

Essentiel de physique






2023/2024

Victor Sarrazin


Optique :

 I Introduction à l'optique	1
 II Lentilles minces et miroir plan	4
 III L'oeil	7








Électricité :

 I Introduction à l'électricité	7
 II Circuits d'ordre 1	11
 III Circuits d'ordre 2, Oscillateurs	14
 IV Circuits en régime sinusoïdal forcé	17
 V Filtrage	21







Ondes :

 I Introduction aux ondes	22
 II Diffraction/Interférences	22
 III La lumière onde	22

Mécanique :

 I Cinématique du point	23
 II Dynamique du point	23
 III Énergétique du point	23
 IV Introduction à la dynamique des particules chargées	23
 V Loi du moment cinétique	23
 VI Mouvement dans un champ de force newtonien	23
 VII Mécanique du solide	23

Thermodynamique :

 I Introduction à la thermodynamique	23
 II Premier principe	25
 III Second principe	27
 IV Flux thermiques	29
 V Machines thermiques	30
 VI Changement de phase du corps pur	32

Annexe :

 I Analyse dimensionnelle	34
 II Incertitudes	34
 III Équations différentielles	34
 IV Numérique	34

I Introduction à l'optique

I.1 Généralités

On considère des milieux **transparent homogène isotropes** (THI) :

- Transparent : La lumière n'est pas absorbée
- Homogène : Invariant par translation
- Isotrope : Invariant par quelque soit la direction depuis laquelle on regarde

On a la **vitesse de la lumière** dans le vide, $c = 3.0 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$

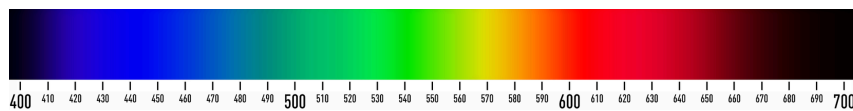
Indice optique :

On a l'**indice optique** n (ou *indice de réfraction*), usuellement $n > 1$. On a $v = \frac{c}{n}$ la vitesse dans un THI donné.

On a $n_{\text{vide}} = 1$, $n_{\text{air}} - n_{\text{vide}} = 3 \cdot 10^{-4}$ et $n_{\text{eau}} = 1.3$

Relation de dispersion :

On a $\lambda = \frac{c}{f}$ avec f la fréquence temporelle et λ la longueur d'onde. Dans un THI on a donc $\lambda = \frac{c}{nf}$

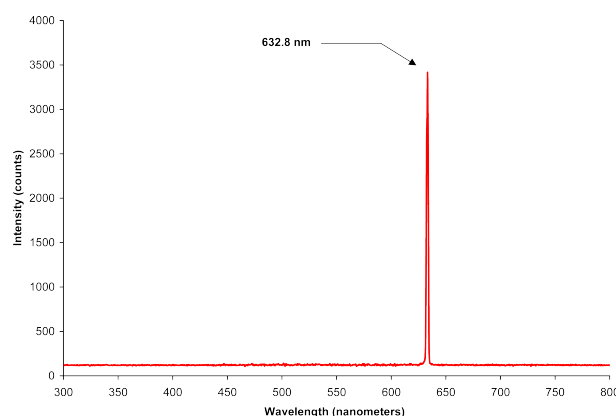


On a $\lambda_{\text{violet}} = 400 \text{ nm}$ et $\lambda_{\text{rouge}} = 800 \text{ nm}$. Si $\lambda < 400 \text{ nm}$ on est dans le domaine des **ultraviolets** et si $\lambda > 800 \text{ nm}$ on est dans le domaine des **infrarouges**.

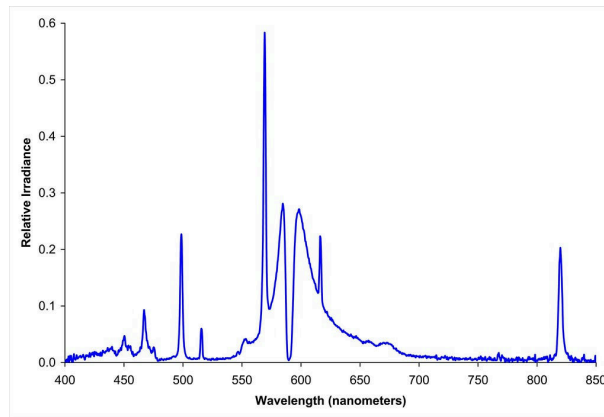
La puissance lumineuse moyenne par unité de surface est appelée **éclairement** ou **intensité lumineuse**.

I.2 Caractérisation spectrale des sources lumineuses

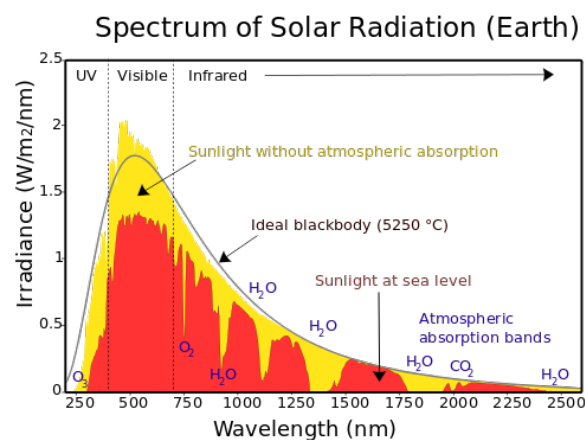
Une onde lumineuse possède une décomposition spectrale. On utilise principalement un spectromètre à réseau pour déterminer cette décomposition.



On a dans le cas du laser une seule raie spectrale, on parle alors de lumière **monochromatique**.



On a dans le cas d'une lampe spectrale plusieurs raies, c'est un spectre des éléments qui composent la valeur dans l'ampoule. Chaque pic correspond à un 1 photon d'énergie donnée



On a dans le cas du soleil un spectre continu (corps noir) avec des "trous" liés aux absorptions sélectives des espèces chimiques présentes dans l'atmosphère.

1.3 Source lumineuse ponctuelle, rayon lumineux

Une **source lumineuse ponctuelle** est une source de lumière dont les dimensions sont négligeables devant les distances caractéristiques du problème.

On appelle **rayon lumineux** une ligne selon laquelle se propage la lumière.

Propriétés des rayons lumineux :

- Les rayons lumineux sont indépendants les uns des autres
- Les rayons lumineux se propagent de façon rectiligne uniforme dans les milieux TH1

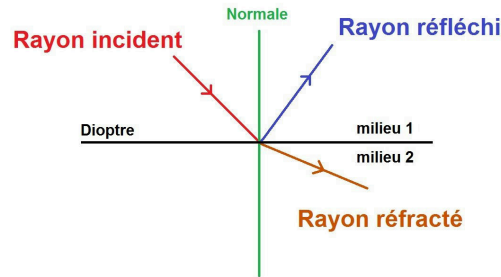
1.4 Approximation de l'optique géométrique

Approximation de l'optique géométrique :

Les systèmes rencontrés par la lumière lors de sa propagation sont de dimension grande devant la longueur d'onde.

Dans la suite on se place dans cette approximation

1.5 Lois de Snell-Descartes



I.5.a Lois de l'optique géométrique

Principe de retour inverse :

La forme d'un rayon lumineux ne dépend pas du sens dans lequel la lumière le parcourt

Loi de Descartes pour la réflexion :

Les rayons incidents et réfléchis sont dans le même plan , et

$$\alpha = i$$

Avec α l'angle réfléchi et i d'incidence

Loi de Descartes pour la réfraction :

Les rayons incidents et réfractés sont dans le même plan , et

$$n_r \sin(r) = n_i \sin(i)$$

Avec r l'angle réfléchi et i d'incidence, avec n_r, n_i les indices optiques des 2 milieux

I.5.b Réflexion totale

Si $n_1 > n_2$, on dit que le milieu 1 est plus **réfringent** que le milieu 2.

Réflexion totale :

Il existe un angle d'incidence limite $i_{1,\text{lim}} = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$ tel que si $i_1 > i_{1,\text{lim}}$ il n'y a plus de rayon réfracté

Preuve :

On part de la loi de Descartes pour la réfraction, $n_1 \sin(i) = n_r \sin(r)$ avec $r > i$ et $n_1 > n_2$ d'où $\frac{n_1}{n_2} = \frac{\sin(r)}{\sin(i)} > 1$ d'où $\sin(r) > \sin(i)$.

Ainsi $\sin(r) = \frac{n_i}{n_r} \sin(i)$ d'où si $i > \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$ on a $\sin(r) > 0$ ce qui est contradictoire.

II Lentilles minces et miroir plan

II.1 Vocabulaire

Un **système optique** est un système plus ou moins complexe susceptible de perturber le trajet des rayons lumineux.

On a :

Rayons incidents \rightarrow Système optique \rightarrow Rayons émergents

Si des rayons incidents proviennent d'un même point, on parle de **point objet**.

Si des rayons émergents proviennent d'un même point, on parle de **point image**.

On dit que A' est conjugué à A si A' est l'image de A , et on note $A \overset{\text{miroir}}{\rightsquigarrow} A'$

Un système qui conjugue à un point objet un point image est dit **stigmatique**. Seul le **miroir plan** l'est parfaitement.

On parle de **système centré** pour un système possédant un axe de symétrie appelé **axe optique** (OA)

On parle d'**aplanétisme** si 2 points objets dans le même plan orthogonal à OA sont conjugués à 2 points image dans un même plan orthogonal à OA (encore le cas du miroir plan)

Un point est **réel** si il existe, et **virtuel** si on le voit dans un instrument d'optique (ou pas du tout)

II.2 Lentilles minces

On parle de lentille mince car l'épaisseur est petite devant les rayons de courbure.

Conditions de Gauss :

Tous les rayons sont **paraxiaux**, soit peu inclinés et peu éloigné de OA .

Dans ces conditions on a un stigmatisme approché et un aplanétisme approché.

On peut aussi se placer dans l'approximation des petits angles, $\alpha \ll 1$ d'où $\tan \alpha = \sin \alpha = \alpha$ et $\cos \alpha = 1$

Le **centre optique** est le point d'un système optique où les rayons ne sont pas déviés.

Le **foyer principal image** (F') est l'image conjuguée d'un point objet à l'infini dans la direction de l'axe optique.

Le **foyer principal objet** (F) est l'objet conjugué d'un point image à l'infini dans la direction de l'axe optique.

Distance focale :

On a la **distance focale image** : $\overline{OF'} = f'$ et on a la **distance focale objet** : $\overline{OF} = f$

Ces deux grandeurs sont algébriques

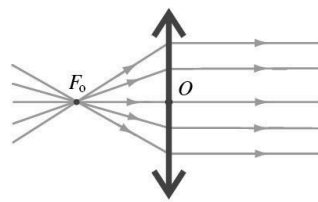
On a $|f| = |f'|$. Une lentille est très convergente/divergente quand $|f'|$ est très petit.

On note la **vergence** d'une lentille $v = \frac{1}{f}$ en dioptrie δ avec $[\delta] = \text{m}^{-1}$

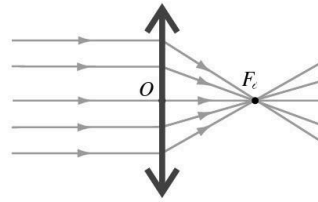
On définit le **grandissement**, $\gamma = \frac{A'B'}{AB}$ soit la taille de l'image sur la taille de l'objet

II.2.a Lentille convergente

Une lentille est dite **convergente** si elle est à bords fins.



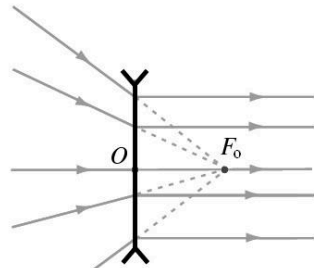
Foyer principal objet
d'une lentille convergente.



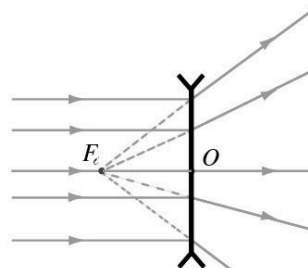
Foyer principal image
d'une lentille convergente.

II.2.b Lentille divergente

Une lentille est dite **divergente** si elle est à bords épais.




Foyer principal objet
d'une lentille divergente.



Foyer principal image
d'une lentille divergente.

II.3 Constructions

- Un rayon incident qui passe par O est non dévié
- Un rayon incident qui passe par F émerge parallèlement à OA
- Un rayon émergent qui passe par F' incide parallèlement à OA
- Deux rayons incidents parallèles entre eux émergent en se croisant en un même point du plan focal image
- Deux rayons émergents parallèles entre eux incident en se croisant en un même point du plan focal objet

 A faire (Ajouter des schémas?)

II.4 Relations de conjugaison

Relations de Descartes (centre optique) :

On a :

$$\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'}$$

$$\gamma = \frac{OA'}{OA}$$

Relations de Newton (foyer) :

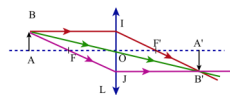
On a :


$$\overline{F'A'} \times \overline{FA} = -(f')^2$$

$$\gamma = -\frac{\overline{F'A'}}{f'} = -\frac{f}{\overline{FA}}$$

Preuve :

Cette preuve est hors programme théoriquement.



 A faire (Si pas la flemme)

II.5 Condition $4f'$

Condition $4f'$:


Pour obtenir une image réelle d'un objet réel avec une lentille convergente,

$$D \geq 4f'$$

Preuve :

 A faire

III L'oeil

 A faire

⚡ I Introduction à l'électricité

⚡ I.1 Généralités

⚡ I.1.a Charge électrique

La **charge** est une propriété intrinsèque d'une particule et s'exprime en Coulomb (C) et est de dimension $I.T$, est algébrique, additive et conservative (un système fermé est de charge fixe).

La charge est portée par les électrons ($-e$) et les protons (e) avec $e = 1.6 \times 10^{-19}C$ la **charge élémentaire** (souvent notée q).

⚡ I.1.b Courant électrique

Le **courant électrique** est un déplacement d'ensemble de charges

⚡ I.1.c Dipôle, branche, maille, circuit

Un **dipôle** possède 2 pôles, lui permettant d'être traversé par un courant électrique. Une association de dipôles forme un **circuit**.

Un association de dipôles à la suite est appelée **association série** et forme une **branche**.

Un association de dipôles bouclant sur elle même est appelée **maille**.

⚡ I.1.d Intensité électrique

L'**intensité électrique** est un débit de charge noté I , avec $I = \frac{\delta Q}{dt}$ avec δQ la charge traversant la section pendant dt .

Pour mesurer une intensité on utilise un *ampèremètre* avec le + sur le mA ou μA et le – sur le COM (en série).

Loi des noeuds :

Dans une maille on a :

$$\sum_{\text{entrants}} I = \sum_{\text{sortants}} I$$

⚡ I.2 La tension électrique

La **tension électrique** U est une différence de potentiels en Volts (V) et est additive.

Expression de U_{AB} :

On a $U_{AB} = V_A - V_B$ avec V_A et V_B deux potentiels.

Loi des mailles :

Dans une maille, on a :

$$\sum_{\text{tension maille}} \varepsilon_i U_i$$

avec $\varepsilon_i = +1$ si U_i est dans le sens du parcours et $\varepsilon_i = -1$ sinon.

La loi des mailles et la loi des noeuds s'appellent les **lois de Kirchhoff**. Elles sont variables en régime continu et en régime lentement variable.

Pour mesurer une tension on utilise un *voltmètre* avec le + sur la borne Ω et le – sur la borne COM (en dérivation).

⚡ I.3 Approximation des régimes quasi stationnaires (ARQS)

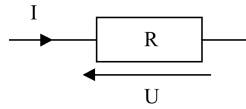
Critère d'ARQS :

Si $\tau \gg \frac{d}{c}$ avec τ le temps caractéristique, d la taille du circuit et c la longueur du vide alors on est dans l'approximation.

Si ce critère est vérifié, tous les points du circuit "voient" le changement en direct. Ce critère est tout le temps vérifié en série.

⚡ I.4 Résistors

Un **résistor** est une dipôle qui conduit + ou – bien l'électricité.



Une résistance est schématisée ainsi en convention récepteur

Loi d'Ohm :

On a $U = RI$ avec R la résistance en Ohm (Ω) en convention récepteur.

Attention, en convention générateur, on a $U = -RI$

On dit qu'un résistor est un dipôle passif (en l'absence de I , pas de U) et linéaire ($U = f(I)$).

On a $R = \frac{l}{\sigma S}$ avec l la longueur, σ la conductivité électrique et S la section.

On considère qu'un fil a une résistance négligeable.

Tension d'un fil :

La tension aux bornes d'un fil est nulle.

Le voltmètre ($\approx 10M\Omega$) est modélisée par un interrupteur ouvert, et l'ampèremètre ($\approx 0.1\Omega$) modélisée par un fil.

Puissance dissipée par un résistor :

On a $P = RI^2$

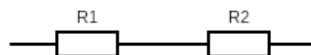
Preuve :

On a $P_{\text{reçu}} = UI = U_R I_R = RI_R I_R = RI_R^2$

On a la **masse**, un point d'un circuit de potentiel nul, $V = 0$ V c'est l'origine des potentiels.

En théorie elle est choisie arbitrairement, mais en pratique elle est imposée par certains appareils reliés à la Terre.

⚡ I.5 Associations des résistors

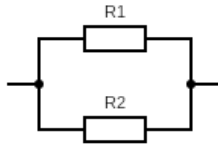


Association série de résistors :

Soit R_1 et R_2 deux résistances en série, on a $R_e = R_1 + R_2$ la résistance équivalente

Preuve :

On a $U_1 = R_1 I$ et $U_2 = R_2 I$ ainsi $U = U_1 + U_2 = R_1 I + R_2 I = (R_1 + R_2) I$ ainsi $R_e = R_1 + R_2$



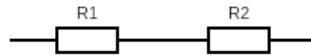
Association parallèle de résistors :

Soit R_1 et R_2 deux résistances en parallèle, on a $\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ la résistance équivalente

Preuve :

Par loi des mailles, $U = U_1 = U_2$, ainsi $U = R_1 I_1 = R_2 I_2$, d'après la loi des noeuds, $I = I_1 + I_2 = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} = U \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$ ainsi $U = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} I$

⚡ I.6 Ponts diviseurs

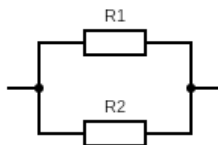


Pont diviseur tension :

Soit R_1 et R_2 deux résistances en séries, $U = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I$

Preuve :


On a $U_1 = R_1 I$ et $U = (R_1 + R_2) I$ d'où $\frac{U_1}{U} = \frac{R_1 I}{(R_1 + R_2) I}$



Pont diviseur courant :

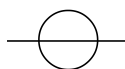
Soit R_1 et R_2 deux résistances en parallèle, $I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I$

Preuve :

 A faire

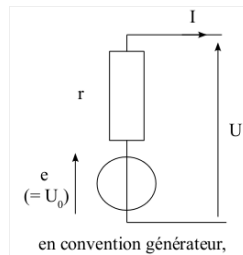
⚡ I.7 Générateurs

⚡ I.7.a Générateur de tension



Un **générateur de tension** est un dipôle qui impose une tension entre ses bornes. La tension imposée par un générateur est aussi appelée sa **force électromagnétique** (f.e.m)

U est donc indépendante, c'est une dipôle actif.



A faire

Un générateur réel est un générateur de Thévenin, on a :

Générateur de Thévenin :

On a $U = U_r + E = E - R_i I$ et $P_{\text{fournie}} = UI = (E - R_i I)I = EI - R_i I^2$, avec R_i la résistance interne et E la f.e.m

⚡ I.7.b Générateurs de courant (HP)



Il existe des **générateurs de courant** qui fixent une intensité dans le circuit.

⚡ II Circuits d'ordre 1

⚡ II.1 Le condensateur

⚡ II.1.a Généralités

Le **condensateur** est un dipôle linéaire composé de deux armatures séparées par un milieu isolant (*diélectrique*).



On a Q la charge algébrique par l'armature de gauche et $-Q$ par celle de droite : le condensateur est globalement neutre.

On a $Q = CU$ avec C la **capacité du condensateur** en Farad (F)

Intensité aux bornes d'un condensateur :

En convention récepteur, $I = C \frac{dU}{dt}$

Preuve :

On a $\frac{dQ}{dt} = \frac{\delta Q}{\delta t} = I$ et $Q = CU$ donc $I = \frac{dQ}{dt} = \frac{dCU}{dt} = C \frac{dU}{dt}$

Énergie stockée dans un condensateur :

En convention récepteur, on a $E = \frac{1}{2}CU^2$

Preuve :

On a $P_{\text{reque}} = UI = U \times C \frac{dU}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2}CU^2 \right)$ or $P_{\text{reque}} = \frac{dE}{dt}$ d'où $E = \frac{1}{2}CU^2$

Continuité de U au bornes d'un condensateur :

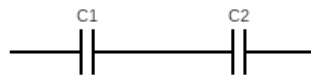
Aux bornes d'un condensateur U est continue

Preuve :

On suppose U discontinue donc E aussi, ainsi $P = \frac{dE}{dt}$ diverge donc P_{reque} infinie n'est pas possible

Comportement en régime permanent :

En régime permanent un condensateur est équivalent à un interrupteur ouvert ($I = 0$ A)

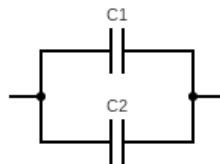
⚡ II.1.b Associations**Association série de condensateurs :**

Soit C_1 et C_2 deux condensateurs en parallèle, on a $\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$ le condensateur équivalent

Preuve :

On a $U = U_1 + U_2$ avec $i = i_1 = i_2$ d'où $i = C_1 \frac{dU_1}{dt} = C_2 \frac{dU_2}{dt}$.

Ainsi on a $\frac{dU}{dt} = \frac{dU_1}{dt} + \frac{dU_2}{dt}$ soit $\frac{i}{C_e} = \frac{i}{C_1} + \frac{i}{C_2}$ d'où la relation cherchée.

**Association parallèle de condensateurs :**

Soit C_1 et C_2 deux condensateurs en série, on a $C_e = C_1 + C_2$ le condensateur équivalent

Preuve :

Loi des noeuds on a $i = i_1 + i_2$ d'où on a $i_1 = C_1 \frac{dU}{dt}$ et $i_2 = C_2 \frac{dU}{dt}$ d'où $i = (C_1 + C_2) \frac{dU}{dt}$

⚡ II.2 Charge d'un condensateur

On peut étudier la charge d'un condensateur (ou sa décharge) avec une équation d'ordre 1 dans un circuit RC

Équation différentielle RC :

On a

$$\frac{dU}{dt} + \frac{1}{RC}U = A$$

avec $\tau = RC$ le temps caractéristique

⚡ II.3 La bobine

⚡ II.3.a Généralités

La **bobine** est un dipôle linéaire composé d'un enroulement de fils sur lui même



On associe à une bobine une **inductance** L en Henry (H), dépendant du nombre de fils et la quantités de spires (tours)

Intensité aux bornes d'une bobine :

En convention récepteur, $U = L \frac{di}{dt}$

Énergie stockée dans une bobine :

En convention récepteur, on a $E = \frac{1}{2} Li^2$

Preuve :

On a $P_{\text{reçue}} = UI = L \frac{di}{dt} \times i = \frac{d(\frac{1}{2} Li^2)}{dt}$ or $P_{\text{reçue}} = \frac{dE}{dt}$ d'où $E = \frac{1}{2} Li^2$

Continuité de i au bornes d'une bobine :

Aux bornes d'une bobine i est continue

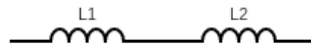
Preuve :

On suppose i discontinue donc E aussi, ainsi $P = \frac{dE}{dt}$ diverge donc $P_{\text{reçue}}$ infinie n'est pas possible

Comportement en régime permanent :

En régime permanent un condensateur est équivalent à un fil ($U = 0$ V)

⚡ II.3.b Associations

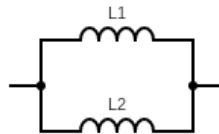


Association série de bobines :

Soit L_1 et L_2 deux bobines en série, on a $L_e = L_1 + L_2$ la bobine équivalente

Preuve :

On a $U = U_1 + U_2 = L_1 \frac{di}{dt} + L_2 \frac{di}{dt} = (L_1 + L_2) \frac{di}{dt}$



Association parallèle de bobines :

Soit L_1 et L_2 deux bobines en parallèle, on a $\frac{1}{L_e} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$ la résistance équivalente

Preuve :

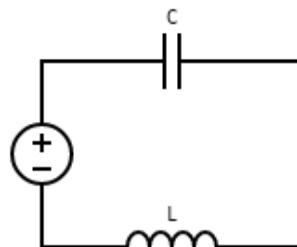
Par loi des mailles, $U = U_1 = U_2$, ainsi $U = L_1 \frac{di_1}{dt} = L_2 \frac{di_2}{dt}$.

D'après la loi des noeuds, $i = i_1 + i_2$ d'où $\frac{di}{dt} = \frac{di_1}{dt} + \frac{di_2}{dt}$ soit $\frac{U}{L} = \frac{U}{L_1} + \frac{U}{L_2}$ d'où la relation recherchée

⚡ III Circuits d'ordre 2, Oscillateurs

Les oscillateurs sont présentés dans un cas électrique, mais on les retrouve aussi en mécanique ou encore en thermodynamique.

⚡ III.1 Oscillateur harmonique



On considère un circuit LC, on trouve $LC \frac{d^2 U}{dt^2} + U = E$ d'où en posant $\omega_0 = \frac{1}{LC}$ on retrouve :

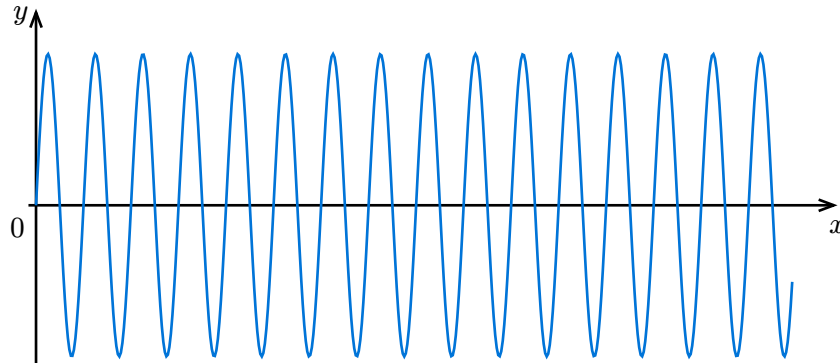
Oscillateur harmonique :

On a l'équation différentielle de l'oscillateur harmonique :

$$\ddot{\theta} + \omega_0^2 \theta = B$$

avec ω_0 la **pulsation caractéristique** homogène à un rad s^{-1} et B une constante

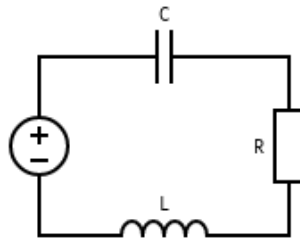
La forme générale est $\text{sp} + A \cos(\omega_0 t) + B \sin(\omega_0 t)$, la résolution étant détaillée en annexe III. Elle admet la courbe suivante.



Ainsi l'oscillateur possède un comportement oscillant avec $2\pi f = \omega_0$

⚡ III.2 Oscillateur amorti

⚡ III.2.a Généralités



On considère maintenant un circuit RLC, ainsi on trouve l'équation différentielle suivante $\frac{E}{LC} = \frac{d^2 U}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dU}{dt} + \frac{1}{LC} U$, en posant $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ et $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$ on a :

Oscillateur amorti :

On a l'équation différentielle de l'oscillateur amorti :

$$\ddot{\theta} + \frac{\omega_0}{Q} \dot{\theta} + \omega_0^2 \theta = \omega_0^2 B$$

avec ω_0 la **pulsation caractéristique** homogène à un rad s^{-1} , Q le **facteur de qualité** adimensionné et B une constante

Si on a beaucoup d'oscillations, Q correspond au nombre de périodes avant amortissement.

Selon la valeur de Q on a un des trois types d'oscillateurs suivants :

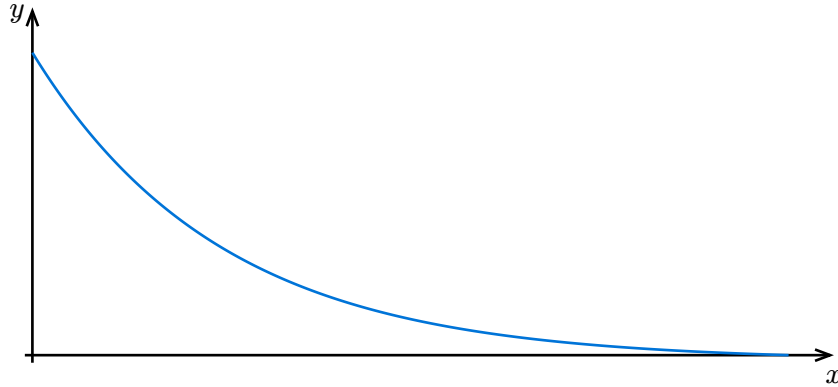
- Si $Q < \frac{1}{2}$, on est en régime apériodique

- Si $Q = \frac{1}{2}$, on est en régime critique
- Si $Q > \frac{1}{2}$, on est en régime pseudo-périodique

⚡ III.2.b Régime apériodique

Dans le cas apériodique on a $\Delta > 0$ d'où $U(t) = sp + Ae^{-\frac{t}{\tau_1}} + Be^{-\frac{t}{\tau_2}}$, la résolution étant détaillée en annexe III.

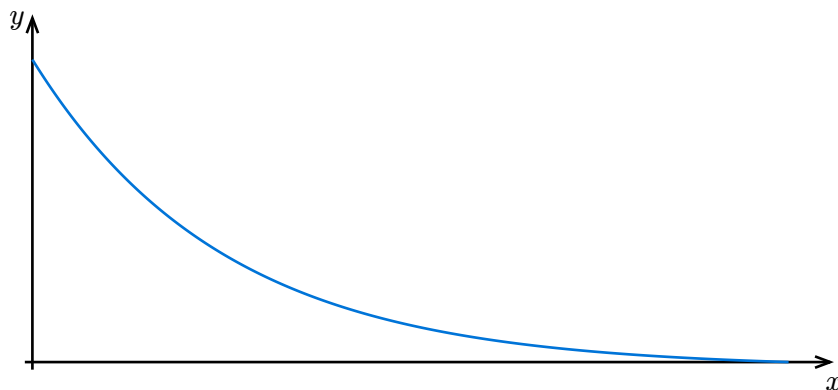
U s'amortit donc en quelques $\max(\tau_1, \tau_2)$.



⚡ III.2.c Régime critique

Dans le cas critique, on a $\Delta = 0$ d'où $U(t) = sp + (At + B)e^{-\frac{t}{\tau}}$, la résolution étant détaillée en annexe III.

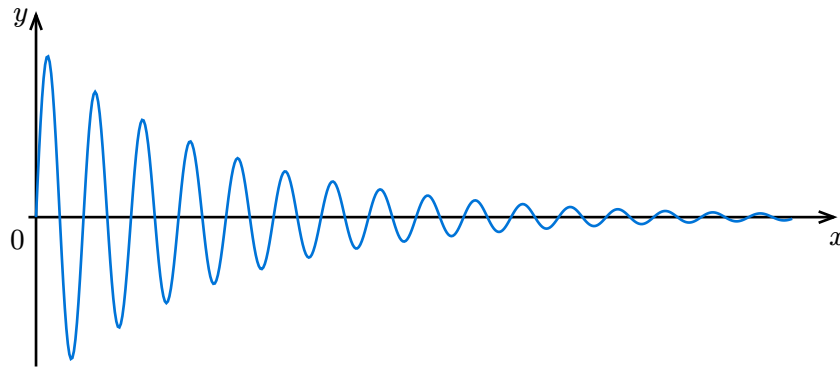
Le cas critique est très compliqué à réaliser expérimentalement.



⚡ III.2.d Régime pseudo-périodique

Dans le cas pseudo-périodique, on a $\Delta < 0$ d'où on a $U(t) = sp + (A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t))e^{-\frac{t}{\tau}}$ avec ω la **pseudo-pulsation**, la résolution étant détaillée en annexe III.

Ainsi dans ce cas les oscillateurs voient leur amplitude d'oscillations diminuer avec le temps.



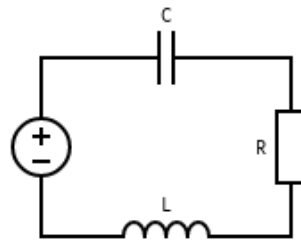
On définit le **décrément logarithmique** $\delta = \frac{T}{\tau}$, avec T la **pseudo-période**. Le décrément logarithmique s'obtient en prenant deux valeurs maximales et en faisant $\delta = \ln\left(\frac{v_1}{v_2}\right)$ avec $t_1 < t_2$.

La durée du transitoire est de quelques τ .

⚠ En régime pseudo-périodique il n'est pas possible de déterminer graphiquement τ comme dans les autres régimes.

⚡ IV Circuits en régime sinusoïdal forcé

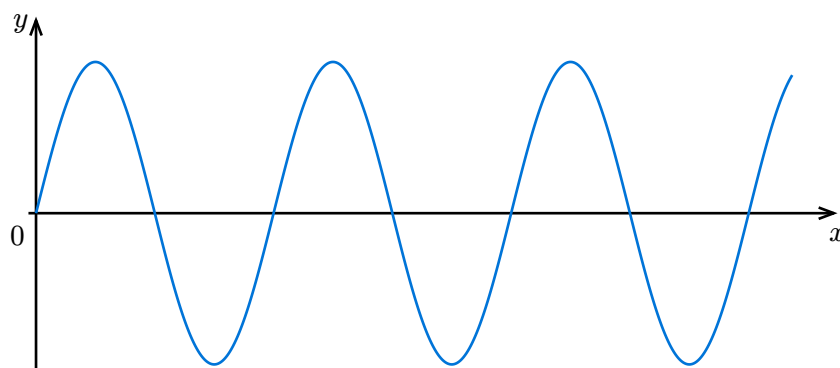
⚡ IV.1 Régime transitoire



Le circuit est en régime sinusoïdal forcé si le **générateur basse fréquence** (GBF) délivre une tension sinusoïdale. Ainsi on a l'apparition d'un déphasage aux temps longs, et l'amplitude du GBF n'est pas forcément la même que celle de U .

Ainsi le second terme dans les équations différentielles devient de la forme $A \cos(\omega t)$

⚡ IV.2 Vocabulaire des signaux périodiques



On définit :

- La **période** T en s correspondant à l'écart entre deux passages au même point

- La **fréquence** f en Hz correspondant au nombre de périodes en une seconde d'où $f = \frac{1}{T}$
- La **valeur moyenne** $\langle u \rangle = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} u(\tilde{t}) d\tilde{t}$
- L'**amplitude crête à crête** (peak to peak) $\Delta = u_{\max} - u_{\min}$
- La **valeur efficace**, $u_{\text{eff}} = \sqrt{\langle u^2 \rangle}$

Valeur efficace pour un signal sinusoïdal :

Dans le cas d'un signal de la forme $S_0 \cos(\omega t)$, on a $\langle S \rangle = 0$ et $S_{\text{eff}} = \frac{S_0}{\sqrt{2}}$

Preuve :

En effet en intégrant sur une période, on a $\langle S \rangle = 0$

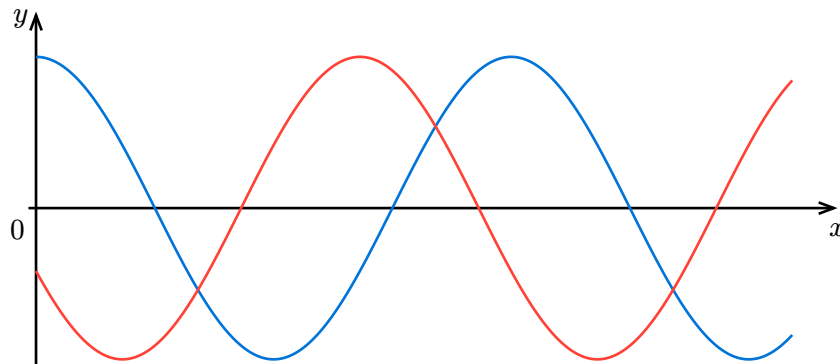
On a $\langle S^2 \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_t^{t+2\pi} (S_0 \cos(\omega \tilde{t}))^2 d\tilde{t} = \langle S^2 \rangle = \frac{S_0^2}{2\pi} \int_t^{t+2\pi} \frac{1 + \cos(2\omega \tilde{t})}{2} d\tilde{t} = \frac{S_0^2}{2\pi} \frac{2\pi}{2} = \frac{S_0^2}{2}$ d'où en passant à la racine, $S_{\text{eff}} = \frac{S_0}{\sqrt{2}}$

⚡ IV.3 Déphasage entre signaux

Soit $s_1(t) = s \cos(\omega t + \varphi_1)$ et $s_2(t) = s \cos(\omega t + \varphi_2)$, on définit le **déphasage** de s_2 par rapport à s_1 par $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$

Le déphasage est défini modulo 2π

- Si $\varphi_1 \equiv \varphi_2 \pmod{2\pi}$ alors les deux signaux sont en **accord de phase**
- Si $\Delta\varphi = \pm\pi$, alors les deux signaux sont en **opposition de phase**
- Si $\Delta\varphi = \pm\frac{\pi}{2}$, alors les deux signaux sont en **quadrature de phase**
- Si $\varphi_2 > \varphi_1$, s_2 est en **avance de phase** sur s_1
- Si $\varphi_2 < \varphi_1$, s_2 est en **retard de phase** sur s_1



Pour mesurer le déphasage, on mesure l'écart de temps entre 2 passages au même endroit et on obtient Δt_1 et Δt_2 , ainsi on doit choisir, en connaissance du système entre 1 et 2, et $|\Delta\varphi| = \frac{\Delta t_i}{T} \times 2\pi \pmod{2\pi}$

⚡ IV.4 Représentation complexe d'un signal harmonique

Pour parler d'une représentation complexe en physique on utilise $\underline{s} = a + ib$, et le conjugué de \underline{s} est noté $\underline{s}^* = \overline{s} = a - ib$

⚠ Dans le contexte spécifique de l'électricité et pour éviter des confusions avec l'intensité i , on note j le nombre imaginaire tel que $j^2 = -1$ (définition différente des mathématiques)

En posant $u = U_0 \cos(\omega t + \varphi)$, on a $\underline{u} = U_0 e^{j(\omega t + \varphi)}$ d'où $\underline{u} = U_0 e^{j\varphi} e^{j\omega t}$ avec $U = U_0 e^{j\varphi}$ l'**amplitude complexe** et $U = |\underline{u}(t)|$

De plus on a $\varphi = \arg(U) = \arg(U_0 e^{j\varphi})$

Dériver en complexe revient à multiplier par $j\omega$

⚡ IV.5 Impédances complexes

⚡ IV.5.a Généralités

Impédance complexe :

En convention récepteur, on définit $\underline{z} = \frac{\underline{u}}{\underline{i}} = \frac{U_0}{I_0} e^{j(\varphi_u - \varphi_i)}$ l'**impédance complexe** homogène à une résistance

Cas d'une résistance :

Pour une résistance, on a $\underline{z}_R = R$, d'où $\underline{z} \in \mathbb{R}_+$, on dit que le dipôle est **résistif**

Cas d'une bobine :

Pour une bobine, on a $\underline{z}_L = j\omega L$, d'où $\underline{z} \in i\mathbb{R}$ et $\varphi_u - \varphi_i = \frac{\pi}{2}$, donc $u(t)$ est en quadrature de phase avance par rapport à $i(t)$, on dit que le dipôle est **inductif**.

Preuve :

On a $\underline{u}_L = L \frac{di}{dt}$ d'où $\underline{u}_L = Lj\omega \underline{i}$ d'où $\underline{z}_L = j\omega L$

Cas d'un condensateur :

Pour un condensateur, on a $\underline{z}_C = \frac{1}{j\omega C}$, d'où $\underline{z} \in i\mathbb{R}$ et $\varphi_u - \varphi_i = -\frac{\pi}{2}$, donc $u(t)$ est en quadrature de phase retard par rapport à $i(t)$, on dit que le dipôle est **capacitif**.

Preuve :

On a $\underline{i} = C \frac{du_C}{dt}$ d'où $\underline{i} = Lj\omega \underline{u}_C$ d'où $\underline{z}_C = \frac{1}{j\omega C}$

On définit aussi l'**admittance complexe** comme étant $\underline{y} = \frac{1}{\underline{z}}$

⚡ IV.5.b Comportement basse et haute tension

Comportement basse fréquence :

En basse fréquence :

- La bobine se comporte comme un **fil**
- Le condensateur se comporte comme un **interrupteur ouvert**

Comportement haute fréquence :

En haute fréquence :

- La bobine se comporte comme un **interrupteur ouvert**
- Le condensateur se comporte comme un **fil**

⚡ IV.6 Lois de l'électricité en RSF

Les lois de l'électricité restant valides dans l'ARQS, elles sont aussi valides si $\omega \ll \frac{2\pi c}{d}$.

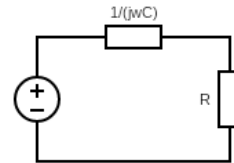
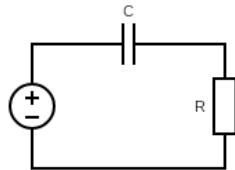
Les impédances s'associent en série et en parallèle comme des résistances, et les ponts diviseurs s'appliquent aussi aux impédances.

⚡ IV.7 Étude d'un circuit

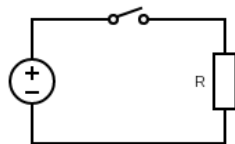
Pour étudier un circuit :

- On peut établir l'équation différentielle de u , puis passer dans \mathbb{C} et déterminer \underline{u} puis U et φ
- On peut utiliser la méthode des impédances complexes (voir ci dessous), valide uniquement en RSF

On considère le circuit suivant, qu'on peut remplacer avec des impédances :



Ainsi en basse et haute fréquence on a :



Par loi des mailles on a $\underline{z}_R = R$ et $\underline{z}_C = \frac{1}{j\omega C}$ d'où le dipole équivalent est $\underline{z} = R + \frac{1}{j\omega C}$

En utilisant un pont diviseur tension on a $\underline{u}_C = \frac{\underline{z}_C}{\underline{z}_R + \underline{z}_C} E = \frac{1}{1 + j\omega RC} E$

On remarque qu'on peut retrouver l'équation différentielle, on a $\underline{u} = \frac{1}{1 + j\omega RC} \underline{e}$ d'où $\underline{u} + j\omega RC \underline{u} = \underline{e}$ d'où $u + RC\dot{u} = e$

⚡ IV.8 Résonance

Dans un RLC série alimenté par un générateur de tension idéal, on a : $\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{R}} = \frac{U_0/R}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$

($\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ et $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$)

Si on trace la **réponse en amplitude**, l'amplitude réelle présente un maximum, alors on dit qu'il y a **résonance en intensité**. On définit ω_{res} la **pulsation de résonance**, pas toujours égale à ω_0 (notamment dans du 2nd ordre).

On définit ω_c les **pulsations de coupure** tel que $I\left(\frac{\omega_c}{\omega_0}\right) = \frac{I_{\text{max}}}{\sqrt{2}}$

On a $\Delta\omega_c = |\omega_{c1} - \omega_{c2}|$ la **largeur de résonance**

De plus on a aussi $\frac{\omega_{\text{res}}}{\Delta\omega_c}$ l'**acuité de résonance**, plus elle est élevée, plus on a un pic.

On peut tracer la **réponse en phase**, $\varphi = -\arctan\left(Q\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)\right)$, on remarque dans le cas d'un RLC que $\varphi(\omega_{\text{res}}) = 0$, $|\varphi(\omega_c)| = \frac{\pi}{4}$ et $\omega_{\text{res}} = \omega_0$.

On a résonance en intensité peu importe le facteur de qualité, mais ça n'est pas toujours le cas (notamment en tension ou en vitesse en mécanique)

⚡ V Filtrage

Les signaux dans la réalité sont complexes à analyser car souvent superposés à un bruit qu'on cherche à éliminer. Ainsi on réalise un **filtrage**, analogique (ici) ou numérique.

⚡ V.1 Spectre d'un signal, décomposition de Fourier

Un signal périodique de période T peut se décomposer en une superposition de signaux sinusoïdaux de fréquences multiples.

On a $u(t) = E_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} E_n \cos(2\pi n f t + \varphi_n)$ (décomposition de Fourier)

On a E_0 la **valeur moyenne** du signal et les $E_k \cos(2\pi k f t + \varphi_k)$ sont appelés les **harmoniques**. La première harmonique, $E_1 \cos(2\pi f t + \varphi_1)$ est appelée **le fondamental**.

Donner le spectre en amplitude c'est fournir les valeurs des E_n

⚡ V.2 Réponse fréquentielle d'un quadripôle

Un **quadripôle** est un circuit électrique comportant 2 bornes d'entrée et 2 bornes de sortie.

On impose dans ce cours des dipôles linéaires, d'être en sortie ouverte donc l'intensité sortante est nulle.

On a la **réponse fréquentielle**, $e(t) = E \cos(\omega t)$ et on étudie $s(t)$ en régime établi.

Dans un quadripôle linéaire, e et s sont liés par une équation différentielle, et e étant sinusoïdale, les impédances sont autorisées dans ce cadre.

Filtre :

Un **filtre** est caractérisé par la **fonction de transfert** complexe $\underline{H} = \frac{s}{e}$

On a $\underline{H} = \frac{S_{sortie}}{E_{entrée}} = \frac{s}{e}$, et \underline{H} est adimensionné.

On a $\underline{H} = \frac{P(j\omega)}{Q(j\omega)}$, avec $P, Q \in \mathbb{C}[X]$, et le filtre est de l'**ordre** du degré de Q .

Gain :

Le **gain** du filtre est défini par $|\underline{H}| = \left| \frac{s}{e} \right| = \frac{S}{E}$, et la connaissance du gain renseigne sur le rapport des amplitudes de l'entrée et de la sortie.

Déphasage :

On a $\arg(\underline{H}) = \varphi_s - \varphi_e$

Preuve :

On a $\arg(\underline{H}) = \arg\left(\frac{s}{e}\right) = \arg\left(\frac{S e^{j\varphi_s}}{E e^{j\varphi_e}}\right) = \arg(e^{j(\varphi_s - \varphi_e)}) = \varphi_s - \varphi_e$

Donc l'argument de \underline{H} nous renseigne sur le déphasage entre la sortie et l'entrée.

⚡ V.3 Filtre d'ordre 1

Filtre ordre 1 :

Dans un **filtre du premier ordre**, on a $\underline{H} = \frac{a_0 + a_1 j\omega}{b_0 + b_1 j\omega}$

Pour trouver \underline{H} on peut faire une équation différentielle ou les impédances \mathbb{C} .

On peut ensuite mettre \underline{H} sous forme canonique, ainsi $\underline{H} = \frac{\dots}{1+j\frac{\omega}{\omega_0}}$ avec ω_0 la **pulsation caractéristique du filtre**.

Pour étudier un filtre :

- On regarde d'abord son comportement BF/HF avec les dipôles équivalents pour les bobines et condensateurs. Si on a $u = \begin{cases} 0 & \text{en BF} \\ e & \text{en HF} \end{cases}$ on a un **passé-haut** sinon si $u = \begin{cases} e & \text{en BF} \\ 0 & \text{en HF} \end{cases}$ on a un **passé-bas**.

⚠ On est en HF si $\omega \gg \omega_0 \Leftrightarrow 2\pi f \gg 2\pi f_0 \Leftrightarrow f \gg f_0$

- On regarde ensuite le gain $|\underline{H}|$ en BF et HF en négligeant $\frac{\omega}{\omega_0}$ ou $\frac{\omega_0}{\omega}$ selon le cas.

Gain en décibel :

On a le **gain en décibel** $G_{\text{dB}} = 20 \log_{10}(|\underline{H}|)$, l'échelle log étant plus adaptée car à chaque facteur $\times 10$ on a $\pm 20\text{dB}$


On a la **pulsation de coupure** à -3 dB telle que $G_{\text{dB}} = -3\text{ dB}$

La **bande passante du filtre** à -3 dB sont les ω tels que $G_{\text{dB}}(\omega) \geq G_{\text{dB max}} - 3\text{ dB}$


On peut retrouver ces valeurs avec $|\underline{H}|$, en effet $|\underline{H}|(\omega_c) = \frac{|\underline{H}|_{\text{max}}}{\sqrt{2}}$

On a la **largeur de la bande passante**, $\Delta\omega = \max(\omega) - \min(\omega)$ avec ω dans la bande passante.


Dans un filtre du premier ordre, $\omega_c = \omega_0$ et $\Delta\omega = \omega_0$

 A faire


⚡ V.4 Filtre d'ordre 2

 A faire


🎵 I Introduction aux ondes

 A faire


🎵 II Diffraction/Interférences

 A faire


🎵 III La lumière onde

 A faire


I Cinématique du point

 A faire


II Dynamique du point

 A faire


III Énergétique du point

 A faire


IV Introduction à la dynamique des particules chargées

 A faire


V Loi du moment cinétique

 A faire

VI Mouvement dans un champ de force newtonien

 A faire

VII Mécanique du solide

 A faire

I Introduction à la thermodynamique

I.1 Généralités

On a $\mathcal{N}_A = 6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ la constante d'Avogadro

Les 3 états de la matière :

- **Solide** : Particules assez ordonnées, proches et peu mobiles (incompressible et indéformable)
- **Liquide** : Particules très désordonnées, proches et très mobiles (incompressible et déformable)
- **Gaz** : Particules très désordonnées, éloignées et très mobiles (compressible et déformable)

On parle d'un **fluide** pour un gaz ou un liquide et d'une **phase condensée** pour un liquide ou un solide.

💧 1.2 Variables d'état

Une **variable d'état** est une grandeur permettant de décrire l'équilibre thermodynamique d'un système.

Une grandeur est dite **extensive** si elle dépend de la taille du système (volume par ex) et **intensive** si ce n'est pas le cas (pression par ex), à noter que le produit de 2 grandeurs extensives donne une grandeur intensive.

💧 1.2.a Pression

La **pression** est une variable d'état en Pascal (Pa) avec $1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$, est intensive et est causée par des chocs particulaires sur la paroi

Force de pression :

On a $\vec{F} = PS\vec{u}$ avec \vec{u} orienté vers l'extérieur de fluide dans le cas d'une paroi plane

Si on a une paroi non plane on a $\vec{F} = \int PdS\vec{u}$ avec $\vec{F} = PS\vec{u}$ si la pression est uniforme

💧 1.2.b Température

La température s'exprime en Kelvin (K), avec $T > 0 \text{ K}$ et $0^\circ\text{C} = 273.15 \text{ K}$, est intensive et provient d'une agitation moléculaire.

On a $E_c = \frac{3}{2}k_B T$ l'énergie thermique moléculaire avec $k_B = \frac{R}{N_A}$ la constante de Boltzmann.

💧 1.3 Équilibre thermodynamique

On atteint un état d'équilibre thermodynamique quand les propriétés macroscopiques du système n'évoluent plus, ainsi on a :

- Équilibre mécanique avec l'extérieur
- Équilibre thermique
- Équilibre radiatif
- Équilibre chimique

A l'équilibre thermodynamique un système voit ses variables d'état liées par une relation d'état

💧 1.4 Modèle des gaz parfaits

Gaz parfait :

On parle d'un gaz parfait pour un gaz composé de particules ponctuelles sans interaction entre elles.

Équation des gaz parfaits :

On a à l'équilibre thermodynamique : $PV = nRT$ avec $R = 8.31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ la constante des gaz parfaits.

💧 II Premier principe

💧 II.1 Énergie interne, capacité thermique à volume constant

On note U l'**énergie interne** d'un système thermique, c'est une fonction d'état additive et extensive s'exprimant en Joule.

1ère loi de Joule :

Dans le cas d'un gaz parfait, $U = A \times T$ avec A une constante

A noter qu'il y a énormément d'énergie stockée de manière interne.

On définit la **capacité thermique** à volume fixé par $C_v = \left. \frac{\partial U}{\partial T} \right|_V$ et dans le cas d'un GP on a $C_v = \frac{dU}{dT}$, et est additive, extensif et s'exprime en J K^{-1}

Expression de ΔU :

On a $\Delta U = \int_{T_i}^{T_f} C_v dT = C_v \Delta T$

💧 II.2 Premier principe

Premier principe :

Dans un système fermé évoluant entre des états d'équilibre on a $\Delta(E_{m_{\text{macro}}} + U) = W + Q$ d'où dans la plupart des cas :

$$\Delta U = W + Q$$

Dans le cas infinitésimal on a $dU = \delta W + \delta Q$

Avec W le travail reçu par le système ($W > 0$ si récepteur et moteur sinon) et Q le transfert thermique ($Q > 0$ reçoit et fournit sinon).

Il faut bien penser à définir le système pour utiliser le premier principe

💧 II.3 Types de transformations

- **Adiabatique** : Sans transfert thermique ($Q = 0$)
- **Monobare** : Au contact d'un système qui fixe la pression
- **Monotherme** : Au contact d'un système de température fixée (un thermostat)
- **Quasi statiques** : État d'équilibre au cours de toute la transformation
- **Système Calorifugé** : Limite les échanges de chaleur
- **Isochore** : V constant
- **Isotherme** : T constant
- **Isobare** : P constant

On a 3 types de transfert thermiques :

- **Convection**
- **Conduction**
- **Rayonnement**

💧 II.4 Travail des forces de pression

Travail des forces de pression :

On a $\delta W = -P_{\text{ext}} dV$ donc $W = \int -P_{\text{ext}} dV$

Preuve :

On a $\vec{F}_p = -P_{\text{ext}} S \vec{e}_x$ d'où on a $\delta W = \vec{F}_p \cdot d\vec{x} = -P_{\text{ext}} S dx = -P_{\text{ext}} dV$

💧 II.4.a Cas isochore

On a $dV = 0$ d'où $W = 0$

💧 II.4.b Cas isotherme

On a $\Delta U = 0$ d'où $W = -Q$

💧 II.4.c Mécanique réversible

On a $P_{\text{ext}} = P$ car on a toujours un état d'équilibre, d'où :

- Isobare : On a $W = -P\Delta V$
- Isotherme : On a $W = -nRT \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$

Preuve :

En effet $W = \int -P_{\text{ext}} dV = \int -P dV = \int -nRT \frac{dV}{V} = -nRT \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$

💧 II.5 Diagramme de Watt

On peut représenter l'évolution sur un graphe (V, P) , ainsi le travail correspond à l'aire sous le chemin parcouru.

Si un cycle est parcouru dans le sens trigonométrique, on a un récepteur et si il est parcouru dans le sens horaire on a un moteur

💧 II.6 Enthalpie

On a l'**enthalpie** une fonction d'état additive et extensive telle que $H = U + PV$

2e loi de Joule :

Dans le cas d'un gaz parfait, $H = A \times T$ avec A une constante

Ainsi on a le second principe :

Premier principe monobare :

Dans un système fermé évoluant entre des états d'équilibre avec une transformation monobare on a $\Delta(E_{m_{\text{macro}}} + H) = W_u + Q$ d'où dans la plupart des cas :

$$\Delta H = W_u + Q$$

Preuve :

On a $\Delta(E_{m_{\text{macro}}} + U) = W_u + W_{\text{pression}} + Q$ or $W_{\text{pression}} = -\Delta(PV) = 0$, ainsi on a la propriété recherchée

Avec W_u la puissance utile des autres forces (souvent nulles d'où $\Delta H = Q$ dans certains cas)

On définit la capacité thermique à pression fixée par $C_p = \left. \frac{\partial H}{\partial T} \right|_p$ et $C_p = \frac{dH}{dT}$ dans le cas d'un GP.

Expression de ΔH :

On a $\Delta H = \int_{T_i}^{T_f} C_p dT = C_p \Delta T$

Dans le cas des phases condensées on a $PV \ll U$ d'où $U = H$ ainsi $C_p = C_v = C$

Relation de Mayer :

Dans le cas d'un gaz parfait on a $C_p = C_v + nR$

Preuve :

On a $\Delta U + \Delta(PV) = C_v \Delta T + nR \Delta T$ d'où $C_p \Delta T = C_v \Delta T + nR \Delta T$ ce qui conclut

On pose $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$

Expression de C_v et C_p :

Dans le cas d'un gaz parfait on a $C_v = \frac{nR}{\gamma-1}$ et $C_p = \frac{\gamma nR}{\gamma-1}$

Preuve :

On a $C_p = \gamma C_v = C_v + nR$ d'où $C_v(\gamma - 1) = nR$ ainsi $C_v = \frac{nR}{\gamma-1}$ et $C_p = \frac{\gamma nR}{\gamma-1}$

💧 III Second principe

💧 III.1 Entropie et second principe

On considère un système fermé avec un ou plusieurs thermostats, ainsi il existe une fonction d'état appelée **entropie** notée S , additive et extensive en J K^{-1} qui est une mesure du désordre.

Second principe :

Dans un tel système, on a $\Delta S = S_{\text{créée}} + S_{\text{échangée}}$ avec $S_c \geq 0$

Dans le cas infinitésimal on a donc $dS = \delta S_c + \delta S_e$ et à l'équilibre on a $\delta S_c = \delta S_e = 0$

Expression de S_e :

On a $S_e = \sum_{\text{thermostats}} \frac{Q_i}{T_i}$

L'entropie d'un système isolé augmente nécessairement au cours d'une transformation thermodynamique

Preuve :

Isolé implique $\delta Q_i = 0$ d'où $S_e = 0$ ainsi $\Delta S = S_c \geq 0$

Une transformation adiabatique réversible ne modifie pas l'entropie

Preuve :

On a $\Delta S = \sum_{\text{thermostats}} \frac{Q_i}{T_i} + S_c$ car $Q_i = 0$ (adiabatique) et $S_c = 0$ pour ne pas contredire le caractère réversible

III.2 Irréversibilité d'une transformation thermodynamique

Une transformation est dite **irréversible** si elle n'a lieu que dans un sens.

Une transformation est **réversible** si on peut en inverser le sens par changement infinitésimal des contraintes extérieures. Ces transformations extérieures sont lentes (quasi statiques) et $S_c = 0$

On a irréversibilité si :

- Inhomogénéité de température
- Gradient de pression
- Réaction chimique
- Frottement

III.3 Identité thermodynamique (HP)

Identité thermodynamique (HP) :

Dans un système fermé avec uniquement des forces de pression on a $dU = TdS - PdV$

Preuve :

On a $dU = \delta Q + \delta W = \delta Q - P_{\text{ext}}dV \stackrel{(\text{rév})}{=} \delta Q - PdV$ et $dS = \delta S_{c(\text{rév})} + \delta S_e = \frac{\delta Q}{T_{\text{th}}}$ avec $T_{\text{th}} = T$ car réversible. D'où $\delta Q = TdS$ ainsi $dU = TdS - PdV$

III.4 Entropie des gaz parfaits, lois de Laplace

Variation d'entropie :

On a :

$$\Delta S = \frac{nR}{\gamma - 1} \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) + nR \ln\left(\frac{V}{V_0}\right)$$

$$\Delta S = \frac{nR}{\gamma - 1} \ln\left(\frac{P}{P_0}\right) + \frac{\gamma nR}{\gamma - 1} \ln\left(\frac{V}{V_0}\right)$$

$$\Delta S = \frac{\gamma nR}{\gamma - 1} \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) - nR \ln\left(\frac{P}{P_0}\right)$$

Lois de Laplace :

Dans le cas d'une transformation adiabatique réversible d'un gaz parfait on a :

- $PV^\gamma = \text{cst}$
- $TV^{\gamma-1} = \text{cst}$
- $T^\gamma P^{1-\gamma} = \text{cst}$

Preuve :

On retient la première et on retrouve avec $PV = nRT$

Ainsi sur un diagramme de Watt, la courbe est plus marquée pour une transformation adiabatique

III.5 Entropie des phases condensées

Entropie des phases condensées :

On a $S(T) = S(T_0) + C \ln\left(\frac{T}{T_0}\right)$ d'où $\Delta S = C \ln\left(\frac{T}{T_0}\right)$

IV Flux thermiques

IV.1 Flux thermique, puissance

Flux thermique :

Un flux est un échange de chaleur par unité de temps algébrique, on a $\Phi = \frac{\delta Q}{dt}$, et on peut définir $\Phi_{\text{surf}} = \frac{\delta Q}{dt dS}$

On a Φ en W et Φ_{surf} en $W m^{-2}$

IV.2 Échanges conductifs

Flux conductif :

Dans le cas d'un échange convectif (c'est à dire via une paroi) entre 2 systèmes, on a $\Phi = \frac{1}{R} \Delta T$ avec R la résistance thermique

Résistance thermique :

Une résistance thermique est homogène à $K W^{-1}$, et on a $R = \frac{e}{S\lambda}$ avec e l'épaisseur, S la surface et λ la conductivité thermique

La conductivité thermique s'exprime en $W m^{-1} K^{-1}$, plus la conductivité est grande moins on isole.

On a $G = \frac{1}{R}$ la conductance.

Les résistances thermiques ont le même comportement qu'en électricité, ainsi en série on a $R_{AB} = R_A + R_B$ et en parallèle $\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_B}$.

Preuve :

- Série : On a $\Phi = \Phi_A = \Phi_B$ avec $\Phi_A = \frac{T_A - T_*}{R_A}$ et $\Phi_B = \frac{T_* - T_B}{R_B}$
Ainsi on a $T_A - T_B = T_A - T_* + T_* - T_B = R_A \Phi_A + R_B \Phi_B = (R_A + R_B) \Phi$
- Parallèle : On a $\Phi_A = \frac{1}{R_A} \Delta T$ et $\Phi_B = \frac{1}{R_B} \Delta T$, et $\Phi = \Phi_A + \Phi_B = \left(\frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_B}\right) \Delta T$

IV.3 Échanges conductoconvectifs

On considère un fluide et un solide et leurs échanges thermiques

Loi thermique de Newton :

On a $\Phi_{\text{surf}} = h(T_{\text{surf}} - T_{\text{ext}})$ avec h le coefficient de transfert en $\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$, h étant plus grand pour un liquide que pour un gaz.

De manière analogue on peut définir $\frac{1}{R} = Sh$

IV.4 Analogie électrique

On a l'analogie suivante :

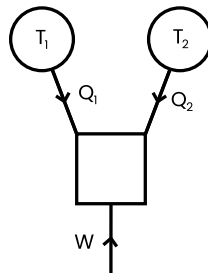
Thermodynamique	Électricité
ΔT	U ou ΔV
Φ	I
$\Delta T = R\Phi$	$U = RI$

Ainsi on peut représenter des problèmes thermodynamiques avec des circuits électriques

V Machines thermiques

V.1 Description générale d'une machine thermique cyclique

On parle d'un système **cyclique** si il décrit un cycle



On représente ainsi une machine cyclique, avec T_1, \dots, T_n les thermostats. Le système est en convention récepteur sur le schéma.

Inégalité de Carnot :

Pour un système au contact de plusieurs thermostats, on a $\sum_{\text{thermostats}} \frac{Q_i^{\text{cycle}}}{T_i} \leq 0$, et si il est réversible $\sum_{\text{thermostats}} \frac{Q_i^{\text{cycle}}}{T_i} = 0$

Preuve :

On a $\Delta S = S_c^{\text{cycle}} + S_e^{\text{cycle}} = 0$ (car S est une fonction d'état) d'où $\sum_{\text{thermostats}} \frac{Q_i^{\text{cycle}}}{T_i} = -S_c \leq 0$

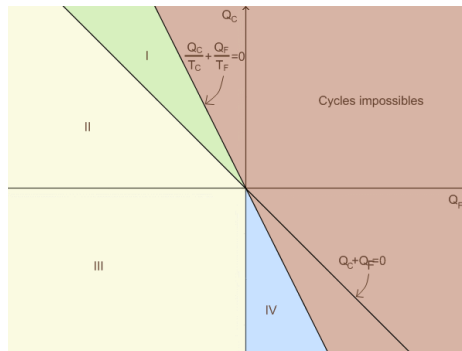
V.2 Les moteurs

Second principe selon Thomson :

Un système au contact avec une seule source de chaleur, ne peut au cours d'un cycle que recevoir du travail et fournir de la chaleur

Preuve :

On a un moteur d'où $W < 0$, avec l'inégalité de Carnot on a $\frac{Q}{T} \leq 0$ et le premier principe nous dit que $0 = Q + W$ d'où $W = -Q \geq 0$ ce qui est contradictoire



Pour étudier un moteur on peut utiliser le diagramme de Raveau avec les zones suivantes :

- I : Fonctionnement moteur, $Q_c \geq 0$ et $Q_f \leq 0$ car on prélève de l'énergie à la source chaude
- II/III : Sans intérêt
- IV : Fonctionnement récepteur, $Q_f \geq 0$ et $Q_c \leq 0$ car on prélève de l'énergie à la source froide

💧 V.3 Rendement, efficacité

Rendement ou efficacité :

On définit le rendement dans le cas d'un moteur et l'efficacité dans le cas d'un récepteur de la manière suivante :

$$\eta = \frac{\text{énergie valorisable}}{\text{énergie couteuse}}$$

Ainsi on a le tableau suivant :

Type de machine	Rendement/ Efficacité
Moteur	$\eta = \frac{Q_f}{Q_c}$
Réfrigérateur	$\eta = \frac{Q_f}{W}$
Pompe à chaleur	$\eta = -\frac{Q_c}{W}$

Rendement de Carnot :

Pour un moteur ditherme son rendement maximal est :

$$\eta_c = 1 - \frac{T_F}{T_C} \text{ avec } \eta \leq \eta_c$$

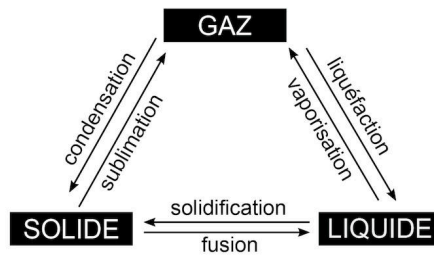
Preuve :

On a $Q_F + Q_C + W = 0$, $\frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_F}{T_F} \leq 0$ et $\eta = -\frac{W}{Q_C}$

D'où $\eta = \frac{Q_C + Q_F}{Q_C} = 1 + \frac{Q_F}{Q_C}$ or $Q_F \leq -Q_C \frac{T_F}{T_C}$ d'où $\eta \leq 1 - \frac{T_F}{T_C}$

💧 VI Changement de phase du corps pur

Une **phase** est une partie d'un système dont les variables intensives sont continues



💧 VI.1 Échauffement isobare d'un corps pur

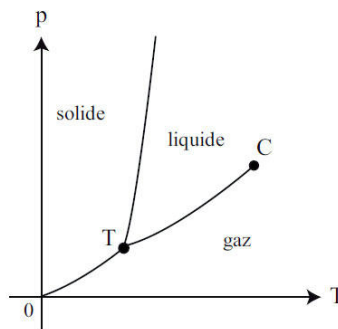
La **température d'ébullition** est la température d'équilibre liquide vapeur (ie les 2 coexistent)

La **température de fusion** est la température d'équilibre solide liquide (ie les 2 coexistent)

La **pression de vapeur saturante** est la pression d'équilibre liquide vapeur

Dans le cas des corps purs, on a $P_{\text{vap}} = f(T_{\text{ébul}})$

💧 VI.2 Diagramme (P, T) , Clapeyron



T représente le **point triple**, c'est à dire le point où on a équilibre vapeur solide liquide

C représente le **point critique**, c'est à dire au delà duquel il n'y a plus de différence entre état liquide et gazeux (on parle de **fluide supercritique**)

En regardant le diagramme de Clapeyron on a des informations sur l'état du système considéré, et on peut se rendre compte que de l'eau se liquéfie sous l'effet de la compression

💧 VI.3 Diagramme (P, v) , isotherme d'Andrews

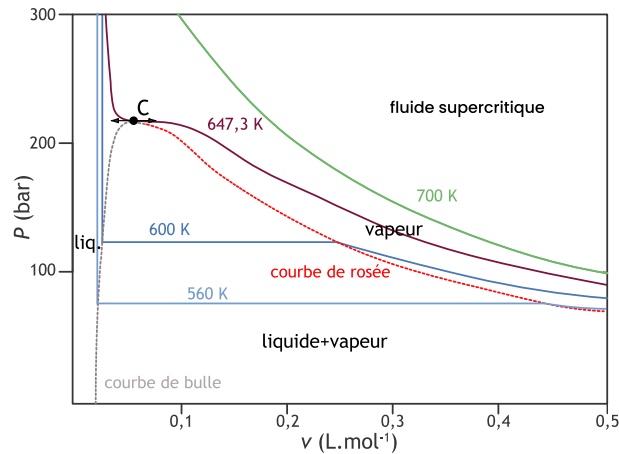


Figure 34: Un isotherme d'Andrews

On voit sur le diagramme qu'au dessus de C on ne passe pas par l'équilibre liquide vapeur. De plus on appelle la courbe noire l'**isotherme critique**.

Théorème des moments chimiques :

On peut retrouver x_{gaz} et x_{liq} les titres en vapeur et en liquide (ie les pourcentages en terme de quantité de matière).

$$\text{On a } x_{\text{gaz}} = \frac{n_{\text{gaz}}}{n_{\text{tot}}} = \frac{m_{\text{gaz}}}{m_{\text{tot}}} \text{ et } x_{\text{liq}} = \frac{n_{\text{liq}}}{n_{\text{tot}}} = \frac{m_{\text{liq}}}{m_{\text{tot}}}$$

De plus on a $x_{\text{gaz}} = \frac{v - v_{\text{liq}}}{v_{\text{gaz}} - v_{\text{liq}}}$ et $x_{\text{liq}} = \frac{v_{\text{gaz}} - v}{v_{\text{gaz}} - v_{\text{liq}}}$ d'où $x_{\text{gaz}} + x_{\text{liq}} = 1$ avec $v, v_{\text{gaz}}, v_{\text{liq}}$ les volumes massiques lus sur un isotherme d'Andrews

Preuve :

On a $V = V_g + V_l = m_{\text{tot}} v$ avec v le volume massique moyen, $V_g = m_g v_g$ et $V_l = m_l v_l$

D'où on a $x_l = \frac{m_l}{m_{\text{tot}}}$ ainsi on a $m_g v_g + m_l v_l = m_{\text{tot}} v$ d'où $v_l x_l m_{\text{tot}} + v_g (1 - x_l) m_{\text{tot}} = m_{\text{tot}} v$
d'où $x_l = \frac{v_{\text{gaz}} - v}{v_{\text{gaz}} - v_{\text{liq}}}$

Dans le cas d'un diagramme (P, H) on a aussi $x_l = \frac{h_{\text{gaz}} - h}{h_{\text{gaz}} - h_{\text{liq}}}$

VI.4 Enthalpie et entropie de changement d'état

Lors d'un changement d'état, l'enthalpie présente une discontinuité, ainsi on définit l'**enthalpie de changement d'état** (ou chaleur latente), de même il y a discontinuité de l'entropie.

Variations d'enthalpie/d'entropie :


Soit $\Delta_A h$ l'enthalpie de changement d'état A et $\Delta_A s$ l'entropie de changement d'état A .

On a $\Delta_A H = m \Delta_A h$ et $\Delta_A S = \frac{\Delta_A H}{T_A}$ avec T_A la température de changement d'état.

De plus on a $\Delta_{\text{sub}} h > 0$, $\Delta_{\text{vap}} h > 0$ et $\Delta_{\text{fus}} h > 0$ et $\Delta_{\text{con}} h = -\Delta_{\text{sub}} h$, $\Delta_{\text{liq}} h = -\Delta_{\text{vap}} h$ et $\Delta_{\text{sol}} h = -\Delta_{\text{fus}} h$

D'après l'expression des variations, on en déduit que $S_{\text{gaz}} > S_{\text{liq}} > S_{\text{sol}}$ ce qui est logique d'après la définition de l'entropie

I Analyse dimensionnelle

 A faire


I.1 Système SI

I.2 Résoudre une équation de dimension

I.3 Homogénéité

Unité	Unités SI	Dimension	Relation
Volts (V)			

II Incertitudes


 A faire

II.1 Incertitude type A

II.2 Incertitude type B

II.3 Chiffres significatifs

III Équations différentielles

 A faire


III.1 Équations linéaires d'ordre 1

III.2 Équations linéaires d'ordre 2

III.3 Résolution avec les complexes

III.4 Temps caractéristique

IV Numérique






























 A faire

IV.1 Régression linéaire

IV.2 Euler

IV.3 Monte-Carlo

Table des matières

 I Introduction à l'optique	1	 III.2.b Régime apériodique	16
 I.1 Généralités	2	 III.2.c Régime critique	16
 I.2 Caractérisation spectrale des sources lumineuses	2	 III.2.d Régime pseudo-périodique	16
 I.3 Source lumineuse ponctuelle, rayon lumineux	3	 IV Circuits en régime sinusoïdal forcé	17
 I.4 Approximation de l'optique géométrique	3	 IV.1 Régime transitoire	17
 I.5 Lois de Snell-Descartes	3	 IV.2 Vocabulaire des signaux périodiques	17
 I.5.a Lois de l'optique géométrique	4	 IV.3 Déphasage entre signaux	18
 I.5.b Réflexion totale	4	 IV.4 Représentation complexe d'un signal harmonique	18
 II Lentilles minces et miroir plan	4	 IV.5 Impédances complexes	19
 II.1 Vocabulaire	4	 IV.5.a Généralités	19
 II.2 Lentilles minces	5	 IV.5.b Comportement basse et haute tension	19
 II.2.a Lentille convergente	5	 IV.6 Lois de l'électricité en RSF	19
 II.2.b Lentille divergente	6	 IV.7 Étude d'un circuit	20
 II.3 Constructions	6	 IV.8 Résonnance	20
 II.4 Relations de conjugaison	6	 V Filtrage	21
 II.5 Condition $4f'$	7	 V.1 Spectre d'un signal, décomposition de Fourier	21
 III L'oeil	7	 V.2 Réponse fréquentielle d'un quadripole	21
 I Introduction à l'électricité	7	 V.3 Filtre d'ordre 1	21
 I.1 Généralités	7	 V.4 Filtre d'ordre 2	22
 I.1.a Charge électrique	7	 I Introduction aux ondes	22
 I.1.b Courant électrique	7	 II Diffraction/Interférences	22
 I.1.c Dipôle, branche, maille, circuit	8	 III La lumière onde	22
 I.1.d Intensité électrique	8	 I Cinématique du point	23
 I.2 La tension électrique	8	 II Dynamique du point	23
 I.3 Approximation des régimes quasi stationnaires (ARQS)	8	 III Énergétique du point	23
 I.4 Résistors	9	 IV Introduction à la dynamique des particules chargées	23
 I.5 Associations des résistors	9	 V Loi du moment cinétique	23
 I.6 Ponts diviseurs	10	 VI Mouvement dans un champ de force newtonien	23
 I.7 Générateurs	10	 VII Mécanique du solide	23
 I.7.a Générateur de tension	10	 I Introduction à la thermodynamique	23
 I.7.b Générateurs de courant (HP)	11	 I.1 Généralités	23
 II Circuits d'ordre 1	11	 I.2 Variables d'état	24
 II.1 Le condensateur	11	 I.2.a Pression	24
 II.1.a Généralités	11	 I.2.b Température	24
 II.1.b Associations	12	 I.3 Équilibre thermodynamique	24
 II.2 Charge d'un condensateur	13	 I.4 Modèle des gaz parfaits	24
 II.3 La bobine	13	 II Premier principe	25
 II.3.a Généralités	13	 II.1 Énergie interne, capacité thermique à volume constant	25
 II.3.b Associations	14	 II.2 Premier principe	25
 III Circuits d'ordre 2, Oscillateurs	14		
 III.1 Oscillateur harmonique	14		
 III.2 Oscillateur amorti	15		
 III.2.a Généralités	15		

II.3 Types de transformations	25	III.2 Équations linéaires d'ordre 2	34
II.4 Travail des forces de pression	26	III.3 Résolution avec les complexes	34
II.4.a Cas isochore	26	III.4 Temps caractéristique	34
II.4.b Cas isotherme	26	IV Numérique	34
II.4.c Mécanique réversible	26	IV.1 Régression linéaire	34
II.5 Diagramme de Watt	26	IV.2 Euler	34
II.6 Enthalpie	26	IV.3 Monte-Carlo	34
III Second principe	27	Table des matières	34
III.1 Entropie et second principe	27		
III.2 Irréversibilité d'une transformation thermodynamique	28		
III.3 Identité thermodynamique (HP)	28		
III.4 Entropie des gaz parfaits, lois de Laplace	28		
III.5 Entropie des phases condensées	29		
IV Flux thermiques	29		
IV.1 Flux thermique, puissance	29		
IV.2 Échanges conductifs	29		
IV.3 Échanges conductoconvectifs	29		
IV.4 Analogie électrique	30		
V Machines thermiques	30		
V.1 Description générale d'une machine thermique cyclique	30		
V.2 Les moteurs	30		
V.3 Rendement, efficacité	31		
VI Changement de phase du corps pur	32		
VI.1 Échauffement isobare d'un corps pur	32		
VI.2 Diagramme (P, T), Clapeyron	32		
VI.3 Diagramme (P, v), isotherme d'Andrews	32		
VI.4 Enthalpie et entropie de changement d'état	33		
I Analyse dimensionnelle	34		
I.1 Système SI	34		
I.2 Résoudre une équation de dimension	34		
I.3 Homogénéité	34		
II Incertitudes	34		
II.1 Incertitude type A	34		
II.2 Incertitude type B	34		
II.3 Chiffres significatifs	34		
III Équations différentielles	34		
III.1 Équations linéaires d'ordre 1	34		