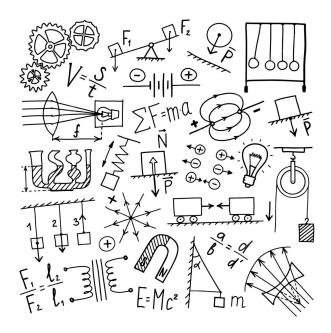
Essentiel de physique

2023/2024

Victor Sarrazin



Bienvenue dans l'essentiel de physique de mes cours de prépa. Ce document a pour objectif de contenir l'intégralité des cours de physique afin de les condenser et de les adapter.

Dans la dernière partie une liste de méthodes est détaillée pour faciliter notre voyage dans la physique.

Bonne lecture...



optique.	
🔭 Introduction à l'optique	4
🔭 II Lentilles minces et miroir plan	7
🔭 III Appareils optiques	10
Électricité :	
I Introduction à l'électricité	12
Il Circuits d'ordre 1	17
III Circuits d'ordre 2, Oscillateurs	
V Circuits en régime sinusoidal forcé	23
♦ V Filtrage	
VI Signaux périodiques et filtrage linéaire (Spé)	
Ondes:	
I Introduction aux ondes	34
	37
	39
Mécanique :	
1 Cinématique du point	4 ⁻
No II Dynamique du point	
NII Énergétique du point	
Note:	
V Mouvement dans un champ de force newtonien	52
√ VI Mécanique du solide	
Thermodynamique:	
I Introduction à la thermodynamique	
II Premier principe	
III Second principe	
IV Flux thermiques	
V Machines thermiques	
VI Changement de phase du corps pur	69
Maanátostatiquo:	
Magnétostatique:	70
I Introduction à la dynamique des particules chargées	
Il Généralités sur le champ magnétique	
III Lois de l'induction : le cas des circuits fixes	
IV Lois de l'induction : le cas des circuits mobiles	82
Mécanique quantique :	
Introduction à la mécanique quantique	02
/*	03

Fiches TP:

🦺 I Régression linéaire	84
🔒 II Instruments d'optique	85
🔒 III Auto-collimation	
N Euler	87
🧣 V Multimètre	88
🧣 VI Pont de Wheatstone	90
NII Oscilloscope	91
R VIII Monte-Carlo	92
Annexe:	
🝃 I Analyse dimensionnelle	94
III Incertitudes	98
> IV Équations différentielles	



🔭 I Introduction à l'optique

🔭 I.1 Généralités

On considère des milieux transparent homogène isotropes (THI) :

- Transparent : La lumière n'est pas absorbée
- Homogène : Invariant par translation
- Isotrope: Invariant par quelque soit la direction depuis laquelle on regarde

On a la **vitesse de la lumière** dans le vide, $c=3.0\cdot 10^8\,\mathrm{m\,s^{-1}}$

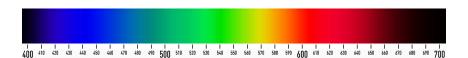
Indice optique:

On a l'**indice optique** n (ou indice de réfraction), usuellement n>1. On a $n=\frac{c}{v}$ avec v la vitesse dans un THI donné.

On a
$$n_{\mathrm{vide}}=1$$
, $n_{\mathrm{air}}-n_{\mathrm{vide}}=3\cdot 10^{-4}$ et $n_{\mathrm{eau}}=1.3$

Relation de dispertion:

On a $\lambda=\frac{c}{f}$ avec f la fréquence temporelle et λ la longueur d'onde dans le vide. Dans un THI on a donc $\lambda=\frac{c}{nf}$

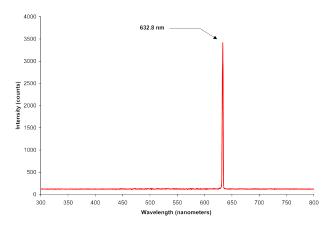


On a $\lambda_{
m violet}=400\,{
m nm}$ et $\lambda_{
m rouge}=650\,{
m nm}$. Si $\lambda<400\,{
m nm}$ on est dans le domaine des **ultraviolets** et si $\lambda>800\,{
m nm}$ on est dans le domaine des **infrarouges**.

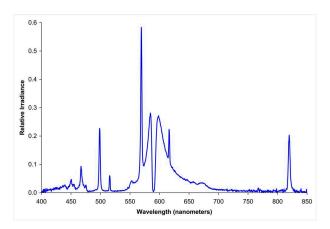
La puissance lumineuse moyenne par unité de surface est appelée **éclairement** (ξ) ou **intensité lumineuse** (I).

🔭 I.2 Caractérisation spectrale des sources lumineuses

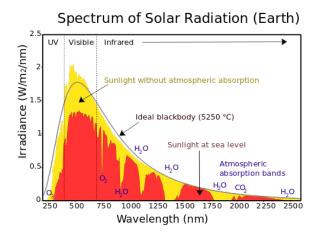
Une onde lumineuse possède une décomposition spectrale. On utilise principalement un spectromètre à réseau pour déterminer cette décomposition.



On a dans le cas du laser une seule raie spectrale, on parle alors de lumière **monochromatique**.



On a dans le cas d'une lampe spectrale plusieurs raies, c'est un spectre des éléments qui composent la valeur dans l'ampoule. Chaque pic correspond à un 1 photon d'énergie donnée



On a dans le cas du soleil un spectre continu (corps noir) avec des "trous" liés aux absoptions sélectives des espèces chimiques présentes dans l'atmosphère.

🔭 I.3 Source lumineuse ponctuelle, rayon lumineux

Une **source lumineuse ponctuelle** est une source de lumière dont les dimesions sont négligeables devant les distances caractéristiques du problème.

On appelle **rayon lumineux** une ligne selon laquelle se propage la lumière.

5

Propriétés des rayons lumineux :

- Les rayons lumineux sont indépendants les uns des autres
- Les rayons lumineux se propagent de façon rectilligne uniforme dans les milieux THI

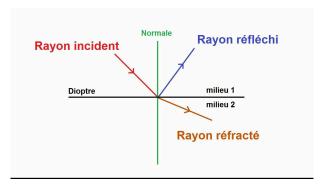
🔭 I.4 Approximation de l'optique géométrique

Approximation de l'optique géométrique :

Les systèmes rencontrés par la lumière lors de sa propagation sont de dimension grande devant la longueur d'onde.

Dans la suite on se place dans cette approximation

🔭 I.5 Lois de Snell-Descartes



🔭 I.5.a Lois de l'optique géométrique

On parle d'un dioptre pour désigner la surface entre deux milieux transparents.

Principe de retour inverse:

La forme d'un rayon lumineux ne dépend pas du sens dans lequel la lumière le parcourt

Loi de Descartes pour la réflexion :

Les rayons incidents et réfléchis sont dans le même plan, et

$$\alpha = i$$

Avec α l'angle réféchi et i d'incidence

Loi de Descartes pour la réfraction :

Les rayons incidents et réfractés sont dans le même plan, et

$$n_r \sin(r) = n_i \sin(i)$$

Avec r l'angle réféchi et i d'incidence, avec n_r, n_i les indices optiques des 2 milieux

TI.5.b Réflexion totale

Si $n_1 > n_2$, on dit que le milieu 1 est plus **réfringent** que le milieu 2.

Réflexion totale:

Il existe un angle d'incidence limite $i_{1,\lim}=\arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$ tel que si $i_1>i_{1,\lim}$ il n'y ait plus de rayon réfracté

Preuve:

On part de la loi de Descartes pour la réfraction, $n_1\sin(i)=n_r\sin(r)$ avec r>i et $n_1>n_2$ d'où $\frac{n_1}{n_2}=\frac{\sin(r)}{\sin(i)}>1$ d'où $\sin(r)>\sin(i)$.

Ainsi $\sin(r)=\frac{n_i}{n_r}\sin(i)$ d'où si $i>\arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$ on a $\sin(r)>1$ ce qui est contradictoire.

Ce phénomène est utilisé dans les fibres optiques.

🔭 II Lentilles minces et miroir plan

TII.1 Vocabulaire

Un **système optique** est un système plus ou moins complexe susceptible de perturber le trajet des rayons lumineux.

On a:

Rayons incidents \longrightarrow Système optique \longrightarrow Rayons émergents

Si des rayons incidents proviennent d'un même point, on parle de **point objet**.

Si des rayons émergents proviennent d'un même point, on parle de **point image**.

On dit que A' est conjugué à A si A' est l'image de A, et on note $A \stackrel{\text{miroir}}{\sim} A'$

Un système qui conjugue à un point objet un point image est dit **stigmatique**. Seul le **miroir plan** l'est parfaitement.

On parle de **système centré** pour un système possédant un axe de symétrie appelé **axe optique** (OA)

On parle d'**aplanétisme** si 2 points objets dans le même plan orthogonal à OA sont conjugués à 2 points image dans un même plan orthogonal à OA (encore le cas du miroir plan)

Un point est **réel** si il existe réellement, et **virtuel** un point où se coupent les prolongements des rayons incidents.

TIL2 Lentilles minces

On parle de lentille mince car l'épaisseur est petite devant les rayons de courbure.

Conditions de Gauss:

Tous les rayons sont **paraxiaux**, soit peu inclinés et peu éloignés de OA.

Dans ces conditions on a un stigmatisme approché et un applanétisme approché.

On peut aussi se placer dans l'approximation des petits angles, $\alpha\ll 1$ d'où $\tan\alpha=\sin\alpha=\alpha$ et $\cos\alpha=1$

Le **centre optique** est le point d'un système optique où les rayons ne sont pas déviés.

Le **foyer principal image** (F') est l'image conjuguée d'un point objet à l'infini dans la direction de l'axe optique.

Le **foyer principal objet** (F) est l'objet conjugé d'un point image à l'infini dans la direction de l'axe optique.

Distance focale:

On a la distance focale image : $\overline{OF'}=f'$ et on a la distance focale objet : $\overline{OF}=f$

Ces deux grandeurs sont algébriques

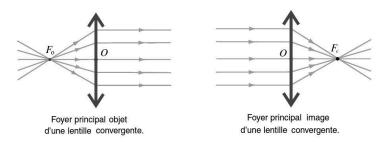
On a |f| = |f'|. Une lentille est très convergente/divergente quand |f'| est très petit.

On note la **vergence** d'une lentille $v=\frac{1}{f}$ en dioptrie δ avec $[\delta]=\mathrm{m}^{-1}$

On définit le **grandissement**, $\gamma=rac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$ soit la taille de l'image sur la taille de l'objet

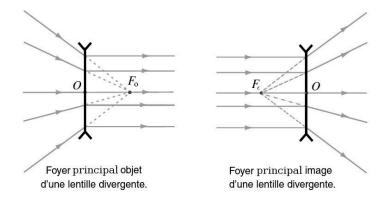
TII.2.a Lentille convergente

Une lentille est dite convergente si elle est à bords fins.



TII.2.b Lentille divergente

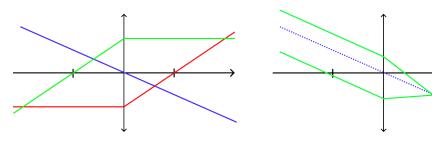
Une lentille est dite divergente si elle est à bords épais.



TII.3 Constructions

On fera toujours les constructions au stylo, et on respectera les règles suivantes :

- Un rayon incident qui passe par O est non dévié
- Un rayon incident qui passe par ${\cal F}$ émerge parallèlement à ${\cal O}{\cal A}$
- Un rayon émergent qui passe par F' incide parallèlement à OA
- Deux rayons incidents parallèles entre eux émergent en se croisant en un même point du plan focal image
- Deux rayons émergents parallèles entre eux incident en se croisant en un même point du plan focal objet



🔭 II.4 Relations de conjugaison

Relations de Descartes (centre optique) :

On a:

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$$

$$\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

Relations de Newton (foyer):

On a:

$$\overline{F'A'} \times \overline{FA} = -(f')^2$$

$$\gamma = -\frac{\overline{F'A'}}{f'} = -\frac{f}{\overline{FA}}$$

Preuve:

Cette preuve est hors programme théoriquement.



1

A faire (Si pas la flemme)

ightharpoonup II.5 Condition 4f'

Condition 4f':

Pour obtenir une image réelle d'un objet réel avec une lentille convergente,

$$D \ge 4f'$$

Preuve:

On pose $\overline{AA'} = D$ d'où $\overline{OA'} = D - x$ et $\overline{OA} = -x$ (grandeurs algébriques)

On utilie la relation de conjugaison, $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$ d'où $\frac{1}{D-x} + \frac{1}{x} = \frac{1}{f'}$

Ainsi on a $x^2-Dx+f'D$ donc $\Delta=D(D-4f')$, ainsi si $D\geq 4f'$ on a $\Delta\geq 0$ donc $x\geq 0$ donc A' est réel, sinon A' est virtuel (d'où la condition)

🔭 III Appareils optiques

🔭 III.1 Généralités

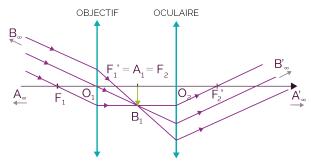
On parle de diamètre apparent pour l'angle sous lequel on voit un objet.

Grossissement:

On a le grossissement,

$$G = \frac{\alpha_{\text{appareil optique}}}{\alpha_{\text{oeil nu}}}$$

🔭 III.2 La lunette astronomique



La lunette astronomique est un système optique composé de deux lentilles, une **objectif** et une **oculaire**.

L'**objectif** est la lentille qui reçoit la lumière, et l'**oculaire** est la lentille qui donne l'image.

Le **foyer principal objet** de l'objectif doit être confondu avec le **foyer principal image** de l'oculaire.

On parle d'un système **afocal** si on donne une image à l'infini d'un objet à l'infini.

Ce dispositif permet d'avoir une image à l'infini d'un objet à l'infini.

Il est détaillé dans les fiches TP.

Till.3 L'oeil

La plus petite séparation angulaire que l'oeil peut distinguer est de 1' (minute d'arc) soit $\frac{1}{60}$ degré.

L'oeil est modélisable comme un dispositif optique :

- On a l'iris qui joue le role de diaphragme
- Le cristallin qui joue le role de lentille convergente
- La rétine qui joue le role d'écran

On parlera de **puctum proximum** pour la distance minimale à laquelle on peut voir distinctement ($25\,\mathrm{cm}$, et de **punctum remotum** pour la distance maximale à laquelle on peut accomoder (∞)

flectricité

◆ I Introduction à l'électricité

♦ I.1 Généralités

♦ I.1.a Charge électrique

La **charge** est une propriété intrinsigue d'une particule et s'exprime en Coulomb (c) et est de dimension I.T, est algébrique, additive et conservative (un système fermé est de charge fixe).

La charge est portée par les électrons (-e) et les protons (e) avec $e=1.6\times 10^{-19}c$ la **charge élémentaire** (souvent notée q).

♦ I.1.b Courant électrique

Le courant électrique est un déplacement d'ensemble de charges

On parle de **régime continu** si le courant est constant, et de **régime variable** si le courant varie.

♦ I.1.c Dipôle, branche, maille, circuit

Un **dipôle** possède 2 pôles, lui permettant d'être traversé par un courant électrique. Une association de dipôles forme un **circuit**.

Un association de dipôles à la suite est appelée **association série** et forme une **branche**.

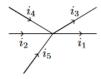
On parle de **noeud** pour un point où plusieurs branches se rejoignent.

Un association de dipôles bouclant sur elle même est appelée maille.

♦ I.1.d Intensité électrique

L'intensité électrique est un débit de charge noté I, avec $I=\frac{\delta Q}{\mathrm{d}t}$ avec δQ la charge traversant la section pendant $\mathrm{d}t$.

Pour mesurer une intensité on utilise un ampèremètre avec le + sur le mA ou μA et le - sur le COM (en série).



Loi des noeuds:

Dans une maille on a:

$$\sum_{\text{entrants}} I = \sum_{\text{cortants}} I$$

Ordres de grandeur de l'intensité :

• $I_{\text{t\'el\'ephone}} \approx \text{mA}$

•
$$I_{\text{prise}} = qq A$$

• $I_{\text{TGV, ligne haute tension}} = 500 - 1000 \,\text{A}$

• $I_{\text{foudre}} = 10^4 \,\text{A}$

I.2 La tension électrique

La **tension électrique** U est une différence de potentiels en Volts (V) et est additive.

$$U_{AB} = V_A - V_B$$

$$A \text{ dipôle } B$$

Expression de $U_{ m AB}$:

On a $U_{\mathrm{AB}} = V_{\!A} - V_{\!B}$ avec $V_{\!A}$ et $V_{\!B}$ deux potentiels électriques

Ordres de grandeur de la tension :

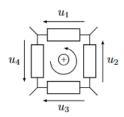
• $U_{\text{pile}} = 1 - 9 \,\text{V}$

• $U_{\text{batterie}} = 12 \,\text{V}$

• $U_{\text{prise}} = 220 \,\text{V}$

• $U_{\text{ligne haute tension}} = 150 - 1000 \,\text{kV}$

• $U_{\text{foudre}} = 10^8 \,\text{V}$



Loi des mailles:

Dans une maille, on a:

$$\sum_{\text{tension maille}} arepsilon_i U_i$$

avec $\varepsilon_i = +1$ si U_i est dans le sens du parcours et $\varepsilon_i = -1$ sinon.

La loi des mailles et la loi des noeuds s'appellent les **lois de Kirchhoff**. Elles sont variables en régime continu et en régime lentement variable.

Pour mesurer une tension on utilise un voltmètre avec le + sur la borne Ω et le - sur la borne COM (en dérivation).

I.3 Approximation des régimes quasi stationnaires (ARQS)

Critère d'ARQS:

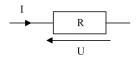
Si $au\gg \frac{d}{c}$ avec au le temps caractéristique, d la taille du circuit et c la longueur du vide alors on est dans l'approximation.

Note spé : Si λ (extension spatiale du signal) $\gg d$ on est dans l'ARQS

Si ce critère est vérifié, tous les points du circuit "voient" le changement en direct. Ce critère est tout le temps vérifié en tp.

I.4 Résistors

Un **résistor** est une dipôle qui conduit + ou – bien l'électricité.



Une résistance est schématisée ainsi en convention récepteur (ie l'intensité et la tension ne sont pas dans le même sens), et dans ce cas la P=UI représente la puissance reçue.

Loi d'Ohm:

On a U=RI avec R la résistance en Ohm (Ω) en convention récepteur.

Attention, en convention générateur, on a U = -RI

On définit la **conductance** $G = \frac{1}{R}$ en Siemens (S).

Ordres de grandeur de la résistance :

- $R_{\text{Ampèremètre}} = \text{qq}\,\Omega$
- $R_{\rm Fer\ \grave{a}\ repasser} = 40\,\Omega$
- $R_{
 m \acute{E}lectronique} = 10^6 10^7 \, \Omega$
- $R_{
 m Voltm\`etre}=10^6\,\Omega$

On dit qu'un résistor est un dipôle passif (en l'absence de I, pas de U) et linéaire (U = f(I)).

On a $R = \frac{l}{\sigma S}$ avec l la longueur, σ la conductivité électrique et S la section.

On considère qu'un fil a une résistance négligeable.

Tension d'un fil:

La tension au bornes d'un fil est nulle.

Le voltmètre ($\approx 10 M\Omega$) est modélisée par un interrupteur ouvert, et l'ampèremètre ($\approx 0.1\Omega$) modélisée par un fil.

Puissance dissipée par un résistor :

On a
$$P = RI^2$$

Preuve:

On a
$$P_{\mathrm{regue}} = UI = U_RI_R = RI_RI_R = RI_R^2$$

On a la **masse**, un point d'un circuit de potentiel nul, $V=0\,\mathrm{V}$ c'est l'origine des potentiels.

En théorie elle est choisie arbitrairement, mais en pratique elle est imposée par certains appareils reliés à la Terre.

I.5 Associations des résistors

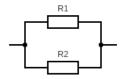


Association série de résistors :

Soit R_1 et R_2 deux résistances en série, on a $R_e=R_1+R_2$ la résistance équivalente

Preuve:

On a
$$U_1=R_1I$$
 et $U_2=R_2I$ ainsi $U=U_1+U_2=R_1I+R_2I=(R_1+R_2)I$ ainsi $R_e=R_1+R_2$



Association parallèle de résistors :

Soit R_1 et R_2 deux résistances en parallèle, on a $\frac{1}{R_e}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}$ la résistance équivalente

Preuve:

Par loi des mailles, $U=U_1=U_2$, ainsi $U=R_1I_1=R_2I_2$, d'après la loi des noeuds, $I=I_1+I_2=\frac{U}{R_1}+\frac{U}{R_2}=U\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)$ ainsi $U=\frac{1}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}}I$

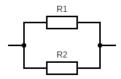
I.6 Ponts diviseurs



Pont diviseur tension:

Soit R_1 et R_2 deux résistances en séries, $U_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} U$

Preuve: On a
$$U_1=R_1I$$
 et $U=(R_1+R_2)I$ d'où $\frac{U_1}{U}=\frac{R_1I}{(R_1+R_2)I}$



Pont diviseur courant:

Soit
$$R_1$$
 et R_2 deux résistances en parallèle, $I_1=\frac{R_2}{R_1+R_2}I=\frac{\frac{1}{R_1}}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}}I$

Preuve:

On a
$$I_1=rac{U}{R_1}$$
 et $U=rac{R_1R_2}{R_1+R_2}I$ d'où $I_1=rac{R_2}{R_1+R_2}I$

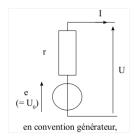
I.7 Générateurs

I.7.a Générateur de tension



Un générateur de tension est un dipole qui impose une tension entre ses bornes. La tension imposée par un générateur est aussi appelée sa force électromotrice (f.e.m)

U est donc indépendante, c'est une dipôle actif.



Un générateur réel est un générateur de Thévenin, on a :

Générateur de Thévenin:

On a
$$U=U_r+E=E-R_iI$$
 et $P_{\rm fournie}=UI=(E-R_iI)I=EI-R_iI^2$, avec R_i la résistance interne et E la f.e.m

I.7.b Générateurs de courant (HP)



Il existe des **générateurs de courant** qui fixent une intensité dans le circuit.

16

↓ II Circuits d'ordre 1

♦ II.1 Le condensateur

↓ II.1.a Généralités

Le **condensateur** est un dipôle linéaire composé de deux armatures séparées par un milieu isolant (diélectrique).



On a Q la charge algébrique par l'armature de gauche et -Q par celle de droite : le condensateur est globalement neutre.

On a Q=CU avec C la capacité du condensateur en Farad (F)

Ordres de grandeur de la capacité :

- $C_{
 m condensateur\ de\ TP} = 1\ {
 m nF} 1\ {
 m \mu F}$
- $C_{\text{condensateur en \'electrotechnique}} = 1 \,\mu\text{F} 1 \,\text{F}$
- $C_{\text{condensateur en \'electronique}} = 1 \, \text{pF} 1 \, \mu \text{F}$

Intensité aux bornes d'un condensateur :

En convention récepteur, $I = C \frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t}$

Preuve:

On a
$$\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t}=\frac{\delta Q}{\mathrm{d}t}=I$$
 et $Q=CU$ donc $I=\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}CU}{\mathrm{d}t}=c\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t}$

Énergie stockée dans un condensateur :

En convention récepteur, on a $E=\frac{1}{2}CU^2$

Preuve:

On a
$$P_{
m reque}=UI=U imes c {{\rm d}U\over{{
m d}t}}={{{
m d}{1\over 2}}CU^2\over{{
m d}t}}$$
 or $P_{
m reque}={{{
m d}E}\over{{
m d}t}}$ d'où $E={1\over 2}CU^2$

Continuité de U au bornes d'un condensateur :

Aux bornes d'un condensateur U est continue

Preuve:

On suppose U discontinue donc E aussi, ainsi $P=\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t}$ diverge donc P_{reque} infinie n'est pas possible

Comportement en régime permanant :

En régime permanent un condensateur est équivalent à un interrupteur ouvert (I = 0 A)

♦ II.1.b Associations

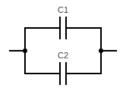
Association série de condensateurs :

Soit C_1 et C_2 deux condensateurs en parallèle, on a $\frac{1}{C_e}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}$ le condensateur équivalent

Preuve:

On a $U=U_1+U_2$ avec $i=i_1=i_2$ d'où $i=C_1\frac{\mathrm{d} U_1}{\mathrm{d} t}=C_2\frac{\mathrm{d} U_2}{\mathrm{d} t}.$

Ainsi on a $\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}U_1}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}U_2}{\mathrm{d}t}$ soit $\frac{i}{C_e} = \frac{i}{C_1} + \frac{i}{C_2}$ d'où la relation cherchée.



Association parallèle de condensateurs :

Soit C_1 et C_2 deux condensateurs en série, on a $C_e = C_1 + C_2$ le condensateur équivalent

Preuve:

Loi des noeuds on a $i=i_1+i_2$ d'où on a $i_1=C_1\frac{\mathrm{d} U}{\mathrm{d} t}$ et $i_2=C_2\frac{\mathrm{d} U}{\mathrm{d} t}$ d'où $i=(C_1+C_2)\frac{\mathrm{d} U}{\mathrm{d} t}$

∮ II.2 Charge d'un condensateur

On peut étudier la charge d'un condensateur (ou sa décharge) avec une équation d'ordre 1 dans un circuit RC

Équation différentielle RC:

On a

$$\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} + \frac{U}{\tau} = \frac{U_{\infty}}{\tau}$$

avec $\tau=RC$ le temps caractéristique dans le circuit RC

♦ II.3 La bobine

II.3.a Généralités

La **bobine** est un dipôle linéaire composé d'un enroulement de fils sur lui même

On associe à une bobine une **inductance** L en Henry (H), dépendant du nombre de fils et la quantités de spires (tours)

Ordres de grandeur de l'inductance :

- $L_{
 m bobine\ de\ TP}=1\,\mu{
 m H}-1\,{
 m mH}$
- $L_{
 m haut\ parleur} = 1\,{
 m mH}$
- $L_{1\text{m de cable}} = 100 \,\text{nH}$

Intensité aux bornes d'une bobine :

En convention récepteur, $U = L \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$

Énergie stockée dans une bobine :

En convention récepteur, on a $E=\frac{1}{2}Li^2$

Preuve

On a
$$P_{
m reque}=UI=Lrac{{
m d}i}{{
m d}t} imes i=rac{{
m d}rac12Li^2}{{
m d}t}$$
 or $P_{
m reque}=rac{{
m d}E}{{
m d}t}$ d'où $E=rac12Li^2$

Continuité de i au bornes d'une bobine :

Aux bornes d'une bobine i est continue

Preuve:

On suppose i discontinue donc E aussi, ainsi $P=\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t}$ diverge donc P_{reque} infinie n'est pas possible

Comportement en régime permanent :

En régime permanent un condensateur est équivalent à un fil (U = 0 V)

II.3.b Associations



Association série de bobines :

Soit L_1 et L_2 deux bobines en série, on a $L_e = L_1 + L_2$ la bobine équivalente

Prolive '

On a
$$U=U_1+U_2=L_1\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}+L_2\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}=(L_1+L_2)\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

Association parallèle de bobines :

Soit L_1 et L_2 deux bobines en parallèle, on a $\frac{1}{L_e}=\frac{1}{L_1}+\frac{1}{L_2}$ la résistance équivalente

Preuve:

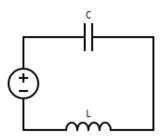
Par loi des mailles, $U=U_1=U_2$, ainsi $U=L_1 \frac{\mathrm{d} i_1}{\mathrm{d} t}=L_2 \frac{\mathrm{d} i_2}{\mathrm{d} t}.$

D'après la loi des noeuds, $i=i_1+i_2$ d'où $\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}+\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}$ soit $\frac{U}{L}=\frac{U}{L_1}+\frac{U}{L_2}$ d'où la relation recherchée

∳ III Circuits d'ordre 2, Oscillateurs

Les oscillateurs sont présentés dans un cas électrique, mais on les retrouve aussi en mécanique ou encore en thermodynamique.

♦ III.1 Oscillateur harmonique



On considère un circuit LC, on trouve $LC\frac{\mathrm{d}^2U}{\mathrm{d}t^2}+U=E$ d'où en posant $\omega_0=\frac{1}{LC}$ on retrouve :

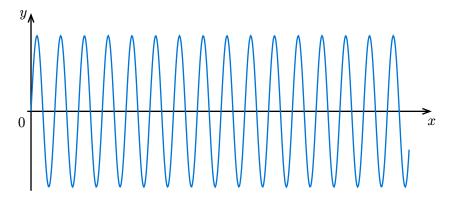
Oscillateur harmonique:

On a l'équation différentielle de l'oscillateur harmonique :

$$\ddot{\theta} + \omega_0^2 \theta = \omega_0^2 B$$

avec ω_0 la **pulsation caractéristique** homogène à un $\,\mathrm{rad}\,\mathrm{s}^{-1}$ et B une constante

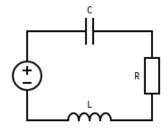
La forme générale est $\operatorname{sp} + A\cos(\omega_0 t) + B\sin(\omega_0 t)$, la résolution étant détaillée en annexe IV. Elle admet la courbe suivante.



Ainsi l'oscillateur possède un comportement oscillant avec $2\pi f = \omega_0$

↓ III.2 Oscillateur amorti

III.2.a Généralités



On considère maintenant un circuit RLC, ainsi on trouve l'équation différentielle suivante $\frac{E}{LC}=\frac{\mathrm{d}^2 U}{\mathrm{d}t^2}+\frac{R}{L}\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t}+\frac{1}{LC}U$, en posant $\omega_0=\frac{1}{LC}$ et $Q=\frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$ on a :

Oscillateur amorti:

On a l'équation différentielle de l'oscillateur armorti :

$$\ddot{\theta} + \frac{\omega_0}{Q}\dot{\theta} + \omega_0^2\theta = \omega_0^2\theta_\infty$$

avec ω_0 la pulsation caractéristique homogène à un $\,{\rm rad}\,{\rm s}^{-1},\,Q$ le facteur de qualité adimensionné

Si on a beaucoup d'oscillations, ${\it Q}$ correspond au nombre de périodes avant armortissement.

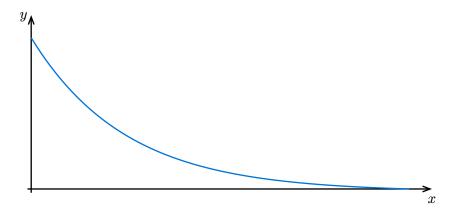
Selon la valeur de ${\it Q}$ on a un des trois types d'oscillateurs suivants :

- Si $Q < \frac{1}{2}$, on est en régime apériodique
- Si $Q=rac{1}{2}$, on est en régime critique
- Si $Q > \frac{1}{2}$, on est en régime pseudo-périodique

/ III.2.b Régime apériodique

Dans le cas apériodique on a $\Delta>0$ d'où $U(t)=\mathrm{sp}+Ae^{-\frac{t}{\tau_1}}+Be^{-\frac{t}{\tau_2}}$, la résolution étant détaillée en annexe IV.

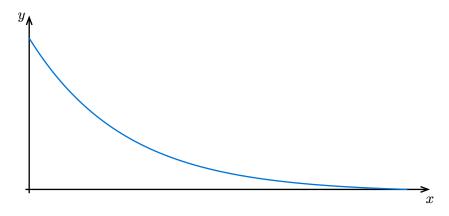
U s'amortit donc en quelques $\max(au_1, au_2)$, et en faisant un DL on a $au_2=rac{1}{w_0Q}$



III.2.c Régime critique

Dans le cas critique, on a $\Delta=0$ d'où $U(t)=\mathrm{sp}+(At+B)e^{-\frac{t}{\tau}}$, la résolution étant détaillée en annexe IV, on a quelques $\tau=\frac{1}{w_0}$

Le cas critique est très compliqué à réaliser expérimentalement.

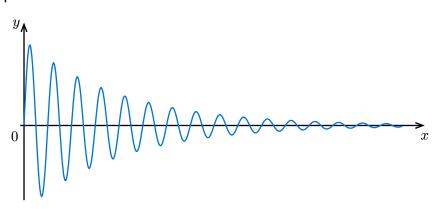


→ III.2.d Régime pseudo-périodique

Dans le cas pseudo-périodique, on a $\Delta<0$ d'où on a $U(t)=\mathrm{sp}+(A\cos(\omega t)+B\sin(\omega t))e^{-\frac{t}{\tau}}$ avec ω la **pseudo-pulsation**, la résolution étant détaillée en annexe IV.

On a quelques $au = rac{2Q}{w_0}$

Ainsi dans ce cas les oscillateurs voient leur amplitude d'oscillations diminuer avec le temps.



On définit le **décrément logarithmique** $\delta = \ln\left(\frac{A(t)}{A(t+T)}\right) = \frac{T}{\tau}$, avec T la **pseudo-période**. Le décrément logarithmique s'obtient en prenant deux valeurs maximales et en faisant $\delta = \ln\left(\frac{v_1}{v_2}\right)$ avec $t_1 < t_2$.

La durée du transitoire est de quelques τ .

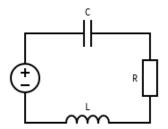


Attention:

En régime pseudo-périodique il n'est pas possible de déterminer graphiquement τ comme dans les autres régimes.

♦ IV Circuits en régime sinusoidal forcé

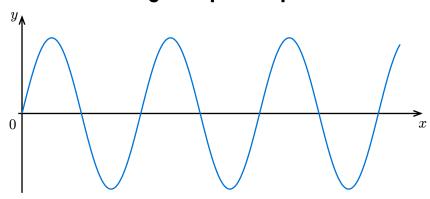
IV.1 Régime transitoire



Le circuit est en régime sinusoïdal forcé si le **générateur basse fréquence** (GBF) délivre une tension sinusoïdale. Ainsi on a l'apparition d'un déphasage aux temps longs, et l'amplitude du GBF n'est pas forcément la même que celle de U.

Ainsi le second terme dans les équations différentielles devient de la forme $A\cos(\omega t)$

♦ IV.2 Vocabulaire des signaux périodiques



On définit :

- La **période** T en s correspondant à l'écart entre deux passages au même point
- La **fréquence** f en Hz correspondant au nombre de périodes en une seconde d'où $f=\frac{1}{T}$
- La valeur moyenne $\langle u \rangle = rac{1}{T} \int_t^{t+T} u(ilde{t}) \, \mathrm{d} ilde{t}$
- L'amplitude crête à crête (peak to peak) $\Delta u = u_{
 m max} u_{
 m min}$

• La valeur efficace, $u_{
m eff} = \sqrt{\langle u^2
angle}$

Valeur efficace pour un signal sinusoïdal:

Dans le cas d'un signal de la forme $S_0\cos(\omega t)$, on a $\langle S \rangle = 0$ et $S_{\mathrm{eff}} = \frac{S_0}{\sqrt{2}}$

Preuve:

En effet en intégrant sur une période, on a $\langle S \rangle = 0$

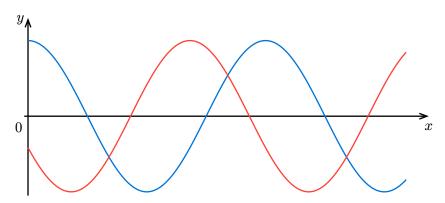
On a
$$\langle S^2 \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_t^{t+2\pi} \left(S_0 \cos(\omega \tilde{t}) \right)^2 \mathrm{d} \tilde{t} = \langle S^2 \rangle = \frac{S_0^2}{2\pi} \int_t^{t+2\pi} \frac{1+\cos(\omega \tilde{t})}{2} \, \mathrm{d} \tilde{t} = \frac{S_0^2}{2\pi} \frac{2\pi}{2} = \frac{S_0^2}{2} \, \mathrm{d'où} \, \mathrm{en}$$
 passant à la racine, $S_{\mathrm{eff}} = \frac{S_0}{\sqrt{2}}$

IV.3 Déphasage entre signaux

Soit $s_1(t)=s\cos(\omega t+\varphi_1)$ et $s_2(t)=s\cos(\omega t+\varphi_2)$, on définit le **déphasage** de s_2 par rapport à s_1 par $\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1$

Le déphasage est défini modulo 2π

- Si $\varphi_1 \equiv \varphi_2 \mod 2\pi$ alors les deux signaux sont en **accord de phase**
- Si $\Delta \varphi = \pm \pi$, alors les deux signaux sont en **opposition de phase**
- Si $\Delta \varphi = \pm \frac{\pi}{2}$, alors les deux signaux sont en **quadrature de phase**
- Si $\varphi_2>\varphi_1$, s_2 est en **avance de phase** sur s_1
- Si $\varphi_2 < \varphi_1$, s_2 est en **retard de phase** sur s_1



Pour mesurer le déphasage, on mesure l'écart de temps entre 2 passages au même endroit et on obtient Δt_1 et Δt_2 , ainsi on doit choisir, en connaissance du système entre 1 et 2, et $|\Delta \varphi| = \frac{\Delta t_1}{T} \times 2\pi \operatorname{mod} 2\pi$

♦ IV.4 Représentation complexe d'un signal harmonique

Pour parler d'une représentation complexe en physique on utilise $\underline{s}=a+ib$, et le conjugué de s est noté $s^*=\overline{s}=a-ib$

Attention:



Dans le contexte spécifique de l'électricité et pour éviter des confusions avec l'intensité i, on note j le nombre imaginaire tel que $j^2=-1$ (définition différente des mathématiques)

En posant $u=U_0\cos(\omega t+\varphi)$, on a $\underline{u}=U_0e^{j(\omega t+\varphi)}$ d'où $\underline{u}=U_0e^{j\varphi}e^{j\omega t}$ avec $\underline{U}=U_0e^{j\varphi}e^{j\omega t}$ l'amplitude complexe et $U=|\underline{u}(t)|$

De plus on a $\varphi = \arg(\underline{U}) = \arg(U_0 e^{j\varphi})$

Dériver en complexe revient à multiplier par $j\omega$

IV.5 Impédances complexes

∮ IV.5.a Généralités

Impédance complexe:

En convention récepteur, on définit $\underline{z}=\frac{\underline{u}}{\underline{i}}=\frac{U_0}{I_0}e^{j(\varphi_u-\varphi_i)}$ l'**impédance complexe** homogène à une résistance

Cas d'une résistance:

Pour une résistance, on a $z_R=R$, d'où $\underline{z}\in\mathbb{R}_+$, on dit que le dipôle est **résistif**

Cas d'une bobine:

Pour une bobine, on a $\underline{z_L}=j\omega L$, d'où $\underline{z}\in i\mathbb{R}$ et $\varphi_u-\varphi_i=\frac{\pi}{2}$, donc u(t) est en quadrature de phase avance par rapport à i(t), on dit que le dipôle est **inductif**.

Preuve:

On a
$$u_L=L {{{
m d}i}\over {{
m d}t}}$$
 d'où $u_L=L j \omega \underline{i}$ d'où $z_L=j \omega L$

Cas d'un condensateur :

Pour un condensateur, on a $\underline{z_C}=\frac{1}{j\omega C}$, d'où $\underline{z}\in i\mathbb{R}$ et $\varphi_u-\varphi_i=-\frac{\pi}{2}$, donc u(t) est en quadrature de phase retard par rapport à i(t), on dit que le dipôle est **capacitif**.

Preuve

On a
$$i=Crac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$$
 d'où $\underline{i}=Lj\omega u_C$ d'où $z_C=rac{1}{i\omega C}$

On définit aussi l'**admittance complexe** comme étant $\underline{y}=\frac{1}{z}$

♦ IV.5.b Comportement basse et haute tension

Comportement basse fréquence :

En basse fréquence :

- La bobine se comporte comme un fil
- Le condensateur se comporte comme un interrupteur ouvert

Comportement haute fréquence :

En haute fréquence :

- La bobine se comporte comme un interrupteur ouvert
- Le condensateur se comporte comme un fil

IV.6 Lois de l'électricité en RSF

Les lois de l'électricité restant valides dans l'ARQS, elles sont aussi valides si $\omega \ll \frac{2\pi c}{J}$.

Les impédances s'associent en série et en parallèle comme des résistances, et les ponts diviseurs s'appliquent aussi aux impédances.

Loi des noeuds en terme de potentiel:

A un point A, on a $\sum_{\mathrm{entrants}} I = \sum_{\mathrm{sortants}} I$ d'où :

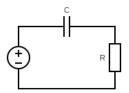
$$\sum_{\text{outrants}} \frac{V_A - V}{Z} = \sum_{\text{outrants}} \frac{V - V_A}{Z}$$

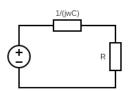
♦ IV.7 Étude d'un circuit

Pour étudier un circuit :

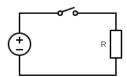
- On peut établir l'équation différentielle de u, puis passer dans $\mathbb C$ et déterminer $\underline u$ puis U et φ
- On peut utiliser la méthode des impédances complexes (voir ci dessous), valide uniquement en RSF

On considère le circuit suivant, qu'on peut remplacer avec des impédances :





Ainsi en basse et haute fréquence on a :





Par loi des mailles on a $\underline{z_R}=R$ et $\underline{z_C}=\frac{1}{j\omega C}$ d'où le dipole équivalent est $\underline{z}=R+\frac{1}{j\omega C}$ En utilisant un pont diviseur tension on a $\underline{u_C}=\frac{z_C}{z_R+z_C}E=\frac{1}{1+j\omega RC}E$

On remarque qu'on peut retrouver l'équation différentielle, on a $\underline{u}=\frac{1}{1+j\omega RC}\underline{e}$ d'où $u+j\omega RCu=e$ d'où $u+RC\dot{u}=e$

♦ IV.8 Résonnance

Lorsque l'amplitude de la réponse sinusoïdale d'un système à une excitation sinusoïdale, d'amplitude fixe mais de fréquence variable passe par un maximun, on dit qu'il y a **résonance**.

Dans un RLC série alimeté par un générateur de tension idéal, on a : $\underline{I}=\frac{\underline{U}}{\underline{R}}=\frac{U_0/R}{1+jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)}$ ($\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}$ et $Q=\frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$)

Si on trace la **réponse en amplitude**, l'amplitude réelle présente un maximum, alors on dit qu'il y a **résonance en intensité**. On définit $\omega_{\rm res}$ la **pulsation de résonance**, pas toujours égale à ω_0 (notamment dans du 2nd ordre).

On définit ω_c les **pulsations de coupure** tel que $I\left(\frac{\omega_c}{\omega_0}\right)=\frac{I_{\max}}{\sqrt{2}}$

On a $\Delta\omega_c=\left|\omega_{c_1}-\omega_{c_2}\right|$ la largeur de résonance

De plus on a aussi $\frac{\omega_{\rm res}}{\Delta\omega_c}$ l'**acuité de résonance**, plus elle est élevée, plus on a un pic.

On peut tracer la **réponse en phase**, $\varphi=-\arctan\left(Q\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)\right)$, on remarque dans le cas d'un RLC que $\varphi(\omega_{\mathrm{res}})=0$, $|\varphi(\omega_c)|=\frac{\pi}{4}$ et $\omega_{\mathrm{res}}=\omega_0$.

On a résonance en intensité peu importe le facteur de qualité, mais ça n'est pas toujours le cas (notamment en tension ou en vitesse en mécanique)

On a aussi $Q=rac{\omega_{
m res}}{\Delta\omega_c}$

V Filtrage

Les signaux dans la réalité sont complexes à analyser car souvent superposés à un bruit qu'on cherche à éliminer. Ainsi on réalise un **filtrage**, analogique (ici) ou numérique.

V.1 Spectre d'un signal, décomposition de Fourier

Un signal périodique de période T peut se décomposer en une superposition de signaux sinusoïdaux de fréquences multiples.

On a
$$u(t)=E_0+\sum_{n=1}^{+\infty}E_n\cos(2\pi nft+\varphi_n)$$
 (décomposition de Fourier)

On a E_0 la **valeur moyenne** du signal et les $E_k\cos(2\pi kft+\varphi_k)$ sont appelés les **harmoniques**. La première harmonique, $E_1\cos(2\pi ft+\varphi_1)$ est appelée **le fondamental**.

Donner le spectre en amplitude c'est fournir les valeurs des ${\cal E}_n$

🖍 A faire Spectre en amplitude

V.2 Réponse fréquentielle d'un quadripole

Un **quadripôle** est un circuit électrique comportant 2 bornes d'entrée et 2 bornes de sortie. On impose dans ce cours des dipôles linéaires, d'être en sortie ouverte donc l'intensité sortante est nulle.

On a la **réponse fréquentielle**, $e(t) = E\cos(\omega t)$ et on étudie s(t) en régime établi.

Dans un quadripole linéraire, e et s sont liés par une équation différentielle, et e étant sinusoïdale, les impédances sont autorisées dans ce cadre.

Filtre:

Un **filtre** est caractérisé par la **fonction de transfert** complexe $\underline{H} = \frac{\underline{s}}{\underline{e}}$

On a $\underline{H} = \frac{\underline{\underline{S}}\underline{\underline{F}}\underline{\underline{F}}\underline{\underline{F}}\underline{\underline{F}}\underline{\underline{F}}\underline{\underline{F}}$, et $\underline{\underline{H}}$ est adimensionné.

On a $\underline{H}=\frac{P(j\omega)}{Q(j\omega)}$, avec $P,Q\in\mathbb{C}[X]$, et le filtre est de l'**ordre** du degré de Q.

Gain:

Le **gain** du filtre est défini par $|\underline{H}| = \left|\frac{\underline{S}}{\underline{E}}\right| = \frac{S}{E}$, et la connaissance du gain renseigne sur le rapport des amplitudes de l'entrée et de la sortie.

Déphasage:

On a $arg(\underline{H}) = \varphi_s - \varphi_e$

Preuve:

On a
$$\arg(\underline{H}) = \arg\left(\frac{\underline{S}}{\underline{E}}\right) = \arg\left(\frac{Se^{j\varphi_s}}{Ee^{j\varphi_e}}\right) = \arg\left(e^{j(\varphi_s - \varphi_e)}\right) = \varphi_s - \varphi_e$$

Donc l'argument de \underline{H} nous renseigne sur le déphasage entre la sortie et l'entrée.

V.3 Filtre d'ordre 1

Filtre ordre 1:

Dans un **filtre du premier ordre**, on a $\underline{H}=rac{a_0+a_ij\omega}{b_0+b_ij\omega}$

Pour trouver \underline{H} on peut faire une équation différentielle ou les impédances \mathbb{C} .

On peut ensuite mettre \underline{H} sous forme canonique, ainsi $\underline{H}=\frac{\dots}{1+j\frac{\omega}{\omega_0}}$ avec ω_0 la pulsation caractéristique du filtre.

Pour étudier un filtre :

• On regarde d'abord son comportement BF/HF avec les dipôles équivalents pour les bobines et condensateurs. Si on a $u=\left\{egin{array}{l} e & \text{en BF} \\ e & \text{en HF} \end{array}\right.$ on a un **passe-bas**.



Attention:

On est en HF si $\omega\gg\omega_0\Longleftrightarrow 2\pi f\gg 2\pi f_0\Longleftrightarrow f\gg f_0$

• On regarde ensuite le gain $|\underline{H}|$ en BF et HF en négligeant $\frac{\omega}{\omega_0}$ ou $\frac{\omega_0}{\omega}$ selon le cas.

Gain en décibel :

On a le **gain en décibel** $G_{\rm dB}=20\log_{10}(|\underline{H}|)$, l'échelle log étant plus adaptée car à chaque facteur \times 10 on a $\pm 20k$

On a la **pulsation de coupure** à $-3\,\mathrm{dB}$ telle que $G_\mathrm{dB}=-3\,\mathrm{dB}$

La **bande passante du filtre** à $-3\,\mathrm{dB}$ sont les ω tels que $G_\mathrm{dB}(\omega) \geq G_\mathrm{dB\,max} - 3\,\mathrm{dB}$

On peut retrouver ces valeurs avec $|\underline{H}|$, en effet $|\underline{H}|(\omega_c)=\frac{|\underline{H}|_{\max}}{\sqrt{2}}$

On a la **largeur de la bande passante**, $\Delta\omega=\max(\omega)-\min(\omega)$ avec ω dans la bande passante.

Dans un filtre du premier ordre, $\omega_c=\omega_0$ et $\Delta\omega=\omega_0$

Туре	Transmittance	Pulsation de coupure	Gain
Passe-bas (ordre 1)	$\frac{1}{1+j\frac{\omega}{\omega_0}}$	ω_0	$\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}$
Passe-haut (ordre 1)	$\frac{j\frac{\omega}{\omega_0}}{1+j\frac{\omega}{\omega_0}}$	ω_0	$\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}$

On peut tracer les **diagrammes de Bode** en fonction de $\frac{\omega}{\omega_0}$ pour le gain et le déphasage, et observer un comportement intégrateur ou dérivateur.

On a un comportement intégrateur dans le cas d'un passe-bas et dérivateur dans le cas d'un passe-haut.

♦ V.4 Filtre d'ordre 2

Seul le filtre passe-bande d'ordre 2 est au programme

Transmittance passe-bande:

Dans un **filtre passe-bande d'ordre 2**, on a
$$\underline{H}=\frac{1}{1+jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

On retrouve Q le facteur de qualité.

Comme son nom l'indique, le filtre passe-bande laisse passer une bande de fréquences autour de ω_0 .

Lien pulsation coupure et facteur de qualité :

On a
$$\frac{\omega_0}{\Delta\omega_c}=Q$$

Ainsi si Q est grand, la bande passante est étroite, et si Q est petit, la bande passante est large.

Les résultats suivants sont hors programme mais peuvent être utiles :

Туре	Transmittance	Pulsation de coupure
Passe-bande (ordre 2)	$\boxed{\frac{1}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}}$	ω_0
Passe-bas (ordre 2)	$\boxed{\frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{Q\omega_0}\right)^2}}$	ω_0
Passe-haut (ordre 2)	$\boxed{ \frac{-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{1+j\frac{\omega}{\omega_0}-\left(\frac{\omega}{Q\omega_0}\right)^2}}$	ω_0

29

Réjecteur de bande $\boxed{\frac{1+\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{1+j\frac{\omega}{\omega_0}-\left(\frac{\omega}{Q\omega_0}\right)^2}}$ ω_0



Attention:

On remarquera que la forme canonique a toujours un 1 au dénominateur

VI Signaux périodiques et filtrage linéaire (Spé)

VI.1 Signaux périodiques et leur caractérisation

L'analyse harmonique est importante, car les sinusoides sont stables par intégration et dérivation et parcequ'elles constituent la base de la décomposition de Fourier.

On rappelle qu'on définit la **valeur efficace** par $E_{\rm eff}=\sqrt{\langle u^2\rangle}$: la **valeur efficace** de e(t) est la valeur de la tension continue qui déposerait la même énergie que e(t) pendant une perière dans un résistor.

Dans un résistor on a $P(t)=rac{e^2(t)}{R}$ d'où $\mathcal{E}=rac{1}{R}\int_{-rac{T}{2}}^{rac{T}{2}}(e^2(t))$ d'où on retrouve l'expression de E_{eff} .

Dans le cas d'un sinus on a bien $E_{\rm eff}=\frac{S_0}{\sqrt{2}}$ et $E_{\rm eff}=0$ dans le cas d'un signal créneau.

Décomposition de Fourier :

Toute fonction e(t) périodique de pulsation w_1 peut s'écrire de la façon unique suivante :

$$e(t) = \sum_{n=0}^{+\infty} a_n \cos(w_n t) + b_n \sin(w_n t)$$

Les a_n et b_n sont les coefficients de Fourier de e(t) et $\omega_n=n\omega_1$

Expression des coefficients:

Si
$$n=0$$
, on a $a_n=rac{1}{T}\int_{-rac{T}{2}}^{rac{T}{2}}e(t)\,\mathrm{d}t$ et $b_0=0$

Sinon on a:

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} e(t) \cos(\omega_n t) \,\mathrm{d}t \ \text{ et } \ b_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} e(t) \sin(\omega_n t) \,\mathrm{d}t$$



Attention:

Attention au $\frac{1}{T}$ pour a_0 et $\frac{2}{T}$ pour les autres

On remarque que:

- + $a_0 = \langle e(t) \rangle$, aussi appelé **offset** en électronique
- La série de Fournier d'une fonction impaire ne contient que des sinus et celle d'une fonction paire que des cosinus
- Si $e(t+\frac{T}{2})=-e(t)$, alors tous les termes de degré pair sont nuls
- La décomposition est définie si a_n, b_n tendent vers 0 quand n tend vers l'infini



🥕 A faire Ajouter les décomps d'un carré et d'un triangle

On appelle rapport cyclique (entre 0 et 1) la proportion du temps passé en haut pour un signal créneau et la durée de la phase montante pour un signal triangle.

On rappelle qu'un signal triangle est l'intégrale d'un signal créneau.

On peut aussi tracer le spectre en amplitude, car tout signal peut s'écrire sous la forme $e(t) = \sum_{n \geq 0} A_n \cos(\omega_n t + \varphi_n)$ avec $A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$ et $\tan(\varphi_n) = -\frac{b_n}{a_n}$

Pour un signal périodique de fréquence f_1 , le terme périodique de fréquence nulle est la composante continue d'amplitude A_0 , le terme A_1 est le fondamental et $\forall n \geq 0, A_n$ est l'amplitude de l'**harmonique** de rang n.

On peut ainsi tracer le spectre en amplitude, A_n en fonction de n ou de $f_n=nf_1$. Plus un spectre contient d'harmoniques, plus il est **riche**.

Formule de Parseval:

On a

$$E_{\rm eff} = \sqrt{A_0^2 + \frac{1}{2} \sum_{n \ge 1} A_n^2}$$

On a
$$\left(\sum_{n\geq 0}A_n\cos(\omega_nt+\varphi_n)\right)^2=\sum_{n\geq 0}A_n^2\cos^2(\omega_nt+\varphi_n)+\sum_{\substack{n,m\\\operatorname{tq}\ n\neq m}}A_nA_m\cos(\omega_nt+\varphi_n)\cos(\omega_mt+\varphi_m)$$
 Et $\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}\cos^2(\omega_nt)\,\mathrm{d}t=\left\{\frac{T}{2}\sin n\neq 0\right\}T$

D'où le résultat

On note $T_{n(t)}$ la somme partielle des termes de T(t) jusqu'au range n.

Le fondamental et les premières harmoniques contiennent la forme générale du signal (cad la période, une approximation des valeurs extrêmes et groissièrement les parties plates). Les harmoniques de rang élevé contiennent les détails : éventuelles discontinuités du signal ou de ses dérivées (au voisinage des points anguleux) et le lissage des parties plates.

Quand on a une discontinuité en pente seulement (ie la dérivée est discontinue), alors les A_n décroissent rapidement (au moins en $\frac{1}{n^2}$), ainsi une bande passante limitée suffit souvent à la transmission d'un signal périodique continu.

31

Pour un signal périodique avec discontinuités, les A_n décroissent lentement (généralement en $\frac{1}{n}$). Un signal présentant des discontinuités nécessite souvent une bande passante plus large.

VI.2 Filtrage linéaire d'un signal périodique

Le multiplexage est le fait de faire transiter plusieurs signaux via un même fil.

Système linéaire:

Un système est dit **linéaire** si avec $s_1(t)$ (resp $s_2(t)$) la sortie associée à $e_1(t)$ (resp $e_2(t)$), toute combinaison linéaire de e_i appliquée au système fournit la même combinaison linéaire de s_i .

ie
$$Ae_1(t) + Be_2(t) \to As_1(t) + Bs_2(t)$$

En particulier les systèmes qui lient e(t) et s(t) par la relation suivante sont linéaires :

$$\sum_{l=0}^{L} \lambda_l \frac{\mathrm{d}^l s}{\mathrm{d}t^l} = \sum_{m=0}^{M} \mu_l \frac{\mathrm{d}^m e}{\mathrm{d}t^m}$$

On appelle **ALI** un Amplificateur Linéaire Intégré (ou AO, Amplificateur Opérationnel), schématisé de la manière suivante :

L'ALI possède 2 entrées, l'entrée - dite **inverseuse** et l'entrée + est dite **non inverseuse**, et une sortie.

ALI idéal :

Un modèle simple est celui de l'ALI idéal : les impédances d'entrée sont supposées infinies.

Celà a pour conséquence $i^+ = i^- = 0$

De plus si l'ALI est en fonctionnement linéaire, $v^+=v^-$

On peut déterminer s(t) en cherchant l'équation différentielle, ou passer par les séries de Fourier avec le gain et le déphasage. On remarque qu'en traçant $S_{20(t)}$ on retombe sur un graphe de s(t) proche de celui avec la premiere méthode.

Pour tout signal d'entrée périodique $e(t) = \sum^{+\infty} A_n \cos(\omega_n t + \varphi_n)$, on a :

$$s(t) = \sum_{}^{+\infty} G(\omega_n) A_n \cos(\omega_n t + \varphi_n + \Phi(\omega_n))$$

De plus le spectre en sortie est inclus dans le spectre en entrée, c'est à dire que toute fréquence présente dans le spectre en sortie est nécessairement présente dans le spectre en entrée.

Pour les filtres se référer au chapitre précédent mais il est important de noter que :

- $G_0 \in \mathbb{R}^+$ pour les filtres du premier ordre
- Le déphasage est nul là où le filtre est passant et toujours décroissant
- Pour un passe-bande plus le facteur de qualité est élevé et plus la bande est précise



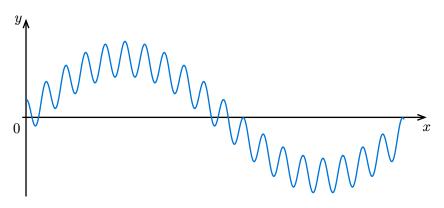
Ondes

■ I Introduction aux ondes

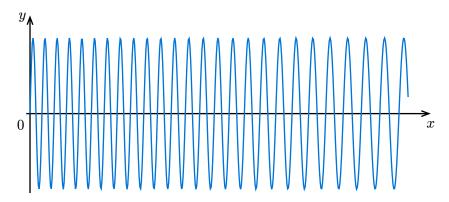
I.1 Définition et exemples

Une **onde progressive** est une perturbation du champ qui se propage de proche en proche sans transport global de matière mais avec transport global d'énergie.

Une one est dit **transverse** si si la perturbation est orthogonale au sens de propagation



Une onde est dite **longitudinale** si cette perturbation est dans le même sens que la direction de propagation



Onde mécanique:

Une **onde mécanique** est une onde qui a besoin d'un milieu matériel pour se propager

On se limitera à la description de la propagation des ondes dans un milieu illimité, non dispersif et transparent :

• Illimité : On néglige les effets de bord

• Non dispersif : La vitesse ne dépend pas de la longueur d'onde

• Transparent : Pas de perte d'énergie de l'onde vers le milieu

Ondes accoustiques:

• Sons audibles : $20-20000\,\mathrm{Hz}$

• Téléphonie : $300 - 3400 \,\mathrm{Hz}$

• La3 par un diapason : $440\,\mathrm{Hz}$

Ondes électromagnétiques :

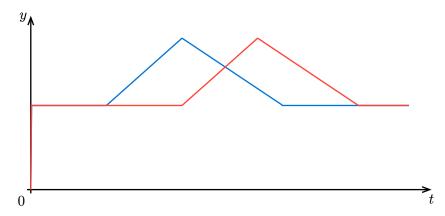
• WiFi: $2.4 - 5 \, \text{GHz}$

• Lumière visible : $400 - 800 \,\mathrm{THz} \, \left(4 \cdot 10^{14} - 8 \cdot 10^{14} \,\mathrm{Hz} \right)$

• Radio FM: $88-108\,\mathrm{MHz}$

Dans les conditions d'études, une onde unidimensionnelle se propage en se translatant

On a une onde qui se déplace de la manière suivante, en bleu en t_0 et en rouge en $t_1 > t_0$



On notera qu'un graphe en fonction de t(y) donnera une symétrie par rapport à l'axe des ordonnées de l'onde.

Forme de l'onde planaire :

Dans le cas d'une onde planaire on a :

$$s(x,t) = F(x \pm vt)$$

avec v la **célérité de l'onde** et F dépendant de la forme de l'onde.

Si l'onde se déplace vers les x croissants on a x-vt et si x se déplace vers les x décroissants on a x+vt

Dans le cas **sphérique isotrope** (onde émise dans toutes les directions), on a $s(d,t)=A(d)\times F(d-vt)$

I.3 Ondes planes progressives harmoniques

Une onde **plane** est une onde 3D mais ne nécessitant qu'une seule dimension pour être décrite un plan P(x,t).

Une onde est dite **harmonique** lorsque $P(x,t)=P_0\cos(k(x\pm vt)+\varphi)=P_0\cos(kx\pm \omega t+\varphi)$

Le k est appelé **vecteur d'onde** et est de dimension $\operatorname{rad} \operatorname{L}^{-1}$ et $k=\frac{2\pi}{\lambda}$

Relations avec k:

On a
$$T=\frac{\lambda}{v}$$
, $f=\frac{v}{\lambda}$ et $\omega=kv$

Une onde harmonique possède une double périodicité : spatiale de longueur d'onde λ et temporelle de périodicité de période T.

Vitesse de phase:

On a $v = \frac{\omega}{k}$, dans notre cas c'est la célérité.

La **surface d'onde** est le lieu des points qui sont dans le même état vibratoire (dans une onde harmonique c'est le lieu des points qui ont la même phase).

¼ I.4 Puissance d'une onde

On définit la **puissance surfacique moyenne d'une onde**, $P_{
m surf}=k\langle s^2
angle$

On définit aussi la **quantité moyenne d'énergie par unité de temps** qui traverse cette surface, $P=\iint_{\mathrm{surface}}P_{\mathrm{surf}}\,\mathrm{d}s$

Pour une onde plane se déplaçant vers les x croissants, on a $P_{
m surf} = k {S_0^2 \over 2}$

Preuve:

Soit
$$s(x,t)=\cos(\omega t-xt+\varphi)$$
, ainsi $P_{\mathrm{surf}}=k\langle S_0^2\cos^2(\ldots)\rangle=k\frac{S_0^2}{2}$

Dans un volume d'espace, $P_{
m entrante} = P_{
m sortante}$

Preuve:

$$P_{
m entrante}=krac{S_e^2}{2}$$
 et $P_{
m sortante}=krac{S_s^2}{2}$ or $S_e=S_s$ dans ce cours d'où $P_{
m entrante}=P_{
m sortante}$

De même, dans un milieu sphérique isotrope, on a $P_{
m entrante} = P_{
m source}$

Preuve:

$$P_{
m entrante}=P_{
m source}$$
 et $P_{
m source}=P_{
m surf} imes 4\pi R^2$ et puisqu'il n'y a pas d'absorption et de stockage, $P_{
m entrante}=P_{
m source}=P_{
m source}$

De plus, on a $S=\frac{C}{R}$ avec R le rayon du cercle considéré

I.5 Spectre d'une onde périodique

On considère $s(0,t)=S_0+\sum_{m=1}^{+\infty}S_m\cos(m\omega t+\varphi_m)$ comme dans le cours d'optique

Principe de superposition:

Dans un milieu linéaire, l'onde totale qui résulte de plusieurs ondes est la somme des ondes

De plus on a la **relation de dispersion** entre k_ω et m_ω , $m_\omega=k_mc$

🕼 I.6 Ordre de grandeur

On a $\lambda=10^-6\,\mathrm{m}$ pour les ondes lumineuses, $f=10^{14}\,\mathrm{Hz}$ et $\omega=10^{15}\,\mathrm{rad}\,\mathrm{s}^{-1}$

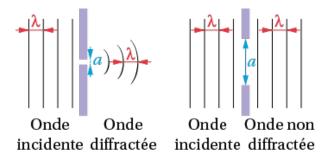
Le spectre de l'audible est de $20\,\mathrm{Hz}$ à $20\,\mathrm{kHz}$ et le spectre des ondes radio est de $10\,\mathrm{kHz}$ à $10\,\mathrm{GHz}$

II Diffraction/Interférences

La **diffraction** et les **interférences** sont deux principes intrinsèques aux ondes qui ne dépendent pas de leur nature.

₩ II.1 Diffraction

La diffraction se fait selon le schéma suivant :



Critère de diffraction :

On a le **critère de diffraction** $\frac{\lambda}{a}$ (addimensionné) :

- Si $a < \frac{\lambda}{2}$ il ne se passe rien
- Si $\lambda \approx a$, on a une onde circulaire avec la même pulsation et la même longueur d'onde
- Si $a > qq \lambda$ on a une onde restreinte angulairement
- Si $a \gg \lambda$ l'onde n'est pas diffractée

Formule de la diffraction:

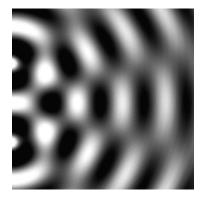
Si $\lambda \leq a$, l'onde est contrainte dans un secteur angulaire d'un demi angle au sommet θ tel que $\sin(\theta) \approx \frac{\lambda}{a}$

II.2 Interférences

Les interférences résultent d'une superposition de plusieurs ondes selon le principe de superposition.

Les interférences se font selon le schéma suivant :

Les zones noires sont appelées **inteférences destructives** et les zones blanches sont appelées **interférences constructives**.



L'intensité d'une onde est la puissance surfacique.

On a la représentation complexe d'une onde, $s=S\cos(\omega t+\varphi(M))$ d'où $\underline{s}=S\exp^{j(\omega t+\varphi(M))}$

Formule de Fresnel:

On a la **formule des interférences** ou **de Fresnel** en considérant 2 ondes harmoniques de même pulsation :

$$I=I_1+I_2+2\sqrt{I_1I_2}\cos(\varphi_1(M)-\varphi_2(M))$$

Preuve:

On a
$$\underline{s} = \underline{s_1} + \underline{s_2}$$
 d'où $S^2 = |\underline{u}|^2 = \left(\underline{s_1} + \underline{s_2}\right)\left(\underline{s_1}^* + \underline{s_2}^*\right) = \underline{s_1s_1}^* + \underline{s_2s_2}^* + \underline{s_1s_2}^* + \underline{s_1}^*\underline{s_2}$ Et $S_1e^{j(\omega t - \varphi_1)}S_2e^{-j(\omega t - \varphi_2)} + S_1e^{-j(\omega t - \varphi_1)}S_2e^{j(\omega t - \varphi_2)} = S_1S_2\left[e^{j(\varphi_1 - \varphi_2)} + e^{-j(\varphi_1 - \varphi_2)}\right] = 2S_1S_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2)$

D'où
$$S^2 = S_1^2 + S_2^2 + 2S_1S_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2)$$

Soit
$$\frac{k}{2}S^2=\frac{k}{2}S_1^2+\frac{k}{2}S_2^2+2\Big(\sqrt{\frac{k}{2}}S_1\Big)\Big(\sqrt{\frac{k}{2}}S_2\Big)\cos(\varphi_1-\varphi_2)$$

Donc on a bien $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2}\cos(\varphi_1 - \varphi_2)$

On remarque donc bien que si $I_1 = I_2 = I_0$, on a $I = 2I_0(1 + \cos(\Delta\varphi))$

Si les deux ondes sont en phase, on a $\cos(\Delta\varphi)=1$ d'où $I=I_1+I_2+2\sqrt{I_1I_2}$ ou encore $I=4I_0$ sous les hypothèses précédentes. On dit dans ce cas qu'on a des **inteférences constructives**.

Si les deux ondes sont opposition en phase, on a $\cos(\Delta\varphi)=-1$ d'où $I=I_1+I_2-2\sqrt{I_1I_2}$ ou encore I=0 sous les hypothèses précédentes. On dit dans ce cas qu'on a des **inteférences destructives**.

On définit la **différence de marche** $\delta(M)=d_2(M)-d_1(M)$ la différence de chemin optique entre les deux ondes.

De même on a des interférences constructives si $\Delta \varphi = 2k\pi$ ou $\delta(M) = k\lambda$ (différence de marche) et des interférences destructives si $\Delta \varphi = (2k+1)\pi$ ou $\delta(M) = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$

A faire (Voir pour expliciter les expressions des trous d'Young + interfrange)

Interfrange:

On a l'**interfrange** $i=\frac{\lambda d}{a}$ l'espacement entre deux interférences constructives

🕼 III La lumière onde

III.1 Généralités

Dans le point de vue ondulatoire, la lumière est une onde se déplaçant à $299\,792\,458\,\mathrm{m\,s^{-1}}$

La plupart des diélectriques suivent la **loi de Cauchy**, $n(\lambda)=A+\frac{B}{\lambda^2}$, A>0 dépendant du matériau et B dépendant du diélectrique

On parle de **diélectrique dispersent** une dispersion de la lumière avec λ dans le prisme arc-en-ciel.

Souvent on fera l'hypothèse que cette dispersion est négligeable.

III.2 Modèle scalaire

La lumière est une onde scalaire $\left(\vec{E},\vec{B}\right)$ (3D) mais on se place en 1D en disant que la lumière est de forme s(x,y,z,t)

Dans le cas d'un milieu homogène et d'une onde plane harmonique avec λ_0 la longueur d'onde dans le vide on a $\lambda=\frac{\lambda_0}{n}$ et $k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\pi}{\lambda_0}n$

Preuve:

Le milieu est linéaire, d'ou on a $\omega_{\mathrm{vide}}=\omega_{\mathrm{diélectrique}}=\omega$ avec $\omega=ck_0=c\frac{2\pi}{\lambda_0}$ dans le vide et $\omega=\frac{c}{n}k=\frac{c}{n}\frac{2\pi}{\lambda}$

Ainsi
$$\frac{c}{n}\frac{2\pi}{\lambda}=c\frac{2\pi}{\lambda_0}$$
 d'où $n\lambda=\lambda_0$ soit $\lambda=\frac{\lambda_0}{n}$

Dans un milieu homogène, le **chemin optique** est $L_{\mathrm{AB}}=nx$

Expression générale du chemin optique :

Dans un milieu inhomogène, le chemin optique est $L_{
m AB}=\int_A^B n\,{
m d}l$

Retard de phase:

On a le **retard de phase** entre A et B noté $\Delta \varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} L_{\mathrm{AB}}$

Preuve:

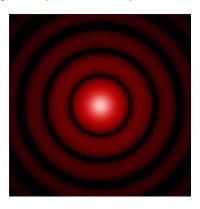
On a
$$\Delta \varphi = \frac{\Delta t}{T} \times 2\pi = \frac{1}{cT} \times L_{\rm AB} = \frac{2\pi}{\lambda_0} L_{\rm AB}$$
 car $cT = \lambda_0$

III.3 Diffraction

Il est possible de retrouver la nature de l'objet diffractant avec la forme de la figure de diffraction

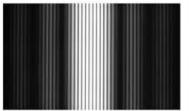
Pour un objet rectangulaire le caractère diffractant est d'autant plus marqué que le côté est proche de λ

On observe une **tache d'Airy** lorsque l'on fait passer un laser dans une fente



III.4 Interférences

On peut refaire l'expérience des trous de Young en lumière monochromatique :



Fentes d'Young Trous d'Young

Il est aussi possible de la faire en lumière blanche, on observe que plus on s'éloigne du point central, plus les couleurs disparaissent car aucune longueur d'onde ne sera majoritaire



🦴 I Cinématique du point

⅓ I.1 Généralités

Un **solide indéformable** est un système matériel Σ tel que $\forall M_1, M_2 \in \Sigma$, $\left\| \overrightarrow{M_1 M_2} \right\|$ est constant dans le temps.

Un **point matériel** est un solide indéformable donc on néglige la taille et les mouvements de rotation sur lui même.

Pour un point il faut 3 infos sur sa position, et pour un solide il faut 3 infos en plus : celles sur sa rotation.

Pour décrire l'état mécanique d'un système il faut connaître 3 vitesses pour un point, et pour un solide il faut en plus connaître 3 vitesse angulaires.

La **cinématique** est l'étude des mouvements sans se préoccuper des causes.

🕆 I.2 Observateur, repère, référentiel

On a besoin de 3 informations spatiales et 1 information temporelle pour décrire un mouvement.

Un **repère** est composé d'une origine, de 3 axes et d'une unité de longueur (souvent le mètre).

Le **mètre** est défini par la distance parcourue par la lumière dans le vide en $\frac{1}{299702458}$ s

L'observateur est lui muni d'une unité de temps, souvent la seconde.

La **seconde** est définie par la durée de 919263177 périodes de la radiation correspondant à la transition entre les deux niveaux hyperfins de l'état fondamental de l'atome de césium 133.

Référentiel:

Un **référentiel** est un repère d'espace et de temps

On se place dans le contexte de la relativité galiléenne, le temps est absolu et l'espace est absolu (pas vrai en général).

🔭 I.3 Position, vitesse, accélération

Position:

Soit O l'origine et M un point matériel, ainsi **vecteur position** est \overrightarrow{OM}

Le vecteur déplacement élémentaire est $d\overrightarrow{OM} = \overline{M(t)M(t+\mathrm{d}t)}$

Vitesse:

La **vitesse** est la dérivée de la position par rapport au temps, $\vec{v}=rac{\mathrm{d} \overrightarrow{OM}}{\mathrm{d}t}$

Le vecteur vitesse est tangent à la trajectoire.

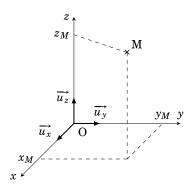
Accélération:

L'**accélération** est la dérivée de la vitesse par rapport au temps, $\vec{a}=\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\overline{OM}}{\mathrm{d}t^2}$

On dit qu'un mouvement est **rectiligne** si la trajectoire est une droite, **circulaire** si la trajectoire est une courbe.

De plus le mouvement est **uniforme** si la vitesse est constante, **accéléré** si la vitesse augmente, **décéléré** si la vitesse diminue.

I.3.a Coordonnées cartésiennes

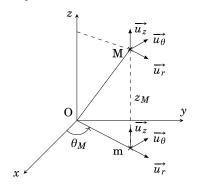


Coordonnées cartésiennes :

On a:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{OM} &= x \vec{e_x} + y \vec{e_y} + z \vec{e_z} \\ \\ \mathbf{d} \overrightarrow{OM} &= \mathbf{d} x \, \vec{e_x} + \mathbf{d} y \, \vec{e_y} + \mathbf{d} z \, \vec{e_z} \\ \\ \vec{v} &= \dot{x} \vec{e_x} + \dot{y} \vec{e_y} + \dot{z} \vec{e_z} \\ \\ \vec{a} &= \ddot{x} \vec{e_x} + \ddot{y} \vec{e_y} + \ddot{z} \vec{e_z} \end{aligned}$$

🦴 I.3.b Coordonnées cylindriques



Coordonnées cylindriques :

On a:

$$\begin{split} \overrightarrow{OM} &= \overrightarrow{Om} + \overrightarrow{mM} = r\vec{e_r} + z\vec{e_z} \\ \mathrm{d} \overrightarrow{OM} &= \mathrm{d} r\,\vec{e_r} + r\,\mathrm{d} \theta\,\vec{e_\theta} + \mathrm{d} z\,\vec{e_z} \\ \vec{v} &= \dot{r}\vec{e_r} + r\dot{\theta}\vec{e_\theta} + \dot{z}\vec{e_z} \\ \vec{a} &= \left(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2\right)\vec{e_r} + \left(2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta}\right)\vec{e_\theta} + \ddot{z}\vec{e_z} \end{split}$$

Preuve:

On a
$$\vec{e_r} = \cos(\theta)\vec{e_x} + \sin(\theta)\vec{e_y}$$
 d'où $\frac{\mathrm{d}\vec{e_r}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\cos(\theta(t))\vec{e_x}}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}\sin(\theta(t))\vec{e_y}}{\mathrm{d}t} = -\sin(\theta(t))\dot{\theta}\vec{e_x} + \cos(\theta(t))\dot{\theta}\vec{e_y} = \dot{\theta}\vec{e_\theta}$

D'où
$$\frac{\mathrm{d} \overrightarrow{e_r}}{\mathrm{d} t} = \dot{\theta} \overrightarrow{e_{\theta}}$$
 et $\frac{\mathrm{d} \overrightarrow{e_{\theta}}}{\mathrm{d} t} = -\dot{\theta} \overrightarrow{e_r}$

Ainsi on a
$$\vec{v}=\frac{\mathrm{d} \overrightarrow{OM}}{\mathrm{d} t}=\dot{r}\vec{e_r}+r\dot{\theta}\vec{e_\theta}+\dot{z}\vec{e_z}$$

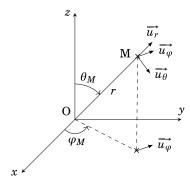
De plus on a
$$\vec{a}=rac{\mathrm{d}(\dot{r}\overrightarrow{e_r}+r\dot{\theta}\overrightarrow{e_{\theta}})+\dot{z}\overrightarrow{e_z}}{\mathrm{d}t}$$

Avec
$$\frac{\mathrm{d}\vec{r}\overrightarrow{e_r}}{\mathrm{d}t} = \ddot{r}\vec{e_r} + \dot{r}\dot{\theta}\vec{e_{\theta}}$$
 et $\frac{\mathrm{d}r\dot{\theta}\overrightarrow{e_{\theta}}}{\mathrm{d}t} = \dot{r}\dot{\theta}\vec{e_{\theta}} + r\ddot{\theta}\vec{e_{\theta}} - r\dot{\theta}^2\vec{e_r}$

D'où
$$\vec{a}=\left(\ddot{r}-r\dot{\theta}^{2}\right)\vec{e_{r}}+\left(2\dot{r}\dot{\theta}+r\ddot{\theta}\right)\vec{e_{\theta}}+\ddot{z}\vec{e_{z}}$$

La composante $r \vec{e_r}$ est la composante radiale et $z \vec{e_z}$ est la composante axiale.

I.3.c Coordonnées sphériques



On appelle φ la longitude et θ la colatitude

Coordonnées sphériques :

On a:

$$\begin{split} \overrightarrow{OM} &= r \vec{e_r} + \theta \vec{e_\theta} + \varphi \vec{e_\varphi} \\ \mathrm{d} \overrightarrow{OM} &= \mathrm{d} r \, \vec{e_r} + r \, \mathrm{d} \theta \, \vec{e_\theta} + r \sin(\theta) d(\varphi) \vec{e_\varphi} \\ \\ \vec{v} &= \dot{r} \vec{e_r} + r \dot{\theta} \vec{e_\theta} + r \sin(\theta) \dot{\varphi} \vec{e_\varphi} \end{split}$$

La formule de l'accélération n'est pas à connaître

I.3.d Base de Frenet

On a la base de Frenet pour les abscisses curvilignes.

On considère le **cercle osculateur**, c'est à dire le cercle qui approxime le mieux la courbe en un point.

Base de Frenet:

Avec $\vec{\tau}$ le **vecteur unitaire tangent** et \vec{n} le **vecteur unitaire normal** au cercle osculateur, on a :

$$\vec{a} = \frac{v^2}{r}\vec{n} + \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\vec{\tau}$$

I.4 Description de quelques mouvements

On est à vitesse constante, ainsi $\vec{v} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\vec{e_x}$ d'où en intégrant on a $x = \|\vec{v}\|t + x_0$

1.4.b Mouvement circulaire uniforme

Dans un mouvement circulaire uniforme on a r fixé, donc avec $\vec{v}=\dot{r}\vec{e_r}+r\dot{\theta}\vec{e_\theta}$ d'où $\|\vec{v}\|=r\dot{\theta}$ donc $\theta(t)=\omega t+\theta_0$

↑ II Dynamique du point

En dynamique on s'intéresse aux causes des mouvements contrairement à la cinématique.

🔭 II.1 Masse, centre de masse, quantité de mouvement

L'inertie est la résistance d'un corps à une variation de son état de mouvement.

La **masse** en physique est une mesure de l'inertie d'un corps, elle s'exprime en kilogramme (kg), est extensive et additive.

On appelle **centre de masse** le point où l'on peut assimiler la masse du système à une masse ponctuelle, et on note G le centre de masse (aussi appelé barycentre). On a $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{M} \sum m_i \overrightarrow{O_i G_i}$

Quantité de mouvement :

La **quantité de mouvement** est le produit de la masse par la vitesse, $\vec{P}=m\vec{v}$

La vitesse d'un système de points est la vitesse du centre de masse.

Une **force** décrit une intéraction pour modifier l'état de mouvement (c'est à dire la quantité de mouvement) d'un point matériel. On note $\vec{F}_{a \to b}$ l'action de a sur b. Une force est une grandeur vectorielle, s'exprime en Newton (N), est extensive et additive.

44

❖ II.2 Les lois de Newton

🦴 II.2.a 1ère loi de Newton

Un **système isolé** est un système qui n'échange pas de quantité de mouvement avec l'extérieur.

Un **système pseudo-isolé** est un système qui échange de la quantité de mouvement avec l'extérieur mais dont la somme des forces extérieures est nulle (la résultante des forces extérieures est nulle).

Principe d'intertie:

Il existe une classe de référentiels dits d'**inertie** ou **galiléens** dans lesquels un système isolé ou pseudo-isolé est à l'équilibre ou en mouvement rectiligne uniforme.

2 référentiels galiléens sont en translation rectiligne uniforme l'un par rapport à l'autre.

On a les référentiels de référence suivants :

- **Héliocentrique** : Le point fixe est le centre de masse du soleil, et les 3 axes pointent vers des étoiles fixes. Il est supposé galiléen.
- **De Copernic** : Le point fixe est le centre de masse du système solaire, et les 3 axes pointent vers des étoiles fixes. Il est supposé galiléen.
- **Géocentrique** : Le point fixe est le centre de la Terre, et les 3 axes pointent vers des étoiles fixes. Il est supposé galiléen sur des $t \ll 1$ an.
- **Terrestre**: Le point fixe est accroché à la surface terrestre et les trois axes sont fixes à la surface terrestre. Il est supposé galiléen sur des $t \ll 1$ j.

II.2.b 2ème loi de Newton

Principe fondamental de la dynamique (PFD):

Dans un référentiel galiléen, un point matériel vérifie $\frac{\mathrm{d}\vec{P}}{\mathrm{d}t} = \sum \vec{F}$, ainsi la résultante des forces est égale à la dérivée de la quantité de mouvement.

A m constante, on a $m\vec{a}=\sum\vec{F}$ et dans un système isolé ou pseudo-isolé, $m\vec{a}=0$

🖴 II.2.c 3ème loi de Newton

Principe des actions réciproques :

On a
$$\vec{F}_{A \to B} = -\vec{F}_{B \to A}$$

II.3 Méthode de résolution des exercices

Pour résoudre un exercice on suit les étapes suivantes :

On fait un grand schéma avec le répère et la/les base(s)

- On définit le système étudié, le référentiel d'étude et on précise le caractère galiléen.
- 3. On fait un **bilan des actions mécaniques externes** (BAME) et on le fait apparaître sur le schéma
- 4. On fait l'exercice

II.4 Forces à connaître

⅓ II.4.a Poids

On considère un corps de masse m plongé dans un champ gravitationnel \vec{g}

Poids:

On a $\vec{P}=m\vec{g}$ le **poids** s'appliquant sur le corps

II.4.b Poussée d'Archimède

On considère un corps plongé dans un fluide de masse volumique ρ_f et un champ de pesanteur \vec{g}

Poussée d'Archimède:

On a $\vec{\Pi}=-\rho_f V \vec{g}$ avec V le volume déplacé valide si et seulement si le fluide est à l'équilibre en l'absence du corps

Il ne faut pas hésiter à la négliger si $ho_{
m corps}\gg
ho_f$

II.4.c Réaction d'un support

La réaction du support est une force au contact, avec $\overrightarrow{R_n}$ la composante normale (toujours vers l'extérieur) et $\overrightarrow{R_t}$ la composante tangentielle (Spé), nulle en l'absence de frottements solides.

On n'a pas de formule pour $\overrightarrow{R_n}$

II.4.d Tension d'un fil inextensible

On a \vec{T} dirigé vers le fil, avec le point d'application au contact système/fil, si le fil n'est pas tendu on a $\vec{T}=0$

On n'a pas de formule pour $ec{T}$

On peut retrouver l'équation différentielle d'un pendule avec cette force

II.4.e Force de rappel élastique (loi de Hooke)

Un ressort applique une force qui s'oppose à la déformation

Force de rappel élastique :

On a $\vec{F} = k(l-l_0)\vec{u}$ avec k la **constante de raideur** du ressort et l_0 sa **longueur** à **vide**, et \vec{u} est un vecteur unitaire à déterminer avec précision (pour garantir l'opposition à la déformation).

La constante de raideur s'exprime en ${\rm N\,m^{-1}}$, plus k est grand plus il est compliqué déformer le ressort.

√ II.4.f Force de frottement

On a 2 types de frottements

Frottements fluides linéaires:

On a $\vec{F}_f = - lpha \vec{v}$ qui s'opposent à la vitesse

Il existe aussi les frottements quadratiques, pour des vitesses plus élevées modélisés par $\vec{F}_f = -\beta \vec{v}^2$

II.5 Intéractions à connaître

🦴 II.5.a Intéraction gravitationnelle

On considère 2 points massifs

Force d'intéraction gravitationnelle :

On a $\vec{F}=-\mathcal{G} \frac{m_1 m_2}{d^2} \vec{u}$ avec $\mathcal{G}=6.7\cdot 10^{-11}\,\mathrm{m^3\,kg^{-1}\,s^{-2}}$ la constante de pesanteur

🔭 II.5.b Intéraction coulombienne

On considère 2 particules chargées

Force d'intéraction coulombienne :

On a $\vec{F}=rac{1}{4\piarepsilon_0}rac{q_1q_2}{d^2}\vec{u}$ avec $arepsilon_0=8.9\cdot 10^{-11}\,{
m F\,m^{-1}}$ la permitivité diélectrique du vide

🦴 III Énergétique du point

🦴 III.1 Travail et puissance d'une force

Travail élémentaire:

Soit M un point matériel se déplaçant de $\mathrm{d}OM$ en $\mathrm{d}t$, on a $\delta W = \vec{F}\cdot\mathrm{d}\overrightarrow{OM}$

Si $\delta W>0$, on dit que \vec{F} est **motrice**, si $\delta W<0$, on dit que \vec{F} est **résistante** et si $\delta W=0$, \vec{F} ne **travaille pas**.

Si A est un état initial et B un état final on a $W_{A o B} = \int_{\mathrm{chemin}} \delta W$

On note que si \vec{F} est constante on a $W = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB}$

On a pour le poids ${\cal W}_p = -mgh$

Preuve:

On a
$$\delta W = \vec{F} \cdot \mathrm{d} \overrightarrow{OM} = (-mg\vec{e_z}) \cdot \left(\mathrm{d}x\,\vec{e_x} + \mathrm{d}y\,\vec{e_y}\,\mathrm{d}z\,\vec{e_z}\right) = -mg\vec{e_z}$$
 D'où $W = \int_a^b \delta W = -mg(z_b-z_a)$

Puissance d'une force :

On a la puissance d'une force, $P = \vec{F} \cdot \vec{v}$ d'où $\delta W = P \, \mathrm{d} t$

Preuve:

On a $\delta W = \vec{F} \cdot d\overrightarrow{OM} = \vec{F} \cdot \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} dt = P dt$

🦴 III.2 Théorème de l'énergie cinétique

Énergie cinétique:

On a l'énergie cinétique, $\mathcal{E}_c = \frac{1}{2} m v^2$

Théorème énergie cinétique:

Dans un référentiel galiléen on a :

$$\Delta \mathcal{E}_c = \sum W_{\vec{F}_{\mathrm{ext}}}$$

Théorème puissance cinétique:

On a

$$\frac{\mathrm{d}\mathcal{E}_c}{\mathrm{d}t} = \sum P_{\mathrm{ext}}$$

Preuve:

Par PFD on a $m rac{\mathrm{d} ec{v}}{\mathrm{d} t} = \sum ec{F}_{\mathrm{ext}}$ d'où $m rac{\mathrm{d} ec{v}}{\mathrm{d} t} \cdot ec{v} = \sum ec{F}_{\mathrm{ext}} \cdot ec{v}$, ainsi on a $rac{\mathrm{d} (rac{1}{2} m v^2)}{\mathrm{d} t} = \sum P_{\mathrm{ext}}$ donc on a $\mathrm{d} \left(rac{1}{2} m v^2 \right) = \sum P_{\mathrm{ext}} \, \mathrm{d} t$ donc en intégrant $\Delta \mathcal{E}_c = \sum W_{ec{F}_{\mathrm{ext}}}$

🦴 III.3 Force conservative, énergie potentielle

Une force est dit **conservative** si son travail ne dépend pas du chemin parcouru On a \mathcal{E}_v l'**énergie potentielle**, et est définie à une constante près.

Énergies potentielles à connaître :

Une force conservative admet une énergie potentielle :

- + Pour le poids, $\mathcal{E}_{pp}=mgh$ (appelée énergie potentielle de pesanteur), avec un devant si $\vec{e_z}$ est descendant
- Pour le rappel élastique, $\mathcal{E}_p = \frac{k}{2}(l-l_0)^2$
- Pour la gravitation, $\mathcal{E}_p = -\mathcal{G} \frac{m_1 m_2}{d}$
- Pour la force coulombienne, $\mathcal{E}_p = \frac{q_1 q_2}{4\pi \varepsilon_0 d}$

Preuve:

On a
$$\delta W = \vec{F} \cdot \mathrm{d} \overrightarrow{OM} = (k(l-l_0)\vec{u}) \cdot \mathrm{d} \overrightarrow{OM}$$
 D'où $\vec{u} \cdot \left(\mathrm{d} \overrightarrow{OM}_r + \mathrm{d} \overrightarrow{OM}_t\right) = \vec{u} \cdot \vec{u} \, \mathrm{d} l = \mathrm{d} l$ Donc on a $\delta W = -k(l-l_0) \, \mathrm{d} l = -\mathrm{d} \left(\frac{k}{2}(l-l_0)^2\right)$ d'où $\mathcal{E}_p = \frac{k}{2}(l-l_0)^2$

Les forces de frottement ne sont pas conservatives.

Relation $\mathrm{d}\mathcal{E}_p / \delta W$:

On a
$$\delta W = -\operatorname{d}\!\mathcal{E}_p$$

Un système est dit **conservatif** si toutes les forces sont conservatives

Relation \mathcal{E}_p / \vec{F} :

On a
$$ec{F}=rac{\mathrm{d}\mathcal{E}_p}{\mathrm{d}OM}\overrightarrow{OM}$$

🦴 III.4 Théorème de l'énergie mécanique

Énergie mécanique :

On a l'énergie mécanique, $\mathcal{E}_m = \mathcal{E}_c + \mathcal{E}_p$

Théorème énergie mécanique :

Dans un référentiel galiléen on a :

$$\Delta \mathcal{E}_m = \sum W_{ec{F}_{
m ext\ non\ conservatives}}$$

avec $ec{F}$ les forces non conservatives

Preuve:

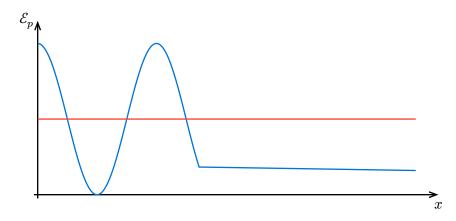
On a
$$\Delta \mathcal{E}_c = \sum W_{\vec{F}_{\rm ext}} = \sum W_{\vec{F}_{\rm ext\ non\ conservatives}} + \sum W_{\vec{F}_{\rm ext\ conservatives}}$$

Or
$$W_{\vec{F}_{\rm ext\ conservative}}=\int\delta W=\int-{
m d}\mathcal{E}_p=-\Delta\mathcal{E}_{\mathcal{P}}$$

D'où
$$\Delta\mathcal{E}_c = \sum W_{\vec{F}_{\mathrm{ext\ non\ conservatives}}} - \Delta\mathcal{E}_{\mathcal{P}}$$
 donc on a bien $\Delta\mathcal{E}_m = \sum W_{\vec{F}_{\mathrm{ext\ non\ conservatives}}}$

🦴 III.5 Graphe d'énergie potentielle

On se place dans des systèmes qui évoluent en 1D, on peut tracer la courbe suivante :



Un **point de rebroussement** est un point tel que $\mathcal{E}_p(x)=\mathcal{E}_m$, ainsi $\mathcal{E}_c=0$ d'où v=0, et elle change de signe

Les zones au dessus de la ligne rouge (\mathcal{E}_m) sont dites **innaccessibles** car $\mathcal{E}_p > \mathcal{E}_m$ d'où $\mathcal{E}_c < 0$ ce qui est impossible.

On a un **puit de potentiel** si on est coincé entre 2 points de rebroussement, ainsi on est dans un **état lié** et x ne tend pas vers ∞

Si on a un seul point de rebroussement, on est en **état libre** et x tend vers ∞

On dit que x_e est une **position d'équilibre** si $\frac{\mathrm{d}\mathcal{E}_p}{\mathrm{d}x}(x_e)=0$ et elle est **stable** si après une petite perturbation une force tend à la ramener à sa position d'équlibre (ou que la courbe est concave)

On a un **potentiel attractif** si $\frac{\mathrm{d}^2\mathcal{E}_p}{\mathrm{d}x^2}>0$ et **répulsif** si $\frac{\mathrm{d}^2\mathcal{E}_p}{\mathrm{d}x^2}<0$

🦴 IV Loi du moment cinématique

IV.1 Approche vectorielle

Moment cinétique :

Soit un point matériel de masse m avec une vitesse \vec{v} en M, on a le **moment cinétique** :

$$\overrightarrow{L_A} = \overrightarrow{AM} \wedge m \overrightarrow{v}$$

Dans le cas d'un mouvement circulaire, on a $\overrightarrow{L_A} = m r^2 \dot{\theta} \vec{e_z}$

Preuve:

On a
$$\overrightarrow{AM}=r\vec{e_r}$$
 et $\vec{v}=\dot{r}\vec{e_r}+r\dot{\theta}\vec{e_\theta}$
Ainsi on a $\overrightarrow{L_A}=r\vec{e_r}\wedge mr\dot{\theta}\vec{e_\theta}=mr^2\dot{\theta}\vec{e_z}$

Le moment cinétique est extensif et additif, de plus $\left[\overrightarrow{L_A}\right]=\mathrm{m}^2\,\mathrm{kg}\,\mathrm{s}^{-1}$

On a ainsi $\overrightarrow{L_A} \perp \overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{L_A} \perp \overrightarrow{v}$ d'où $\overrightarrow{L_A} = 0$ si \overrightarrow{AM} et \overrightarrow{v} sont colinéaires.

Moment d'une force :

Le **moment d'une force** \vec{F} en C sur A est :

$$\overrightarrow{M_A} = \overrightarrow{AC} \wedge \overrightarrow{F}$$

Le moment d'une force modélise la capacité de \vec{F} à mettre en relation autour de A, et on a $[A]={\rm N\,m}$

Théorème du moment cinétique :

Dans un référentiel galiléen avec A fixe dans le référentiel d'étude, on a $\frac{\mathrm{d} \overline{L_A}}{\mathrm{d} t} = \sum \overrightarrow{M_A} \left(\vec{F}_{\mathrm{ext}} \right)$

Preuve:

On a
$$\frac{\mathrm{d} \overline{L_A}}{\mathrm{d} t} = \frac{\mathrm{d} \overline{L_O}}{\mathrm{d} t} = \frac{\mathrm{d} (\overline{OM} \wedge m \vec{v})}{\mathrm{d} t} = \frac{\mathrm{d} \overline{OM}}{\mathrm{d} t} \wedge m \vec{v} + \overline{OM} \wedge m \frac{\mathrm{d} \vec{v}}{\mathrm{d} t}$$

Donc $\frac{\mathrm{d} \overline{OM}}{\mathrm{d} t} \wedge m \vec{v} = \vec{v} \wedge m \vec{v} = 0$ et $\overline{OM} \wedge \frac{\mathrm{d} (m \vec{v})}{\mathrm{d} t} = \overline{OM} \wedge \sum \vec{F}_{\mathrm{ext}}$

D'où $\frac{\mathrm{d} \overline{L_A}}{\mathrm{d} t} = \overline{OM} \wedge \sum \vec{F}_{\mathrm{ext}} = \sum \overline{M_O} (\vec{F}_{\mathrm{ext}})$

IV.2 Approche scalaire

Notons $A_u = (A, \vec{u})$ un axe orienté avec \vec{u} un vecteur unitaire.

Moment cinétique par rapport à A_u :

On a le moment cinétique par rapport à A_n :

$$L_{A_u} = \overrightarrow{L_A} \cdot \vec{u}$$

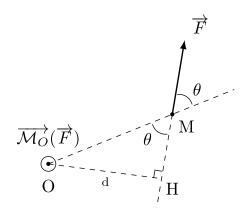
Moment d'une force par rapport à A_u :

On a le moment d'une force par rapport à A_u :

$$M_{A_u} = \overrightarrow{M_A} \cdot \vec{u}$$

Ainsi $M_{A_u}(\vec{F})$ ne dépend que de la composante de \vec{F} dans le plan perpendiculaire à A_u , d'où la distance d sur le schéma.

On appelle **bras de levier** la distance entre A et la droite d'action de \vec{F}



Moment de force par bras de levier :

On a $M_{A_u}(\vec{F})=\pm \|\vec{F}\| imes ext{bras de levier, avec un} + ext{si la force entraine une rotation dans le sens, et un} - ext{sinon}.$

Ainsi si la droite d'action passe par A, le bras de levier est nul donc il n'y a pas de mouvement.

Théorème du moment cinétique du moment scalaire :

Dans un référentiel galiléen avec A_u fixe dans le référentiel d'étude, on a

$$\frac{\mathrm{d}L_{A_u}}{\mathrm{d}t} = \sum M_{A_u} (\vec{F}_{\mathrm{ext}})$$

Preuve:

Immédiat par produit scalaire

🦴 V Mouvement dans un champ de force newtonien

Une **force centrale** est une force qui pointe vers/depuis un point fixe du référentiel d'étude.

V.1 Statuer sur le caractère central

On considère un astéroïde (a) de masse m et un astre (A) de masse M, par principe des actions réciproques, on a $\|\vec{F}_{a\to A}\| = \|\vec{F}_{A\to a}\|$

Pour savoir qui impose une force centrale sur qui, on regarde le rapport $\frac{m}{M}$

On parle de **force newtonienne** si $\vec{F} = -\frac{k}{r^2} \vec{u_{r'}}$ et ces forces dérivent d'un potentiel

🦴 V.2 Propriétés de mouvement dans un champ de force centrale

Conservation de $\overrightarrow{L_0}(M)$:

Dans le cas des forces centrales, $\overrightarrow{L_0}(M)$ se conserve.

Preuve:

En effet, on a d'après le TMC, $\frac{\mathrm{d} \overline{L_0}}{\mathrm{d} t} = \sum \overrightarrow{M_O} \vec{F}_{\mathrm{ext}} = \overrightarrow{M_O} \left(\vec{F} \right) = \overrightarrow{OM} \wedge \vec{F}$. Or \overrightarrow{OM} et \vec{F} sont colinéaires d'où $\frac{\mathrm{d} \overline{L_0}}{\mathrm{d} t} = 0$ donc $\overrightarrow{L_0}$ se conserve

Une première conséquence de ce résultat est que M évolue dans le plan orthogonal à $\overrightarrow{L_O}$

Preuve:

On a
$$P \perp \overrightarrow{L_O}$$
 et $O \in P$ ainsi on a $\overrightarrow{L_O}(M) = \overrightarrow{OM} \wedge m\overrightarrow{v}$ On a $\overrightarrow{OM} \perp \overrightarrow{L_O}$ d'où $M \in P$

Une autre conséquence est la **loi des aires**, l'aire balayée pendant \overrightarrow{OM} est proportionnelle à Δt

Preuve:

On a $\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t}$ l'aire balayée par unité de temps avec une vitresse oréolaire.

On a
$$\overrightarrow{M(t)M(t+\mathrm{d}t)}=\mathrm{d}\overrightarrow{OM}=\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{OM}}{\mathrm{d}t}\,\mathrm{d}t=\overrightarrow{v}\,\mathrm{d}t$$

On a
$$A = \left\|\overrightarrow{OM} \wedge \overrightarrow{v} \, \mathrm{d}t \right\| \, \mathsf{d'où} \, \frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{2} \frac{\left\|\overrightarrow{L_O}(M)\right\|}{m} \, \mathsf{donc} \, \mathsf{c'est} \, \mathsf{constant}$$

Constante des aires :

Pour réduire la dimension du problème on pose $\mathcal{C}=\frac{L_{O_z}}{m}=r^2\dot{\theta}$ la **constante des aires**.

Le satellite ne change pas de sens de rotation

Preuve:

En effet on a
$$\overrightarrow{L_O}(M)=mr^2\dot{\theta}\vec{e_z}$$
, avec $r^2>0$, $m>0$ d'où $\dot{\theta}>0$

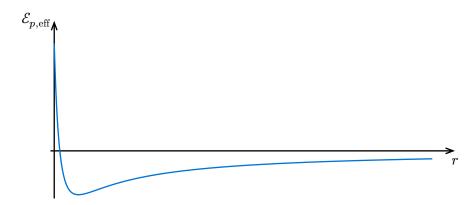
V.3 Approche énergétique, cas d'une force conservatrice

On a $\mathcal{C}>0$ et $\dot{\theta}>0$, de plus le système est conservatif d'où la conservation de \mathcal{E}_m

On a
$$\mathcal{E}_m=rac{1}{2}m\dot{r}^2+rac{1}{2}mrac{\mathcal{C}^2}{r^2}-\mathcal{G}rac{Mm}{r}$$
 avec $\mathcal{E}_p=rac{1}{2}mrac{\mathcal{C}^2}{r^2}-\mathcal{G}rac{Mm}{r}$

On constate l'apparition d'un nouveau terme pour l'énergie potentielle : on appelle $\mathcal{E}_{p,\mathrm{eff}}=\frac{1}{2}m\frac{\mathcal{E}^2}{r^2}$ l'énergie potentielle effective

D'où on a:



Ainsi selon le rayon du satellite on a une trajectioire libre ou liée.

Le graphe d' $\mathcal{E}_{p,\mathrm{eff}}$ passe par un minimum pour $r=r_0$, dans ce cas la trajectoire est circulaire.

Si \mathcal{E}_m > 0, la trajectoire est une hyperbole, si \mathcal{E}_m = 0, la trajectoire est une parabole, et si \mathcal{E}_m < 0, la trajectoire est une ellipse.

Lorsque l'astéroide est au plus proche de l'astre (ou au plus loin) on a $\dot{r}=0$

On parle de **périastre** quand il est au plus proche de l'astre, **périhélie** quand il est au plus près du Soleil, et **périgée** quand il est plus proche de la Terre

De même on parle de **apoastre** quand il est au plus loin de l'astre, **aphélie** quand il est au plus loin du Soleil, et **apogée** quand il est plus loin de la Terre

V.4 Lois de Kepler

3 lois de Kepler:

Kepler a énoncé les trois lois suivantes :

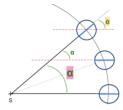
- 1. Les planètes du **système solaire** décrivent des **orbites elliptiques** dont le soleil occupe l'un des foyers
- 2. Loi des aires (voir plus tôt)
- 3. **Loi des périodes**, le rapport $\frac{T^2}{a^3}$ est indépendant de la planète considérée dans le système solaire, avec a le demi-axe de l'ellipse, et dans le cas du système solaire, $\frac{T^2}{a^3}=\frac{4\pi^2}{\mathcal{G}M_s}$

 \nearrow A faire (Savoir retrouver $\frac{T^2}{a^3}$, vitesse et Em + vitesse orbite basse et vitesse+ de libération)

🦴 V.5 Jour solaire vs jour sidéral

Un **jour solaire** est un intervalle de temps entre 2 passage au zénith du Soleil, on a $T_{\rm s}=24\,{\rm h}=86\,400\,{\rm s}$

Un **jour sidéral** est la durée pour que la Terre fasse un tour complet dans le référentiel géocentrique, on a $T_{\rm sidéral}=86\,164\,{\rm s}=23\,{\rm h}56\,{\rm min}\,\,4\,{\rm s}$



On a
$$lpha=rac{2\pi}{365.25~
m jours}$$

V.6 Satellites géostationnaires

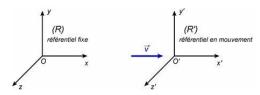
Un satellite est dit **géostationnaire** si il pointe toujours vers le même point de la Terre.

Un satellite géostationnaire est à une altitude de $h=35786\,\mathrm{km}$, a une période de révolution de $T_{\mathrm{sidéral}}=86\,164\,\mathrm{s}$ et a une trajectoire circulaire dans le plan équatorial.

🦴 VI Mécanique du solide

VI.1 Généralités

Le **référentiel propre** (\mathcal{R}_p) est le référentiel dans lequel le solide est immobile



Ainsi on a 2 repères : le référentiel d'étude (\mathcal{R}) et le référentiel lié (ou propre) Le repère propre n'est à priori pas galiléen

VI.2 Mouvements de translation

VI.2.a Aspect cinématique

Solide en translation:

Un solide est dit en translation dans $\mathcal R$ si les axes du repère lié sont d'orientation fixe dans $\mathcal R$

Une conséquence est que \vec{u}_{e_x} et \vec{u}_{e_y} n'ont pas de dépendance temporelle, et qu'on n'a pas besoin d'angle pour décrire le mouvement : la dynamique du point s'applique

54

Rapport $\overrightarrow{M_1M_2}$:

Pour tout $M_1, M_2 \in \Sigma^2$, le rapport $\overrightarrow{M_1M_2}$ est constant

Preuve:

Notons
$$\overrightarrow{M_1 M_2} = x \vec{u}_{e_x} + y \vec{u}_{e_y} + z \vec{u}_{e_z}$$

Vitesse dans $\mathcal R$:

Tous les points du solide ont la même vitesse dans ${\mathcal R}$

Preuve:

On $\frac{\mathrm{d} \overline{M_1} \overline{M_2}}{\mathrm{d} t} = 0$ d'après la conséquence précédente, d'où $\overline{M_1} \overline{M_2} = \overline{M_1} \overrightarrow{O} + \overline{O} \overline{M_2} = -\overline{O} \overline{M_1} + \overline{O} \overline{M_2}$ avec O l'origine du référentiel d'étude

$$\mathrm{Et} \ \tfrac{\mathrm{d} \overline{M_1} \overline{M_2}}{\mathrm{d} t} = - \tfrac{\mathrm{d} \overline{O} \overline{M_1}}{\mathrm{d} t} + \tfrac{\mathrm{d} \overline{O} \overline{M_2}}{\mathrm{d} t} = - \vec{v_1} + \vec{v_2} \ \mathrm{d'où} \ \vec{v_1} = \vec{v_2}$$

VI.2.b Grandeurs cinétiques

Barycentre:

On a G le **barycentre** du solide tel que :

$$m_{\mathrm{tot}} \overrightarrow{OG} = \iiint_{M \in \mathrm{solide}} \overrightarrow{OM} \, \mathrm{d}m$$

Grandeurs cinétiques :

On a dans le cas d'un solide en translation :

- $\vec{p} = m_{\rm tot} \vec{v}$
- $\overrightarrow{L_O} = \overrightarrow{OG} \wedge m_{\mathrm{tot}} \overrightarrow{v}$
- $\mathcal{E}_c = \frac{1}{2} m_{\mathrm{tot}} v^2$

Preuve:

Ces démonstrations sont non exigibles, on les rappelle car elles permettent de se remémorer les formules

- On a $\vec{p}=\iiint \mathrm{d}\vec{p}(M)=\iiint \mathrm{d}m\,\vec{v}(M) \underset{\vec{v}\text{ est}}{=}\vec{v}\iiint \mathrm{d}m=m_{\mathrm{tot}}\vec{v}$
- $\bullet \ \, \text{On a} \ \overrightarrow{L_O} = \iiint \mathrm{d}\overrightarrow{L_O}(M) = \iiint \overrightarrow{OM} \wedge \mathrm{d}m \ \vec{v}(M) \underset{\vec{v} \text{ cst}}{=} = \left[\iiint \overrightarrow{OM} \ \mathrm{d}m \right] \wedge \vec{v} \underset{\text{barycentre}}{=} \overrightarrow{OG} \wedge m_{\text{tot}} \vec{v} \right]$
- On a $\mathcal{E}_c=\iiint \mathrm{d}\mathcal{E}_c(M)=v^2\iiint \frac{1}{2}\,\mathrm{d}m=\frac{1}{2}m_{\mathrm{tot}}v^2$

🦴 VI.2.c Loi de la quantité de mouvement

Une loi importante n'est pas mise en défaut par un solide en translation

Loi de la quantité de mouvement :

Dans un référentiel galiléen, pour un solide soumis à des forces extérieures à m fixée on a $\frac{\mathrm{d}\overline{p_{\mathrm{ext}}}}{\mathrm{d}t} = \sum \vec{F}_{\mathrm{ext}}$ d'où :

$$m\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \sum \vec{F}_{\mathrm{ext}}$$

🦴 VI.3 Mouvement de rotation par rapport à un axe fixe

🦴 VI.3.a Aspect cinématique

Solide en rotation par rapport à un axe fixe :

Un solide est dit en rotation par rapport à un axe fixe si il existe un axe (Δ) fixe dans le référentiel d'étude et le référentiel propre

Distribution des vitesses:

Dans un solide en rotation la vitesse varie linéairement avec la distance au projeté de l'axe de rotation

On repère le point M en coordonnées cylindriques, avec ω sa vitesse de rotation, et H son projeté sur l'axe.

On a
$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OH} + \overrightarrow{HM} = z\vec{e_z} + r\vec{e_r}$$
 (\overrightarrow{OH} étant sur $\vec{e_z}$ et \overrightarrow{HM} sur $\vec{e_r}$ à une distance r fixée) et $\vec{v} = \frac{\mathrm{d}\overrightarrow{OM}}{\mathrm{d}t} = \dot{z}\vec{e_z} + \dot{r}\dot{\vec{e_r}} + r\dot{\theta}\vec{e_\theta}$

D'où $\vec{v} = r\omega\vec{e_{\theta}}$

Le vecteur $\vec{\omega}$ est appelé **vecteur rotation instantané** du solide.



Attention:

La loi de quantité de mouvement n'a plus de sens ici, $rac{{
m d}ec p}{{
m d}t}=\sumec F_{
m ext}
eq mrac{{
m d}ec v}{{
m d}t}=$

Il ne faut aussi pas confondre mouvement circulaire, rotation et translation circulaire

Dans l'exemple d'une grande roue, les cabines sont en translation circulaire, tandis que la roue est en rotation autour d'une axe fixe

VI.3.b Moment d'inertie

Moment cinétique d'un solide en rotation :

Soit Δ un axe fixe orienté par \vec{e}_z , on a le **moment cinétique** $L_{\Delta} = J_{\Delta}\omega$ avec J_{Δ} le moment d'inertie

Moment d'inertie:

Soit Δ un axe fixe orienté par $\vec{e_z}$, on a le **moment d'inertie** $J_\Delta=\iiint r^2\,\mathrm{d} m$ en $\mathrm{m}^2\,\mathrm{kg}$

Le moment d'inertie est additif et quantifie l'inertie à la mise en rotation

On a les moments d'inertie suivants :

Forme	J_{Δ}
Tige	$rac{1}{3}mr^2$
Cerceau	mr^2
Disque homogène (HP)	$\frac{1}{2}mr^2$
Boule homogène (HP)	$rac{2}{5}mr^2$
Coquille (HP)	$\frac{2}{3}mr^2$

Preuve:

On note μ la **masse linéique**, on a $J_{\Delta}=\int_0^r r^2 \mu \,\mathrm{d}r=\mu\int_0^r r^2 \,\mathrm{d}r=\mu\frac{r^3}{3}$

Or dans le cas d'une tige **homogène** on a $\mu=\frac{m}{r}$ d'où $J_{\Delta}=m\frac{r^2}{3}$

Énergie cinétique:

Dans le cas d'un solide en rotation, on a $\mathcal{E}_c=\frac{1}{2}J_\Delta\dot{ heta}^2$

Preuve:

On a
$$\mathrm{d}\mathcal{E}_c = \frac{1}{2}\,\mathrm{d}m\,v^2(M) = \frac{1}{2}\,\mathrm{d}m\,r^2\omega^2$$

D'où
$$\mathcal{E}_c = \iiint \mathrm{d}\mathcal{E}_c = \iiint \frac{1}{2} \, \mathrm{d}m \, r^2 \omega^2 = \frac{1}{2} (\iiint \mathrm{d}m \, r^2) \omega^2 = \frac{1}{2} J_\Delta \omega^2$$

🦴 VI.3.c Actions mécanique et condition d'équilibre

Une **action mécanique** est une contrainte appliquée par un système, c'est à dire les forces, les moments de force et les couples

Couple:

Un couple est constitué de deux forces de même module, de sens opposé et de droites d'action non confondues

Un couple ne modifie pas la quantité de mouvement

Preuve:

On a
$$\frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t}=\vec{F}_1+\vec{F}_2=0$$

Moment d'un couple:

Un couple crée un moment noté $\vec{\Gamma}$ avec $\vec{\Gamma}=\pm F d\vec{e_z}$ avec d la distance entre les droites d'action

$$\text{On a } \overrightarrow{M_O}_{\text{tot}} = \overrightarrow{M_O} \Big(\overrightarrow{F_1} \Big) + \overrightarrow{M_O} \Big(\overrightarrow{F_2} \Big) = \overrightarrow{OP_1} \wedge \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{OP_2} \wedge - \overrightarrow{F_1} = \Big(\overrightarrow{OP_1} - \overrightarrow{OP_2} \Big) \wedge \overrightarrow{F_1} = \overrightarrow{P_2P_1} \wedge \overrightarrow{F_1} = \overrightarrow{P_2P_1} \wedge \overrightarrow{F_1} = \overrightarrow{P_1} \wedge \overrightarrow{P_2} \wedge \overrightarrow{P_2} = \overrightarrow{P_1} \wedge \overrightarrow{P_2} \wedge \overrightarrow{P_1} = \overrightarrow{P_1} \wedge \overrightarrow{P_2} \wedge \overrightarrow{P_2} \wedge \overrightarrow{P_2} \wedge \overrightarrow{P_2} \wedge \overrightarrow{P_2} = \overrightarrow{P_1} \wedge \overrightarrow{P_2} \wedge \overrightarrow{P_2} \wedge \overrightarrow{P_2} \wedge \overrightarrow{P_2} \wedge \overrightarrow{P_2} = \overrightarrow{P_1} \wedge \overrightarrow{P_2} \wedge$$

A noter que $\vec{\Gamma}$ est aussi appelé couple et s'exprime en N m

Condition d'équilibre d'un solide :

Le solide est à l'équilibre si $\sum \vec{F}_{
m ext} = 0$ (translation solide) et $\sum \overrightarrow{M_O} (\vec{F}_{
m ext}) = 0$ (rotation)

🦴 VI.3.d Théorème du moment cinétique pour un solide

Théorème du moment cinétique pour un solide :

Soit Δ un axe fixe, ainsi on a avec $\vec{F}_{\rm ext}$ les forces extérieures connues et $\vec{\Gamma}_{\rm ext}$ les couples qui ne sont pas des moments des forces extérieures :

$$J_{\Delta}\ddot{ heta} = \sum M_{\Delta} \left(\vec{F}_{
m ext} \right) + \sum \Gamma_{
m ext}$$

Par le TMC on a $\frac{\mathrm{d}L_{\Delta}}{\mathrm{d}t}=\sum M_{\Delta}\left(\vec{F}_{\mathrm{ext}}\right)$ avec $\frac{\mathrm{d}L_{\Delta}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}J_{\Delta}\dot{\theta}}{\mathrm{d}t}=J_{\Delta}\ddot{\theta}$ ce qui conclut en séparant les termes selon leur connaissance ou non

VI.4 Énergétique du solide

Dans un solide indéformable il n'y a pas de travail interne



Attention:

Cette affirmation entre en défaut lorsque l'on travaille avec un solide articulé

Théorème de la puissance cinétique pour un solide en rotation :

On a $P=M_{\Delta}(\vec{F}) imes\omega$ d'où on a :

$$\frac{\mathrm{d}\mathcal{E}_c}{\mathrm{d}t} = \sum P_{\mathrm{ext}} = \sum M_{\Delta} \Big(\overrightarrow{F_{\mathrm{ext}}} \Big) \dot{\theta}$$

Preuve:

On part du TMC solide, on a $\frac{\mathrm{d} J_\Delta \dot{\theta}}{\mathrm{d} t} = \sum M_\Delta \left(\vec{F}_\mathrm{ext} \right)$ d'où en multipliant par $\dot{\theta}$, on a $\frac{\mathrm{d} \frac{1}{2} J_\Delta \dot{\theta}^2}{\mathrm{d} t} = \sum P_\mathrm{ext}$

Il est toujours possible d'utiliser les théorèmes d'énergétique de la dynamique du point mais il faut faire attention au domaine d'application

58



💧 I Introduction à la thermodynamique

I.1 Généralités

On parle de système thermodynamique pour une portion de matière ou un ensemble de portions de matière séparées du reste de l'univers par une frontière réelle ou imaginaire qui est constitué d'un trop grand nombre de particules pour être étudié individuellement.

Échelle macroscopique : On observe la matière à notre échelle, à cette échelle la matière est continue

Échelle microscopique : On observe la matière à l'échelle des particules, à cette échelle la matière est discrète (donc discontinue)

Échelle mésoscopique : On observe la matière à l'échelle intermédiaire, à cette échelle la matière apparaît continue

On a $\mathcal{N}_A = 6.02 \times 10^{23} \, \mathrm{mol^{-1}}$ la constante d'Avogadro

Les 3 états de la matière :

- Solide : Particules assez ordonnées, proches et peu mobiles (incompressible et indéformable)
- Liquide : Particules très désordonnées, proches et très mobiles (incompressible et déformable)
- Gaz : Particules très désordonnées, éloignées et très mobiles (compressible et déformable)

On parle d'un **fluide** pour un gaz ou un liquide et d'une **phase condensée** pour un liquide ou un solide.

I.2 Variables d'état

Une variable d'état est une grandeur permettant de décrire l'équilibre thermodynamique d'un système.

Une grandeur est dite extensive si elle dépend de la taille du système (volume par ex) et **intensive** si ce n'est pas le cas (pression par ex), à noter que le produit de 2 grandeurs extensives donne une grandeur intensive.

Pour toute grandeur G extension on peut définir la **grandeur molaire** $G_m = \frac{G}{n}$ avec n le nombre de moles et la **grandeur massique** $g = \frac{G}{m}$ avec m la masse.

I.2.a Pression

La **pression** est une variable d'état en Pascal (Pa) avec $1 bar = 10^5 Pa$, est intensive et est causée par des chocs particulaires sur la paroi

Force de pression:

On a $\vec{F}=PS\vec{u}$ avec \vec{u} orienté vers l'extérieur de fluide dans le cas d'une paroi plane

Si on a une paroi non plane on a $\vec{F}=\int PdS\vec{u}$ avec $\vec{F}=PS\vec{u}$ si la pression est uniforme

♦ I.2.b Température

La température s'exprime en Kelvin (K), avec $T>0\,\mathrm{K}$ et $0\,\mathrm{^{\circ}C}=273.15\,\mathrm{K}$, est intensive et provient d'une agitation moléculaire.

On a $\mathcal{E}_c=\frac{3}{2}k_BT$ l'énergie thermique moléculaire avec $k_B=\frac{R}{\mathcal{N}_A}$ la constante de Boltzmann.

♦ I.3 Équilibre thermodynamique

On atteint un état d'équilibre thermodynamique quand les propriétés macroscopiques du système n'évoluent plus, ainsi on a :

- Équilibre mécanique avec l'extérieur
- Équilibre thermique
- · Équilibre radiatif
- Équilibre chimique

A l'équilibre thermodynamique un système voit ses variables d'état liées par une relation d'état

I.4 Modèle des gaz parfaits

Gaz parfait:

On parle d'un gaz parfait pour un gaz composé de particules ponctuelles sans intéraction entre elles.

Équation des gaz parfaits :

On a à l'équilibre thermodynamique : PV = nRT avec $R = 8.31\,\mathrm{J\,K^{-1}\,mol^{-1}}$ la constante des gaz parfaits.

Si quelqu'un voulait la démo de l'équation des gaz parfaits j'ai pas envie désolé :)

II Premier principe

♦ II.1 Énergie interne, capacité thermique à volume constant

On note U l'**énergie interne** d'un système thermique, c'est une fonction d'état additive et extensive s'exprimant en Joule : c'est l'énergie microscopique du système.

La variation des fonctions d'état ne dépend que des états initial et final, et est indépendante du chemin parcouru.

1ère loi de Joule:

Dans le cas d'un gaz parfait, U = AT, ainsi elle ne dépend que de la température

Dans le cas d'un gaz parfait monoatomique on a $U = \frac{3}{2}nRT$ et dans le cas d'un gaz parfait diatomique on a $U = \frac{5}{2}nRT$

A noter qu'il y a énormément d'énergie stockée de manière interne.

On défini la **capacité thermique** à volume fixé par $C_v = \frac{\partial U}{\partial T}\big|_V$ et dans le cas d'un GP on a $C_v = \frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}T}$, et est additive, extensif et s'exprime en $\mathrm{J\,K}^{-1}$

Expression de
$$\Delta U$$
 : On a $\Delta U = \int_{T_i}^{T_f} C_v dT = C_v \Delta T$

II.2 Premier principe

Premier principe:

Dans un **système fermé** évoluant entre des états d'équilibre on a $\Delta (E_{m_{mode}} +$ U) = W + Q d'où dans la plupart des cas :

$$\Delta U = W + Q$$

Dans le cas infinitésimal on a $dU = \delta W + \delta Q$

Avec W le travail reçu par le système (W > 0 si récepteur et moteur sinon) et Q le transfert thermique (Q > 0 reçoit et fournit sinon).

On a 3 types de transfert thermiques :

- Convection : Transfert accompagné d'un déplacement macroscopique de matière et concerne donc les fluides
- Conduction: Transfert thermique qui intervient dans un milieu où la température n'est pas homogène, et qui ne s'accompagne pas de déplacement de matière : c'est celui qui prédomine dans les solides
- Rayonnement : Transfert thermique par rayonnement électromagnétique

Il faut bien penser à définir le système pour utiliser le premier principe

II.3 Types de transformations

- Adiabatique : Sans transfert thermique (Q=0)
- Monobare : Au contact d'un système qui fixe la pression
- Monotherme : Au contact d'un système de température fixée (un thermostat)
- Quasi statiques : État d'équilibre au cours de toute la transformation
- Brutale: Les variables d'état ne sont pas définies dans les moments intermédiaires mais seulement à l'état initial et final
- Système Calorifugé : Limite les échanges de chaleur
- Isochore : V constant • Isotherme: T constant

• Isobare: P constant

♦ II.4 Travail des forces de pression

Travail des forces de pression :

On a $\delta W = -P_{\rm ext} dV$ donc $W = \int -P_{\rm ext} dV$

Preuve:

On a $\vec{F_p}=-P_{
m ext}S\vec{e_x}$ d'où on a $\delta W=\vec{F_p}\cdot dx\vec{e_x}=-P_{
m ext}Sdx=-P_{
m ext}dV$

△ II.4.a Cas isochore

On a dV=0 d'où W=0

△ II.4.b Cas isotherme

On a $\Delta U = 0$ d'où W = -Q

II.4.c Mécanique réversible

On a $P_{\rm ext}=P$ car on a toujours un état d'équilibre, d'où :

- Isobare : On a $W=-P\Delta V$
- Isotherme : On a $W = -nRT \ln \left(rac{V_f}{V_i}
 ight)$

Preuve:

En effet $W = \int -P_{\rm ext} dV = \int -P dV = \int -nRT \frac{dV}{V} = -nRT \ln \left(\frac{V_f}{V_i} \right)$

♦ II.5 Diagramme de Watt

On peut représenter l'évolution sur un graphe (V, P), ainsi le travail correspond à l'aire sous le chemin parcouru.

Si un cycle est parcouru dans le sens trigonométrique, on a un récepteur et si il est parcouru dans le sens horaire on a un moteur

II.6 Enthalpie

On a l'**enthalpie** une fonction d'état additive et extensive telle que H=U+PV

2e loi de Joule:

Dans le cas d'un gaz parfait, $H = A \times T$ avec A une constante

Ainsi on a le premier principe monobare :

Premier principe monobare:

Dans un système fermé évoluant entre des états d'équilibre avec une transformation monobare on a $\Delta \left(E_{m_{\rm macro}} + H \right) = W_u + Q$ d'où dans la plupart des cas :

$$\Delta H = W_u + Q$$

Preuve:

On a $\Delta \left(E_{m_{\mathrm{macro}}} + U\right) = W_u + W_{\mathrm{pression}} + Q$ or $W_{\mathrm{pression}} = -\Delta(PV) = 0$, ainsi on a la

Avec W_u la puissance utile des autres forces que celles de pression (souvent nulles d'où $\Delta H = Q$ dans certains cas)

On définit la capacité thermique à pression fixée par $C_p = \frac{\partial H}{\partial T}\Big|_{\mathcal{D}}$ et $C_p = \frac{\mathrm{d}H}{\mathrm{d}T}$ dans le cas d'un gaz parfait.

Expression de
$$\Delta H$$
 : On a $\Delta H = \int_{T_i}^{T_f} C_p dT = C_p \Delta T$

Dans le cas des phases condensées on a $PV \ll U$ d'où U = H ainsi $C_p = C_v = C$ Pour l'eau, on a $c_l = 4.2\,\mathrm{J\,K^{-1}\,kg^{-1}}$ pour la capacité massique

Relation de Mayer:

Dans le cas d'un gaz parfait on a $C_p = C_v + nR$

Preuve:

On a
$$\Delta U + \Delta (PV) = C_v \Delta T + nR\Delta T$$
 d'où $C_v \Delta T = C_v \Delta T + nR\Delta T$ ce qui conclut

On pose
$$\gamma = \frac{C_p}{C_n}$$

Expression de C_v et C_n :

Dans le cas d'un gaz parfait on a $C_v=rac{nR}{\gamma-1}$ et $C_p=rac{\gamma nR}{\gamma-1}$

On a
$$C_p=\gamma C_v=C_v+nR$$
 d'où $C_v(\gamma-1)=nR$ ainsi $C_v=\frac{nR}{\gamma-1}$ et $C_p=\frac{nR}{\gamma-1}$

III Second principe

III.1 Entropie et second principe

On considère un système fermé avec un ou plusieurs thermostats, ainsi il existe une fonction d'état appelée **entropie** notée S, additive et extensive en $J K^{-1}$ qui est une mesure du désordre.

Second principe:

Dans un tel système, on a $\Delta S = S_{\text{créée}} + S_{\text{échangée}}$ avec $S_c \geq 0$

Dans le cas infinitésimal on a donc $dS=\delta S_c+\delta S_e$ et à l'équilibre on a $\delta S_c=\delta S_e=0$

Expression de S_e :

On a
$$S_e = \sum_{\mathrm{thermostats}} rac{Q_i}{T_i}$$

L'entropie d'un système isolé augmente nécessairement au cours d'une transformation thermodynamique

Preuve:

Isolé implique
$$\delta Q_i = 0$$
 d'où $S_e = 0$ ainsi $\Delta S = S_c \geq 0$

Une transformation adiabatique réversible ne modifie pas l'entropie

Preuve:

On a
$$\Delta S=\sum_{\text{thermostats}}\frac{Q_i}{T_i}+S_c'$$
 car Q_i = 0 (adiabatique) et $S_c=0$ pour ne pas contredire le caractère réversible

💧 III.2 Irréversibilité d'une transformation thermodynamique

Une transformation est dite irréversible si elle n'a lieu que dans un sens.

Une transformation est **réversible** si on peut en inverser le sens par changement infinitésimal des contraintes extérieures. Ces transformations extérieures sont lentes (quasi statiques) et $S_c=0$

On a irréversibilité si :

- Inhomogéneité de température
- Gradient de pression
- · Réaction chimique
- Frottement

III.3 Identité thermodynamique (HP)

Identité thermodynamique (HP) :

Dans un système fermé avec uniquement des forces de pression on a dU=TdS-PdV

Preuve:

On a
$$dU=\delta Q+\delta W=\delta Q-P_{\rm ext}dV \underset{\rm (r\acute{e}v)}{=} \delta Q-PdV$$
 et $dS=\delta S_{c_{\rm (r\acute{e}v)}}'+\delta S_e=\frac{\delta Q}{T_{\rm th}}$ avec $T_{\rm th}=T$ car réversible. D'où $\delta Q=TdS$ ainsi $dU=TdS-PdV$

♦ III.4 Entropie des gaz parfaits, lois de Laplace

Variation d'entropie :

On a:

$$\Delta S = \frac{nR}{\gamma - 1} \ln \biggl(\frac{T}{T_0} \biggr) + nR \ln \biggl(\frac{V}{V_0} \biggr)$$

$$\Delta S = \frac{nR}{\gamma - 1} \ln \left(\frac{P}{P_0} \right) + \frac{\gamma nR}{\gamma - 1} \ln \left(\frac{V}{V_0} \right)$$

$$\Delta S = \frac{\gamma nR}{\gamma - 1} \ln\!\left(\frac{T}{T_0}\right) - nR \ln\!\left(\frac{P}{P_0}\right)$$

Lois de Laplace:

Dans le cas d'une transformation adiabatique réversible d'un gaz parfait on a :

- $PV^{\gamma} = \mathbf{cst}$
- $TV^{\gamma-1}=\operatorname{cst}$
- $T^{\gamma}P^{1-\gamma} = \mathbf{cst}$

Preuve:

On retient la première et on retrouve avec PV = nRT

Ainsi sur un diagramme de Watt, le courbe est plus marquée pour une transformation adiabatique

III.5 Entropie des phases condensées

Entropie des phases condensées :

On a $S(T)=S(T_0)+C\ln\Bigl(\frac{T}{T_0}\Bigr)$ d'où $\Delta S=C\ln\Bigl(\frac{T}{T_0}\Bigr)$

IV Flux thermiques

♦ IV.1 Flux thermique, puissance

Flux thermique:

Un flux est un échange de chaleur par unité de temps algébrique, on a $\Phi=\frac{\delta Q}{dt}$, et on peut définir $\Phi_{\rm surf}=\frac{\delta Q}{dt dS}$

On a Φ en W et $\Phi_{
m surf}$ en ${
m W\,m^{-2}}$

♦ IV.2 Échanges conductifs

Flux conductif:

Dans le cas d'un échange convectif (c'est à dire via une paroi) entre 2 systèmes, on a $\Phi = \frac{1}{R}\Delta T$ avec R la résistance thermique

Résistance thermique :

Une résistance thermique est homogène à ${
m K\,W^{-1}}$, et on a $R=\frac{e}{S\lambda}$ avec e l'épaisseur, S la surface et λ la conductivité thermique

La conductivité thermique s'exprime en $\mathrm{W}\,\mathrm{m}^{-1}\,\mathrm{K}^{-1}$, plus la conductivité est grande moins on isole.

On a $G = \frac{1}{R}$ la conductance.

Les résistances thermiques ont le même comportement qu'en électricité, ainsi en série on a $R_{\rm AB}=R_{\rm A}+R_{\rm B}$ et en parallèle $\frac{1}{R_{\rm AB}}=\frac{1}{R_{\rm A}}+\frac{1}{R_{\rm B}}$.

Preuve:

- Série : On a $\Phi=\Phi_{\rm A}=\Phi_{\rm B}$ avec $\Phi_{\rm A}=\frac{T_A-T_*}{R_{\rm A}}$ et $\Phi_{\rm B}=\frac{T_*-T_B}{R_{\rm B}}$ Ainsi on a $T_A-T_B=T_A-T_*+T_*-T_B=R_A\Phi_{\rm A}+R_B\Phi_{\rm B}=(R_A+R_B)\Phi$
- Parallèle : On a $\Phi_{\rm A}=\frac{1}{R_A}\Delta T$ et $\Phi_{\rm B}=\frac{1}{R_B}\Delta T$, et $\Phi=\Phi_{\rm A}+\Phi_{\rm B}=\left(\frac{1}{R_A}+\frac{1}{R_B}\right)\Delta T$

IV.3 Échanges conductovectifs

On considère un fluide et un solide et leurs échanges thermiques

Loi thermique de Newton:

On a $\Phi_{
m surf}=h(T_{
m surf}-T_{
m ext})$ avec h le coefficient de transfert en ${
m W\,m^{-2}\,K^{-1}}$, h étant plus grand pour un liquide que pour un gaz.

De manière analogue on peut définir $\frac{1}{R}=Sh$

IV.4 Analogie électrique

On a l'analogie suivante :

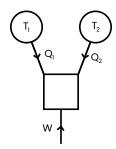
Thermodynamique	Électricité
ΔT	U ou ΔV
Φ	I
$\Delta T = R\Phi$	U = RI

Ainsi on peut représenter des problèmes thermodynamiques avec des circuits électriques

V Machines thermiques

♦ V.1 Description générale d'une machine thermique cyclique

On parle d'un système cyclique si il décrit un cycle



On représente ainsi une machine cyclique, avec $T_1,...,T_n$ les thermostats. Le système est en convention récepteur sur le schéma.

Inégalité de Carnot:

Pour un système au contact de plusieurs thermostats, on a $\sum_{\mathrm{thermostats}} \frac{Q_i^{\mathrm{cycle}}}{T_i} \leq 0$, et si il est réversible $\sum_{\mathrm{thermostats}} \frac{Q_i^{\mathrm{cycle}}}{T_i} = 0$

Preuve:

On a
$$\Delta S = S_c^{
m cycle} + S_e^{
m cycle} = 0$$
 (car S est une fonction d'état) d'où $\sum_{
m thermostats} \frac{Q_i^{
m cycle}}{T_i} = -S_c \leq 0$

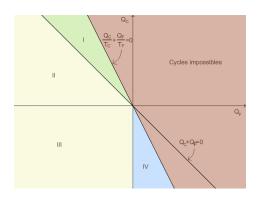
V.2 Les moteurs

Second principe selon Thomson:

Un système au contact avec une seule source de chaleur, ne peut au cours d'un cycle que recevoir du travail et fournir de la chaleur

Preuve:

On a moteur d'où W<0, avec l'inégalité de Carnot on a $\frac{Q}{T}\leq 0$ et le premier principe nous dit que 0=Q+W d'où $W=-Q\geq 0$ ce qui est contradictoire



Pour étudier un moteur on peut utiliser le diagramme de Raveau avec les zones suivantes :

- I : Fonctionnement moteur, $Q_c \geq 0$ et $Q_f \leq 0$ car on prélève de l'énergie à la source chaude
- II/III : Sans intêret
- IV : Fonctionnement récepteur, $Q_f \geq 0$ et $Q_c \leq 0$ car on prélève de l'énergie à la source froide

V.3 Rendement, efficacité

Rendement ou efficacité:

On définit le rendement dans le cas d'un moteur et l'efficacité dans le cas d'un récepteur de la manière suivante :

$$\eta = \frac{\text{\'energie valorisable}}{\text{\'energie couteuse}}$$

Ainsi on a le tableau suivant :

Type de machine	Transferts thermiques	Rendement/Efficacité
Moteur	$Q_c>0$ et $Q_f<0$	$\eta = -\frac{W}{Q_c}$
Réfrigirateur	$Q_c < 0 \ {\sf et} \ Q_f > 0$	$e = rac{Q_f}{W}$
Pompe à chaleur	$Q_c < 0 ext{ et } Q_f > 0$	$e = -\frac{Q_c}{W}$

Rendement de Carnot:

Pour un moteur ditherme son rendement maximal est :

$$\eta_c = 1 - \frac{T_F}{T_C}$$
 avec $\eta \leq \eta_c$

On a
$$Q_F+Q_C+W=0$$
, $\frac{Q_C}{T_C}+\frac{Q_F}{T_F}\leq 0$ et $\eta=-\frac{W}{Q_C}$

D'où
$$\eta=rac{Q_C+Q_F}{Q_C}=1+rac{Q_F}{Q_C}$$
 or $Q_F\leq -Q_Crac{T_F}{T_C}$ d'où $\eta\leq 1-rac{T_F}{T_C}$

Efficacité de Carnot (réfrigirateur) :

Pour un réfrigirateur son efficacité maximale est :

$$e_c = \frac{T_F}{T_C - T_F}$$
 avec $\eta \leq \eta_c$

On a
$$Q_F+Q_C+W=0$$
, $\frac{Q_C}{T_C}+\frac{Q_F}{T_F}\leq 0$ et $\eta=\frac{Q_F}{W}$

D'où
$$\eta=-rac{Q_F}{Q_C+Q_F}$$
 avec $Q_F\geq -Q_Crac{T_F}{T_C}$ d'où $\eta\leq rac{T_F}{T_C-T_F}$

Dans les faits, $3 \le e \le 4$

Efficacité de Carnot (pompe à chaleur) :

Pour une pompe à chaleur son efficacité maximale est :

$$e_c = \frac{T_C}{T_C - T_F}$$
 avec $\eta \leq \eta_c$

On a
$$Q_F+Q_C+W=0$$
, $\frac{Q_C}{T_C}+\frac{Q_F}{T_F}\leq 0$ et $\eta=-\frac{Q_C}{W}$

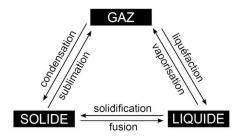
D'où
$$\eta=\frac{Q_C}{Q_C+Q_F}$$
 avec $Q_F\geq -Q_C\frac{T_F}{T_C}$ d'où $\eta\leq \frac{T_C}{T_C-T_F}$

Dans les faits, $2 \le e \le 5$



VI Changement de phase du corps pur

Une **phase** est une partie d'un système dont les variables intensives sont continues



VI.1 Échauffement isobare d'un corps pur

La température d'ébullition est la température d'équilibre liquide vapeur (ie les 2 coexistent)

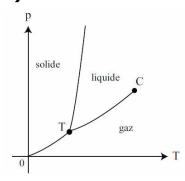
La **température de fusion** est la température d'équilibre solide liquide (ie les 2 coexistent)

La pression de vapeur saturante est la pression d'équilibre liquide vapeur

Dans le cas des corps purs, on a $P_{
m vap} = f(T_{
m \acute{e}bul})$



♦ VI.2 Diagramme (P, T)



T représente le **point triple**, c'est à dire le point où on a équilibre vapeur solide liquide

69

C représente le **point critique**, c'est à dire au delà duquel il n'y a plus de différence entre état liquide et gazeux (on parle de fluide supercritique)

En regardant le diagramme on a des informations sur l'état du système considéré, et on peut se rendre compte que de l'eau se liquéfie sous l'effet de la compression

lacktriangle VI.3 Diagramme de Clapeyron (P, v), isotherme d'Andrews

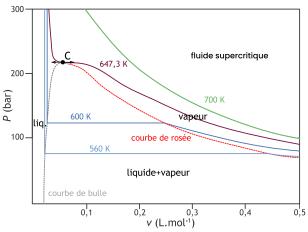


Figure 49: Un isotherme d'Andrews

On voit sur le diagramme qu'au dessus de C on ne passe pas par l'équilibre liquide vapeur. De plus on appelle la courbe noire l'isotherme critique.

Théorème des moments chimiques :

On peut retrouver $x_{
m gaz}$ et $x_{
m liq}$ les titres en vapeur et en liquide (ie les pourcentages en terme de quantité de matière).

On a
$$x_{
m gaz}=rac{n_{
m gaz}}{n_{
m tot}}=rac{m_{
m gaz}}{m_{
m tot}}$$
 et $x_{
m liq}=rac{n_{
m liq}}{n_{
m tot}}=rac{m_{
m liq}}{m_{
m tot}}$

On a $x_{\mathrm{gaz}}=\frac{n_{\mathrm{gaz}}}{n_{\mathrm{tot}}}=\frac{m_{\mathrm{gaz}}}{m_{\mathrm{tot}}}$ et $x_{\mathrm{liq}}=\frac{n_{\mathrm{liq}}}{n_{\mathrm{tot}}}=\frac{m_{\mathrm{liq}}}{m_{\mathrm{tot}}}$ De plus on a $x_{\mathrm{gaz}}=\frac{v-v_{\mathrm{liq}}}{v_{\mathrm{gaz}}-v_{\mathrm{liq}}}$ et $x_{\mathrm{liq}}=\frac{v_{\mathrm{gaz}}-v}{v_{\mathrm{gaz}}-v_{\mathrm{liq}}}$ d'où $x_{\mathrm{gaz}}+x_{\mathrm{liq}}=1$ avec $v,v_{\mathrm{gaz}},v_{\mathrm{liq}}$ les volumes massiques lus sur un isotherme d'Andrews

On a
$$V=V_g+V_l=m_{\mathrm{tot}}v$$
 avec v le volume massique moyen, $V_g=m_gv_g$ et $V_l=m_lv_l$ D'où on a $x_l=\frac{m_l}{m_{\mathrm{tot}}}$ ainsi on a $m_gv_g+m_lv_l=m_{\mathrm{tot}}v$ d'où v_lx_l $w_{\mathrm{tot}}+v_g(1-x_l)$ $w_{\mathrm{tot}}=w_{\mathrm{tot}}v$ d'où $x_l=\frac{v_{\mathrm{gaz}}-v}{v_{\mathrm{gaz}}-v_{\mathrm{liq}}}$

Dans le cas d'un diagramme (P,H) on a aussi $x_l=rac{h_{
m gaz}-h}{h_{
m res}-h_{
m lio}}$

VI.4 Enthalpie et entropie de changement d'état

Lors d'un changement d'état, l'enthalpie présente une discontinuité, ainsi on définit l'**enthalpie de changement d'état** (ou chaleur latente), de même il y a discontinuité de l'entropie.

Les enthalpies de changement d'état sont définies par la différence d'enthalpie entre les deux états à température fixée.

Variations d'enthalpie/d'entropie :

Soit $\Delta_{\bf A}h$ l'enthalpie de changement d'état A et $\Delta_{\bf A}s$ l'entropie de changement d'état A.

On a $\Delta_A H = m \Delta_A h$ et $\Delta_A S = \frac{\Delta_A H}{T_A}$ avec T_A la température de changement d'état

De plus on a
$$\Delta_{\mathrm{sub}}h>0$$
, $\Delta_{\mathrm{vap}}h>0$ et $\Delta_{\mathrm{fus}}h>0$ et $\Delta_{\mathrm{con}}h=-\Delta_{\mathrm{sub}}h$, $\Delta_{\mathrm{liq}}h=-\Delta_{\mathrm{vap}}h$ et $\Delta_{\mathrm{sol}}h=-\Delta_{\mathrm{fus}}h$

D'après l'expression des variations, on en déduit que $S_{\rm gaz}>S_{\rm liq}>S_{\rm sol}$ ce qui est logique d'après la définition de l'entropie



I Introduction à la dynamique des particules chargées

I.1 Force de Lorentz

On considère des particules dans un champ magnétique et électrique

Force de Lorentz:

On a la **force de Lorentz**, $\vec{F}=q\vec{E}+q\vec{v}\wedge\vec{B}$ la force subie par un électron

Dans l'étude d'un mouvement dans un champ électromagnétique, le poids et les forces de frottement sont négligées.

1.2 Origine électrique

Le champ électrique peut modifier l'énergie cinétique d'une particule chargée : elle peut agir à la fois sur la norme et la direction de la vitesse.

On note \vec{E} un **champ électrique** en $V \, \mathrm{m}^{-1}$ et une particule plongée dans un tel champ subit la composante électrique c'est à dire $\vec{F} = q\vec{E}$

Pour créer un champ homogène on utilise un condensateur, \vec{E} est homogène quand on n'est pas trop proche des bords (pas des bornes) du condensateur

Champ électrique créé par un condensateur :

Un condensateur crée un champ électrique $E=\frac{U}{d}$ avec U la tension et d la distance entre les électrodes

Le champ $ec{E}$ est orienté vers l'armature de plus faible potentiel

Le vecteur accélération d'une particule chargée dans un champ électrique est $\vec{a}=q\frac{\vec{E}}{m}$ et est donc constant : sa trajectoire est donc une portion de parabole ou une droite si sa vitesse initiale est nulle ou parallèle à \vec{E}

La force de Lorentz électrique dérive d'un potentiel

Énergie potentielle de Lorentz électrique :

On a $E_p=qV=q(-xE_x)$ en supposant que $\vec{E}=E_x\vec{e_x}$

Preuve:

On a
$$\vec{F}=q\vec{E}=q\frac{U}{d}\vec{e_y}=-\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}g}\big(-q\frac{U}{d}y+C\big)\vec{e_y}$$
 Ainsi $E_p=-q\frac{U}{d}y+C$ d'où $V(y)=\frac{E_p}{q}=-\frac{U}{d}y+C'$

Pour déterminer C on peut placer une masse dans le circuit

L'**électron-volt** (eV) correspond à l'énergie d'un électron à un potentiel de $1\,\mathrm{V}$, ainsi $1\,\mathrm{eV}=1.6\cdot10^{-19}\,\mathrm{J}$

Dans un système conservatif on a $v=\sqrt{\frac{2|q|U}{m}}$ si $v\leq 0.1c$

Preuve:

On a
$$0=\Delta\mathcal{E}_m=\Delta\mathcal{E}_c+\Delta\mathcal{E}_p=\Delta\mathcal{E}_c+q\big(V_f-V_i\big)$$
 d'où $\Delta\mathcal{E}_c=q\big(V_i-V_f\big)$ En supposant $v_0=0$ et $V_i=0$, on trouve $\frac{1}{2}mv_f^2=qU$ d'où $v=\sqrt{\frac{2|q|U}{m}}$

1.3 Origine magnétique

Un champ magnétique ne peut pas modifier l'énergie cinétique d'une particule chargée, il agit uniquement sur la direction de la vitesse.

Un **champ magnétique** est un champ vectoriel noté \vec{B} en Tesla ($ext{T}$)

La composante magnétique de la force de Lorentz est $ec{F}=qec{v}\wedgeec{B}$

Une particule de charge q à une vitesse initiale $\vec{v_0}$ perpendiculaire à \vec{B} décrit un cercle de rayon $R=\frac{mv_0}{|q|B}$ à la vitese angulaire $\omega=\frac{|q|B}{m}$, on parle de **pulsation** cyclotron

Preuve:

🖍 A faire (Pas prioritaire mais à faire)

La puissance est nulle, en effet $P=\left(q\vec{v}\wedge\vec{B}\right)\cdot\vec{v}=0$, de plus la force ne travaille pas donc $\Delta\mathcal{E}_c=0$

II Généralités sur le champ magnétique

II.1 Généralités

Le **champ magnétique** est un champ vectoriel $\vec{B}(M,t)$ s'exprimant en Tesla (T). On le mesure avec une sonde à effet Hall.

On a les ordres de grandeurs suivants :

- $B_{\text{Terre}} = 10^{-5} \text{ T} = 0.01 \text{ mT}$
- $B_{\text{aimant}} = (0.1 1) \text{ T}$
- $B_{IRM} = qqs T$
- $B_{\rm LABO} = 10 \, \mathrm{T}$

Lignes de champ:

Les **lignes de champ** sont un tracé colinéaire en tout point au champ magnétique.

Leur principal intêret est la lisibilité et que la distance entre les lignes de champ varie comme l'inverse de l'intensité du champ.

Le champ est nul en un point si les lignes de champ se croisent en ce point Propriété HP : Les lignes de champ sont orthogonales aux lignes iso-champ.

Propriétés des lignes de champ:

- 2 lignes de champ ne se croisent pas, sauf si le champ est nul localement
- Dans le cas des lignes de champ magnétiques elles sont toujours bouclées sur elles-même.

🔼 II.2 Dépendance courant électrique et lignes de champ

Champ magnétique créé par un circuit :

Un circuit parcouru par un courant constant (ou lentement variable) crée un champ magnétique constant (ou lentement variable) $\vec{B}(\text{pos},I)$ proportionnel à I

Pour trouver le sens des lignes de champ on utilise la règle de la main droite : on oriente son pouce dans le sens du courant et les lignes de champ vont dans le sens de repliement des mains.

Un fil infiniment mince crée un champ magnétique $\vec{B}=\frac{\mu_0I}{2r}\vec{e_{\theta}}$ avec I orienté vers z>0 et $\mu_0=4\pi10^{-7}\,\mathrm{H\,m^{-1}}$ la permittivité magnétique du vide.

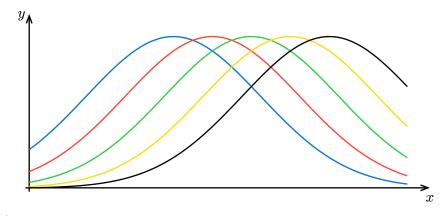
Un **spire** est un fil circulaire.

Théorème de superposition:

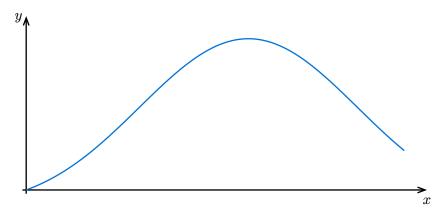
Dans un milieu linéaire, le champ magnétique total est la somme (la superposition) de chaque \vec{B}_i créé par chaque source de \vec{B} prise indépendamment. On a donc :

$$\vec{B} = \sum_{\text{sources}} \vec{B}_i$$

Dans le cas d'une série de spires, on a pour chaque spire la courbe suivante :



D'où pour \vec{B} on a :



On a donc le champ magnétique dans le solenoïde infini égal à $\vec{B}=\mu_0 ni$ avec n le nombre de spires par unité de longueur et i l'intensité

11.3 Champ magnétiques continus dans la nature

Dans la nature il est possible de trouver des champs magnétiques. Certains matériaux possèdent la propriété d'être aimantés ou magnétisables. C'est lié à une propriété magnétique des électrons, le spin.

La Terre en est un bon exemple, le noyau externe constitue un champ magnétique sous l'effet d'un mouvement convectif.

🔼 II.4 Moment magnétique, dipôle magnétique

Moment magnétique:

Dans le cas d'une spire parcourue par un courant I, on a :

$$\vec{\mu} = IS\vec{u} = I\vec{S}$$

avec S l'aire du disque, \vec{u} un vecteur unitaire ou \vec{S} le vecteur surface

On a
$$[\vec{\mu}] = \mathrm{A}\,\mathrm{m}^2$$

Le moment magnétique quantifie à quel point l'aimant est "fort" : la norme du moment magnétique est proportionnelle à la force de l'aimant et la direction de $\vec{\mu}$ définit l'axe de révolution des lignes de champ.

Couple de Laplace, Energie potentielle :

Un dipôle magnétique de moment $\vec{\mu}$ subit le **couple de Laplace**, $\vec{\Gamma} = \vec{\mu} \wedge \vec{B}$.

Cette intéraction étant conservative, on a $E_p = -\vec{\mu}\cdot\vec{B}$

En champ lointant, $\vec{\mu}$ traduit l''intensité" de cette source de champ magnétique et même si un aimant ne présente pas de courant électrique, un aimant possède un moment magnétique.



Attention:

On a $\vec{\Gamma}$ connu mais pas les forces donc on ne peut pas appliquer un PFD

II.5 Créer un champ magnétique

On peut utiliser des bobines ou un aimant pour créer un champ magnétique.

Dans un solénoïde infini, le champ est continu par morceaux sauf si on s'approche trop près du bord.

Pour créer un champ tournant, on alimente des bobines par des courants sinusoïdaux déphasés.

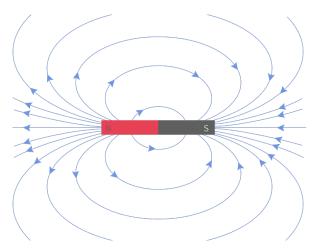
II.6 Lire une carte magnétique

Lecture d'une carte de champ :

Plus les lignes de champ son proches, plus $\|\vec{B}\|$ est grand.

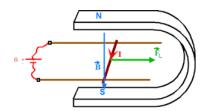
L'orientation des lignes de champ ou des fils respectent la règle de la main droite

Dans le cas d'un aimant les lignes de champ sortent du pôle nord et rentrent par le pôle sud.



II.7 Action mécanique d'un champ magnétique sur un système physique

On a l'expérience des rails de Laplace :



Forces de Laplace:

Un barreau rectiligne conducteur de longueur l parcouru par une intensité I dans un champ magnétique \vec{B} subit une force

$$\overrightarrow{F_L} = Il\vec{u} \wedge \vec{B}$$

avec \vec{u} un vecteur unitaire orienté dans le sens du courant.

Dans le cas d'un chemin on a

$$\overrightarrow{F_L} = \int I \, \mathrm{d}l \wedge \vec{B}$$

Preuve:

On se place dans un cas simple, les électrons ont tous la même vitesse \vec{v} et sont distribués de manière homogène.

On a n^* le nombre d'électrons par unité de volume.

On a $I=\frac{\delta Q}{{
m d}t}$ avec $\delta Q=\delta Ne$ la charge traversant la section pendant ${
m d}t$, et δN le nombre d'électrons traversant la section pendant ${
m d}t$.

D'où $\delta N = n^* Sv \, dt$ soit $I = n^* Sve$

On a $\overrightarrow{F_L} = N \times \overrightarrow{F}_{\text{Lorentz}}$ avec N le nombre d'électrons et $\overrightarrow{F}_{\text{Lorentz}} = -e \overrightarrow{v} \wedge \overrightarrow{B} = (-e)(-v \overrightarrow{e_x}) \wedge \overrightarrow{B} = ev \overrightarrow{e_x} \wedge \overrightarrow{B}$.

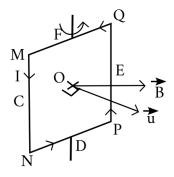
D'où
$$\overrightarrow{F_L} = Nev\overrightarrow{e_x} \wedge \overrightarrow{B} = n^*lSev\overrightarrow{e_x} \wedge \overrightarrow{B} = Il\overrightarrow{u} \wedge \overrightarrow{B}$$

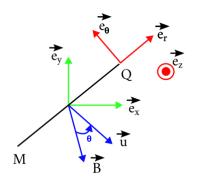
Dans un circuit filiforme non rectiligne, $\overrightarrow{F_L} = \int I \ dl \wedge \vec{B}$

Dans le cas du schéma au dessus, les forces sur les rails de Laplace sont opposées et se compensent.

La force s'applique au baricentre du barreau.

On considère maintenant le schéma suivant :





Force et moment dans une spire carrée :

Dans une spire carrée, on a $\overrightarrow{F_L}=0$ et $\overrightarrow{M_0}=\vec{\mu}\wedge\vec{B}$

Preuve:

Pour la force :

On a
$$\overrightarrow{F_L} = \overrightarrow{F_L^{MN}} + \overrightarrow{F_L^{NP}} + \overrightarrow{F_L^{PQ}} + \overrightarrow{F_L^{QM}}$$

On a
$$\overrightarrow{F_L^{MN}} = I\overrightarrow{MN} \wedge \vec{B}$$
 et $\overrightarrow{F_L^{PQ}} = I\overrightarrow{PQ} \wedge \vec{B} = -I\overrightarrow{MN} \wedge \vec{B}$ d'où $\overrightarrow{F_L^{MN}} + \overrightarrow{F_L^{PQ}} = 0$

De même pour
$$\overrightarrow{F_L^{NP}}+\overrightarrow{F_L^{QM}}=0$$
 d'où $\overrightarrow{F_L}=0$

Preuve:

Pour le moment :

On se place dans le second schéma, on a
$$\overrightarrow{M_0}\left(\overrightarrow{F_L}\right) = \overrightarrow{M_0}\left(\overrightarrow{F_L^{MN}}\right) + \overrightarrow{M_0}\left(\overrightarrow{F_L^{NP}}\right) + \overrightarrow{M_0}\left(\overrightarrow{F_L^{NP}}\right) + \overrightarrow{M_0}\left(\overrightarrow{F_L^{PQ}}\right)$$

$$\begin{split} &M_0\left(\overrightarrow{F_L^{''}}\right) + M_0\left(\overrightarrow{F_L^{''}}\right) \\ &\text{On a } \overrightarrow{M_0}\left(\overrightarrow{F_L^{MN}}\right) = \overrightarrow{OC} \wedge \left(\overrightarrow{IMN} \wedge \overrightarrow{B}\right) = I\left(-\frac{a}{2}\overrightarrow{e_r}\right) \wedge \left(-a\overrightarrow{e_z} \wedge \left(-B\overrightarrow{e_y}\right)\right) = I\frac{a^2}{2}B\overrightarrow{e_r} \wedge \overrightarrow{e_x} = -I\frac{a^2}{2}B\sin(\theta)\overrightarrow{e_z} \end{split}$$

On a
$$\overrightarrow{M_0}\Big(\overrightarrow{F_L^{PQ}}\Big) = \overrightarrow{OE} \wedge \Big(\overrightarrow{IPQ} \wedge \overrightarrow{B}\Big) = -\overrightarrow{OC} \wedge \Big(\overrightarrow{IMN} \wedge \overrightarrow{B}\Big) = -I\frac{a^2}{2}B\sin(\theta)\overrightarrow{e_z}$$

On a
$$\overrightarrow{M_0}\Big(\overrightarrow{F_L^{NP}}\Big) = \overrightarrow{OD} \wedge \Big(I\overrightarrow{NP} \wedge \overrightarrow{B}\Big) = I\Big(-\frac{a}{2}\overrightarrow{e_z}\Big) \wedge \Big(-a\overrightarrow{e_r} \wedge \Big(-B\overrightarrow{e_y}\Big)\Big) = \frac{a}{2}\overrightarrow{e_z} \wedge IaB\cos(\theta)\overrightarrow{e_x} = 0$$

De même pour
$$\overrightarrow{M_0} \Big(\overrightarrow{F_L^{QM}} \Big) = 0$$

D'où
$$\overrightarrow{M_0}\left(\overrightarrow{F_L}\right) = -Ia^2B\overrightarrow{e_r}\wedge\overrightarrow{e_z} = -Ia^2B\sin(\theta)\overrightarrow{e_z} = -\mu B\sin(\theta)\overrightarrow{e_z}$$

Par ailleurs
$$\vec{\mu} \wedge \vec{B} = (-\mu \vec{e_{\theta}}) \wedge \left(-B\vec{e_{y}}\right) = -\mu B \sin(\theta) \vec{e_{z}}$$

🔼 II.8 Approche énergétique : Puissance des forces de Laplace

Puissance des forces de Laplace :

La puissance des forces de Laplace est $P=ILB\dot{x}$

Preuve:

On a
$$\overrightarrow{F_L} = I\overrightarrow{MN} \wedge \overrightarrow{B} = ILB\overrightarrow{e_x}$$
 d'où $P = \overrightarrow{F_L} \cdot \overrightarrow{v} = ILB\dot{x}$

III Lois de l'induction : le cas des circuits fixes

⋂ III.1 Les phénomènes d'induction

L'**induction électromagnétique** est le phénomène par lequel un courant électrique apparaît dans un circuit fermé sans générateur.

L'induction est utilisée dans les transformateurs électriques ou encore les rechargement par induction.

On considère des circuits filiformes rigides fixes :

- filiforme : On ne considère que le contour
- rigides : Ne se déforment pas

Flux:

Dans un champ magnétique \vec{B} avec S la surface on a :

$$\Phi_B = \iint_{\substack{\text{surface d\'elimit\'ee} \\ \text{par le contour}}} \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

avec $\mathrm{d}\vec{S}$ orienté selon le sens du courant (règle de la main droite) et $[\Phi_B]=\mathrm{Wb}=\mathrm{T\,m^{-2}}$ (Weber)

Le flux est additif (par linéarité des intégrales)

On a $[\Phi_B]={
m T}\,{
m m}^2$, et dans le cas d'une spire de rayon a on a $\Phi_B=\vec B\cdot \vec u\pi a^2$

Flux total:

Dans un champ magnétique \vec{B} on a :

$$\Phi_{\rm tot} = \sum_{\rm chaque \; spire} \Phi_{\rm 1 \; spire}$$

On considère un aimant qu'on approche d'une bobine, avec \vec{u} et \vec{B} de direction opposée.

Si l'aimant est loin ou immobile, $\Phi = 0$ et il n'y a pas de courant

Quand on rapproche l'aimant, Φ diminue et i > 0 et u > 0

Quand on éloigne l'aimant, Φ augmente et i < 0 et u < 0

Ainsi une diminution du flux induit un courant positif

Ces observations sont toujours valable lorsque la bobine bouge et non l'aimant

On remarque que le champ magnétique induit est toujours dans le sens inverse à la variation de champ magnétique extérieur

Loi de Lenz:

On a la **loi de Lenz** qui est un principe de modération : Un phénomène d'induction s'oppose par ses conséquences aux causes qui l'ont engendré

Pour étudier un circuit, on l'oriente puis on définit le vecteur surface \vec{S} perpendiculaire au plan du circuit et orienté par la règle de la main droite.

Ⴖ III.2 Loi de Faraday

On place dans le cadre de l'ARQS

Loi de Faraday:

Si Φ_B varie il apparaît alors dans le circuit une force électromotrice induite du même sens que la convention d'orientation du circuit.

On a:

$$e = -\frac{\mathrm{d}\Phi_B}{\mathrm{d}t}$$

Le – dans la formule est dû à la loi de Lenz

III.3 Auto induction et couplage inductif

Flux propre et coefficient d'auto inductance :

Un circuit parcouru par un courant i crée un champ magnétique. Le flux correspondant dans le circuit est appelé **flux propre** et $\Phi_P = Li$, avec L le coefficient d'**auto inductance** ou **inductance** (en Henry)

On a $e=-\frac{\mathrm{d}\Phi_B}{\mathrm{d}t}=-\frac{\mathrm{d}Li}{\mathrm{d}t}=-L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$ (en convention générateur) donc on retrouve une formule du chapitre d'électricité, de même que la continuité de i peut se retrouver avec la loi de Lenz : le système limite i lors de son apparition

Ainsi l'énergie stockée dans une bobine est stockée sous forme d'énergie magnétique

Dans le cas d'un circuit avec faible enroulement on néglige les auto-inductances

Puisque le flux est additif on trouve
$$e=-rac{\mathrm{d}\Phi_{\mathrm{tot}}}{\mathrm{d}t}=-rac{\mathrm{d}\Phi_{\mathrm{propre}}}{\mathrm{d}t}-rac{\mathrm{d}\Phi_{\mathrm{ext}}}{\mathrm{d}t}$$

Ainsi deux circuits proches l'un de l'autres peuvent présenter un couplage magnétique

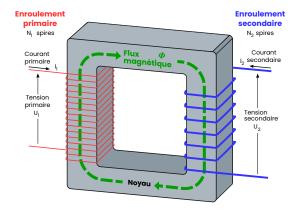
Inductance mutuelle:

On a
$$\Phi_{1 \to 2} = Mi_1$$
 et $\Phi_{2 \to 1} = Mi_2$, avec M l'**inductance mutuelle** en Henry

En électricité on notera une impédance mutuelle par un

🖍 A faire (Faire un schéma et la puissance reçue avec le schema)

III.4 Influence totale



On peut guider les lignes de champs en utilisant un guide magnétique

Expression de l'auto inductance:

Pour deux bobines de même longueur l avec N_1 et N_2 spires on a :

$$L_1 = \mu_0 S \frac{N_1^2}{l}$$

Preuve:

On a $B_1=\mu_0n_ii_1=\mu_0\frac{N_1}{l}i_1$ et $\Phi_{\mathrm{spire}}=B_1S$ d'où $\Phi_{\mathrm{N,spire}}=N_1\Phi_{\mathrm{spire}}=\mu_0S\frac{N_1^2}{l}i_1$ donc on retrouve bien L_1

Expression de la mutuelle :

Pour deux bobines de même longueur l avec N_1 et N_2 spires on a :

$$M=\mu_0 S \frac{N_1 N_2}{l}$$

Preuve:

On a $\Phi_{B_1 o$ bobine $2}=N_2\Phi_{B_1 o$ 1 spire de 2 avec $\Phi_{B_1 o$ 1 spire de $2}=\mu_0S\frac{N_1}{l}i_1$ D'où on a $\Phi_{B_1 o$ bobine $2}=\mu_0S\frac{N_1N_2}{l}i_1$ d'où l'expression de M

On remarque aussi que $M^2 = L_1 L_2$

La mutuelle change de signe si on pivote de $90\,\mathrm{d}$

Dans la matière en réalité, μ_0 n'est pas constant et dépend du matériau choisi

Dans les faits on aura des pertes dans les matériaux avec $M_{
m r\acute{e}el} < M_{
m th}$

Dans le cas de l'intéraction totale on a $\left|\frac{e_1}{e_2}\right|=\frac{N_1}{N_2}$ car $e_1=\pm e_2$

On utilise ce genre de dispositifs pour faire des transformateurs pour passer de basse tension à haute tension.

Note: It les tous de l'induction : le cas des circuits mobiles

Note: 11.1 Force électromotrice d'un circuit en mouvement

En considérant un conducteur se déplaçant à une vitesse $\vec{v_0}$, on a $e=-\frac{\delta Q}{{
m d}t}$ avec δQ le **flux coupé** (HP)

Force électromotrice:

On a
$$e=-rac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

Note: 10.2 Rail de Laplace générateur

En considérant un rail de Laplace, on analyse un système de la manière suivante :

- 1. On fait une mise en équation mécanique
- 2. On fait une mise en équation électrique
- 3. On fait une équation différentielle et un bilan de puissance

Ensuite on réalise un bilan de puissances :

On multiplie par \dot{x} ou i puis on obtient un bilan qui peut faire intervenir Ri^2 la puissance dissipée par effet Joule, ou encore $\frac{\mathrm{d}\mathcal{E}_c}{\mathrm{d}t}$ comme termes

Il peut aussi y avoir des termes en plus, comme la puissance fournie par l'opérateur

A noter que pour un circuit mobile, la somme des puissances est nulle (il y a conversion de l'énergie mécanique en énergie électrique)



🎢 I Introduction à la mécanique quantique

I.1 Nature ondulatoire de la lumière

Un **corps noir** est un objet qui absorbe toute la lumière incidente, et qui émet un rayonnement thermique.

Le début de la théorie quantique est liée à l'effet photoélectrique, qui est l'émission d'électrons (arrachés) par un matériau sous l'effet de la lumière. On observe une fréquence seuil au delà de laquelle l'effet photoélectrique se produit, mais on n'arrive pas à expliquer pourquoi avec la théorie ondulatoire.

C'est là qu'entre en jeu Einstein, avec la théorie des **quanta** : on considère que la lumière n'est plus continue mais est faite de quanta d'énergie hf d'où la présence d'une fréquence seuil.

Relation de Plank-Einstein:

La lumière se compose de **photon** d'énergie E=hf avec $h=6.63\cdot 10^{-34}\,\mathrm{J\,s}$ la constante de Planck et f la fréquence (parfois notée ν)

Dans le vide, la lumière se propage à la vitesse $c=3\cdot 10^8\,\mathrm{m\,s^{-1}}$

Le photon possède une quantité de mouvement $p=\frac{h}{\lambda}=\frac{hf}{c}$ avec λ la longueur d'onde



Attention:

Les expressions ci dessus ne sont vraies que pour les photons, et $\vec{p}=m\vec{v}$ n'est valable que dans le cas **non relativiste** $\left(v\leq 0.1c\right)$

I.2 Nature ondulatoire de la matière

En mécanique classique on représente un électron par un corpuscule, mais cette représentation est incompatible avec les trous de Young : en effet on observe un phénomène d'interférence avec des électrons.

Relation de de Broglie:

Pour toute particule de quantité de mouvement p on a une longueur d'onde associée $\lambda = \frac{h}{n}$ avec h la constante de Planck

On prononce "de Broglie" comme "de Broille"

Les phénomènes quantiques sont observables quand les obstacles sont de l'ordre de la longueur d'onde de de Broglie, si jamais la longueur d'onde est trop petite devant la taille de l'obstacle on retrouve les lois classiques.



🤼 I Régression linéaire

I.1 Explication

La régression linéaire consiste à établir une relation linéaire entre une variable dépendante y et une ou plusieurs variables indépendantes $x_1, ..., x_n$.

Pour cela, on utilise Python et les bibliothèques numpy et matplotlib.

I.2 Comment faire?

🦹 I.2.a Importer les bibliothèques

Pour importer les bibliothèques, on utilise la commande import.

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
```

I.2.b Créer les données

On considère les listes X et Y suivantes (ces données sont fictives et sont normalement issues d'une expérience réelle) :

```
1 X = [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10]

2 Y = [1, 2.4, 3.6, 4.8, 5.5, 6.5, 7.5, 8.5, 9.5, 10.5]
```

🦍 I.2.c Tracer le nuage de points

En physique on ne relie jamais des points expérimentaux par des segments, mais on trace un nuage de points. Pour cela, on utilise la commande plt.plot avec o comme forme.

```
plt.plot(X, Y, "o")
plt.label("X (unité)")
plt.ylabel("Y (unité)")

plt.show()
```

🤱 I.2.d Réaliser la régression linéaire

Pour réaliser la régression linéaire, on utilise la commande np.polyfit qui prend en argument les listes X et Y ainsi que le degré du polynôme (ici 1 car on veut une droite).

```
1 a, b = np.polyfit(X, Y, 1)
```

🦹 I.2.e Tracer la droite de régression

Pour tracer la droite de régression, on utilise la commande plt.plot avec -comme forme.

Pour avoir des valeurs régulières en abscisse, on utilise la commande np.linspace qui prend en argument la valeur minimale, la valeur maximale et le nombre de valeurs voulues dans l'intervalle.

```
1
     # Si on veut laisser les points expérimentaux on utilise la commande suivante
2
     plt.plot(X, Y, "o")
3
4
     # Tracé de la droite de régression
     list_x = np.linspace(min(X), max(X), 100) # 100 valeurs entre min(X) et max(X)
5
     plt.plot(list_x, a * np.array(list_x) + b, "--")
6
     plt.xlabel("X (unité)")
7
8
     plt.ylabel("Y (unité)")
9
10
     plt.show()
```

Il est ensuite possible de récupérer les coefficients de la droite de régression avec a et b et de les afficher.

```
print("a = ", a)
1
     print("b = ", b)
```

Il est bien sûr aussi possible de les récupérer de manière géométrique avec une règle.

🧣 II Instruments d'optique



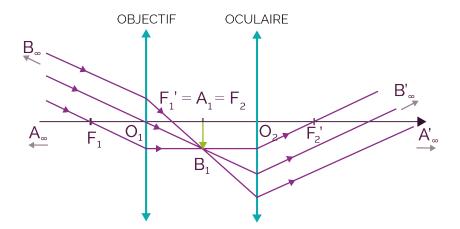
II.1 Viseur

Le viseur est un appareil optique composé de deux lentilles convergentes appelées objectif et oculaire, avec une réticule entre les deux.

L'intérêt du viseur est que tout objet que l'on voit net à travers le viseur est à une même distance, d'où on peut estimer la distance avec un objet.

II.2 Lunette Astronomique

La lunette astronomique est un appareil optique composé de deux lentilles convergentes appelées objectif et oculaire. On a le foyer image de l'objectif qui est le foyer objet de l'oculaire.



Ainsi la lunette permet d'observer une image à l'infini, en la grandissant avec un grandissement G, et de renvoyer une image réelle à l'infini.

II.3 Collimateur

Le collimateur est un appareil optique composé d'une source lumineuse et d'une lentille convergente. Il permet de rendre parallèle un faisceau lumineux.

Pour cela, on place la source lumineuse au foyer principal objet de la lentille convergente.



III Auto-collimation



🧣 III.1 Principe

On a une source qui éclaire, les faisceaux lumineux passent par une lentille convergente et se réfléchissent sur un miroir plan. On place un écran dans le plan de l'objet (c'est à dire le plan de la source lumineuse).



III.2 Réalisation

🤱 III.2.a Montage

On effectue donc le montage expliqué précédemment.

L'intérêt de l'auto-collimation est de déplacer la lentille pour observer différents phénomènes.

\Re III.2.b Règle des 4f

Comme vu dans le chapitre d'optique géométrique, on a la règle des 4f qui donne une condition pour observer une image.

Si cette condition est respectée, on dispose de 2 positions pour observer une image nette.

🤼 IV Euler

IV.1 Présentation

La méthode d'Euler est une méthode de résolution numérique d'équations différentielles. Elle est basée sur le principe de la tangente à la courbe représentative de la solution de l'équation différentielle.

🤱 IV.2 Principe algorithmique

On considère une équation différentielle de la forme y' = f(x, y), avec f une fonction continue. On cherche à déterminer une fonction y telle que y' = f(x, y).

On divise l'intervalle $[t_{\min}, t_{\max}]$ en n sous-intervalles de longueur Δt (appelé pas de résolution). Et on a donc $t_k = t_{\min} + k * \Delta t$.

On cherche à déterminer y_k tel que $y_k = y(t_k)$. Puisque l'on connaît y_0 (on connaît $y(t_{\min})$), on peut déterminer tous les y_k en utilisant la relation de récurrence suivante:

$$y_{k+1} = y_k + f(t_k, y_k) * \Delta t$$

🧣 IV.3 Exemple d'application

On considère la fonction euler suivante :

```
1
      def euler(F, y_0, tmin, tmax, dt):
2
          list_t = np.arange(tmin, tmax + dt, dt)
3
          N = len(list_t)
4
          y = np.zeros(N)
5
6
          y[0] = y_0
7
8
          for k in range(N - 1):
9
              y[k + 1] = y[k] + F(y[k], tmin + k * dt) * dt
10
11
          return list t, y
```

On considère l'équation différentielle y' = y avec y(0) = 1.

On a donc f(x,y) = y et $y_0 = 1$.

On peut donc définir la fonction F suivante :

```
def F(y, x):
1
         return y
```

On peut alors tracer la solution de l'équation différentielle sur l'intervalle [0, 10]avec un pas de résolution de 0.1 (valeurs prises pour l'exemple) :

```
1
      import matplotlib.pyplot as plt
 2
      t, y = euler(F, 1, 0, 10, 0.1)
 3
 4
 5
      plt.clf()
6
      plt.figure()
7
      plt.plot(t, y, ".") # On ne relie pas les points en physique
8
9
      plt.xlabel("X (unité)")
10
      plt.ylabel("Y (unité)")
11
      plt.legend()
12
13
14
      plt.show()
```

Il sera donc possible de visualiser l'allure de la solution de l'équation différentielle.

IV.4 Bonnes pratiques

Il faut toujours vérifier que le pas de résolution est suffisamment petit pour que la solution obtenue soit proche de la solution réelle.

Si le pas de résolution est trop grand, la solution obtenue sera très éloignée de la solution réelle.

Mais si le pas de résolution est trop petit, le temps de calcul sera très long.

Il faut donc trouver un compromis entre la précision de la solution et le temps de calcul.

🤼 V Multimètre

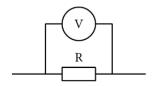
V.1 Présentation

Le multimètre est un appareil de mesure qui permet de mesurer des grandeurs électriques telles que la tension, l'intensité ou la résistance. On appelle voltmètre la partie du multimètre qui permet de mesurer la tension, ampèremètre la partie qui permet de mesurer l'intensité et ohmmètre la partie qui permet de mesurer la résistance.

V.2 Voltmètre

Pour mesurer la tension aux bornes d'un dipôle, il faut brancher le voltmètre en dérivation du dipôle.

Il faut brancher le + sur la borne Ω et le - sur la borne COM.



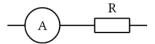
Pour avoir une mesure correcte, il faut que le voltmètre ait une résistance interne très grande devant la résistance du dipôle. (Le voltmètre est modélisé par un interrupteur ouvert.)

Il est aussi possible d'ajuster le RANGE du voltmètre pour avoir une mesure avec différents ordres de grandeur.

V.3 Ampèremètre

Pour mesurer l'intensité qui traverse un dipôle, il faut brancher l'ampèremètre en série avec le dipôle.

Il faut brancher le + sur la borne mA (ou μA) et le - sur la borne COM.



Pour avoir une mesure correcte, il faut que l'ampèremètre ait une résistance interne très faible devant la résistance du dipôle. (L'ampèremètre est modélisé par un fil.)

Il est aussi possible d'ajuster le RANGE de l'ampèremètre pour avoir une mesure avec différents ordres de grandeur.

Attention:

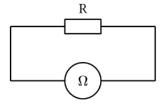
Il est très important de faire attention aux valeurs maximales que peut mesurer l'ampèremètre. Si le courant est trop fort, l'ampèremètre peut être endommagé.



V.4 Ohmmètre

Pour mesurer la résistance d'un dipôle, il faut brancher l'ohmmètre en série avec le dipôle. Il faut que le dipôle ne soit pas alimenté.

Il faut brancher le + sur la borne Ω et le - sur la borne COM.



Il est aussi possible d'ajuster le RANGE de l'ohmmètre pour avoir une mesure avec différents ordres de grandeur.



Attention:

Il est primordial de ne pas alimenter le dipôle pour utiliser l'ohmmètre.

🤼 VI Pont de Wheatstone

🤼 VI.1 Présentation

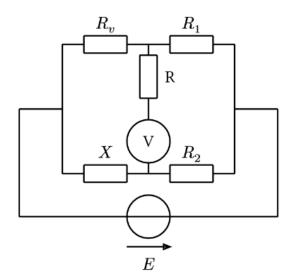
Le pont de Wheatstone est un montage électrique utilisé pour mesurer une résistance inconnue. Il est composé de quatre résistances, dont une inconnue, et d'une source de tension. Il est utilisé dans de nombreux domaines, notamment en physique pour mesurer la résistance d'un conducteur, ou en médecine pour mesurer la résistance de la peau.

VI.2 Principe

Le principe du pont de Wheatstone est de mesurer la valeur de la résistance inconnue en équilibrant le pont. Pour cela, on utilise un voltmètre pour arriver à l'équilibre. On peut alors déterminer la valeur de la résistance inconnue à partir des valeurs des autres résistances.

🤼 VI.3 Montage

Le montage du pont de Wheatstone est le suivant :



🦹 VI.4 Équilibre du pont de Wheatstone

Pour que le pont de Wheatstone soit équilibré, il faut que la tension aux bornes du voltmètre soit nulle. On a alors :

$$\frac{R_v}{X} = \frac{R_1}{R_2}$$

🦹 VI.5 Mesure de la résistance inconnue

On peut alors déterminer la valeur de la résistance inconnue à partir des valeurs des autres résistances :

$$X = \frac{R_2 R_v}{R_1}$$



VII Oscilloscope

🤼 VII.1 Présentation

L'oscilloscope est un appareil de mesure qui permet de visualiser des signaux électriques. Il est composé d'un écran sur lequel on peut voir le signal, de boutons pour régler les paramètres de mesure et de sondes pour connecter l'oscilloscope au circuit à mesurer.

🤼 VII.2 Montage

🦍 VII.2.a Schématisation

L'oscilloscope se schématise donc par \uparrow , \uparrow et une masse, chaque flèche représentant une voie de mesure.

lci sur le schéma, la voie 1 mesure E et la voie 2 mesure U aux bornes du condensateur.

VII.2.b Spécificité

Le condensateur étant relié à la Terra, il est important de faire attention aux branchements notamment celui de la masse. C'est pour cette raison qu'on respectera le code couleurs des fils.

🤼 VII.3 Utilisation

VII.3.a Allumage et branchements

Quand on allume l'oscilloscope, les boutons vont clignoter. Il faut alors attendre que l'oscilloscope soit prêt, quand le bouton STOP est en vert.

Il est ensuite possible de braancher 2 voies et de les allumer ou non avec les boutons portant leur numéro.

🤱 VII.3.b Réglage horizontal

Il est possible d'ajouter un retard à l'oscilloscope en tournat le petit bouton "horizontal"

L'échelle est quand à elle changeable via le grand bouton "horizontal"

🤼 VII.3.c Réglage vertical

L'échelle verticale (soit celle de l'amplitude des signaux) est réglable avec le bouton au dessus de celui pour activer/désactiver une voie.

De même il est possible de translater une voie avec le bouton en dessous de chaque voie.

VII.3.d Seuil

Il y a une molette seuil permettant de changer la valeur seuil, c'est à dire la valeur pour stabiliser l'oscilloscope.

VII.3.e Curseurs

Le bouton CURSOR permet d'ajouter des curseurs sur les axes X et Y afin de faire des mesures précises, c'est notamment utile pour trouver une période ou un amplitude

VII.3.f Meas

La fonction MEAS permet de traiter directement dans l'oscilloscope, elle permet de trouver un déphasage, une amplitude ou une période sans avoir à s'embêter avec des curseurs.

Cette méthode est plus simple et plus précise.

R VII.3.g Type d'acquisition

En TP on utilise normalement le mode d'acquision "normal" mais si l'oscilloscope a un comportement étrange il est possible d'utiliser la fonction de moyennage qui permet de lisser le signal.

A noter aussi que si l'oscilloscope est vraiment trop étrange, il est possible de le réinitialiser ou de le brancher sur une source externe (en utilisant un GBF par exemple).

🤼 VIII Monte-Carlo

VIII.1 Présentation

En pratique en faisant des manipulations on a des incertitudes sur les mesures. La méthode Monte-Carlo permet de propager les distributions d'incertitudes sur les mesures pour obtenir une incertitude sur une grandeur finale.

VIII.2 Procédé

🧣 VIII.2.a Étape 1

On détermine au moins une valeur et son incertitude pour chaque grandeur mesurée (plus il y a de valeurs, plus la méthode est précise).

Ainsi pour chaque valeur on va postuler la distribution de probabilité de la valeur mesurée.

VIII.2.b Étape 2

On génère un grand nombre de valeurs pour chaque grandeur mesurée en utilisant la distribution de probabilité postulée. On calcule alors la valeur de la grandeur finale pour chaque jeu de valeurs.

VIII.2.c Étape 3

La valeur finale s'obtient donc avec la valeur moyenne des valeurs obtenues et l'incertitude s'obtient avec la largeur de la distribution obtenue.

🦹 VIII.3 Et sur des régressions linéaires?

Pour une régression linéaire, on peut utiliser la méthode Monte-Carlo pour propager les incertitudes sur les valeurs mesurées et obtenir une incertitude sur les coefficients de la droite de régression.

🦹 VIII.3.a Étape 1

Dans un premier temps, on détermine les valeurs et les incertitudes pour chaque grandeur mesurée.

On réalise ensuite une régression linéaire pour obtenir les coefficients de la droite de régression.

🤼 VIII.3.b Étape 2

Par la méthode Monte-Carlo, on génère un grand nombre de valeurs pour chaque grandeur mesurée en utilisant la distribution de probabilité postulée.

De même, on génère un grand nombre de droites de régression en utilisant les valeurs générées pour chaque grandeur mesurée.

Enfin on calcule la valeur moyenne des coefficients de la droite de régression et l'incertitude sur ces coefficients.

C'est gagné!



I Analyse dimensionnelle

🍃 I.1 Système SI

La physique est dotée du système international d'unités qui permet de normaliser les unités utilisées en physique. On a ainsi les unités de base suivantes :

Grandeur	Unités SI	Symbole
Distance	Mètre (m)	L
Masse	Kilogramme	M
Temps	Secorhale (s)	T
Intensité électrique	Ampère (A)	I
Température	Kelvin (K)	Θ
Quantité de matière	Mole (mol)	N
Intensité lumineuse	Candela (cd)	J

Ainsi toute grandeur physique peut être décomposée en un produit de puissances de ces unités de base.



I.2 Résoudre une équation de dimension

Avant d'écrire une équation, il est important de vérifier que les dimensions des deux membres de l'équation sont compatibles.

On ne peut pas additionner des grandeurs de dimensions différentes.

Attention:

Il est important de vérifier les dimensions des grandeurs physiques pour éviter des erreurs de calcul, notamment à la fin du calcul pour vérifier l'homogénéité

Mais on peut aussi trouver la dimension d'une grandeur en réalisant une équation de dimension.

Soit une grandeur X dépendant potentiellement de A, B et C.

On a alors $[X] = A^a B^b C^c$, or on sait que X dépend de Y et Z de dimensions [Y] = ABC^y et $[Z] = A^zBC$ tel que $X = \frac{Y}{Z}$

Ainsi en identifiant les dimensions on a $[X] = A^{1-z}C^{y-1}$



I.3 Homogénéité

Unité/Grandeur	Unités SI	Dimension	Relation
----------------	-----------	-----------	----------

Énergie ${\mathcal E}$	J	$ m kgm^2s^{-2}$	E = mgh
Puissance ${\mathcal P}$	W	$ m kgm^2s^{-3}$	$P = \frac{E}{t}$
Travail ${\mathcal W}$	J	$ m kgm^2s^{-2}$	W = mgh
Intensité lumineuse I	$ m Wm^{-2}$	$ m kgs^{-3}$	$I = \frac{P}{S}$
Charge électrique q	С	As	Q = It
Tension U	V	${\rm kg}{\rm m}^2{\rm s}^{-3}{\rm A}^{-1}$	$U = \frac{P}{I}$
Capacité C	F	$ m kg^{-1}m^{-2}s^4A^2$	$C = \frac{Q}{U}$
Résistance R	Ω	${ m kg}{ m m}^2{ m s}^{-3}{ m A}^{-2}$	$R = \frac{U}{I}$
Inductance L	Н	${\rm kg}{\rm m}^2{\rm s}^{-2}{\rm A}^{-2}$	$L = \frac{U}{\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}}$
Conductivité électrique σ	${ m Sm^{-1}}$	$ m kg^{-1}m^{-3}s^3A^2$	$\sigma = \frac{1}{R}$
Vecteur d'onde k	m^{-1}	m^{-1}	$k = \frac{2\pi}{\lambda}$
Position x	m	m	$x = x_0 + vt$
	${ m ms^{-1}}$	${ m ms^{-1}}$	$v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$
Accélération a	${ m ms^{-2}}$	${ m ms^{-2}}$	$a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$
Quantité de mouvement p	${\rm kgms^{-1}}$	$ m kgms^{-1}$	p = mv
Force F	N	${ m kgms^{-2}}$	F = mg
Constante de raideur k	${ m Nm^{-1}}$	${\rm kgs^{-2}}$	$k = \frac{F}{x}$
Constante de gravitation ${\cal G}$	${ m m^3kg^{-1}s^{-2}}$	${ m m^3kg^{-1}s^{-2}}$	$F = Gm\frac{M}{r^2}$
Permittivité magné. du vide μ_0	${ m Hm^{-1}}$	${ m kg}{ m m}{ m s}^{-2}{ m A}^{-2}$	1
Permittivité élec. du vide ε_0	${ m Fm^{-1}}$	$ m kg^{-1}m^{-3}s^4A^2$	1
Moment cinétique L	Nms	$\rm kgm^2s^{-1}$	L = mvr
Moment d'une force M	Nm	$ m kgm^2s^{-2}$	M = rF
Moment d'inertie I	J	$ m kgm^2$	$I = mr^2$

Couple Γ	Nm	$ m kgm^2s^{-2}$	$\Gamma = \frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}t}$
Champ électrique E	$ m Vm^{-1}$	${\rm kg}{\rm m}{\rm s}^{-3}{\rm A}^{-1}$	$E = \frac{U}{d}$
Champ magnétique B	T	${ m kg}{ m s}^{-2}{ m A}^{-1}$	$E = \mu \cdot B$
Moment magnétique μ	$ m Am^2$	$ m A~m^2$	$\mu = IS$
Constante de Planck h	$\mathrm{J}\mathrm{s}$	$ m kgm^2s^{-1}$	E = hf
Pression P	Pa	${\rm kg}{\rm m}^{-1}{\rm s}^{-2}$	$P = \frac{F}{S}$
Constante des gaz parfaits	$ m Jmol^{-1}K^{-1}$	$kg m^2 s^{-2} mol^{-1} K^{-1}$	PV = nRT
Transfert thermique Q	J	$ m kgm^2s^{-2}$	$Q = \Delta U - W$
Capacité thermique C	$ m JK^{-1}$	${ m kg}{ m m}^2{ m s}^{-2}{ m K}^{-1}$	$\Delta U = C\Delta T$
Enthalpie H	J	$ m kgm^2s^{-2}$	H = U + PV
Entropie S	$ m JK^{-1}$	${ m kg}{ m m}^2{ m s}^{-2}{ m K}^{-1}$	$S_e = \frac{Q}{T}$
Flux thermique Φ	W	$ m kgm^2s^{-3}$	$\Phi = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t}$
Résistance thermique R	$ m KW^{-1}$	$ m KW^{-1}$	$R = \Delta \frac{T}{\Phi}$
Conductivité thermique λ	${ m W}{ m m}^{-1}{ m K}^{-1}$	${\rm kg}{\rm m}{\rm s}^{-3}{\rm K}^{-1}$	$R = \frac{e}{\lambda S}$
Coefficient de transfert thq	${ m W}{ m m}^{-2}{ m K}^{-1}$	${\rm kg}{\rm s}^{-3}{\rm K}^{-1}$	$\Phi = hS\Delta T$
Enthalpie de chgt d'état Δh	$ m Jkg^{-1}$	$ m kgm^2s^{-2}$	$\Delta H = m\Delta h + \dots$
Entropie de chgt d'état ΔS	$\rm Jkg^{-1}K^{-1}$	${ m kg}{ m m}^2{ m s}^{-2}{ m K}^{-1}$	$\Delta S = \frac{m\Delta h}{T}$

II Ordres de grandeur

Nom	Valeur et symbole
Permitivitté diélectrique (vide)	$\varepsilon_0 = 8.9 \cdot 10^{-12} \mathrm{F m^{-1}} = 1.0 \cdot 10^{-11} \mathrm{F m^{-1}}$
Perméabilité magnétique (vide)	$\mu_0 = 4\pi \times 1 \cdot 10^{-7} \mathrm{H} \mathrm{m}^{-1}$
Charge élémentaire	$e = 1.6 \cdot 10^{-19} \mathrm{C}$
Constante de gravitation	$\mathcal{G} = 6.67 \cdot 10^{-11} \mathrm{N m^2 kg^{-2}}$
Vitesse de la lumière (vide)	$c = 299792458 \mathrm{ms^{-1}} = 3.0 \cdot 10^8 \mathrm{ms^{-1}}$

Rayon du Soleil	$R_T = 70 \cdot 10^5 \mathrm{km}$
Masse du Soleil	$M_T = 2 \cdot 10^{30} \mathrm{kg}$
Rayon de la Terre	$R_T=6.4\cdot 10^3\mathrm{km}$
Masse de la Terre	$M_T = 6 \cdot 10^{24}\mathrm{kg}$
Vitesse de rotation de la Terre	$\Omega_{rac{t}{q}} = 7 \cdot 10^{-5} \mathrm{rad} \mathrm{s}^{-1}$
Jour sidéral	$T_s = 86164\mathrm{s} = 23\mathrm{h}56\mathrm{min}4\mathrm{s}$
Période orbitale de la Lune	$T_l = 27.3$
Constante de Planck réduite	$\hbar = 1 \cdot 10^{-34} \mathrm{Js}$
Distance Terre-Lune	$D_{T\over L}=4\cdot 10^5{ m km}$
Distance Terre-Soleil	$D_{rac{T}{S}} = 1.5 \cdot 10^8 \mathrm{km}$
Constante de Faraday	$\mathcal{F} = 9.6 \cdot 10^4 \mathrm{C} \mathrm{mol}^{-1}$
Constante K	K

Nom	Valeur et symbole
Module de Young (métaux)	$E = 1 \cdot 10^2 \mathrm{GPa}$
Masse volumique (métaux)	$\rho = 1 \cdot 10^4 \mathrm{kg} \mathrm{m}^{-3}$
Fréquence haute tension	$f = 50\mathrm{Hz}$
Champ magnétique Terrestre	$B = 1 \cdot 10^{-5} \mathrm{T}$
Champ magnétique d'un solénoïde	$B = 1 \cdot 10^{-3} \mathrm{T}$
Champ magnétique d'un aimant	$B = 1 \cdot 10^{-1} \mathrm{T} \to 1 \mathrm{T}$
Champ magnétique d'un IRM	$B = 1 \cdot 10^1 \mathrm{T}$
Valeur efficace champ électrique WIFI	$E_{\rm eff} = qq1\mathrm{Vm^{-1}}$
Valeur efficace champ électrique dû au Soleil sur le sol	$E_{\rm eff} = 1 \cdot 10^3 {\rm V m^{-1}}$
Champ électrique terrestre au sol	$E = 1 \cdot 10^2 \mathrm{V m^{-1}}$
Champ de claquage de l'air au sol	$E = 1 \cdot 10^5 \mathrm{V m^{-1}}$
Nombre de moles dans un litre d'eau	$n = 55 \mathrm{mol}$
Nombre d'atomes dans 1 mètre cube de cuivre	$N = 1 \cdot 10^{30}$
Lumière solaire au niveau de la terre, intensité	$I=1\mathrm{kWm^{-2}}$
Intensité d'un pointeur laser	$I=1\mathrm{kWm^{-2}}$
Intensité d'une lampe à 1m	$I=1\mathrm{Wm^{-2}}$
Taille d'un atome	$L=1\cdot 10^{-10}\mathrm{m}$
Masse d'un électron	$m_e = 1\cdot 10^{-30}\mathrm{kg}$
Masse d'un proton	$m_p = 1 \cdot 10^{-27} \mathrm{kg}$
Conductivité d'un bon conducteur	$\gamma = 1 \cdot 10^8 \mathrm{S} \mathrm{m}^{-1}$
Conductivité d'un isolant	$\gamma = 1 \cdot 10^{-8} \mathrm{S}\mathrm{m}^{-1}$
Durée de réponse oeil	$\tau_r = 1\cdot 10^{-1}\mathrm{s}$
Durée de réponse CCD	$\tau_r = 1 \cdot 10^{-2} \mathrm{s}$



III Incertitudes

En physique les mesures sont souvent associées à des incertitudes sur ces dernières. Il est important de les propager pour pouvoir vérifier nos résultats et les confronter à la réalité.

On parle de **mesurande** pour la grandeur que l'on souhaite mesurer et de **mesurage** pour le processus de mesure.

Les erreurs peuvent être dues à des erreurs aléatoires (bruit des mesures) ou des erreurs systématiques (une erreur de montage par exemple)

III.1 Incertitude type A

Une incertitude de type A correspond à une multiplication de mesure dans les mêmes conditions, on note $x_1, ..., x_n$ ces mesures

Ensuite on fait la moyenne $\langle x \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{n} x_i$

Mais cette moyenne varie d'un échantillon à un autre donc $\langle x \rangle$ possède aussi une incertitude:

Incertitude d'une moyenne:

On a

$$u(\langle x\rangle) = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$$

l'incertitude sur cette moyenne avec $\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum \left(x_i - \langle x \rangle\right)^2}$ l'écart type expérimental

Ainsi plus on réalise de mesures plus elle sera précise au final mais dans la pratique on ne réalise pas souvent des miliers de mesure donc on peut avoir recours à des méthodes de régression linéaires ou Monte Carlo



III.2 Incertitude type B

Dans le cas des incertitudes de type B on détermine l'incertitude à partir des propriétés de l'outil qui servent à réaliser les mesures

Pour une règle on prendra une demi graduation

Pour une horloge qui bat la seconde on prendra $0.5\,\mathrm{s}$

De manière plus générale pour avoir l'incertitude d'un outil il est intéressant de prendre la notice

III.3 Composer des incertitudes

On est souvent amenés à avoir plusieurs incertitudes sur une valeur finale ainsi il est intéressant de pouvoir composer des incertitudes

III.3.a Somme d'incertitudes

Supposons que x = a + b (ou x = a - b)

On a alors $u(x) = \sqrt{(u(a))^2 + (u(b))^2}$

III.3.b Produit d'incertitudes

Supposons que x = ab (ou $x = \frac{a}{b}$)

On a alors $\frac{u(x)}{x} = \sqrt{\left(\frac{u(a)}{a}\right)^2 + \left(\frac{u(b)}{b}\right)^2}$ souvent réécrite $u(x) = x\sqrt{\left(\frac{u(a)}{a}\right)^2 + \left(\frac{u(b)}{b}\right)^2}$

Attention:



Il ne faut pas oublier le x dans l'expression sinon on en perd tout son sens

III.4 Chiffres significatifs

On notera un résultat de mesure par $X=(x\pm \Delta x)$ unité

On fera notamment attention à garder un nombre cohérent de chiffres significatifs avec les données de l'énoncé : on ne garde que le même nombre de chiffres significatifs que la valeur qui en a le moins dans l'énoncé.

De plus on n'arrondit jamais une incertitude à l'inférieur et on garde au maximum ou deux chiffres significatifs sur l'incertitude

Attention:

On ne met jamais plus de chiffres significatifs à l'incertitude qu'à la valeur : ça n'as pas de sens!

III.5 Écart normalisé

Pour regarder la compatibilité d'une valeur on va regarder les intervalles de confignce et considérér l'écart normalisé ou z-score

Expression de l'écart normalisé:

On a

$$z = \frac{|x_1 - x_2|}{\sqrt{{u(x_1)}^2 + {u(x_2)}^2}}$$

Si |z| > 1 il y a 68% de chance que les valeurs soient incompatibles Si |z| > 2 il y a 95% de chance que les valeurs soient incompatibles Si |z|>3 il y a 99%de chance que les valeurs soient incompatibles

Ainsi on comparera souvent cette valeur à 2 pour avoir un intervalle de confiance à 95%

IV Équations différentielles

En physique on est souvent amené à résoudre des équations différentielles pour modéliser des phénomènes physiques. On peut les résoudre de manière analytique ou numérique.

Une résolution numérique est réalisée avec la méthode d'Euler (voir les fiches TP).

🍃 IV.1 Équations linéaires d'ordre 1

Équation différentielle linéaire d'ordre 1 :

La forme générale d'une équation différentielle linéaire d'ordre 1 est

$$y' + \frac{1}{\tau}y = \frac{y_{\infty}}{\tau}$$

avec y_{∞} une constante

On dit que τ est le **temps caractéristique** du système.

Forme générale de la solution :

La solution générale de cette équation est

$$y(t) = y_{\infty} + A \exp^{-\frac{t}{\tau}}$$

avec A obtenu par les conditions initiales

IV.2 Équations linéaires d'ordre 2

Dans le cadre d'un oscillateur harmonique on a :

Équation différentielle linéaire d'ordre 2 :

La forme générale d'une équation différentielle linéaire d'ordre 2 est

$$y'' + \omega_0^2 y = \omega_0^2 y_\infty$$

avec y_{∞} une constante



Attention:

On fera attention au + sans quoi l'oscillateur n'est pas harmonique

On dit que ω_0 est la **pulsation propre** du système.

Forme générale de la solution :

La solution générale de cette équation est

$$y(t) = y_{\infty} + A\cos(\omega_0 t) + B\sin(\omega_0 t)$$

avec A et B obtenus par les conditions initiales

Dans le cas d'un oscillateur amorti on a :

Équation différentielle linéaire d'ordre 2 amortie :

La forme générale d'une équation différentielle linéaire d'ordre 2 est

$$y'' + \frac{\omega_0}{Q}y' + \omega_0^2 y = \omega_0^2 y_\infty$$

avec y_{∞} une constante

On dit que Q est le **facteur de qualité** du système et ω_0 la **pulsation propre** du système.

Dans les systèmes avec beaucoup d'oscillations on a Q le nombre d'oscillations avant l'arrêt.

Selon la valeur de Q on a différents régimes :

- Si $Q<rac{1}{2}$ on a un **régime apériodique**
- Si $Q=rac{1}{2}$ on a un **régime critique**
- Si $Q>\frac{1}{2}$ on a un **régime pseudo-périodique**

Ces différents régimes sont en fait liés au discriminant du polynôme caractéristique de l'équation différentielle, on retrouve donc le cadre des mathématiques.

IV.2.a Régime apériodique

Régime apériodique :

Pour un régime apériodique on a

$$y(t) = y_{\infty} + Ae^{-\frac{t}{\tau_1}} + Be^{-\frac{t}{\tau_2}}$$

avec A et B obtenus par les conditions initiales

101

On trouve τ_1 et τ_2 en résolvant le polynôme caractéristique de l'équation différentielle avec $\tau_1=-\frac{1}{r_1}$ et $\tau_2=-\frac{1}{r_2}$

IV.2.b Régime critique

Régime critique:

Pour un régime critique on a

$$y(t) = y_{\infty} + (A + Bt)e^{-\frac{t}{\tau}}$$

avec A et B obtenus par les conditions initiales

On trouve τ en résolvant le polynôme caractéristique de l'équation différentielle avec $\tau=-\frac{1}{r}$

IV.2.c Régime pseudo-périodique

Régime pseudo-périodique:

Pour un régime pseudo-périodique on a

$$y(t) = y_{\infty} + (A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t))e^{-\frac{t}{\tau}}$$

avec A et B obtenus par les conditions initiales

On trouve ω et τ en résolvant le polynôme caractéristique de l'équation différentielle avec ses solutions $x=-\frac{1}{\tau}\pm i\omega$

Attention:



On ne peut plus trouver τ le temps caractéristique avec les méthodes qui seront développées ensuite, mais avec le décrément logarithmique

IV.3 Résolution avec les complexes

On peut résoudre une équation différentielle en se souvenant que $\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}=j\omega\underline{i}$ Ainsi on peut réécrire une équation différentielle sous forme complexe.

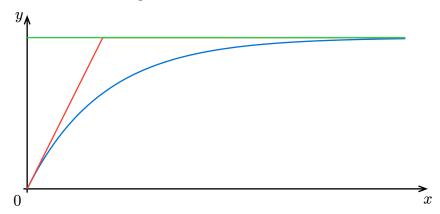
On rappelle aussi que $\cos(\omega t) = e^{j\omega t}$ et $\sin(\omega t) = -\omega e^{j\omega t}$

Ainsi on peut obtenir l'expression de l'amplitude avec le module de la solution complexe et la phase avec l'argument de la solution complexe.

IV.4 Temps caractéristique

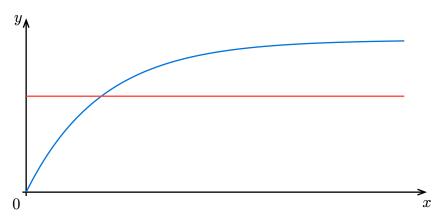
Il existe plusieurs manières de trouver le temps caractéristique

IV.4.a Méthode des tangentes



Le point d'intersection de la tangente en 0 avec la valeur finale donne le temps caractéristique

> IV.4.b Méthode des 63%



Il est aussi possible de trouver le temps caractéristique en regardant le temps pour atteindre 63% de la valeur finale

IV.4.c Décrément logarithmique

Dans le cas d'un régime pseudo-périodique on peut aussi trouver le temps caractéristique avec le décrément logarithmique (voir chapitre sur le RSF)

IV.5 Autres équations

Si on a une équation qui ne rentre pas dans ce cadre :

- On peut essayer de la linéariser pour la résoudre
- On peut intégrer des deux côtés pour essayer de la résoudre

Table des matières

🔭 I Introduction à l'optique 4	🖊 I.6 Ponts diviseurs 15
🔭 I.1 Généralités 4	🛉 1.7 Générateurs16
🔭 I.2 Caractérisation spectrale	🖊 I.7.a Générateur de
des sources lumineuses 4	tension 16
🔭 I.3 Source lumineuse	🖊 I.7.b Générateurs de courant
ponctuelle, rayon	(HP)16
lumineux 5	Il Circuits d'ordre 1 17
🔭 I.4 Approximation de l'optique	🖊 II.1 Le condensateur 17
géométrique 6	🖊 II.1.a Généralités17
🔭 I.5 Lois de Snell-Descartes 6	🖊 II.1.b Associations 18
🔭 I.5.a Lois de l'optique	🖊 II.2 Charge d'un
géométrique 6	condensateur 18
🔭 I.5.b Réflexion totale7	🛉 II.3 La bobine18
🔭 II Lentilles minces et miroir	🛉 II.3.a Généralités18
plan 7	II.3.b Associations19
🔭 II.1 Vocabulaire7	III Circuits d'ordre 2,
🔭 II.2 Lentilles minces7	Oscillateurs 20
🔭 II.2.a Lentille convergente 8	🕴 III.1 Oscillateur harmonique . 20
🔭 II.2.b Lentille divergente 8	🕴 III.2 Oscillateur amorti 21
🔭 II.3 Constructions 9	🖊 III.2.a Généralités 21
🔭 II.4 Relations de conjugaison . 9	🖊 III.2.b Régime apériodique . 21
\uparrow II.5 Condition $4f'$ 10	🕴 III.2.c Régime critique 22
III Appareils optiques10	🐓 III.2.d Régime pseudo-
🔭 III.1 Généralités10	périodique 22
🔭 III.2 La lunette	IV Circuits en régime sinusoidal
astronomique10	forcé 23
₹ III.3 L'oeil11	V.1 Régime transitoire 23
I Introduction à l'électricité 12	IV.2 Vocabulaire des signaux
→ I.1 Généralités	périodiques 23
I.l.a Charge électrique 12	∮ IV.3 Déphasage entre
I.l.b Courant électrique 12	signaux 24
I.l.c Dipôle, branche, maille,	∮ IV.4 Représentation complexe
circuit	d'un signal
↓ I.l.d Intensité électrique 12	harmonique 24
I.2 La tension électrique 13	∮ IV.5 Impédances
I.3 Approximation des régimes	complexes
quasi stationnaires	V.5.a Généralités 25
(ARQS)14	♦ IV.5.b Comportement basse
♦ I.4 Résistors	et haute tension 25
↓ I.5 Associations des	∮ IV.6 Lois de l'électricité en
résistors 15	RSF 26

♦ IV.7 Etude d'un circuit 26	🐪 l.3.b Coordonnées
🖊 IV.8 Résonnance	cylindriques 42
√ V Filtrage27	🔧 I.3.c Coordonnées
V.1 Spectre d'un signal,	sphériques 43
décomposition de	📏 I.3.d Base de Frenet 44
Fourier 27	📏 I.4 Description de quelques
🖊 V.2 Réponse fréquentielle d'un	mouvements 44
quadripole 27	📏 I.4.a Mouvement uniforme
V.3 Filtre d'ordre 1	1D 44
V.4 Filtre d'ordre 2	🔧 I.4.b Mouvement circulaire
VI Signaux périodiques et	uniforme 44
filtrage linéaire (Spé) 30	🔭 II Dynamique du point 44
VI.1 Signaux périodiques et leur	📏 II.1 Masse, centre de masse,
caractérisation 30	quantité de mouvement . 44
VI.2 Filtrage linéaire d'un signal	📏 II.2 Les lois de Newton 45
périodique 32	📏 II.2.a 1ère loi de Newton 45
🕼 I Introduction aux ondes 34	🦴 II.2.b 2ème loi de Newton . 45
I.1 Définition et exemples 34	📏 II.2.c 3ème loi de Newton 45
🕼 I.2 Célérité, couplage temps/	📏 II.3 Méthode de résolution des
espace 35	exercices 45
I.3 Ondes planes progressives	📏 II.4 Forces à connaître 46
harmoniques 35	🔧 II.4.a Poids46
🕼 I.4 Puissance d'une onde 36	🔧 II.4.b Poussée
🕼 I.5 Spectre d'une onde	d'Archimède 46
périodique 36	📏 II.4.c Réaction d'un
	support 46
🕼 II Diffraction/Interférences37	📏 II.4.d Tension d'un fil
¼ II.1 Diffraction	inextensible 46
🕼 II.2 Interférences 37	🐪 II.4.e Force de rappel
🕼 III La lumière onde 39	élastique (loi de
🖅 III.1 Généralités 39	Hooke) 46
🕼 III.2 Modèle scalaire 39	🐪 II.4.f Force de frottement 47
∜ III.3 Diffraction 40	🔭 II.5 Intéractions à connaître . 47
	🐪 II.5.a Intéraction
I Cinématique du point 41	gravitationnelle 47
1.1 Généralités 41	🐪 II.5.b Intéraction
1.2 Observateur, repère,	coulombienne 47
référentiel 41	🔪 III Énergétique du point 47
. I.3 Position, vitesse,	III.1 Travail et puissance d'une
accélération 41	force 47
1.3.a Coordonnées	III.2 Théorème de l'énergie
cartésiennes 42	cinétique 48

🐪 III.3 Force conservative,	VI.3.c Actions mécanique et
énergie potentielle 48	condition
📏 III.4 Théorème de l'énergie	d'équilibre 57
mécanique 49	📏 VI.3.d Théorème du moment
📏 III.5 Graphe d'énergie	cinétique pour un
potentielle 49	solide 58
📏 IV Loi du moment	🦴 VI.4 Énergétique du solide 58
cinématique 50	💧 I Introduction à la
IV.1 Approche vectorielle 50	thermodynamique 59
📏 IV.2 Approche scalaire 51	💧 I.1 Généralités 59
📏 V Mouvement dans un champ	💧 I.2 Variables d'état 59
de force newtonien 52	I.2.a Pression 59
📏 V.1 Statuer sur le caractère	💧 I.2.b Température 60
central 52	💧 I.3 Équilibre
📏 V.2 Propriétés de mouvement	thermodynamique 60
dans un champ de force	💧 I.4 Modèle des gaz parfaits . 60
centrale 52	II Premier principe 60
🦴 V.3 Approche énergétique, cas	💧 II.1 Énergie interne, capacité
d'une force	thermique à volume
conservatrice 52	constant 60
📏 V.4 Lois de Kepler 53	II.2 Premier principe 61
📏 V.5 Jour solaire vs jour	II.3 Types de
sidéral 54	transformations 61
V.6 Satellites	II.4 Travail des forces de
géostationnaires 54	pression 62
📏 VI Mécanique du solide 54	II.4.a Cas isochore 62
📏 VI.1 Généralités54	II.4.b Cas isotherme 62
VI.2 Mouvements de	💧 II.4.c Mécanique
translation 54	réversible 62
√ VI.2.a Aspect	II.5 Diagramme de Watt 62
cinématique 54	♦ II.6 Enthalpie
VI.2.b Grandeurs	III Second principe 63
cinétiques 55	III.1 Entropie et second
📏 VI.2.c Loi de la quantité de	principe63
mouvement 55	💧 III.2 Irréversibilité d'une
VI.3 Mouvement de rotation	transformation
par rapport à un axe	thermodynamique 64
fixe 56	III.3 Identité thermodynamique
📏 VI.3.a Aspect	(HP) 64
cinématique 56	III.4 Entropie des gaz parfaits,
🖴 VI.3.b Moment d'inertie 56	lois de Laplace 65
	III.5 Entropie des phases
	condensées 65

IV Flux thermiques 65	🚹 II./ Action mecanique d'un
IV.1 Flux thermique,	champ magnétique sur un
puissance 65	système physique 76
IV.2 Échanges conductifs 66	⋂ II.8 Approche énergétique :
IV.3 Échanges	Puissance des forces de
conductovectifs66	Laplace 78
💧 IV.4 Analogie électrique 66	
V Machines thermiques 67	circuits fixes79
V.1 Description générale d'une	🔃 ll.1 Les phénomènes
machine thermique	d'induction79
cyclique 67	📭 III.2 Loi de Faraday 80
V.2 Les moteurs 67	■ III.3 Auto induction et couplage
💧 V.3 Rendement, efficacité 68	inductif80
VI Changement de phase du	📭 III.4 Influence totale 81
corps pur 69	IV Lois de l'induction : le cas des
VI.1 Échauffement isobare d'un	circuits mobiles 82
corps pur 69	⋂ IV.1 Force électromotrice d'un
VI.2 Diagramme (P, T) 69	circuit en mouvement 82
VI.3 Diagramme de Clapeyron	⋂ IV.2 Rail de Laplace
(P, v), isotherme	générateur 82
d'Andrews70	🏸 l Introduction à la mécanique
VI.4 Enthalpie et entropie de	quantique83
changement d'état 70	🥕 I.1 Nature ondulatoire de la
🚹 I Introduction à la dynamique	lumière 83
des particules chargées 72	🏸 I.2 Nature ondulatoire de la
Π I.1 Force de Lorentz	matière 83
	🧣 I Régression linéaire 84
∩ I.3 Origine magnétique 73	🤱 I.1 Explication 84
🚹 II Généralités sur le champ	🤱 I.2 Comment faire? 84
magnétique 73	🧣 I.2.a Importer les
📭 II.1 Généralités73	bibliothèques84
	🧍 I.2.b Créer les données 84
électrique et lignes de	🧣 I.2.c Tracer le nuage de
champ 74	points 84
II.3 Champ magnétiques	🧣 I.2.d Réaliser la régression
continus dans la nature . 75	linéaire 84
	🤼 I.2.e Tracer la droite de
dipôle magnétique 75	régression 85
	Il Instruments d'optique 85
magnétique76	
	II.2 Lunette Astronomique 85
magnétique76	II.3 Collimateur
	🙎 III Auto-collimation 86

R III.1 Principe86	🦹 VIII.3 Et sur des régressions
🦹 III.2 Réalisation 86	linéaires? 92
🦍 III.2.a Montage 86	🦹 VIII.3.a Étape 1
$ lap{N}$ III.2.b Règle des $4f$ 86	🦹 VIII.3.b Étape 2
N Euler87	📝 I Analyse dimensionnelle 94
🦹 IV.1 Présentation 87	🍃 I.1 Système SI 94
🦹 IV.2 Principe algorithmique . 87	I.2 Résoudre une équation de
🔒 IV.3 Exemple d'application 87	dimension 94
🙎 IV.4 Bonnes pratiques 88	🍃 I.3 Homogénéité 94
🖁 V Multimètre88	📝 II Ordres de grandeur 96
🧣 V.1 Présentation 88	📝 III Incertitudes 98
🧣 V.2 Voltmètre 88	III.1 Incertitude type A 98
🧣 V.3 Ampèremètre 89	III.2 Incertitude type B 98
🧣 V.4 Ohmmètre 89	🍃 III.3 Composer des
🖁 VI Pont de Wheatstone 90	incertitudes 99
🧣 VI.1 Présentation 90	🍃 III.3.a Somme
VI.2 Principe	d'incertitudes 99
🤱 VI.3 Montage 90	🍃 III.3.b Produit
🧣 VI.4 Équilibre du pont de	d'incertitudes 99
Wheatstone 90	III.4 Chiffres significatifs 99
🦍 VI.5 Mesure de la résistance	🍃 III.5 Écart normalisé 99
inconnue 90	> IV Équations différentielles 100
NI Oscilloscope 91	🍃 IV.1 Équations linéaires d'ordre
🧣 VII.1 Présentation 91	1100
🦹 VII.2 Montage91	IV.2 Équations linéaires d'ordre
🦺 VII.2.a Schématisation 91	2 100
🦹 VII.2.b Spécificité 91	🍃 IV.2.a Régime
R VII.3 Utilisation 91	apériodique101
🤼 VII.3.a Allumage et	V.2.b Régime critique 102
branchements 91	🍃 IV.2.c Régime pseudo-
🧣 VII.3.b Réglage horizontal 91	périodique 102
Réglage vertical 91	
R VII.3.d Seuil 91	complexes 102
NII.3.e Curseurs	V.4 Temps caractéristique .102
NII.3.f Meas	
NII.3.g Type d'acquisition 92	tangentes 103
VIII Monte-Carlo	V.4.b Méthode des 63% 103
NIII.1 Présentation	
NIII.2 Procédé	logarithmique 103
NIII.2.a Étape 1	V.5 Autres équations 103
NIII.2.b Étape 2	Table des matières 104
🧣 VIII.2.c Étape 3	