.4 Filtre d'ordre 2

A faire

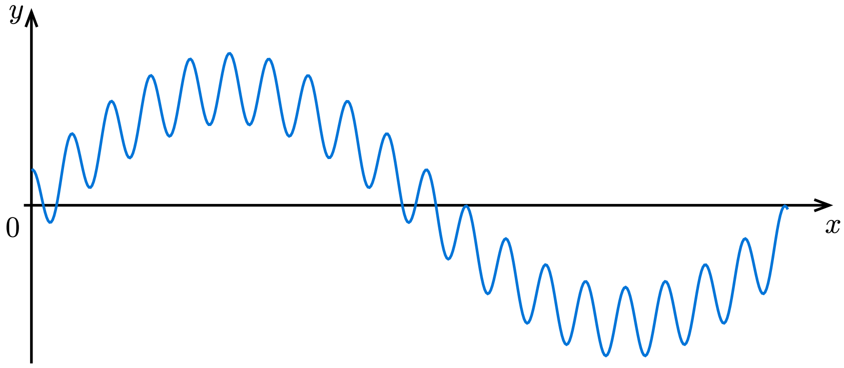
Ondes

I Introduction aux ondes

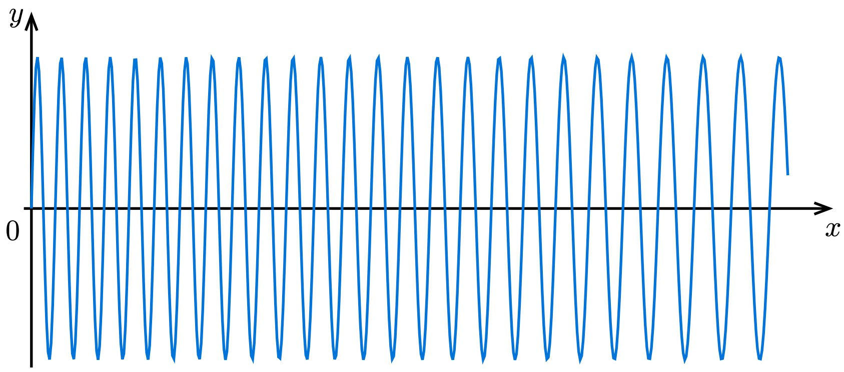
I.1 Définition et exemples

Une **onde progressive** est une perturbation du champ qui se propage de proche en proche sans transport global de matière mais avec transport global d'énergie.

Une one est dit **transverse** si si la perturbation est orthogonale au sens de propagation



Une onde est dite **longitudinale** si cette perturbation est dans le même sens que la direction de propagation



Onde mécanique :
Une **onde mécanique** est une onde qui a besoin d'un milieu matériel pour se propager

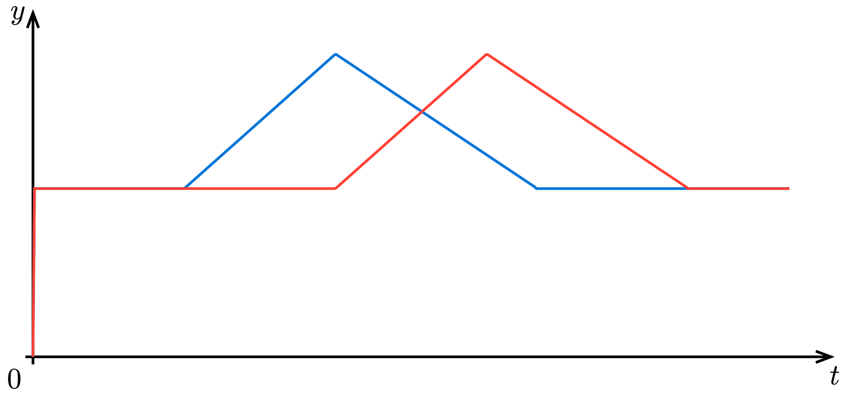
On se limitera à la description de la propagation des ondes dans un milieu illimité, non dispersif et transparent :

- **Illimité** : On néglige les effets de bord
- **Non dispersif** : La vitesse ne dépend pas de la longueur d'onde
- **Transparent** : Pas de perte d'énergie de l'onde vers le milieu

I.2 Célérité, couplage temps/espace

Dans les conditions d'études, une onde unidimensionnelle se propage en se translatant

On a une onde qui se déplace de la manière suivante, en bleu en t_0 et en rouge en $t_1 > t_0$



Forme de l'onde planaire :
Dans le cas d'une onde planaire on a :

$$s(x,t) = F(x \pm vt)$$

avec v la **célérité de l'onde** et F dépendant de la forme de l'onde.

Si l'onde se déplace vers les x croissants on a $x - vt$ et si x se déplace vers les x décroissants on a $x + vt$

Dans le cas **sphérique isotrope** (onde émise dans toutes les directions), on a $s(d,t) = A(d) \times F(d - vt)$

I.3 Ondes planes progressives harmoniques

Une onde **plane** est une onde 3D mais ne nécessitant qu'une seule dimension pour être décrite un plan $P(x,t)$.

Une onde est dite **harmonique** lorsque $P(x,t) = P_0 \cos(k(x \pm vt))$

Le k est appelé **vecteur d'onde** et est de dimension L^{-1} et $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

Relations avec k :
On a $T = \frac{\lambda}{v}$, $f = \frac{v}{\lambda}$ et $\omega = kv$

Une onde harmonique possède une double périodicité : spatiale de longueur d'onde λ et temporelle de périodicité de période T.

Vitesse de phase :
On a $v = \frac{\omega}{k}$, dans notre cas c'est la célérité.

La **surface d'onde** est le lieu des points qui sont dans le même état vibratoire (dans une onde harmonique c'est le lieu des points qui ont la même phase).

I.4 Puissance d'une onde

On définit la **puissance surfacique moyenne d'une onde,** $P_{\text{surf}} = k\langle s^2 \rangle$

On définit aussi la **quantité moyenne d'énergie par unité de temps** qui traverse cette surface, $P = \iint_{\text{surface}} P_{\text{surf}} \, \mathrm{d}s$

Pour une onde plane se déplaçant vers les x croissants, on a $P_{\text{surf}} = k\frac{S_0^2}{2}$

> **Preuve :**
> Soit $s(x,t) = \cos(\omega t - xt + \varphi)$, ainsi $P_{\text{surf}} = k\langle S_0^2\cos^2(...)\rangle = k\frac{S_0^2}{2}$

Dans un volume d'espace, $P_{\text{entrante}} = P_{\text{sortante}}$

> **Preuve :**
> $P_{\text{entrante}} = k\frac{S_e^2}{2}$ et $P_{\text{sortante}} = k\frac{S_s^2}{2}$ or $S_e = S_s$ dans ce cours d'où $P_{\text{entrante}} = P_{\text{sortante}}$

De même, dans un milieu sphérique isotrope, on a $P_{\text{entrante}} = P_{\text{sortante}} = P_{\text{source}}$

> **Preuve :**
> $P_{\text{entrante}} = P_{\text{source}}$ et $P_{\text{sortante}} = P_{\text{surf}} \times 4\pi R^2$ et puisqu'il n'y a pas d'absorption et de stockage, $P_{\text{entrante}} = P_{\text{sortante}} = P_{\text{source}}$

De plus, on a $S = \frac{C}{R}$ avec R le rayon du cercle considéré

I.5 Spectre d'une onde périodique

On considère $s(0,t) = S_0 + \sum_{m=1}^{+\infty} S_m \cos(m\omega t + \varphi_m)$ comme dans le cours d'optique

> **Principe de superposition :**
> Dans un milieu linéaire, l'onde totale qui résulte de plusieurs ondes est la somme des ondes

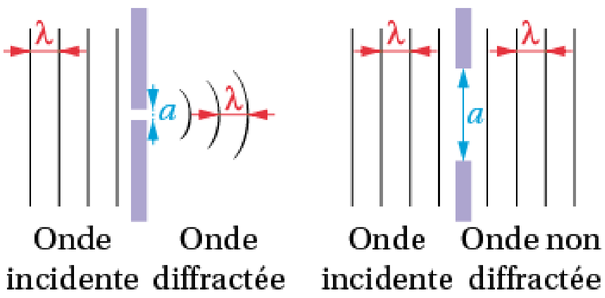
De plus on a la **relation de dispersion** entre k_ω et m_ω, $m_\omega = k_m c$

II Diffraction/Interférences

La **diffraction** et les **interférences** sont deux principes intrinsèques aux ondes qui ne dépendent pas de leur nature.

II.1 Diffraction

La **diffraction** se fait selon le schéma suivant :



Critère de diffraction :
On a le **critère de diffraction** $\frac{\lambda}{a}$ (addimensionné) :

- Si $a < \frac{\lambda}{2}$ il ne se passe rien
- Si $\lambda \approx a$, on a une onde circulaire avec la même pulsation et la même longueur d'onde
- Si $a > \text{qq } \lambda$ on a une onde restreinte angulairement
- Si $a \gg \lambda$ l'onde n'est pas diffractée

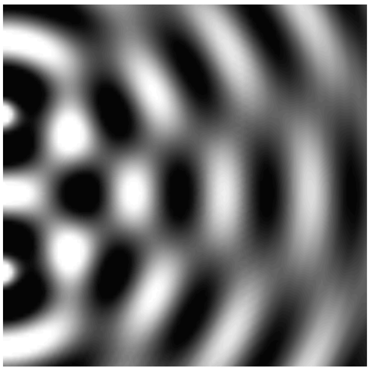
Si $\lambda \leq a$, l'onde est contrainte dans un secteur angulaire d'un demi angle au sommet θ tel que $\sin(\theta) \approx \frac{\lambda}{a}$

II.2 Interférences

Les interférences résultent d'une superposition de plusieurs ondes selon le principe de superposition.

Les **interférences** se font selon le schéma suivant :

Les zones noires sont appelées **inteférences destructives** et les zones blanches sont appelées **interférences constructives**.



L'**intensité** d'une onde est la puissance surfacique.

On a la représentation complexe d'une onde, $s = S\cos(\omega t + \varphi(M))$ d'où $\underline{s} = S\exp^{j(\omega t + \varphi(M))}$

Formule de Fresnel :
On a la **formule des interférences** ou **de Fresnel** en considérant 2 ondes harmoniques de même pulsation :

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos(\varphi_1(M) - \varphi_2(M))$$

Preuve :
On a $\underline{s} = \underline{s_1} + \underline{s_2}$ d'où $S^2 = |\underline{u}|^2 = \left(\underline{s_1} + \underline{s_2}\right)\left(\underline{s_1}^* + \underline{s_2}^*\right) = \underline{s_1}\underline{s_1}^* + \underline{s_2}\underline{s_2}^* + \underline{s_1}\underline{s_2}^* + \underline{s_1}^*\underline{s_2}$

Et $S_1 e^{j(\omega t - \varphi_1)} S_2 e^{-j(\omega t - \varphi_2)} + S_1 e^{-j(\omega t - \varphi_1)} S_2 e^{j(\omega t - \varphi_2)} = S_1 S_2 \left[e^{j(\varphi_1 - \varphi_2)} + e^{-j(\varphi_1 - \varphi_2)}\right] = 2S_1 S_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)$

D'où $S^2 = S_1^2 + S_2^2 + 2S_1 S_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)$

Soit $\frac{k}{2}S^2 = \frac{k}{2}S_1^2 + \frac{k}{2}S_2^2 + 2\left(\sqrt{\frac{k}{2}}S_1\right)\left(\sqrt{\frac{k}{2}}S_2\right)\cos(\varphi_1 - \varphi_2)$

Donc on a bien $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos(\varphi_1 - \varphi_2)$

On remarque donc bien que si $I_1 = I_2 = I_0$, on a $I = 2I_0(1 + \cos(\Delta\varphi))$

Si les deux ondes sont en phase, on a $\cos(\Delta\varphi) = 1$ d'où $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}$ ou encore $I = 4I_0$ sous les hypothèses précédentes. On dit dans ce cas qu'on a des **inteférences constructives**.

Si les deux ondes sont opposition en phase, on a $\cos(\Delta\varphi) = -1$ d'où $I = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$ ou encore $I = 0$ sous les hypothèses précédentes. On dit dans ce cas qu'on a des **inteférences destructives**.

✎ A faire (Voir pour expliciter les expressions des trous d'Young)

III La lumière onde

III.1 Généralités

Dans le point de vue ondulatoire, la lumière est une onde se déplaçant à $299\,792\,458\,\mathrm{m\,s^{-1}}$

La plupart des diélectriques suivent la **loi de Cauchy**, $n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2}$, $A > 0$ dépendant du matériau et B dépendant du diélectrique

On parle de **diélectrique dispersent** une dispersion de la lumière avec λ dans le prisme arc-en-ciel.

Souvent on fera l'hypothèse que cette dispersion est négligeable.

III.2 Modèle scalaire

La lumière est une onde scalaire $\left(\vec{E}, \vec{B}\right)$ (3D) mais on se place en 1D en disant que la lumière est de forme $s(x, y, z, t)$

Dans le cas d'un milieu homogène et d'une onde plane harmonique avec λ_0 la longueur d'onde dans le vide on a $\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$ et $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{\lambda_0} n$

> **Preuve :**
> Le milieu est linéaire, d'òu on a $\omega_{\text{vide}} = \omega_{\text{diélectrique}} = \omega$ avec $\omega = ck_0 = c\frac{2\pi}{\lambda_0}$ dans le vide et $\omega = \frac{c}{n} k = \frac{c}{n}\frac{2\pi}{\lambda}$
> Ainsi $\frac{c}{n}\frac{2\pi}{\lambda} = c\frac{2\pi}{\lambda_0}$ d'où $n\lambda = \lambda_0$ soit $\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$

Dans un milieu homogène, le **chemin optique** est $L_{\text{AB}} = nx$

Expression générale du chemin optique :
Dans un milieu inhomogène, le chemin optique est $L_{\text{AB}} = \int_A^B n \, \mathrm{d}l$

Retard de phase :
On a le **retard de phase** entre A et B noté $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} L_{\text{AB}}$

> **Preuve :**
> On a $\Delta\varphi = \frac{\Delta t}{T} \times 2\pi = \frac{1}{cT} \times L_{\text{AB}} = \frac{2\pi}{\lambda_0} L_{\text{AB}}$ car $cT = \lambda_0$

III.3 Diffraction

A faire

III.4 Interférences

A faire

Mécanique

I Cinématique du point

A faire

II Dynamique du point

A faire

III Énergétique du point

A faire

IV Introduction à la dynamique des particules chargées

A faire

V Loi du moment cinématique

A faire

VI Mouvement dans un champ de force newtonien

A faire

VII Mécanique du solide

A faire

Thermodynamique

I Introduction à la thermodynamique

I.1 Généralités

On a $\mathcal{N}_A = 6.02 \times 10^{23}\,\mathrm{mol}^{-1}$ la constante d'Avogadro

Les 3 états de la matière :

- **Solide** : Particules assez ordonnées, proches et peu mobiles (incompressible et indéformable)
- **Liquide** : Particules très désordonnées, proches et très mobiles (incompressible et déformable)
- **Gaz** : Particules très désordonnées, éloignées et très mobiles (compressible et déformable)

On parle d'un **fluide** pour un gaz ou un liquide et d'une **phase condensée** pour un liquide ou un solide.

I.2 Variables d'état

Une **variable d'état** est une grandeur permettant de décrire l'équilibre thermodynamique d'un système.

Une grandeur est dite **extensive** si elle dépend de la taille du système (volume par ex) et **intensive** si ce n'est pas le cas (pression par ex), à noter que le produit de 2 grandeurs extensives donne une grandeur intensive.

I.2.a Pression

La **pression** est une variable d'état en Pascal (Pa) avec $1\,\mathrm{bar} = 10^5\,\mathrm{Pa}$, est intensive et est causée par des chocs particulaires sur la paroi

Force de pression :
On a $\vec{F} = PS\vec{u}$ avec $\vec{u}$ orienté vers l'extérieur de fluide dans le cas d'une paroi plane

Si on a une paroi non plane on a $\vec{F} = \int PdS\vec{u}$ avec $\vec{F} = PS\vec{u}$ si la pression est uniforme

I.2.b Température

La température s'exprime en Kelvin (K), avec $T > 0\,\mathrm{K}$ et $0\,°\mathrm{C} = 273.15\,\mathrm{K}$, est intensive et provient d'une agitation moléculaire.

On a $E_c = \frac{3}{2}k_B T$ l'énergie thermique moléculaire avec $k_B = \frac{R}{\mathcal{N}_A}$ la constante de Boltzmann.

I.3 Équilibre thermodynamique

On atteint un état d'équilibre thermodynamique quand les propriétés macroscopiques du système n'évoluent plus, ainsi on a :
- Équilibre mécanique avec l'extérieur
- Équilibre thermique
- Équilibre radiatif
- Équilibre chimique

A l'équilibre thermodynamique un système voit ses variables d'état liées par une relation d'état

I.4 Modèle des gaz parfaits

Gaz parfait :
On parle d'un gaz parfait pour un gaz composé de particules ponctuelles sans intéraction entre elles.

Équation des gaz parfaits :
On a à l'équilibre thermodynamique : $PV = nRT$ avec $R = 8.31\,\mathrm{J\,K^{-1}\,mol^{-1}}$ la constante des gaz parfaits.

II Premier principe

II.1 Énergie interne, capacité thermique à volume constant

On note U l'**énergie interne** d'un système thermique, c'est une fonction d'état additive et extensive s'exprimant en Joule.

1ère loi de Joule :
Dans le cas d'un gaz parfait, $U = A \times T$ avec A une constante

A noter qu'il y a énormément d'énergie stockée de manière interne.

On défini la **capacité thermique** à volume fixé par $C_v = \frac{\partial U}{\partial T}\Big|_V$ et dans le cas d'un GP on a $C_v = \frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}T}$, et est additive, extensif et s'exprime en $\mathrm{J\,K^{-1}}$

Expression de ΔU :
On a $\Delta U = \int_{T_i}^{T_f} C_v dT = C_v \Delta T$

II.2 Premier principe

Premier principe :
Dans un système fermé évoluant entre des états d'équilibre on a $\Delta\left(E_{m_{\text{macro}}} + U\right) = W + Q$ d'où dans la plupart des cas :

$$\Delta U = W + Q$$

Dans le cas infinitésimal on a $dU = \delta W + \delta Q$

Avec W le travail reçu par le système ($W > 0$ si récepteur et moteur sinon) et Q le transfert thermique ($Q > 0$ reçoit et fournit sinon).

Il faut bien penser à définir le système pour utiliser le premier principe

II.3 Types de transformations

- **Adiabatique** : Sans transfert thermique ($Q = 0$)
- **Monobare** : Au contact d'un système qui fixe la pression
- **Monotherme** : Au contact d'un système de température fixée (un thermostat)
- **Quasi statiques** : État d'équilibre au cours de toute la transformation
- **Système Calorifugé** : Limite les échanges de chaleur
- **Isochore** : V constant
- **Isotherme** : T constant
- **Isobare** : P constant

On a 3 types de transfert thermiques :

- **Convection**
- **Conduction**
- **Rayonnement**

II.4 Travail des forces de pression

Travail des forces de pression :
On a $\delta W = -P_{\text{ext}} dV$ donc $W = \int -P_{\text{ext}} dV$

Preuve :
On a $\overrightarrow{F_p} = -P_{\text{ext}} S \vec{e_x}$ d'où on a $\delta W = \overrightarrow{F_p} \cdot dx\vec{e_x} = -P_{\text{ext}} S dx = -P_{\text{ext}} dV$

II.4.a Cas isochore

On a $dV = 0$ d'où $W = 0$

II.4.b Cas isotherme

On a $\Delta U = 0$ d'où $W = -Q$

II.4.c Mécanique réversible

On a $P_{\text{ext}} = P$ car on a toujours un état d'équilibre, d'où :

- Isobare : On a $W = -P\Delta V$
- Isotherme : On a $W = -nRT \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$

Preuve :
En effet $W = \int -P_{\text{ext}} dV = \int -P dV = \int -nRT \frac{dV}{V} = -nRT \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$

II.5 Diagramme de Watt

On peut représenter l'évolution sur un graphe (V, P), ainsi le travail correspond à l'aire sous le chemin parcouru.

Si un cycle est parcouru dans le sens trigonométrique, on a un récepteur et si il est parcouru dans le sens horaire on a un moteur

II.6 Enthalpie

On a l'**enthalpie** une fonction d'état additive et extensive telle que $H = U + PV$

2e loi de Joule :
Dans le cas d'un gaz parfait, $H = A \times T$ avec A une constante

Ainsi on a le second principe :

Premier principe monobare :
Dans un système fermé évoluant entre des états d'équilibre avec une transformation monobare on a $\Delta\left(E_{m_{\text{macro}}} + H\right) = W_u + Q$ d'où dans la plupart des cas :

$$\Delta H = W_u + Q$$

Preuve :
On a $\Delta\left(E_{m_{\text{macro}}} + U\right) = W_u + W_{\text{pression}} + Q$ or $W_{\text{pression}} = -\Delta(PV) = 0$, ainsi on a la propriété recherchée

Avec W_u la puissance utile des autres forces (souvent nulles d'où $\Delta H = Q$ dans certains cas)

On définit la capacité thermique à pression fixée par $C_p = \frac{\partial H}{\partial T}\Big|_P$ et $C_p = \frac{\mathrm{d}H}{\mathrm{d}T}$ dans le cas d'un GP.

Expression de ΔH :
On a $\Delta H = \int_{T_i}^{T_f} C_p dT = C_p \Delta T$

Dans le cas des phases condensées on a $PV \ll U$ d'où $U = H$ ainsi $C_p = C_v = C$

Relation de Mayer :
Dans le cas d'un gaz parfait on a $C_p = C_v + nR$

Preuve :
On a $\Delta U + \Delta(PV) = C_v \Delta T + nR\Delta T$ d'où $C_p \Delta T = C_v \Delta T + nR\Delta T$ ce qui conclut

On pose $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$

Expression de C_v et C_p :
Dans le cas d'un gaz parfait on a $C_v = \frac{nR}{\gamma - 1}$ et $C_p = \frac{\gamma nR}{\gamma - 1}$

Preuve :
On a $C_p = \gamma C_v = C_v + nR$ d'où $C_v(\gamma - 1) = nR$ ainsi $C_v = \frac{nR}{\gamma - 1}$ et $C_p = \frac{nR}{\gamma - 1}$

III Second principe

III.1 Entropie et second principe

On considère un système fermé avec un ou plusieurs thermostats, ainsi il existe une fonction d'état appelée **entropie** notée S, additive et extensive en $\mathrm{J\,K^{-1}}$ qui est une mesure du désordre.

Second principe :
Dans un tel système, on a $\Delta S = S_{\text{créée}} + S_{\text{échangée}}$ avec $S_c \geq 0$

Dans le cas infinitésimal on a donc $dS = \delta S_c + \delta S_e$ et à l'équilibre on a $\delta S_c = \delta S_e = 0$

Expression de S_e :
On a $S_e = \sum_{\text{thermostats}} \frac{Q_i}{T_i}$

L'entropie d'un système isolé augmente nécessairement au cours d'une transformation thermodynamique

Preuve :
Isolé implique $\delta Q_i = 0$ d'où $S_e = 0$ ainsi $\Delta S = S_c \geq 0$

Une transformation adiabatique réversible ne modifie pas l'entropie

Preuve :
On a $\Delta S = \cancel{\sum_{\text{thermostats}} \frac{Q_i}{T_i}} + \cancel{S_c}$ car $Q_i = 0$ (adiabatique) et $S_c = 0$ pour ne pas contredire le caractère réversible

III.2 Irréversibilité d'une transformation thermodynamique

Une transformation est dite **irréversible** si elle n'a lieu que dans un sens.

Une transformation est **réversible** si on peut en inverser le sens par changement infinitésimal des contraintes extérieures. Ces transformations extérieures sont lentes (quasi statiques) et $S_c = 0$

On a irréversibilité si :
- Inhomogénéité de température
- Gradient de pression
- Réaction chimique
- Frottement

III.3 Identité thermodynamique (HP)

Identité thermodynamique (HP) :
Dans un système fermé avec uniquement des forces de pression on a $dU = TdS - PdV$

Preuve :
On a $dU = \delta Q + \delta W = \delta Q - P_{\text{ext}} dV \underset{(\text{rév})}{=} \delta Q - PdV$ et $dS = \cancel{\delta S_c}_{(\text{rév})} + \delta S_e = \frac{\delta Q}{T_{\text{th}}}$ avec $T_{\text{th}} = T$ car réversible. D'où $\delta Q = TdS$ ainsi $dU = TdS - PdV$

III.4 Entropie des gaz parfaits, lois de Laplace

Variation d'entropie :
On a :

$$\Delta S = \frac{nR}{\gamma - 1}\ln\left(\frac{T}{T_0}\right) + nR\ln\left(\frac{V}{V_0}\right)$$

$$\Delta S = \frac{nR}{\gamma - 1}\ln\left(\frac{P}{P_0}\right) + \frac{\gamma nR}{\gamma - 1}\ln\left(\frac{V}{V_0}\right)$$

$$\Delta S = \frac{\gamma nR}{\gamma - 1}\ln\left(\frac{T}{T_0}\right) - nR\ln\left(\frac{P}{P_0}\right)$$

Lois de Laplace :
Dans le cas d'une transformation adiabatique réversible d'un gaz parfait on a :
- $PV^{\gamma} =$ cst
- $TV^{\gamma-1} =$ cst
- $T^{\gamma}P^{1-\gamma} =$ cst

> **Preuve :**
> On retient la première et on retrouve avec $PV = nRT$

Ainsi sur un diagramme de Watt, le courbe est plus marquée pour une transformation adiabatique

III.5 Entropie des phases condensées

Entropie des phases condensées :
On a $S(T) = S(T_0) + C\ln\left(\frac{T}{T_0}\right)$ d'où $\Delta S = C\ln\left(\frac{T}{T_0}\right)$

IV Flux thermiques

IV.1 Flux thermique, puissance

Flux thermique :
Un flux est un échange de chaleur par unité de temps algébrique, on a $\Phi = \frac{\delta Q}{dt}$, et on peut définir $\Phi_{\text{surf}} = \frac{\delta Q}{dtdS}$

On a Φ en W et Φ_{surf} en $\mathrm{W\,m^{-2}}$

IV.2 Échanges conductifs

Flux conductif :
Dans le cas d'un échange convectif (c'est à dire via une paroi) entre 2 systèmes, on a $\Phi = \frac{1}{R}\Delta T$ avec R la résistance thermique

Résistance thermique :
Une résistance thermique est homogène à $\mathrm{K\,W^{-1}}$, et on a $R = \frac{e}{S\lambda}$ avec e l'épaisseur, S la surface et λ la conductivité thermique

La conductivité thermique s'exprime en $\mathrm{W\,m^{-1}\,K^{-1}}$, plus la conductivité est grande moins on isole.

On a $G = \frac{1}{R}$ la conductance.

Les résistances thermiques ont le même comportement qu'en électricité, ainsi en série on a $R_{\mathrm{AB}} = R_A + R_B$ et en parallèle $\frac{1}{R_{\mathrm{AB}}} = \frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_B}$.

> **Preuve :**
> - Série : On a $\Phi = \Phi_A = \Phi_B$ avec $\Phi_A = \frac{T_A - T_*}{R_A}$ et $\Phi_B = \frac{T_* - T_B}{R_B}$
>   Ainsi on a $T_A - T_B = T_A - T_* + T_* - T_B = R_A\Phi_A + R_B\Phi_B = (R_A + R_B)\Phi$
> - Parallèle : On a $\Phi_A = \frac{1}{R_A}\Delta T$ et $\Phi_B = \frac{1}{R_B}\Delta T$, et $\Phi = \Phi_A + \Phi_B = \left(\frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_B}\right)\Delta T$

IV.3 Échanges conductovectifs

On considère un fluide et un solide et leurs échanges thermiques

Loi thermique de Newton :
On a $\Phi_{\mathrm{surf}} = h(T_{\mathrm{surf}} - T_{\mathrm{ext}})$ avec h le coefficient de transfert en $\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-1}}$, h étant plus grand pour un liquide que pour un gaz.

De manière analogue on peut définir $\frac{1}{R} = Sh$

IV.4 Analogie électrique

On a l'analogie suivante :

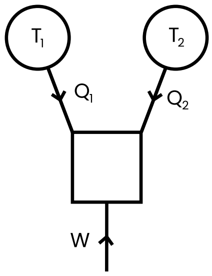
Thermodynamique	Électricité
ΔT	U ou ΔV
Φ	I
$\Delta T = R\Phi$	$U = RI$

Ainsi on peut représenter des problèmes thermodynamiques avec des circuits électriques

V Machines thermiques

V.1 Description générale d'une machine thermique cyclique

On parle d'un système **cyclique** si il décrit un cycle



On représente ainsi une machine cyclique, avec $T_1, \ldots, T_n$ les thermostats. Le système est en convention récepteur sur le schéma.

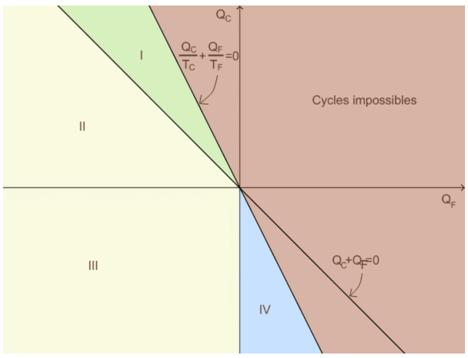
Inégalité de Carnot :
Pour un système au contact de plusieurs thermostats, on a $\sum_{\text{thermostats}} \frac{Q_i^{\text{cycle}}}{T_i} \leq 0$, et si il est réversible $\sum_{\text{thermostats}} \frac{Q_i^{\text{cycle}}}{T_i} = 0$

Preuve :
On a $\Delta S = S_c^{\text{cycle}} + S_e^{\text{cycle}} = 0$ (car S est une fonction d'état) d'où $\sum_{\text{thermostats}} \frac{Q_i^{\text{cycle}}}{T_i} = -S_c \leq 0$

V.2 Les moteurs

Second principe selon Thomson :
Un système au contact avec une seule source de chaleur, ne peut au cours d'un cycle que recevoir du travail et fournir de la chaleur

Preuve :
On a moteur d'où $W < 0$, avec l'inégalité de Carnot on a $\frac{Q}{T} \leq 0$ et le premier principe nous dit que $0 = Q + W$ d'où $W = -Q \geq 0$ ce qui est contradictoire



Pour étudier un moteur on peut utiliser le diagramme de Raveau avec les zones suivantes :

- **I** : Fonctionnement moteur, $Q_c \geq 0$ et $Q_f \leq 0$ car on prélève de l'énergie à la source chaude
- **II/III** : Sans intêret

- **IV** : Fonctionnement récepteur, $Q_f \geq 0$ et $Q_c \leq 0$ car on prélève de l'énergie à la source froide

V.3 Rendement, efficacité

Rendement ou efficacité :
On définit le rendement dans le cas d'un moteur et l'efficacité dans le cas d'un récepteur de la manière suivante :

$$\eta = \frac{\text{énergie valorisable}}{\text{énergie couteuse}}$$

Ainsi on a le tableau suivant :

Type de machine	Rendement/Efficacité
Moteur	$\eta = -\frac{W}{Q_c}$
Réfrigirateur	$\eta = \frac{Q_f}{W}$
Pompe à chaleur	$\eta = -\frac{Q_c}{W}$

Rendement de Carnot :
Pour un moteur ditherme son rendement maximal est :
$\eta_c = 1 - \frac{T_F}{T_C}$ avec $\eta \leq \eta_c$

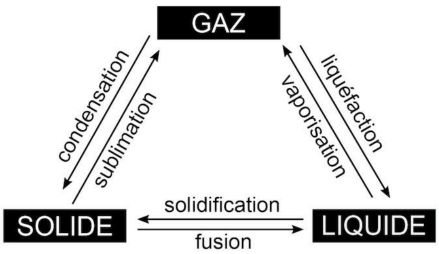
Preuve :
On a $Q_F + Q_C + W = 0$, $\frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_F}{T_F} \leq 0$ et $\eta = -\frac{W}{Q_C}$

D'où $\eta = \frac{Q_C + Q_F}{Q_C} = 1 + \frac{Q_F}{Q_C}$ or $Q_F \leq -Q_C \frac{T_F}{T_C}$ d'où $\eta \leq 1 - \frac{T_F}{T_C}$

A faire (Efficacité de Carnot)

VI Changement de phase du corps pur

Une **phase** est une partie d'un système dont les variables intensives sont continues



VI.1 Échauffement isobare d'un corps pur

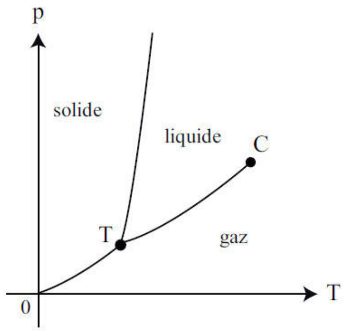
La **température d'ébullition** est la température d'équilibre liquide vapeur (ie les 2 coexistent)

La **température de fusion** est la température d'équilibre solide liquide (ie les 2 coexistent)

La **pression de vapeur saturante** est la pression d'équilibre liquide vapeur

Dans le cas des corps purs, on a $P_{\text{vap}} = f(T_{\text{ébul}})$

VI.2 Diagramme (P, T), Clapeyron



T représente le **point triple**, c'est à dire le point où on a équilibre vapeur solide liquide

C représente le **point critique**, c'est à dire au delà duquel il n'y a plus de différence entre état liquide et gazeux (on parle de **fluide supercritique**)

En regardant le diagramme de Clapeyron on a des informations sur l'état du système considéré, et on peut se rendre compte que de l'eau se liquéfie sous l'effet de la compression

VI.3 Diagramme (P, v), isotherme d'Andrews

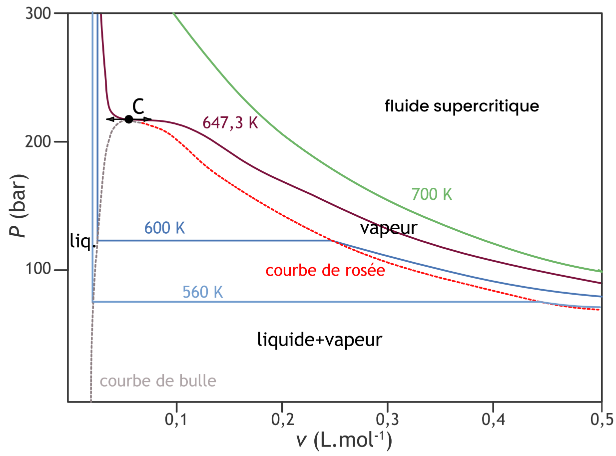


Figure 36: Un isotherme d'Andrews

On voit sur le diagramme qu'au dessus de C on ne passe pas par l'équilibre liquide vapeur. De plus on appelle la courbe noire l'**isotherme critique**.

Théorème des moments chimiques :
On peut retrouver x_{gaz} et x_{liq} les titres en vapeur et en liquide (ie les pourcentages en terme de quantité de matière).

On a $x_{\text{gaz}} = \frac{n_{\text{gaz}}}{n_{\text{tot}}} = \frac{m_{\text{gaz}}}{m_{\text{tot}}}$ et $x_{\text{liq}} = \frac{n_{\text{liq}}}{n_{\text{tot}}} = \frac{m_{\text{liq}}}{m_{\text{tot}}}$

De plus on a $x_{\text{gaz}} = \frac{v - v_{\text{liq}}}{v_{\text{gaz}} - v_{\text{liq}}}$ et $x_{\text{liq}} = \frac{v_{\text{gaz}} - v}{v_{\text{gaz}} - v_{\text{liq}}}$ d'où $x_{\text{gaz}} + x_{\text{liq}} = 1$ avec $v, v_{\text{gaz}}, v_{\text{liq}}$ les volumes massiques lus sur un isotherme d'Andrews

Preuve :
On a $V = V_g + V_l = m_{\text{tot}} v$ avec v le volume massique moyen, $V_g = m_g v_g$ et $V_l = m_l v_l$
D'où on a $x_l = \frac{m_l}{m_{\text{tot}}}$ ainsi on a $m_g v_g + m_l v_l = m_{\text{tot}} v$ d'où $v_l x_l \cancel{m_{\text{tot}}} + v_g(1 - x_l)\cancel{m_{\text{tot}}} = \cancel{m_{\text{tot}}} v$
d'où $x_l = \frac{v_{\text{gaz}} - v}{v_{\text{gaz}} - v_{\text{liq}}}$

Dans le cas d'un diagramme (P, H) on a aussi $x_l = \frac{h_{\text{gaz}} - h}{h_{\text{gaz}} - h_{\text{liq}}}$

VI.4 Enthalpie et entropie de changement d'état

Lors d'un changement d'état, l'enthalpie présente une discontinuité, ainsi on définit l'**enthalpie de changement d'état** (ou chaleur latente), de même il y a discontinuité de l'entropie.

Variations d'enthalpie/d'entropie :
Soit $\Delta_A h$ l'enthalpie de changement d'état A et $\Delta_A s$ l'entropie de changement d'état A.
On a $\Delta_A H = m\Delta_A h$ et $\Delta_A S = \frac{\Delta_A H}{T_A}$ avec T_A la température de changement d'état.

De plus on a $\Delta_{\text{sub}} h > 0$, $\Delta_{\text{vap}} h > 0$ et $\Delta_{\text{fus}} h > 0$ et $\Delta_{\text{con}} h = -\Delta_{\text{sub}} h$, $\Delta_{\text{liq}} h = -\Delta_{\text{vap}} h$ et $\Delta_{\text{sol}} h = -\Delta_{\text{fus}} h$

D'après l'expression des variations, on en déduit que $S_{\text{gaz}} > S_{\text{liq}} > S_{\text{sol}}$ ce qui est logique d'après la définition de l'entropie

Magnétisme

I Généralités sur le champ magnétique

I.1 Généralités

Le **champ magnétique** est un champ vectoriel $\vec{B}(M,t)$ s'exprimant en Tesla (T). On le mesure avec une sonde à effet Hall.

On a les ordres de grandeurs suivants :
- $B_{\text{Terre}} = 10^{-5}\,\mathrm{T}$
- $B_{\text{aimant}} = (0.1 - 1)\,\mathrm{T}$
- $B_{\text{IRM}} = \text{qqs}\,\mathrm{T}$
- $B_{\text{LABO}} = 10\,\mathrm{T}$

Lignes de champ :
Les **lignes de champ** sont un tracé colinéaire en tout point au champ magnétique.

Leur principal intêret est la lisibilité et que la distance entre les lignes de champ varie comme l'inverse de l'intensité du champ.

Propriété HP : Les lignes de champ sont orthogonales aux lignes iso-champ.

Propriétés des lignes de champ :
- 2 lignes de champ ne se croisent pas, **sauf si le champ est nul localement**
- Dans le cas des lignes de champ magnétiques elles sont toujours bouclées sur elles-même.

I.2 Dépendance courant électrique et lignes de champ

Champ magnétique créé par un circuit :
Un circuit parcouru par un courant constant (ou lentement variable) crée un champ magnétique constant (ou lentement variable) $\vec{B}(pos, I)$ proportionnel à I

Pour trouver le sens des lignes de champ on utilise la règle de la main droite : on oriente son pouce dans le sens du courant et les lignes de champ vont dans le sens de repliement des mains.

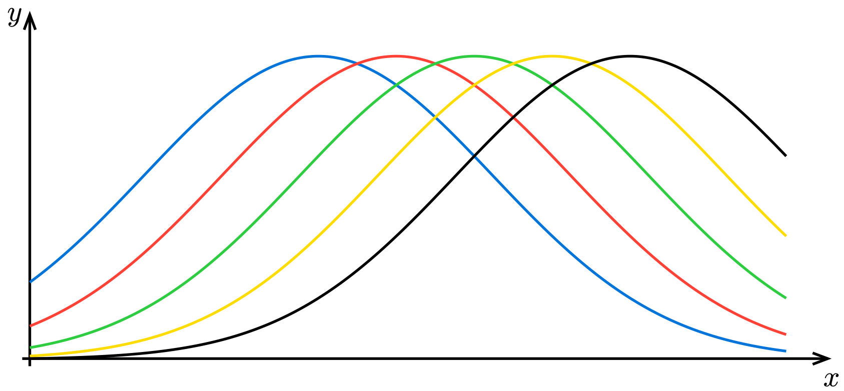
Un fil infiniment mince crée un champ magnétique $\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2r}\vec{e_\theta}$ avec I orienté vers $z > 0$ et $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}\,\mathrm{H\,m^{-1}}$ la permittivité magnétique du vide.

Un **spire** est un fil circulaire.

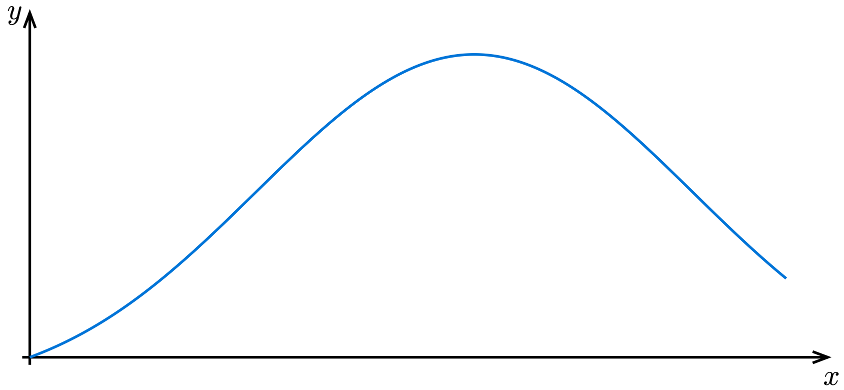
Théorème de superposition :
Dans un milieu linéaire, le champ magnétique total est la somme (la superposition) de chaque $\vec{B}_i$ créé par chaque source de $\vec{B}$ prise indépendamment. On a donc :

$$\vec{B} = \sum_{\text{sources}} \vec{B}_i$$

Dans le cas d'une série de spires, on a pour chaque spire la courbe suivante :



D'où pour $\vec{B}$ on a :



On a donc le champ magnétique dans le solenoïde infini égal à $\vec{B} = \mu_0 ni$ avec n le nombre de spires par unité de longueur et i l'intensité

I.3 Champ magnétiques continus dans la nature

Dans la nature il est possible de trouver des champs magnétiques. Certains matériaux possèdent la propriété d'être aimantés ou magnétisables. C'est lié à une propriété magnétique des électrons, le *spin*.

La Terre en est un bon exemple, le noyau externe constitue un champ magnétique sous l'effet d'un mouvement convectif.

I.4 Moment magnétique, dipôle magnétique

Moment magnétique :
Dans le cas d'une spire parcourue par un courant I, on a :

$$\vec{\mu} = IS\vec{u}$$

avec S l'aire du disque, $\vec{u}$ un vecteur unitaire.

On a $[\vec{\mu}] = \mathrm{A\,m^2}$

Le moment magnétique quantifie à quel point l'aimant est "fort"

Couple de Laplace, Energie potentielle :
Un dipôle magnétique de moment $\vec{\mu}$ subit le **couple de Laplace**, $\vec{\Gamma} = \vec{\mu} \wedge \vec{B}$.

Cette intéraction étant conservative, on a $E_p = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$

En champ lointant, $\vec{\mu}$ traduit l'"intensité" de cette source de champ magnétique et même si un aimant ne présente pas de courant électrique, un aimant possède un moment magnétique.

⚠ On a $\vec{\Gamma}$ connu mais pas les forces donc on ne peut pas appliquer un PFD

I.5 Créer un champ magnétique

On peut utiliser des bobines ou un aimant pour créer un champ magnétique.

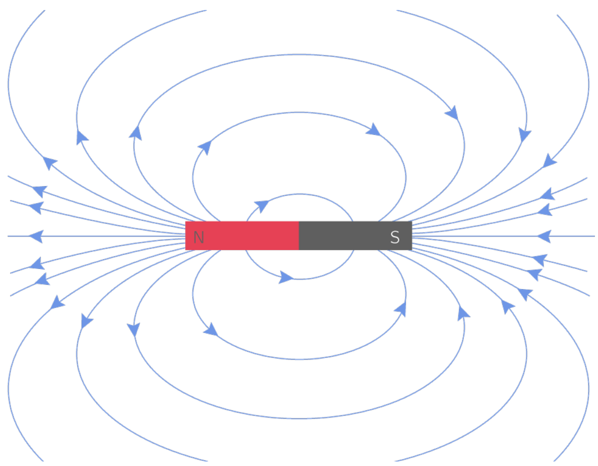
Dans un solénoïde infini, le champ est continu par morceaux sauf si on s'approche trop près du bord.

I.6 Lire une carte magnétique

Lecture d'une carte de champ :
Plus les lignes de champ son proches, plus $\|\vec{B}\|$ est grand.

L'orientation des lignes de champ ou des fils respectent la règle de la main droite

Dans le cas d'un aimant on a :



Fiches TP

I Régression linéaire

I.1 Explication

La régression linéaire consiste à établir une relation linéaire entre une variable dépendante y et une ou plusieurs variables indépendantes $x_1, ..., x_n$.

Pour cela, on utilise Python et les bibliothèques `numpy` et `matplotlib`.

I.2 Comment faire?

I.2.a Importer les bibliothèques

Pour importer les bibliothèques, on utilise la commande `import`.

```python
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
```

I.2.b Créer les données

On considère les listes X et Y suivantes (ces données sont fictives et sont normalement issues d'une expérience réelle) :

```python
X = [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10]
Y = [1, 2.4, 3.6, 4.8, 5.5, 6.5, 7.5, 8.5, 9.5, 10.5]
```

I.2.c Tracer le nuage de points

En physique on ne relie jamais des points expérimentaux par des segments, mais on trace un nuage de points. Pour cela, on utilise la commande `plt.plot` avec `o` comme forme.

```python
plt.plot(X, Y, "o")
plt.label("X (unité)")
plt.ylabel("Y (unité)")

plt.show()
```

I.2.d Réaliser la régression linéaire

Pour réaliser la régression linéaire, on utilise la commande `np.polyfit` qui prend en argument les listes X et Y ainsi que le degré du polynôme (ici 1 car on veut une droite).

```python
a, b = np.polyfit(X, Y, 1)
```

I.2.e Tracer la droite de régression

Pour tracer la droite de régression, on utilise la commande `plt.plot` avec `--` comme forme.

Pour avoir des valeurs régulières en abscisse, on utilise la commande `np.linspace` qui prend en argument la valeur minimale, la valeur maximale et le nombre de valeurs voulues dans l'intervalle.

```python
# Si on veut laisser les points expérimentaux on utilise la commande suivante
plt.plot(X, Y, "o")

# Tracé de la droite de régression
list_x = np.linspace(min(X), max(X), 100) # 100 valeurs entre min(X) et max(X)
plt.plot(list_x, a * np.array(X) + b, "--")
plt.xlabel("X (unité)")
plt.ylabel("Y (unité)")

plt.show()
```

Il est ensuite possible de récupérer les coefficients de la droite de régression avec `a` et `b` et de les afficher.

```python
print("a = ", a)
print("b = ", b)
```

Il est bien sûr aussi possible de les récupérer de manière géométrique avec une règle.

II Instruments d'optique

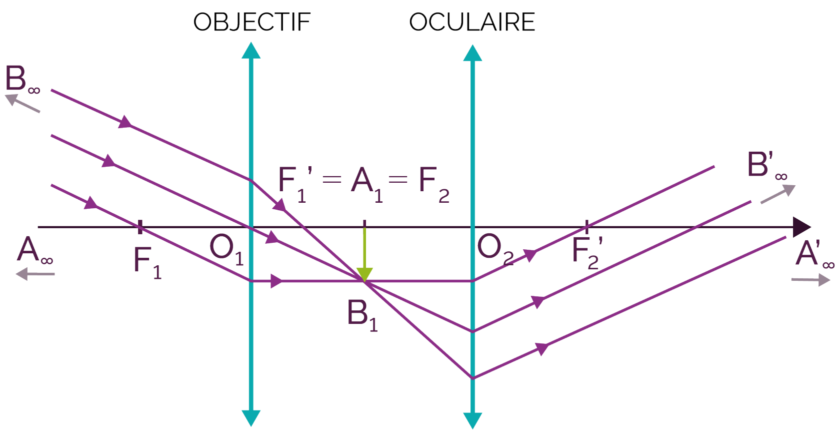
II.1 Viseur

Le viseur est un appareil optique composé de deux lentilles convergentes appelées objectif et oculaire, avec une réticule entre les deux.

L'intérêt du viseur est que tout objet que l'on voit net à travers le viseur est à une même distance, d'où on peut estimer la distance avec un objet.

II.2 Lunette Astronomique

La lunette astronomique est un appareil optique composé de deux lentilles convergentes appelées objectif et oculaire. On a le foyer image de l'objectif qui est le foyer objet de l'oculaire.



Ainsi la lunette permet d'observer une image à l'infini, en la grandissant avec un grandissement G, et de renvoyer une image réelle à l'infini.

II.3 Collimateur

Le collimateur est un appareil optique composé d'une source lumineuse et d'une lentille convergente. Il permet de rendre parallèle un faisceau lumineux.

Pour cela, on place la source lumineuse au foyer principal objet de la lentille convergente.

III Auto–collimation

III.1 Principe

On a une source qui éclaire, les faisceaux lumineux passent par une lentille convergente et se réfléchissent sur un miroir plan. On place un écran dans le plan de l'objet (c'est à dire le plan de la source lumineuse).

III.2 Réalisation

III.2.a Montage

On effectue donc le montage expliqué précédemment.

L'intérêt de l'auto-collimation est de déplacer la lentille pour observer différents phénomènes.

III.2.b Règle des $4f$

Comme vu dans le chapitre d'optique géométrique, on a la règle des $4f$ qui donne une condition pour observer une image.

Si cette condition est respectée, on dispose de 2 positions pour observer une image nette.

IV Euler

IV.1 Présentation

La méthode d'Euler est une méthode de résolution numérique d'équations différentielles. Elle est basée sur le principe de la tangente à la courbe représentative de la solution de l'équation différentielle.

IV.2 Principe algorithmique

On considère une équation différentielle de la forme $y' = f(x, y)$, avec f une fonction continue. On cherche à déterminer une fonction y telle que $y' = f(x, y)$.

On divise l'intervalle $[t_{\min}, t_{\max}]$ en n sous-intervalles de longueur Δt (appelé pas de résolution). Et on a donc $t_k = t_{\min} + k * \Delta t$.

On cherche à déterminer y_k tel que $y_k = y(t_k)$. Puisque l'on connaît y_0 (on connaît $y(t_{\min})$), on peut déterminer tous les y_k en utilisant la relation de récurrence suivante :

$$y_{k+1} = y_k + f(t_k, y_k) * \Delta t$$

IV.3 Exemple d'application

On considère la fonction `euler` suivante :

```python
def euler(F, y_0, tmin, tmax, dt):
    list_t = np.arange(tmin, tmax + dt, dt)
    N = len(list_t)
    y = np.zeros(N)

    y[0] = y_0

    for k in range(N - 1):
        y[k + 1] = y[k] + F(y[k], tmin + k * dt) * dt

    return list_t, y
```

On considère l'équation différentielle $y' = y$ avec $y(0) = 1$.

On a donc $f(x, y) = y$ et $y_0 = 1$.

On peut donc définir la fonction `F` suivante :

```python
def F(y, x):
    return y
```

On peut alors tracer la solution de l'équation différentielle sur l'intervalle $[0, 10]$ avec un pas de résolution de 0.1 (valeurs prises pour l'exemple) :

```python
import matplotlib.pyplot as plt

t, y = euler(F, 1, 0, 10, 0.1)

plt.clf()
plt.figure()

plt.plot(t, y, ".") # On ne relie pas les points en physique
plt.xlabel("X (unité)")
plt.ylabel("Y (unité)")

plt.legend()

plt.show()
```

Il sera donc possible de visualiser l'allure de la solution de l'équation différentielle.

IV.4 Bonnes pratiques

Il faut toujours vérifier que le pas de résolution est suffisamment petit pour que la solution obtenue soit proche de la solution réelle.

Si le pas de résolution est trop grand, la solution obtenue sera très éloignée de la solution réelle.

Mais si le pas de résolution est trop petit, le temps de calcul sera très long.

Il faut donc trouver un compromis entre la précision de la solution et le temps de calcul.

V Multimètre

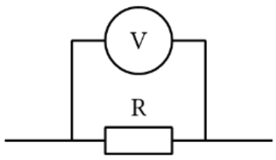
V.1 Présentation

Le multimètre est un appareil de mesure qui permet de mesurer des grandeurs électriques telles que la tension, l'intensité ou la résistance. On appelle voltmètre la partie du multimètre qui permet de mesurer la tension, ampèremètre la partie qui permet de mesurer l'intensité et ohmmètre la partie qui permet de mesurer la résistance.

V.2 Voltmètre

Pour mesurer la tension aux bornes d'un dipôle, il faut brancher le voltmètre en dérivation du dipôle.

Il faut brancher le $+$ sur la borne Ω et le $-$ sur la borne COM.



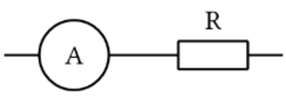
Pour avoir une mesure correcte, il faut que le voltmètre ait une résistance interne très grande devant la résistance du dipôle. (Le voltmètre est modélisé par un interrupteur ouvert.)

Il est aussi possible d'ajuster le *RANGE* du voltmètre pour avoir une mesure avec différents ordres de grandeur.

V.3 Ampèremètre

Pour mesurer l'intensité qui traverse un dipôle, il faut brancher l'ampèremètre en série avec le dipôle.

Il faut brancher le $+$ sur la borne mA (ou μA) et le $-$ sur la borne COM.



Pour avoir une mesure correcte, il faut que l'ampèremètre ait une résistance interne très faible devant la résistance du dipôle. (L'ampèremètre est modélisé par un fil.)

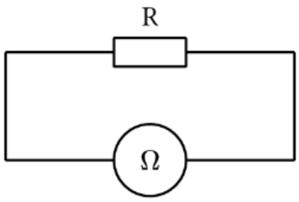
Il est aussi possible d'ajuster le *RANGE* de l'ampèremètre pour avoir une mesure avec différents ordres de grandeur.

⚠ Il est très important de faire attention aux valeurs maximales que peut mesurer l'ampèremètre. Si le courant est trop fort, l'ampèremètre peut être endommagé.

V.4 Ohmmètre

Pour mesurer la résistance d'un dipôle, il faut brancher l'ohmmètre en série avec le dipôle. Il faut que le dipôle ne soit pas alimenté.

Il faut brancher le $+$ sur la borne Ω et le $-$ sur la borne COM.



Il est aussi possible d'ajuster le *RANGE* de l'ohmmètre pour avoir une mesure avec différents ordres de grandeur.

⚠ Il est primordial de ne pas alimenter le dipôle pour utiliser l'ohmmètre.

VI Pont de Wheatstone

VI.1 Présentation

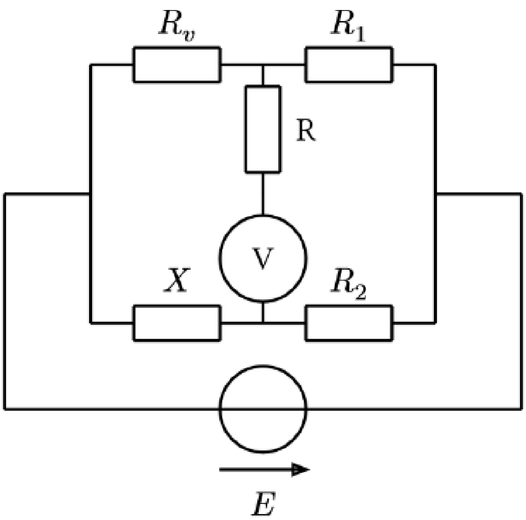
Le pont de Wheatstone est un montage électrique utilisé pour mesurer une résistance inconnue. Il est composé de quatre résistances, dont une inconnue, et d'une source de tension. Il est utilisé dans de nombreux domaines, notamment en physique pour mesurer la résistance d'un conducteur, ou en médecine pour mesurer la résistance de la peau.

VI.2 Principe

Le principe du pont de Wheatstone est de mesurer la valeur de la résistance inconnue en équilibrant le pont. Pour cela, on utilise un voltmètre pour arriver à l'équilibre. On peut alors déterminer la valeur de la résistance inconnue à partir des valeurs des autres résistances.

VI.3 Montage

Le montage du pont de Wheatstone est le suivant :



VI.4 Équilibre du pont de Wheatstone

Pour que le pont de Wheatstone soit équilibré, il faut que la tension aux bornes du voltmètre soit nulle. On a alors :

$$\frac{R_v}{X} = \frac{R_1}{R_2}$$

VI.5 Mesure de la résistance inconnue

On peut alors déterminer la valeur de la résistance inconnue à partir des valeurs des autres résistances :

$$X = \frac{R_2 R_v}{R_1}$$

VII Oscilloscope

VII.1 Présentation

L'oscilloscope est un appareil de mesure qui permet de visualiser des signaux électriques. Il est composé d'un écran sur lequel on peut voir le signal, de boutons pour régler les paramètres de mesure et de sondes pour connecter l'oscilloscope au circuit à mesurer.

VII.2 Montage

VII.2.a Schématisation

L'oscilloscope se schématise donc par $\underset{1}{\uparrow}$, $\underset{2}{\uparrow}$ et une masse, chaque flèche représentant une voie de mesure.

Ici sur le schéma, la voie 1 mesure E et la voie 2 mesure U aux bornes du condensateur.

VII.2.b Spécificité

Le condensateur étant relié à la Terra, il est important de faire attention aux branchements notamment celui de la masse. C'est pour cette raison qu'on respectera le code couleurs des fils.

VII.3 Utilisation

VII.3.a Allumage et branchements

Quand on allume l'oscilloscope, les boutons vont clignoter. Il faut alors attendre que l'oscilloscope soit prêt, quand le bouton STOP est en vert.

Il est ensuite possible de braancher 2 voies et de les allumer ou non avec les boutons portant leur numéro.

VII.3.b Réglage horizontal

Il est possible d'ajouter un retard à l'oscilloscope en tournat le petit bouton “horizontal”

L'échelle est quand à elle changeable via le grand bouton “horizontal”

VII.3.c Réglage vertical

L'échelle verticale (soit celle de l'amplitude des signaux) est réglable avec le bouton au dessus de celui pour activer/désactiver une voie.

De même il est possible de translater une voie avec le bouton en dessous de chaque voie.

VII.3.d Seuil

Il y a une molette seuil permettant de changer la valeur seuil, c'est à dire la valeur pour stabiliser l'oscilloscope.

VII.3.e Curseurs

Le bouton CURSOR permet d'ajouter des curseurs sur les axes X et Y afin de faire des mesures précises, c'est notamment utile pour trouver une période ou un amplitude

VII.3.f Meas

La fonction MEAS permet de traiter directement dans l'oscilloscope, elle permet de trouver un déphasage, une amplitude ou une période sans avoir à s'embêter avec des curseurs.

Cette méthode est plus simple et plus précise.

VII.3.g Type d'acquisition

En TP on utilise normalement le mode d'acquision "normal" mais si l'oscilloscope a un comportement étrange il est possible d'utiliser la fonction de moyennage qui permet de lisser le signal.

A noter aussi que si l'oscilloscope est vraiment trop étrange, il est possible de le réinitialiser ou de le brancher sur une source externe (en utilisant un GBF par exemple).

VIII Monte–Carlo

VIII.1 Présentation

En pratique en faisant des manipulations on a des incertitudes sur les mesures. La méthode Monte-Carlo permet de propager les distributions d'incertitudes sur les mesures pour obtenir une incertitude sur une grandeur finale.

VIII.2 Procédé

VIII.2.a Étape 1

On détermine au moins une valeur et son incertitude pour chaque grandeur mesurée (plus il y a de valeurs, plus la méthode est précise).

Ainsi pour chaque valeur on va postuler la distribution de probabilité de la valeur mesurée.

VIII.2.b Étape 2

On génère un grand nombre de valeurs pour chaque grandeur mesurée en utilisant la distribution de probabilité postulée. On calcule alors la valeur de la grandeur finale pour chaque jeu de valeurs.

VIII.2.c Étape 3

La valeur finale s'obtient donc avec la valeur moyenne des valeurs obtenues et l'incertitude s'obtient avec la largeur de la distribution obtenue.

VIII.3 Et sur des régressions linéaires?

Pour une régression linéaire, on peut utiliser la méthode Monte-Carlo pour propager les incertitudes sur les valeurs mesurées et obtenir une incertitude sur les coefficients de la droite de régression.

VIII.3.a Étape 1

Dans un premier temps, on détermine les valeurs et les incertitudes pour chaque grandeur mesurée.

On réalise ensuite une régression linéaire pour obtenir les coefficients de la droite de régression.

VIII.3.b Étape 2

Par la méthode Monte-Carlo, on génère un grand nombre de valeurs pour chaque grandeur mesurée en utilisant la distribution de probabilité postulée.

De même, on génère un grand nombre de droites de régression en utilisant les valeurs générées pour chaque grandeur mesurée.

Enfin on calcule la valeur moyenne des coefficients de la droite de régression et l'incertitude sur ces coefficients.

C'est gagné!

Annexe

I Analyse dimensionnelle

A faire

I.1 Système SI

I.2 Résoudre une équation de dimension

I.3 Homogénéité

Unité	Unités SI	Dimension	Relation
Volts (V)			

II Incertitudes

A faire

II.1 Incertitude type A

II.2 Incertitude type B

II.3 Chiffres significatifs

III Équations différentielles

A faire

III.1 Équations linéaires d'ordre 1

III.2 Équations linéaires d'ordre 2

III.3 Résolution avec les complexes

III.4 Temps caractéristique

Table des matières