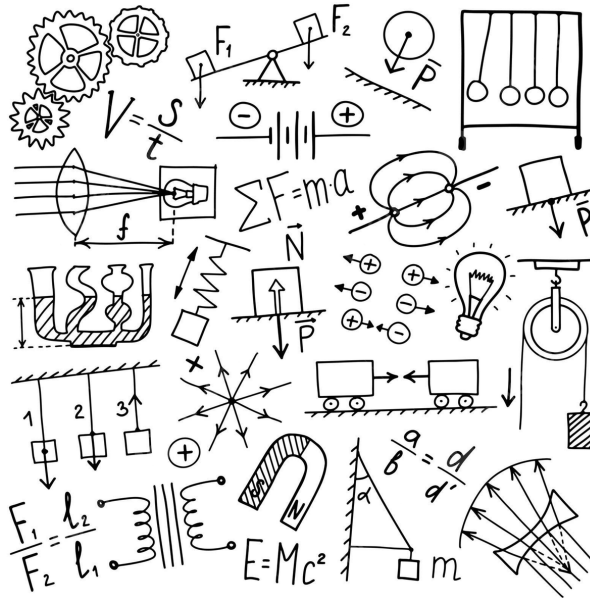




# Essentiel de physique

2023/2024

Victor Sarrazin



*Bienvenue dans l'essentiel de physique de mes cours de prépa. Ce document a pour objectif de contenir l'intégralité des cours de physique afin de les condenser et de les adapter.*

*Dans la dernière partie une liste de méthodes est détaillée pour faciliter notre voyage dans la physique.*

*Bonne lecture...*








# Sommaire

## Optique :

 I Introduction à l'optique	3
 II Lentilles minces et miroir plan	5
 III L'oeil	8








## Électricité :

 I Introduction à l'électricité	9
 II Circuits d'ordre 1	12
 III Circuits d'ordre 2, Oscillateurs	15
 IV Circuits en régime sinusoïdal forcé	18
 V Filtrage	22







## Ondes :

 I Introduction aux ondes	25
 II Diffraction/Interférences	27
 III La lumière onde	29

## Mécanique :

 I Cinématique du point	30
 II Dynamique du point	30
 III Énergétique du point	30
 IV Introduction à la dynamique des particules chargées	30
 V Loi du moment cinétique	30
 VI Mouvement dans un champ de force newtonien	30
 VII Mécanique du solide	30

## Thermodynamique :

 I Introduction à la thermodynamique	31
 II Premier principe	32
 III Second principe	34
 IV Flux thermiques	36
 V Machines thermiques	37
 VI Changement de phase du corps pur	39

## Magnétostatique :

 I Généralités sur le champ magnétique	42
---	----

## Annexe :

 I Analyse dimensionnelle	45
 II Incertitudes	45
 III Équations différentielles	45
 IV Fiches TP	45

# Optique

## I Introduction à l'optique

### I.1 Généralités

On considère des milieux **transparent homogène isotropes** (THI) :

- Transparent : La lumière n'est pas absorbée
- Homogène : Invariant par translation
- Isotrope : Invariant par quelque soit la direction depuis laquelle on regarde

On a la **vitesse de la lumière** dans le vide,  $c = 3.0 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$

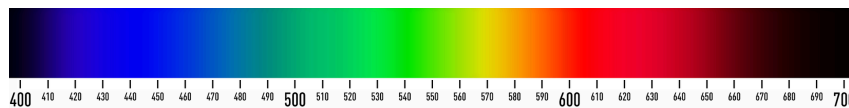
#### Indice optique :

On a l'**indice optique**  $n$  (ou *indice de réfraction*), usuellement  $n > 1$ . On a  $v = \frac{c}{n}$  la vitesse dans un THI donné.

On a  $n_{\text{vide}} = 1$ ,  $n_{\text{air}} - n_{\text{vide}} = 3 \cdot 10^{-4}$  et  $n_{\text{eau}} = 1.3$

#### Relation de dispersion :

On a  $\lambda = \frac{c}{f}$  avec  $f$  la fréquence temporelle et  $\lambda$  la longueur d'onde. Dans un THI on a donc  $\lambda = \frac{c}{nf}$

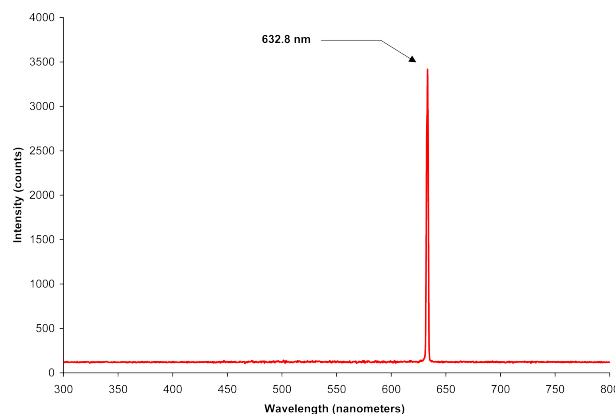


On a  $\lambda_{\text{violet}} = 400 \text{ nm}$  et  $\lambda_{\text{rouge}} = 800 \text{ nm}$ . Si  $\lambda < 400 \text{ nm}$  on est dans le domaine des **ultraviolets** et si  $\lambda > 800 \text{ nm}$  on est dans le domaine des **infrarouges**.

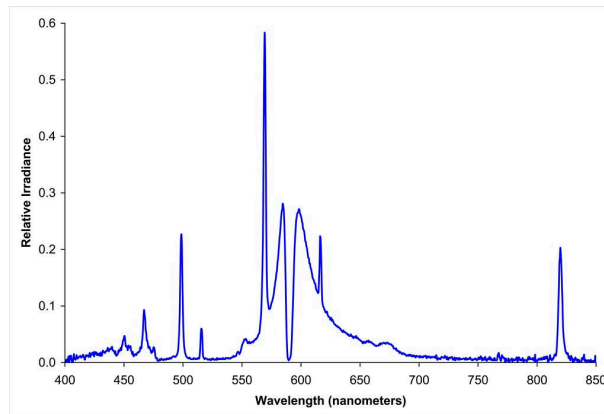
La puissance lumineuse moyenne par unité de surface est appelée **éclairement** ( $\xi$ ) ou **intensité lumineuse** ( $I$ ).

### I.2 Caractérisation spectrale des sources lumineuses

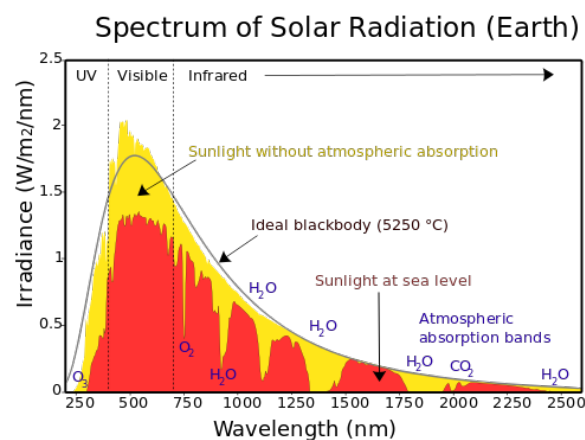
Une onde lumineuse possède une décomposition spectrale. On utilise principalement un spectromètre à réseau pour déterminer cette décomposition.



On a dans le cas du laser une seule raie spectrale, on parle alors de lumière **monochromatique**.



On a dans le cas d'une lampe spectrale plusieurs raies, c'est un spectre des éléments qui composent la valeur dans l'ampoule. Chaque pic correspond à un 1 photon d'énergie donnée



On a dans le cas du soleil un spectre continu (corps noir) avec des "trous" liés aux absorptions sélectives des espèces chimiques présentes dans l'atmosphère.

### 1.3 Source lumineuse ponctuelle, rayon lumineux

Une **source lumineuse ponctuelle** est une source de lumière dont les dimensions sont négligeables devant les distances caractéristiques du problème.

On appelle **rayon lumineux** une ligne selon laquelle se propage la lumière.

#### Propriétés des rayons lumineux :

- Les rayons lumineux sont indépendants les uns des autres
- Les rayons lumineux se propagent de façon rectiligne uniforme dans les milieux TH

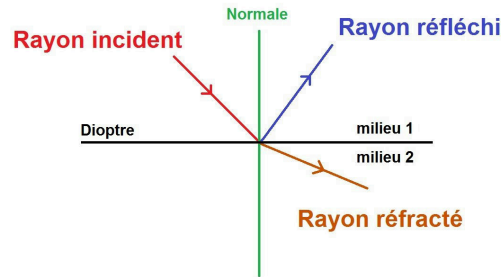
### 1.4 Approximation de l'optique géométrique

#### Approximation de l'optique géométrique :

Les systèmes rencontrés par la lumière lors de sa propagation sont de dimension grande devant la longueur d'onde.

Dans la suite on se place dans cette approximation

### 1.5 Lois de Snell-Descartes



### I.5.a Lois de l'optique géométrique

#### Principe de retour inverse :

La forme d'un rayon lumineux ne dépend pas du sens dans lequel la lumière le parcourt

#### Loi de Descartes pour la réflexion :

Les rayons incidents et réfléchis sont dans le même plan , et

$$\alpha = i$$

Avec  $\alpha$  l'angle réfléchi et  $i$  d'incidence

#### Loi de Descartes pour la réfraction :

Les rayons incidents et réfractés sont dans le même plan , et

$$n_r \sin(r) = n_i \sin(i)$$

Avec  $r$  l'angle réfléchi et  $i$  d'incidence, avec  $n_r, n_i$  les indices optiques des 2 milieux

### I.5.b Réflexion totale

Si  $n_1 > n_2$ , on dit que le milieu 1 est plus **réfringent** que le milieu 2.

#### Réflexion totale :

Il existe un angle d'incidence limite  $i_{1,\text{lim}} = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$  tel que si  $i_1 > i_{1,\text{lim}}$  il n'y a plus de rayon réfracté

#### Preuve :

On part de la loi de Descartes pour la réfraction,  $n_1 \sin(i) = n_r \sin(r)$  avec  $r > i$  et  $n_1 > n_2$  d'où  $\frac{n_1}{n_2} = \frac{\sin(r)}{\sin(i)} > 1$  d'où  $\sin(r) > \sin(i)$ .

Ainsi  $\sin(r) = \frac{n_i}{n_r} \sin(i)$  d'où si  $i > \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$  on a  $\sin(r) > 0$  ce qui est contradictoire.

## II Lentilles minces et miroir plan

### II.1 Vocabulaire

Un **système optique** est un système plus ou moins complexe susceptible de perturber le trajet des rayons lumineux.

On a :

Rayons incidents  $\rightarrow$  Système optique  $\rightarrow$  Rayons émergents

Si des rayons incidents proviennent d'un même point, on parle de **point objet**.

Si des rayons émergents proviennent d'un même point, on parle de **point image**.

On dit que  $A'$  est conjugué à  $A$  si  $A'$  est l'image de  $A$ , et on note  $A \overset{\text{miroir}}{\rightsquigarrow} A'$

Un système qui conjugue à un point objet un point image est dit **stigmatique**. Seul le **miroir plan** l'est parfaitement.

On parle de **système centré** pour un système possédant un axe de symétrie appelé **axe optique** ( $OA$ )

On parle d'**aplanétisme** si 2 points objets dans le même plan orthogonal à  $OA$  sont conjugués à 2 points image dans un même plan orthogonal à  $OA$  (encore le cas du miroir plan)

Un point est **réel** si il existe, et **virtuel** si on le voit dans un instrument d'optique (ou pas du tout)

## II.2 Lentilles minces

On parle de lentille mince car l'épaisseur est petite devant les rayons de courbure.

### Conditions de Gauss :

Tous les rayons sont **paraxiaux**, soit peu inclinés et peu éloigné de  $OA$ .

Dans ces conditions on a un stigmatisme approché et un aplanétisme approché.

On peut aussi se placer dans l'approximation des petits angles,  $\alpha \ll 1$  d'où  $\tan \alpha = \sin \alpha = \alpha$  et  $\cos \alpha = 1$

Le **centre optique** est le point d'un système optique où les rayons ne sont pas déviés.

Le **foyer principal image** ( $F'$ ) est l'image conjuguée d'un point objet à l'infini dans la direction de l'axe optique.

Le **foyer principal objet** ( $F$ ) est l'objet conjugué d'un point image à l'infini dans la direction de l'axe optique.

### Distance focale :

On a la **distance focale image** :  $\overline{OF'} = f'$  et on a la **distance focale objet** :  $\overline{OF} = f$

Ces deux grandeurs sont algébriques

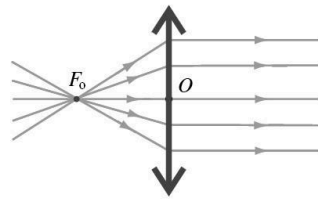
On a  $|f| = |f'|$ . Une lentille est très convergente/divergente quand  $|f'|$  est très petit.

On note la **vergence** d'une lentille  $v = \frac{1}{f}$  en dioptrie  $\delta$  avec  $[\delta] = \text{m}^{-1}$

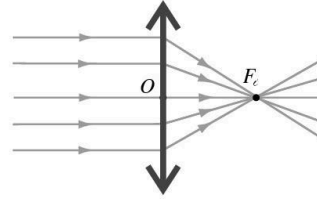
On définit le **grandissement**,  $\gamma = \frac{A'B'}{AB}$  soit la taille de l'image sur la taille de l'objet

### II.2.a Lentille convergente

Une lentille est dite **convergente** si elle est à bords fins.



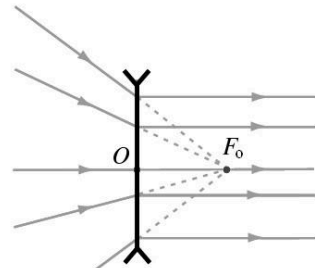
Foyer principal objet  
d'une lentille convergente.



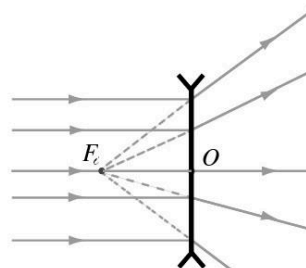
Foyer principal image  
d'une lentille convergente.

## II.2.b Lentille divergente

Une lentille est dite **divergente** si elle est à bords épais.




Foyer principal objet  
d'une lentille divergente.



Foyer principal image  
d'une lentille divergente.

## II.3 Constructions

- Un rayon incident qui passe par  $O$  est non dévié
- Un rayon incident qui passe par  $F$  émerge parallèlement à  $OA$
- Un rayon émergent qui passe par  $F'$  incide parallèlement à  $OA$
- Deux rayons incidents parallèles entre eux émergent en se croisant en un même point du plan focal image
- Deux rayons émergents parallèles entre eux incident en se croisant en un même point du plan focal objet

 A faire (Ajouter des schémas?)

## II.4 Relations de conjugaison

**Relations de Descartes (centre optique) :**

On a :

$$\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'}$$

$$\gamma = \frac{OA'}{OA}$$

### Relations de Newton (foyer) :

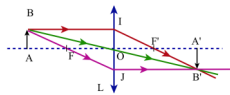
On a :


$$\overline{F'A'} \times \overline{FA} = -(f')^2$$

$$\gamma = -\frac{\overline{F'A'}}{f'} = -\frac{f}{\overline{FA}}$$

#### Preuve :

Cette preuve est hors programme théoriquement.



 A faire (Si pas la flemme)

### II.5 Condition $4f'$

#### Condition $4f'$ :


Pour obtenir une image réelle d'un objet réel avec une lentille convergente,

$$D \geq 4f'$$

#### Preuve :

 A faire

### III L'oeil

 A faire



# ⚡ Électricité

## ⚡ I Introduction à l'électricité

### ⚡ I.1 Généralités

#### ⚡ I.1.a Charge électrique

La **charge** est une propriété intrinsèque d'une particule et s'exprime en Coulomb (C) et est de dimension  $IT$ , est algébrique, additive et conservative (un système fermé est de charge fixe).

La charge est portée par les électrons ( $-e$ ) et les protons ( $e$ ) avec  $e = 1.6 \times 10^{-19} C$  la **charge élémentaire** (souvent notée  $q$ ).

#### ⚡ I.1.b Courant électrique

Le **courant électrique** est un déplacement d'ensemble de charges

#### ⚡ I.1.c Dipôle, branche, maille, circuit

Un **dipôle** possède 2 pôles, lui permettant d'être traversé par un courant électrique. Une association de dipôles forme un **circuit**.

Un association de dipôles à la suite est appelée **association série** et forme une **branche**.

Un association de dipôles bouclant sur elle même est appelée **maille**.

#### ⚡ I.1.d Intensité électrique

L'**intensité électrique** est un débit de charge noté  $I$ , avec  $I = \frac{\delta Q}{dt}$  avec  $\delta Q$  la charge traversant la section pendant  $dt$ .

Pour mesurer une intensité on utilise un *ampèremètre* avec le + sur le  $mA$  ou  $\mu A$  et le - sur le COM (en série).

#### Loi des noeuds :

Dans une maille on a :

$$\sum_{\text{entrants}} I = \sum_{\text{sortants}} I$$

## ⚡ I.2 La tension électrique

La **tension électrique**  $U$  est une différence de potentiels en Volts (V) et est additive.

#### Expression de $U_{AB}$ :

On a  $U_{AB} = V_A - V_B$  avec  $V_A$  et  $V_B$  deux potentiels.

#### Loi des mailles :

Dans une maille, on a :

$$\sum_{\text{tension maille}} \varepsilon_i U_i$$

avec  $\varepsilon_i = +1$  si  $U_i$  est dans le sens du parcours et  $\varepsilon_i = -1$  sinon.

La loi des mailles et la loi des noeuds s'appellent les **lois de Kirchhoff**. Elles sont variables en régime continu et en régime lentement variable.

Pour mesurer une tension on utilise un *voltmètre* avec le + sur la borne  $\Omega$  et le – sur la borne COM (en dérivation).

### ⚡ 1.3 Approximation des régimes quasi stationnaires (ARQS)

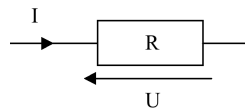
#### Critère d'ARQS :

Si  $\tau \gg \frac{d}{c}$  avec  $\tau$  le temps caractéristique,  $d$  la taille du circuit et  $c$  la longueur du vide alors on est dans l'approximation.

Si ce critère est vérifié, tous les points du circuit "voient" le changement en direct. Ce critère est tout le temps vérifié en série.

### ⚡ 1.4 Résistors

Un **résistor** est une dipôle qui conduit + ou – bien l'électricité.



Une résistance est schématisée ainsi en convention récepteur

#### Loi d'Ohm :

On a  $U = RI$  avec  $R$  la résistance en Ohm ( $\Omega$ ) en convention récepteur.

Attention, en convention générateur, on a  $U = -RI$

On dit qu'un résistor est un dipôle passif (en l'absence de  $I$ , pas de  $U$ ) et linéaire ( $U = f(I)$ ).

On a  $R = \frac{l}{\sigma S}$  avec  $l$  la longueur,  $\sigma$  la conductivité électrique et  $S$  la section.

On considère qu'un fil a une résistance négligeable.

#### Tension d'un fil :

La tension aux bornes d'un fil est nulle.

Le voltmètre ( $\approx 10M\Omega$ ) est modélisée par un interrupteur ouvert, et l'ampèremètre ( $\approx 0.1\Omega$ ) modélisée par un fil.

#### Puissance dissipée par un résistor :

On a  $P = RI^2$

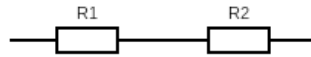
#### Preuve :

On a  $P_{\text{reçue}} = UI = U_R I_R = RI_R I_R = RI_R^2$

On a la **masse**, un point d'un circuit de potentiel nul,  $V = 0$  V c'est l'origine des potentiels.

En théorie elle est choisie arbitrairement, mais en pratique elle est imposée par certains appareils reliés à la Terre.

## ⚡ I.5 Associations des résistors

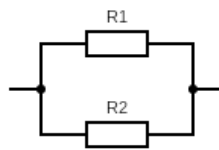


### Association série de résistors :

Soit  $R_1$  et  $R_2$  deux résistances en série, on a  $R_e = R_1 + R_2$  la résistance équivalente

#### Preuve :

On a  $U_1 = R_1 I$  et  $U_2 = R_2 I$  ainsi  $U = U_1 + U_2 = R_1 I + R_2 I = (R_1 + R_2) I$  ainsi  $R_e = R_1 + R_2$



### Association parallèle de résistors :

Soit  $R_1$  et  $R_2$  deux résistances en parallèle, on a  $\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$  la résistance équivalente

#### Preuve :

Par loi des mailles,  $U = U_1 = U_2$ , ainsi  $U = R_1 I_1 = R_2 I_2$ , d'après la loi des noeuds,  $I = I_1 + I_2 = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} = U \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$  ainsi  $U = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} I$

## ⚡ I.6 Ponts diviseurs

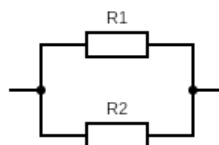


### Pont diviseur tension :

Soit  $R_1$  et  $R_2$  deux résistances en séries,  $U = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I$

#### Preuve :

On a  $U_1 = R_1 I$  et  $U = (R_1 + R_2) I$  d'où  $\frac{U_1}{U} = \frac{R_1 I}{(R_1 + R_2) I}$



### Pont diviseur courant :

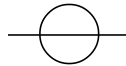
Soit  $R_1$  et  $R_2$  deux résistances en parallèle,  $I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I$

Preuve :

 A faire

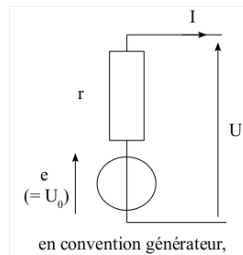
## ⚡ I.7 Générateurs


### ⚡ I.7.a Générateur de tension



Un **générateur de tension** est un dipôle qui impose une tension entre ses bornes. La tension imposée par un générateur est aussi appelée sa **force électromagnétique** (f.e.m)

$U$  est donc indépendante, c'est un dipôle actif.



 A faire

Un générateur réel est un générateur de Thévenin, on a :

### Générateur de Thévenin :

On a  $U = U_r + E = E - R_i I$  et  $P_{\text{fournie}} = UI = (E - R_i I)I = EI - R_i I^2$ , avec  $R_i$  la résistance interne et  $E$  la f.e.m

### ⚡ I.7.b Générateurs de courant (HP)



Il existe des **générateurs de courant** qui fixent une intensité dans le circuit.

## ⚡ II Circuits d'ordre 1

### ⚡ II.1 Le condensateur

#### ⚡ II.1.a Généralités

Le **condensateur** est un dipôle linéaire composé de deux armatures séparées par un milieu isolant (*diélectrique*).



On a  $Q$  la charge algébrique par l'armature de gauche et  $-Q$  par celle de droite : le condensateur est globalement neutre.

On a  $Q = CU$  avec  $C$  la **capacité du condensateur** en Farad (F)

**Intensité aux bornes d'un condensateur :**

En convention récepteur,  $I = C \frac{dU}{dt}$

**Preuve :**

On a  $\frac{dQ}{dt} = \frac{\delta Q}{dt} = I$  et  $Q = CU$  donc  $I = \frac{dQ}{dt} = \frac{dCU}{dt} = C \frac{dU}{dt}$

**Énergie stockée dans un condensateur :**

En convention récepteur, on a  $E = \frac{1}{2}CU^2$

**Preuve :**

On a  $P_{\text{reçue}} = UI = U \times C \frac{dU}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2}CU^2 \right)$  or  $P_{\text{reçue}} = \frac{dE}{dt}$  d'où  $E = \frac{1}{2}CU^2$

**Continuité de  $U$  au bornes d'un condensateur :**

Aux bornes d'un condensateur  $U$  est continue

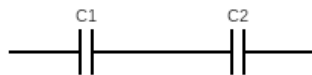
**Preuve :**

On suppose  $U$  discontinue donc  $E$  aussi, ainsi  $P = \frac{dE}{dt}$  diverge donc  $P_{\text{reçue}}$  infinie n'est pas possible

**Comportement en régime permanent :**

En régime permanent un condensateur est équivalent à un interrupteur ouvert ( $I = 0$  A)

⚡ **II.1.b Associations**



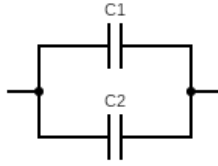
**Association série de condensateurs :**

Soit  $C_1$  et  $C_2$  deux condensateurs en parallèle, on a  $\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$  le condensateur équivalent

**Preuve :**

On a  $U = U_1 + U_2$  avec  $i = i_1 = i_2$  d'où  $i = C_1 \frac{dU_1}{dt} = C_2 \frac{dU_2}{dt}$ .

Ainsi on a  $\frac{dU}{dt} = \frac{dU_1}{dt} + \frac{dU_2}{dt}$  soit  $\frac{i}{C_e} = \frac{i}{C_1} + \frac{i}{C_2}$  d'où la relation cherchée.



### Association parallèle de condensateurs :

Soit  $C_1$  et  $C_2$  deux condensateurs en série, on a  $C_e = C_1 + C_2$  le condensateur équivalent

#### Preuve :

Loi des noeuds on a  $i = i_1 + i_2$  d'où on a  $i_1 = C_1 \frac{dU}{dt}$  et  $i_2 = C_2 \frac{dU}{dt}$  d'où  $i = (C_1 + C_2) \frac{dU}{dt}$

## ⚡ II.2 Charge d'un condensateur

On peut étudier la charge d'un condensateur (ou sa décharge) avec une équation d'ordre 1 dans un circuit RC

### Équation différentielle RC :

On a

$$\frac{dU}{dt} + \frac{1}{RC}U = A$$

avec  $\tau = RC$  le temps caractéristique

## ⚡ II.3 La bobine

### ⚡ II.3.a Généralités

La **bobine** est un dipôle linéaire composé d'un enroulement de fils sur lui même



On associe à une bobine une **inductance**  $L$  en Henry (H), dépendant du nombre de fils et la quantités de spires (tours)

### Intensité aux bornes d'une bobine :

En convention récepteur,  $U = L \frac{di}{dt}$

### Énergie stockée dans une bobine :

En convention récepteur, on a  $E = \frac{1}{2}Li^2$

#### Preuve :

On a  $P_{\text{reçue}} = UI = L \frac{di}{dt} \times i = \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2}Li^2 \right)$  or  $P_{\text{reçue}} = \frac{dE}{dt}$  d'où  $E = \frac{1}{2}Li^2$

**Continuité de  $i$  au bornes d'une bobine :**

Aux bornes d'une bobine  $i$  est continue

**Preuve :**

On suppose  $i$  discontinue donc  $E$  aussi, ainsi  $P = \frac{dE}{dt}$  diverge donc  $P_{\text{reçue}}$  infinie n'est pas possible

**Comportement en régime permanent :**

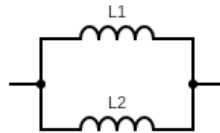
En régime permanent un condensateur est équivalent à un fil ( $U = 0$  V)

**⚡ II.3.b Associations****Association série de bobines :**

Soit  $L_1$  et  $L_2$  deux bobines en série, on a  $L_e = L_1 + L_2$  la bobine équivalente

**Preuve :**

On a  $U = U_1 + U_2 = L_1 \frac{di}{dt} + L_2 \frac{di}{dt} = (L_1 + L_2) \frac{di}{dt}$

**Association parallèle de bobines :**

Soit  $L_1$  et  $L_2$  deux bobines en parallèle, on a  $\frac{1}{L_e} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$  la résistance équivalente

**Preuve :**

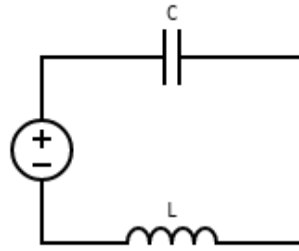
Par loi des mailles,  $U = U_1 = U_2$ , ainsi  $U = L_1 \frac{di_1}{dt} = L_2 \frac{di_2}{dt}$ .

D'après la loi des noeuds,  $i = i_1 + i_2$  d'où  $\frac{di}{dt} = \frac{di_1}{dt} + \frac{di_2}{dt}$  soit  $\frac{U}{L} = \frac{U}{L_1} + \frac{U}{L_2}$  d'où la relation recherchée

**⚡ III Circuits d'ordre 2, Oscillateurs**

Les oscillateurs sont présentés dans un cas électrique, mais on les retrouve aussi en mécanique ou encore en thermodynamique.

**⚡ III.1 Oscillateur harmonique**



On considère un circuit LC, on trouve  $LC \frac{d^2 U}{dt^2} + U = E$  d'où en posant  $\omega_0 = \frac{1}{LC}$  on retrouve :

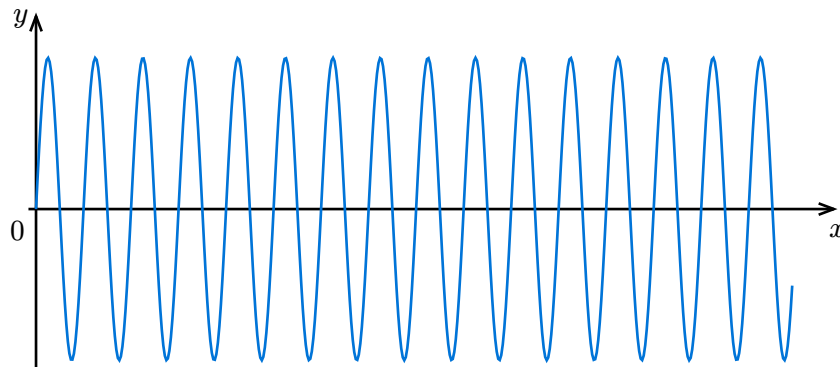
#### Oscillateur harmonique :

On a l'équation différentielle de l'oscillateur harmonique :

$$\ddot{\theta} + \omega_0^2 \theta = B$$

avec  $\omega_0$  la **pulsation caractéristique** homogène à un  $\text{rad s}^{-1}$  et  $B$  une constante

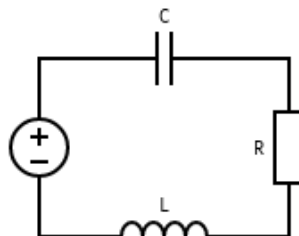
La forme générale est  $\text{sp} + A \cos(\omega_0 t) + B \sin(\omega_0 t)$ , la résolution étant détaillée en annexe III. Elle admet la courbe suivante.



Ainsi l'oscillateur possède un comportement oscillant avec  $2\pi f = \omega_0$

### ⚡ III.2 Oscillateur amorti

#### ⚡ III.2.a Généralités



On considère maintenant un circuit RLC, ainsi on trouve l'équation différentielle suivante

$\frac{E}{LC} = \frac{d^2 U}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dU}{dt} + \frac{1}{LC} U$ , en posant  $\omega_0 = \frac{1}{LC}$  et  $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$  on a :



### Oscillateur amorti :

On a l'équation différentielle de l'oscillateur amorti :

$$\ddot{\theta} + \frac{\omega_0}{Q}\dot{\theta} + \omega_0^2\theta = \omega_0^2 B$$

avec  $\omega_0$  la **pulsation caractéristique** homogène à un  $\text{rad s}^{-1}$ ,  $Q$  le **facteur de qualité** adimensionné et  $B$  une constante

Si on a beaucoup d'oscillations,  $Q$  correspond au nombre de périodes avant amortissement.

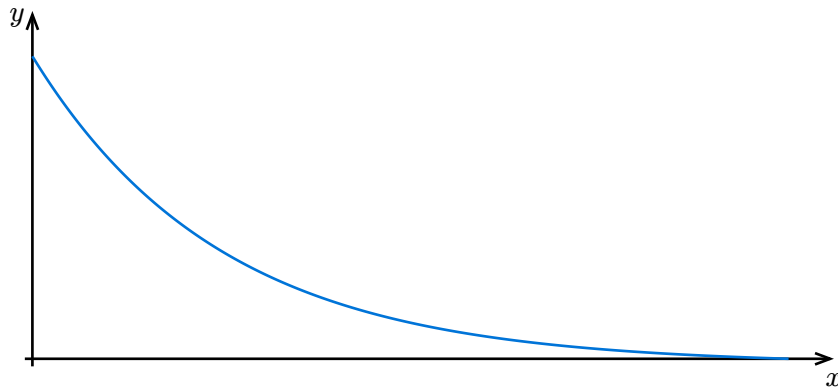
Selon la valeur de  $Q$  on a un des trois types d'oscillateurs suivants :

- Si  $Q < \frac{1}{2}$ , on est en régime aperiodique
- Si  $Q = \frac{1}{2}$ , on est en régime critique
- Si  $Q > \frac{1}{2}$ , on est en régime pseudo-périodique

#### ⚡ III.2.b Régime aperiodique

Dans le cas aperiodique on a  $\Delta > 0$  d'où  $U(t) = sp + Ae^{-\frac{t}{\tau_1}} + Be^{-\frac{t}{\tau_2}}$ , la résolution étant détaillée en annexe III.

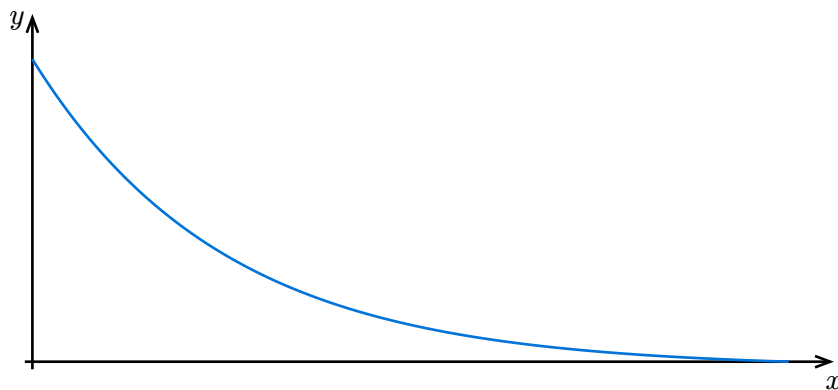
$U$  s'amortit donc en quelques  $\max(\tau_1, \tau_2)$ .



#### ⚡ III.2.c Régime critique

Dans le cas critique, on a  $\Delta = 0$  d'où  $U(t) = sp + (At + B)e^{-\frac{t}{\tau}}$ , la résolution étant détaillée en annexe III.

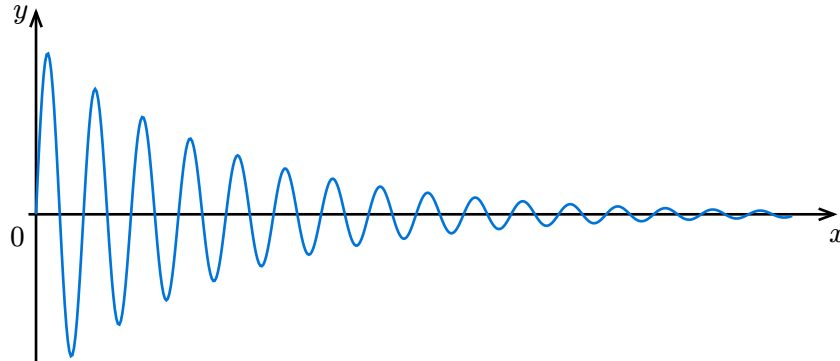
Le cas critique est très compliqué à réaliser expérimentalement.



### ⚡ III.2.d Régime pseudo-périodique

Dans le cas pseudo-périodique, on a  $\Delta < 0$  d'où on a  $U(t) = sp + (A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t))e^{-\frac{t}{\tau}}$  avec  $\omega$  la **pseudo-pulsation**, la résolution étant détaillée en annexe III.

Ainsi dans ce cas les oscillateurs voient leur amplitude d'oscillations diminuer avec le temps.



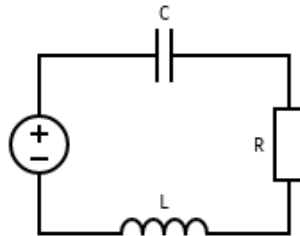
On définit le **décrément logarithmique**  $\delta = \frac{T}{\tau}$ , avec  $T$  la **pseudo-période**. Le décrément logarithmique s'obtient en prenant deux valeurs maximales et en faisant  $\delta = \ln\left(\frac{v_1}{v_2}\right)$  avec  $t_1 < t_2$ .

La durée du transitoire est de quelques  $\tau$ .

⚠ En régime pseudo-périodique il n'est pas possible de déterminer graphiquement  $\tau$  comme dans les autres régimes.

## ⚡ IV Circuits en régime sinusoïdal forcé

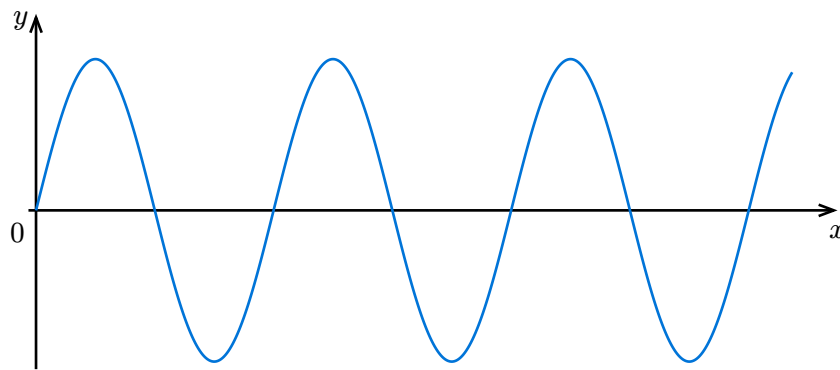
### ⚡ IV.1 Régime transitoire



Le circuit est en régime sinusoïdal forcé si le **générateur basse fréquence** (GBF) délivre une tension sinusoïdale. Ainsi on a l'apparition d'un déphasage aux temps longs, et l'amplitude du GBF n'est pas forcément la même que celle de  $U$ .

Ainsi le second terme dans les équations différentielles devient de la forme  $A \cos(\omega t)$

## ⚡ IV.2 Vocabulaire des signaux périodiques



On définit :

- La **période**  $T$  en s correspondant à l'écart entre deux passages au même point
- La **fréquence**  $f$  en Hz correspondant au nombre de périodes en une seconde d'où  $f = \frac{1}{T}$
- La **valeur moyenne**  $\langle u \rangle = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} u(\tilde{t}) d\tilde{t}$
- L'**amplitude crête à crête** (peak to peak)  $\Delta = u_{\max} - u_{\min}$
- La **valeur efficace**,  $u_{\text{eff}} = \sqrt{\langle u^2 \rangle}$

### Valeur efficace pour un signal sinusoïdal :

Dans le cas d'un signal de la forme  $S_0 \cos(\omega t)$ , on a  $\langle S \rangle = 0$  et  $S_{\text{eff}} = \frac{S_0}{\sqrt{2}}$

#### Preuve :

En effet en intégrant sur une période, on a  $\langle S \rangle = 0$

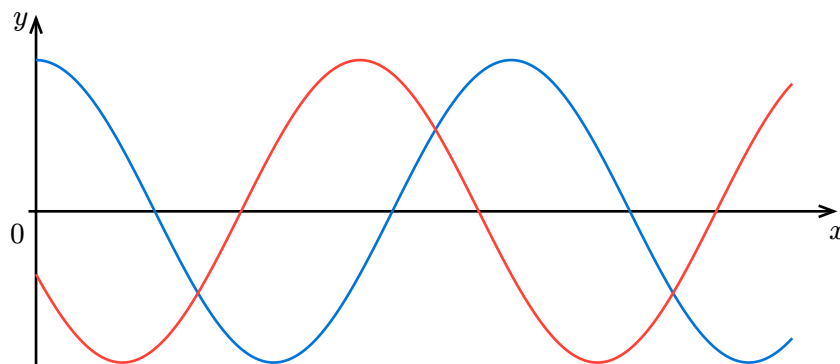
On a  $\langle S^2 \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_t^{t+2\pi} (S_0 \cos(\omega \tilde{t}))^2 d\tilde{t} = \langle S^2 \rangle = \frac{S_0^2}{2\pi} \int_t^{t+2\pi} \frac{1 + \cos(2\omega \tilde{t})}{2} d\tilde{t} = \frac{S_0^2}{2\pi} \frac{2\pi}{2} = \frac{S_0^2}{2}$  d'où en passant à la racine,  $S_{\text{eff}} = \frac{S_0}{\sqrt{2}}$

## ⚡ IV.3 Déphasage entre signaux

Soit  $s_1(t) = s \cos(\omega t + \varphi_1)$  et  $s_2(t) = s \cos(\omega t + \varphi_2)$ , on définit le **déphasage** de  $s_2$  par rapport à  $s_1$  par  $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$

Le déphasage est défini modulo  $2\pi$

- Si  $\varphi_1 \equiv \varphi_2 \pmod{2\pi}$  alors les deux signaux sont en **accord de phase**
- Si  $\Delta\varphi = \pm\pi$ , alors les deux signaux sont en **opposition de phase**
- Si  $\Delta\varphi = \pm\frac{\pi}{2}$ , alors les deux signaux sont en **quadrature de phase**
- Si  $\varphi_2 > \varphi_1$ ,  $s_2$  est en **avance de phase** sur  $s_1$
- Si  $\varphi_2 < \varphi_1$ ,  $s_2$  est en **retard de phase** sur  $s_1$



Pour mesurer le déphasage, on mesure l'écart de temps entre 2 passages au même endroit et on obtient  $\Delta t_1$  et  $\Delta t_2$ , ainsi on doit choisir, en connaissance du système entre 1 et 2, et  $|\Delta\varphi| = \frac{\Delta t_i}{T} \times 2\pi \bmod 2\pi$

#### ⚡ IV.4 Représentation complexe d'un signal harmonique

Pour parler d'une représentation complexe en physique on utilise  $\underline{s} = a + ib$ , et le conjugué de  $\underline{s}$  est noté  $\underline{s}^* = \bar{s} = a - ib$

⚠ Dans le contexte spécifique de l'électricité et pour éviter des confusions avec l'intensité  $i$ , on note  $j$  le nombre imaginaire tel que  $j^2 = -1$  (définition différente des mathématiques)

En posant  $u = U_0 \cos(\omega t + \varphi)$ , on a  $\underline{u} = U_0 e^{j(\omega t + \varphi)}$  d'où  $\underline{u} = U_0 e^{j\varphi} e^{j\omega t}$  avec  $U = U_0 e^{j\varphi}$  l'**amplitude complexe** et  $U = |\underline{u}(t)|$

De plus on a  $\varphi = \arg(U) = \arg(U_0 e^{j\varphi})$

Dériver en complexe revient à multiplier par  $j\omega$

#### ⚡ IV.5 Impédances complexes

##### ⚡ IV.5.a Généralités

###### Impédance complexe :

En convention récepteur, on définit  $\underline{z} = \frac{\underline{u}}{\underline{i}} = \frac{U_0}{I_0} e^{j(\varphi_u - \varphi_i)}$  l'**impédance complexe** homogène à une résistance

###### Cas d'une résistance :

Pour une résistance, on a  $\underline{z}_R = R$ , d'où  $\underline{z} \in \mathbb{R}_+$ , on dit que le dipôle est **résistif**

###### Cas d'une bobine :

Pour une bobine, on a  $\underline{z}_L = j\omega L$ , d'où  $\underline{z} \in i\mathbb{R}$  et  $\varphi_u - \varphi_i = \frac{\pi}{2}$ , donc  $u(t)$  est en quadrature de phase avance par rapport à  $i(t)$ , on dit que le dipôle est **inductif**.

###### Preuve :

On a  $u_L = L \frac{di}{dt}$  d'où  $\underline{u}_L = Lj\omega \underline{i}$  d'où  $\underline{z}_L = j\omega L$

###### Cas d'un condensateur :

Pour un condensateur, on a  $\underline{z}_C = \frac{1}{j\omega C}$ , d'où  $\underline{z} \in i\mathbb{R}$  et  $\varphi_u - \varphi_i = -\frac{\pi}{2}$ , donc  $u(t)$  est en quadrature de phase retard par rapport à  $i(t)$ , on dit que le dipôle est **capacitif**.

###### Preuve :

On a  $i = C \frac{du_C}{dt}$  d'où  $\underline{i} = Lj\omega \underline{u}_C$  d'où  $\underline{z}_C = \frac{1}{j\omega C}$

On définit aussi l'**admittance complexe** comme étant  $\underline{y} = \frac{1}{\underline{z}}$

#### ⚡ IV.5.b Comportement basse et haute tension

##### Comportement basse fréquence :

En basse fréquence :

- La bobine se comporte comme un **fil**
- Le condensateur se comporte comme un **interrupteur ouvert**

##### Comportement haute fréquence :

En haute fréquence :

- La bobine se comporte comme un **interrupteur ouvert**
- Le condensateur se comporte comme un **fil**

#### ⚡ IV.6 Lois de l'électricité en RSF

Les lois de l'électricité restant valides dans l'ARQS, elles sont aussi valides si  $\omega \ll \frac{2\pi c}{d}$ .

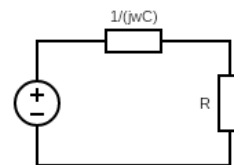
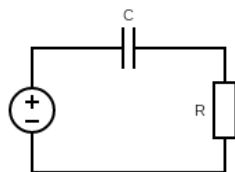
Les impédances s'associent en série et en parallèle comme des résistances, et les ponts diviseurs s'appliquent aussi aux impédances.

#### ⚡ IV.7 Étude d'un circuit

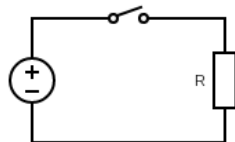
Pour étudier un circuit :

- On peut établir l'équation différentielle de  $u$ , puis passer dans  $\mathbb{C}$  et déterminer  $\underline{u}$  puis  $U$  et  $\varphi$
- On peut utiliser la méthode des impédances complexes (voir ci dessous), valide uniquement en RSF

On considère le circuit suivant, qu'on peut remplacer avec des impédances :



Ainsi en basse et haute fréquence on a :



Par loi des mailles on a  $\underline{z}_R = R$  et  $\underline{z}_C = \frac{1}{j\omega C}$  d'où le dipole équivalent est  $\underline{z} = R + \frac{1}{j\omega C}$

En utilisant un pont diviseur tension on a  $\underline{u}_C = \frac{\underline{z}_C}{\underline{z}_R + \underline{z}_C} E = \frac{1}{1 + j\omega RC} E$

On remarque qu'on peut retrouver l'équation différentielle, on a  $\underline{u} = \frac{1}{1 + j\omega RC} \underline{e}$  d'où  $\underline{u} + j\omega RC \underline{u} = \underline{e}$  d'où  $u + RC\dot{u} = e$

## ⚡ IV.8 Résonance

Dans un RLC série alimenté par un générateur de tension idéal, on a :  $\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{R}} = \frac{U_0/R}{1+jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$   
( $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  et  $Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$ )

Si on trace la **réponse en amplitude**, l'amplitude réelle présente un maximum, alors on dit qu'il y a **résonance en intensité**. On définit  $\omega_{\text{res}}$  la **pulsation de résonance**, pas toujours égale à  $\omega_0$  (notamment dans du 2nd ordre).

On définit  $\omega_c$  les **pulsations de coupure** tel que  $I\left(\frac{\omega_c}{\omega_0}\right) = \frac{I_{\text{max}}}{\sqrt{2}}$

On a  $\Delta\omega_c = |\omega_{c1} - \omega_{c2}|$  la **largeur de résonance**

De plus on a aussi  $\frac{\omega_{\text{res}}}{\Delta\omega_c}$  l'**acuité de résonance**, plus elle est élevée, plus on a un pic.

On peut tracer la **réponse en phase**,  $\varphi = -\arctan\left(Q\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)\right)$ , on remarque dans le cas d'un RLC que  $\varphi(\omega_{\text{res}}) = 0$ ,  $|\varphi(\omega_c)| = \frac{\pi}{4}$  et  $\omega_{\text{res}} = \omega_0$ .

On a résonance en intensité peu importe le facteur de qualité, mais ça n'est pas toujours le cas (notamment en tension ou en vitesse en mécanique)

## ⚡ V Filtrage

Les signaux dans la réalité sont complexes à analyser car souvent superposés à un bruit qu'on cherche à éliminer. Ainsi on réalise un **filtrage**, analogique (ici) ou numérique.

### ⚡ V.1 Spectre d'un signal, décomposition de Fourier

Un signal périodique de période  $T$  peut se décomposer en une superposition de signaux sinusoïdaux de fréquences multiples.

On a  $u(t) = E_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} E_n \cos(2\pi n f t + \varphi_n)$  (décomposition de Fourier)

On a  $E_0$  la **valeur moyenne** du signal et les  $E_k \cos(2\pi k f t + \varphi_k)$  sont appelés les **harmoniques**. La première harmonique,  $E_1 \cos(2\pi f t + \varphi_1)$  est appelée le **fondamental**.

Donner le spectre en amplitude c'est fournir les valeurs des  $E_n$

### ⚡ V.2 Réponse fréquentielle d'un quadripôle

Un **quadripôle** est un circuit électrique comportant 2 bornes d'entrée et 2 bornes de sortie. On impose dans ce cours des dipôles linéaires, d'être en sortie ouverte donc l'intensité sortante est nulle.

On a la **réponse fréquentielle**,  $e(t) = E \cos(\omega t)$  et on étudie  $s(t)$  en régime établi.

Dans un quadripôle linéaire,  $e$  et  $s$  sont liés par une équation différentielle, et  $e$  étant sinusoïdale, les impédances sont autorisées dans ce cadre.

#### Filtre :

Un **filtre** est caractérisé par la **fonction de transfert** complexe  $\underline{H} = \frac{s}{e}$

On a  $\underline{H} = \frac{S_{\text{sortie}}}{E_{\text{entrée}}} = \frac{s}{e}$ , et  $\underline{H}$  est adimensionné.

On a  $\underline{H} = \frac{P(j\omega)}{Q(j\omega)}$ , avec  $P, Q \in \mathbb{C}[X]$ , et le filtre est de l'**ordre** du degré de  $Q$ .

**Gain :**

Le **gain** du filtre est défini par  $|\underline{H}| = \left| \frac{\underline{S}}{\underline{E}} \right| = \frac{S}{E}$ , et la connaissance du gain renseigne sur le rapport des amplitudes de l'entrée et de la sortie.

**Déphasage :**

On a  $\arg(\underline{H}) = \varphi_s - \varphi_e$

**Preuve :**

On a  $\arg(\underline{H}) = \arg\left(\frac{\underline{S}}{\underline{E}}\right) = \arg\left(\frac{S e^{j\varphi_s}}{E e^{j\varphi_e}}\right) = \arg(e^{j(\varphi_s - \varphi_e)}) = \varphi_s - \varphi_e$

Donc l'argument de  $\underline{H}$  nous renseigne sur le déphasage entre la sortie et l'entrée.

**⚡ V.3 Filtre d'ordre 1****Filtre ordre 1 :**

Dans un **filtre du premier ordre**, on a  $\underline{H} = \frac{a_0 + a_1 j\omega}{b_0 + b_1 j\omega}$

Pour trouver  $\underline{H}$  on peut faire une équation différentielle ou les impédances  $\mathbb{C}$ .

On peut ensuite mettre  $\underline{H}$  sous forme canonique, ainsi  $\underline{H} = \frac{\dots}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}$  avec  $\omega_0$  la **pulsation caractéristique du filtre**.

Pour étudier un filtre :

- On regarde d'abord son comportement BF/HF avec les dipôles équivalents pour les bobines et condensateurs. Si on a  $u = \begin{cases} 0 & \text{en BF} \\ e & \text{en HF} \end{cases}$  on a un **passé-haut** sinon si  $u = \begin{cases} e & \text{en BF} \\ 0 & \text{en HF} \end{cases}$  on a un **passé-bas**.

⚠ On est en HF si  $\omega \gg \omega_0 \iff 2\pi f \gg 2\pi f_0 \iff f \gg f_0$

- On regarde ensuite le gain  $|\underline{H}|$  en BF et HF en négligeant  $\frac{\omega}{\omega_0}$  ou  $\frac{\omega_0}{\omega}$  selon le cas.

**Gain en décibel :**

On a le **gain en décibel**  $G_{\text{dB}} = 20 \log_{10}(|\underline{H}|)$ , l'échelle log étant plus adaptée car à chaque facteur  $\times 10$  on a  $\pm 20\text{dB}$


On a la **pulsation de coupure** à  $-3\text{dB}$  telle que  $G_{\text{dB}} = -3\text{dB}$

La **bande passante du filtre** à  $-3\text{dB}$  sont les  $\omega$  tels que  $G_{\text{dB}}(\omega) \geq G_{\text{dB max}} - 3\text{dB}$


On peut retrouver ces valeurs avec  $|\underline{H}|$ , en effet  $|\underline{H}|(\omega_c) = \frac{|\underline{H}|_{\text{max}}}{\sqrt{2}}$

On a la **largeur de la bande passante**,  $\Delta\omega = \max(\omega) - \min(\omega)$  avec  $\omega$  dans la bande passante.

Dans un filtre du premier ordre,  $\omega_c = \omega_0$  et  $\Delta\omega = \omega_0$

 A faire

## ⚡ V.4 Filtre d'ordre 2

 A faire



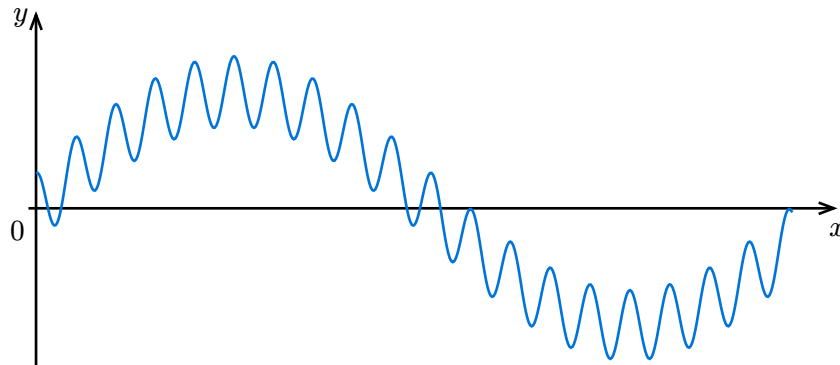
# 🎵 Ondes

## 🎵 I Introduction aux ondes

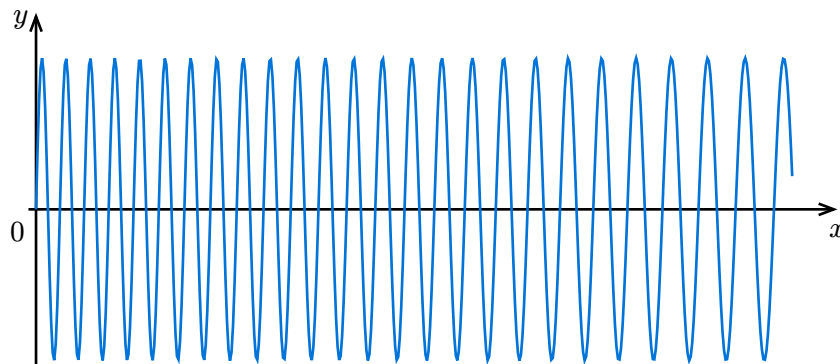
### 🎵 I.1 Définition et exemples

Une **onde progressive** est une perturbation du champ qui se propage de proche en proche sans transport global de matière mais avec transport global d'énergie.

Une onde est dite **transverse** si la perturbation est orthogonale au sens de propagation



Une onde est dite **longitudinale** si cette perturbation est dans le même sens que la direction de propagation



#### Onde mécanique :

Une **onde mécanique** est une onde qui a besoin d'un milieu matériel pour se propager

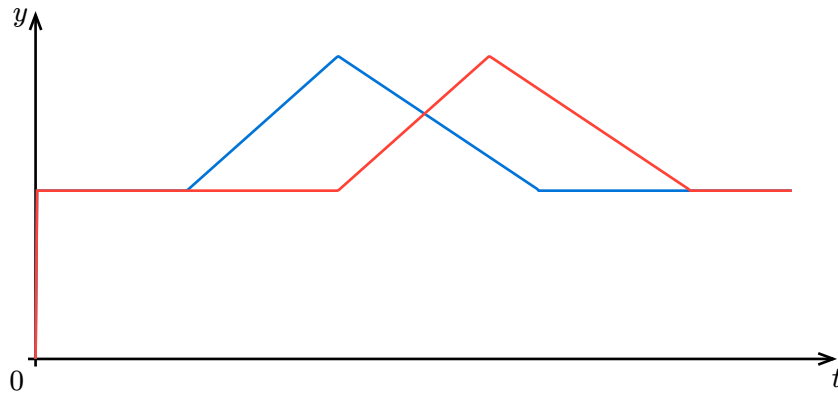
On se limitera à la description de la propagation des ondes dans un milieu illimité, non dispersif et transparent :

- **Illimité** : On néglige les effets de bord
- **Non dispersif** : La vitesse ne dépend pas de la longueur d'onde
- **Transparent** : Pas de perte d'énergie de l'onde vers le milieu

### 🎵 I.2 Célérité, couplage temps/espace

Dans les conditions d'études, une onde unidimensionnelle se propage en se translatant

On a une onde qui se déplace de la manière suivante, en **bleu** en  $t_0$  et en **rouge** en  $t_1 > t_0$



### Forme de l'onde plane :

Dans le cas d'une onde plane on a :

$$s(x, t) = F(x \pm vt)$$

avec  $v$  la **célérité de l'onde** et  $F$  dépendant de la forme de l'onde.

Si l'onde se déplace vers les  $x$  croissants on a  $x - vt$  et si  $x$  se déplace vers les  $x$  décroissants on a  $x + vt$

Dans le cas **sphérique isotrope** (onde émise dans toutes les directions), on a  $s(d, t) = A(d) \times F(d - vt)$

## 🎵 1.3 Ondes planes progressives harmoniques

Une onde **plane** est une onde 3D mais ne nécessitant qu'une seule dimension pour être décrite un plan  $P(x, t)$ .

Une onde est dite **harmonique** lorsque  $P(x, t) = P_0 \cos(k(x \pm vt))$

Le  $k$  est appelé **vecteur d'onde** et est de dimension  $L^{-1}$  et  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

### Relations avec $k$ :

On a  $T = \frac{\lambda}{v}$ ,  $f = \frac{v}{\lambda}$  et  $\omega = kv$

Une onde harmonique possède une double périodicité : spatiale de longueur d'onde  $\lambda$  et temporelle de périodicité de période  $T$ .

### Vitesse de phase :

On a  $v = \frac{\omega}{k}$ , dans notre cas c'est la célérité.

La **surface d'onde** est le lieu des points qui sont dans le même état vibratoire (dans une onde harmonique c'est le lieu des points qui ont la même phase).

## 🎵 1.4 Puissance d'une onde

On définit la **puissance surfacique moyenne d'une onde**,  $P_{\text{surf}} = k \langle s^2 \rangle$

On définit aussi la **quantité moyenne d'énergie par unité de temps** qui traverse cette surface,  $P = \iint_{\text{surface}} P_{\text{surf}} ds$

Pour une onde plane se déplaçant vers les  $x$  croissants, on a  $P_{\text{surf}} = k \frac{S_0^2}{2}$

**Preuve :**

Soit  $s(x, t) = \cos(\omega t - xt + \varphi)$ , ainsi  $P_{\text{surf}} = k \langle S_0^2 \cos^2(\dots) \rangle = k \frac{S_0^2}{2}$

Dans un volume d'espace,  $P_{\text{entrante}} = P_{\text{sortante}}$

**Preuve :**

$P_{\text{entrante}} = k \frac{S_e^2}{2}$  et  $P_{\text{sortante}} = k \frac{S_s^2}{2}$  or  $S_e = S_s$  dans ce cours d'où  $P_{\text{entrante}} = P_{\text{sortante}}$

De même, dans un milieu sphérique isotrope, on a  $P_{\text{entrante}} = P_{\text{sortante}} = P_{\text{source}}$

**Preuve :**

$P_{\text{entrante}} = P_{\text{source}}$  et  $P_{\text{sortante}} = P_{\text{surf}} \times 4\pi R^2$  et puisqu'il n'y a pas d'absorption et de stockage,  $P_{\text{entrante}} = P_{\text{sortante}} = P_{\text{source}}$

De plus, on a  $S = \frac{C}{R}$  avec  $R$  le rayon du cercle considéré

## 🎵 1.5 Spectre d'une onde périodique

On considère  $s(0, t) = S_0 + \sum_{m=1}^{+\infty} S_m \cos(m\omega t + \varphi_m)$  comme dans le cours d'optique

**Principe de superposition :**

Dans un milieu linéaire, l'onde totale qui résulte de plusieurs ondes est la somme des ondes

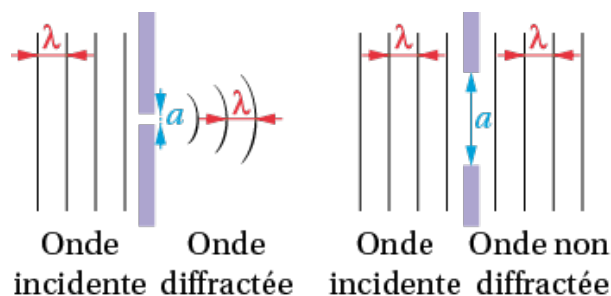
De plus on a la **relation de dispersion** entre  $k_\omega$  et  $m_\omega$ ,  $m_\omega = k_\omega c$

## 🎵 II Diffraction/Interférences

La **diffraction** et les **interférences** sont deux principes intrinsèques aux ondes qui ne dépendent pas de leur nature.

### 🎵 II.1 Diffraction

La **diffraction** se fait selon le schéma suivant :



**Critère de diffraction :**

On a le **critère de diffraction**  $\frac{\lambda}{a}$  (addimensionné) :

- Si  $a < \frac{\lambda}{2}$  il ne se passe rien
- Si  $\lambda \approx a$ , on a une onde circulaire avec la même pulsation et la même longueur d'onde
- Si  $a > \text{qq } \lambda$  on a une onde restreinte angulairement
- Si  $a \gg \lambda$  l'onde n'est pas diffractée

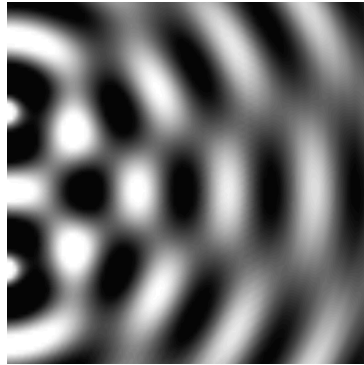
Si  $\lambda \leq a$ , l'onde est contrainte dans un secteur angulaire d'un demi angle au sommet  $\theta$  tel que  $\sin(\theta) \approx \frac{\lambda}{a}$

## 🎵 II.2 Interférences

Les interférences résultent d'une superposition de plusieurs ondes selon le principe de superposition.

Les **interférences** se font selon le schéma suivant :

Les zones noires sont appelées **inteférences destructives** et les zones blanches sont appelées **interférences constructives**.



L'**intensité** d'une onde est la puissance surfacique.

On a la représentation complexe d'une onde,  $s = S \cos(\omega t + \varphi(M))$  d'où  $\underline{s} = S \exp^{j(\omega t + \varphi(M))}$

### Formule de Fresnel :

On a la **formule des interférences** ou **de Fresnel** en considérant 2 ondes harmoniques de même pulsation :

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\varphi_1(M) - \varphi_2(M))$$

### Preuve :

On a  $\underline{s} = \underline{s}_1 + \underline{s}_2$  d'où  $S^2 = |\underline{s}|^2 = (\underline{s}_1 + \underline{s}_2)(\underline{s}_1^* + \underline{s}_2^*) = \underline{s}_1 \underline{s}_1^* + \underline{s}_2 \underline{s}_2^* + \underline{s}_1 \underline{s}_2^* + \underline{s}_1^* \underline{s}_2$

Et  $S_1 e^{j(\omega t - \varphi_1)} S_2 e^{-j(\omega t - \varphi_2)} + S_1 e^{-j(\omega t - \varphi_1)} S_2 e^{j(\omega t - \varphi_2)} = S_1 S_2 [e^{j(\varphi_1 - \varphi_2)} + e^{-j(\varphi_1 - \varphi_2)}] = 2S_1 S_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)$

D'où  $S^2 = S_1^2 + S_2^2 + 2S_1 S_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)$


Soit  $\frac{k}{2} S^2 = \frac{k}{2} S_1^2 + \frac{k}{2} S_2^2 + 2 \left( \sqrt{\frac{k}{2}} S_1 \right) \left( \sqrt{\frac{k}{2}} S_2 \right) \cos(\varphi_1 - \varphi_2)$

Donc on a bien  $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\varphi_1 - \varphi_2)$

On remarque donc bien que si  $I_1 = I_2 = I_0$ , on a  $I = 2I_0(1 + \cos(\Delta\varphi))$

Si les deux ondes sont en phase, on a  $\cos(\Delta\varphi) = 1$  d'où  $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}$  ou encore  $I = 4I_0$  sous les hypothèses précédentes. On dit dans ce cas qu'on a des **inteférences constructives**.

Si les deux ondes sont opposition en phase, on a  $\cos(\Delta\varphi) = -1$  d'où  $I = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$  ou encore  $I = 0$  sous les hypothèses précédentes. On dit dans ce cas qu'on a des **inteférences destructives**.

 A faire (Voir pour expliciter les expressions des trous d'Young)

## 🎵 III La lumière onde

### 🎵 III.1 Généralités

Dans le point de vue ondulatoire, la lumière est une onde se déplaçant à  $299\,792\,458\text{ m s}^{-1}$

La plupart des diélectriques suivent la **loi de Cauchy**,  $n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2}$ ,  $A > 0$  dépendant du matériau et  $B$  dépendant du diélectrique

On parle de **diélectrique dispersent** une dispersion de la lumière avec  $\lambda$  dans le prisme arc-en-ciel.

Souvent on fera l'hypothèse que cette dispersion est négligeable.

### 🎵 III.2 Modèle scalaire

La lumière est une onde scalaire  $(\vec{E}, \vec{B})$  (3D) mais on se place en 1D en disant que la lumière est de forme  $s(x, y, z, t)$

Dans le cas d'un milieu homogène et d'une onde plane harmonique avec  $\lambda_0$  la longueur d'onde dans le vide on a  $\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$  et  $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{\lambda_0}n$

#### Preuve :

Le milieu est linéaire, d'où on a  $\omega_{\text{vide}} = \omega_{\text{diélectrique}} = \omega$  avec  $\omega = ck_0 = c\frac{2\pi}{\lambda_0}$  dans le vide et  $\omega = \frac{c}{n}k = \frac{c}{n}\frac{2\pi}{\lambda}$

Ainsi  $\frac{c}{n}\frac{2\pi}{\lambda} = c\frac{2\pi}{\lambda_0}$  d'où  $n\lambda = \lambda_0$  soit  $\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$

Dans un milieu homogène, le **chemin optique** est  $L_{AB} = nx$

#### Expression générale du chemin optique :

Dans un milieu inhomogène, le chemin optique est  $L_{AB} = \int_A^B n \, dl$


#### Retard de phase :

On a le **retard de phase** entre  $A$  et  $B$  noté  $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0}L_{AB}$


#### Preuve :

On a  $\Delta\varphi = \frac{\Delta t}{T} \times 2\pi = \frac{1}{cT} \times L_{AB} = \frac{2\pi}{\lambda_0}L_{AB}$  car  $cT = \lambda_0$

### 🎵 III.3 Diffraction


 A faire

### 🎵 III.4 Interférences


 A faire

# Mécanique


## I Cinématique du point

 A faire


## II Dynamique du point

 A faire


## III Énergétique du point

 A faire


## IV Introduction à la dynamique des particules chargées

 A faire


## V Loi du moment cinétique

 A faire

## VI Mouvement dans un champ de force newtonien

 A faire

## VII Mécanique du solide

 A faire

# Thermodynamique

## I Introduction à la thermodynamique

### I.1 Généralités

On a  $N_A = 6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$  la constante d'Avogadro

Les 3 états de la matière :

- **Solide** : Particules assez ordonnées, proches et peu mobiles (incompressible et indéformable)
- **Liquide** : Particules très désordonnées, proches et très mobiles (incompressible et déformable)
- **Gaz** : Particules très désordonnées, éloignées et très mobiles (compressible et déformable)

On parle d'un **fluide** pour un gaz ou un liquide et d'une **phase condensée** pour un liquide ou un solide.

### I.2 Variables d'état

Une **variable d'état** est une grandeur permettant de décrire l'équilibre thermodynamique d'un système.

Une grandeur est dite **extensive** si elle dépend de la taille du système (volume par ex) et **intensive** si ce n'est pas le cas (pression par ex), à noter que le produit de 2 grandeurs extensives donne une grandeur intensive.

#### I.2.a Pression

La **pression** est une variable d'état en Pascal (Pa) avec  $1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$ , est intensive et est causée par des chocs particulaires sur la paroi

##### Force de pression :

On a  $\vec{F} = PS\vec{u}$  avec  $\vec{u}$  orienté vers l'extérieur de fluide dans le cas d'une paroi plane

Si on a une paroi non plane on a  $\vec{F} = \int P dS \vec{u}$  avec  $\vec{F} = PS\vec{u}$  si la pression est uniforme

#### I.2.b Température

La température s'exprime en Kelvin (K), avec  $T > 0 \text{ K}$  et  $0^\circ\text{C} = 273.15 \text{ K}$ , est intensive et provient d'une agitation moléculaire.

On a  $E_c = \frac{3}{2}k_B T$  l'énergie thermique moléculaire avec  $k_B = \frac{R}{N_A}$  la constante de Boltzmann.

### I.3 Équilibre thermodynamique

On atteint un état d'équilibre thermodynamique quand les propriétés macroscopiques du système n'évoluent plus, ainsi on a :

- Équilibre mécanique avec l'extérieur
- Équilibre thermique
- Équilibre radiatif
- Équilibre chimique

A l'équilibre thermodynamique un système voit ses variables d'état liées par une relation d'état

## 💧 I.4 Modèle des gaz parfaits

### Gaz parfait :

On parle d'un gaz parfait pour un gaz composé de particules ponctuelles sans interaction entre elles.

### Équation des gaz parfaits :

On a à l'équilibre thermodynamique :  $PV = nRT$  avec  $R = 8.31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$  la constante des gaz parfaits.

## 💧 II Premier principe

### 💧 II.1 Énergie interne, capacité thermique à volume constant

On note  $U$  l'**énergie interne** d'un système thermique, c'est une fonction d'état additive et extensive s'exprimant en Joule.

#### 1ère loi de Joule :

Dans le cas d'un gaz parfait,  $U = A \times T$  avec  $A$  une constante

A noter qu'il y a énormément d'énergie stockée de manière interne.

On définit la **capacité thermique** à volume fixé par  $C_v = \left. \frac{\partial U}{\partial T} \right|_V$  et dans le cas d'un GP on a  $C_v = \frac{dU}{dT}$ , et est additive, extensif et s'exprime en  $\text{J K}^{-1}$

#### Expression de $\Delta U$ :

On a  $\Delta U = \int_{T_i}^{T_f} C_v dT = C_v \Delta T$

### 💧 II.2 Premier principe

#### Premier principe :

Dans un système fermé évoluant entre des états d'équilibre on a  $\Delta(E_{m_{\text{macro}}} + U) = W + Q$  d'où dans la plupart des cas :

$$\Delta U = W + Q$$

Dans le cas infinitésimal on a  $dU = \delta W + \delta Q$

Avec  $W$  le travail reçu par le système ( $W > 0$  si récepteur et moteur sinon) et  $Q$  le transfert thermique ( $Q > 0$  reçoit et fournit sinon).

Il faut bien penser à définir le système pour utiliser le premier principe

### 💧 II.3 Types de transformations

- **Adiabatique** : Sans transfert thermique ( $Q = 0$ )
- **Monobare** : Au contact d'un système qui fixe la pression
- **Monotherme** : Au contact d'un système de température fixée (un thermostat)
- **Quasi statiques** : État d'équilibre au cours de toute la transformation



- **Système Calorifugé** : Limite les échanges de chaleur
- **Isochore** :  $V$  constant
- **Isotherme** :  $T$  constant
- **Isobare** :  $P$  constant

On a 3 types de transfert thermiques :

- **Convection**
- **Conduction**
- **Rayonnement**

## 💧 II.4 Travail des forces de pression

**Travail des forces de pression :**

On a  $\delta W = -P_{\text{ext}} dV$  donc  $W = \int -P_{\text{ext}} dV$

**Preuve :**

On a  $\vec{F}_p = -P_{\text{ext}} S \vec{e}_x$  d'où on a  $\delta W = \vec{F}_p \cdot d\vec{x} = -P_{\text{ext}} S dx = -P_{\text{ext}} dV$

### 💧 II.4.a Cas isochore

On a  $dV = 0$  d'où  $W = 0$

### 💧 II.4.b Cas isotherme

On a  $\Delta U = 0$  d'où  $W = -Q$

### 💧 II.4.c Mécanique réversible

On a  $P_{\text{ext}} = P$  car on a toujours un état d'équilibre, d'où :

- Isobare : On a  $W = -P\Delta V$
- Isotherme : On a  $W = -nRT \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$

**Preuve :**

En effet  $W = \int -P_{\text{ext}} dV = \int -P dV = \int -nRT \frac{dV}{V} = -nRT \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$

## 💧 II.5 Diagramme de Watt

On peut représenter l'évolution sur un graphe  $(V, P)$ , ainsi le travail correspond à l'aire sous le chemin parcouru.

Si un cycle est parcouru dans le sens trigonométrique, on a un récepteur et si il est parcouru dans le sens horaire on a un moteur

## 💧 II.6 Enthalpie

On a l'**enthalpie** une fonction d'état additive et extensive telle que  $H = U + PV$

**2e loi de Joule :**

Dans le cas d'un gaz parfait,  $H = A \times T$  avec  $A$  une constante

Ainsi on a le second principe :

**Premier principe monobare :**

Dans un système fermé évoluant entre des états d'équilibre avec une transformation monobare on a  $\Delta(E_{m_{\text{macro}}} + H) = W_u + Q$  d'où dans la plupart des cas :

$$\Delta H = W_u + Q$$

**Preuve :**

On a  $\Delta(E_{m_{\text{macro}}} + U) = W_u + W_{\text{pression}} + Q$  or  $W_{\text{pression}} = -\Delta(PV) = 0$ , ainsi on a la propriété recherchée

Avec  $W_u$  la puissance utile des autres forces (souvent nulles d'où  $\Delta H = Q$  dans certains cas)

On définit la capacité thermique à pression fixée par  $C_p = \left. \frac{\partial H}{\partial T} \right|_p$  et  $C_v = \frac{dH}{dT}$  dans le cas d'un GP.

**Expression de  $\Delta H$  :**

$$\text{On a } \Delta H = \int_{T_i}^{T_f} C_p dT = C_p \Delta T$$

Dans le cas des phases condensées on a  $PV \ll U$  d'où  $U = H$  ainsi  $C_p = C_v = C$

**Relation de Mayer :**

Dans le cas d'un gaz parfait on a  $C_p = C_v + nR$

**Preuve :**

On a  $\Delta U + \Delta(PV) = C_v \Delta T + nR \Delta T$  d'où  $C_p \Delta T = C_v \Delta T + nR \Delta T$  ce qui conclut

On pose  $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$

**Expression de  $C_v$  et  $C_p$  :**

Dans le cas d'un gaz parfait on a  $C_v = \frac{nR}{\gamma-1}$  et  $C_p = \frac{\gamma nR}{\gamma-1}$

**Preuve :**

On a  $C_p = \gamma C_v = C_v + nR$  d'où  $C_v(\gamma - 1) = nR$  ainsi  $C_v = \frac{nR}{\gamma-1}$  et  $C_p = \frac{\gamma nR}{\gamma-1}$

## III Second principe

### III.1 Entropie et second principe

On considère un système fermé avec un ou plusieurs thermostats, ainsi il existe une fonction d'état appelée **entropie** notée  $S$ , additive et extensive en  $\text{J K}^{-1}$  qui est une mesure du désordre.

**Second principe :**

Dans un tel système, on a  $\Delta S = S_{\text{créée}} + S_{\text{échangée}}$  avec  $S_c \geq 0$

Dans le cas infinitésimal on a donc  $dS = \delta S_c + \delta S_e$  et à l'équilibre on a  $\delta S_c = \delta S_e = 0$

**Expression de  $S_e$  :**

On a  $S_e = \sum_{\text{thermostats}} \frac{Q_i}{T_i}$

L'entropie d'un système isolé augmente nécessairement au cours d'une transformation thermodynamique

**Preuve :**

Isolé implique  $\delta Q_i = 0$  d'où  $S_e = 0$  ainsi  $\Delta S = S_c \geq 0$

Une transformation adiabatique réversible ne modifie pas l'entropie

**Preuve :**

On a  $\Delta S = \sum_{\text{thermostats}} \frac{Q_i}{T_i} + S_c$  car  $Q_i = 0$  (adiabatique) et  $S_c = 0$  pour ne pas contredire le caractère réversible

### 💧 III.2 Irréversibilité d'une transformation thermodynamique

Une transformation est dite **irréversible** si elle n'a lieu que dans un sens.

Une transformation est **réversible** si on peut en inverser le sens par changement infinitésimal des contraintes extérieures. Ces transformations extérieures sont lentes (quasi statiques) et  $S_c = 0$

On a irréversibilité si :

- Inhomogénéité de température
- Gradient de pression
- Réaction chimique
- Frottement

### 💧 III.3 Identité thermodynamique (HP)

**Identité thermodynamique (HP) :**

Dans un système fermé avec uniquement des forces de pression on a  $dU = TdS - PdV$

**Preuve :**

On a  $dU = \delta Q + \delta W = \delta Q - P_{\text{ext}}dV \underset{(\text{rév})}{=} \delta Q - PdV$  et  $dS = \cancel{\delta S_{c(\text{rév})}} + \delta S_e = \frac{\delta Q}{T_{\text{th}}}$  avec  $T_{\text{th}} = T$  car réversible. D'où  $\delta Q = TdS$  ainsi  $dU = TdS - PdV$

### III.4 Entropie des gaz parfaits, lois de Laplace

#### Variation d'entropie :

On a :

$$\Delta S = \frac{nR}{\gamma - 1} \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) + nR \ln\left(\frac{V}{V_0}\right)$$

$$\Delta S = \frac{nR}{\gamma - 1} \ln\left(\frac{P}{P_0}\right) + \frac{\gamma nR}{\gamma - 1} \ln\left(\frac{V}{V_0}\right)$$

$$\Delta S = \frac{\gamma nR}{\gamma - 1} \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) - nR \ln\left(\frac{P}{P_0}\right)$$

#### Lois de Laplace :

Dans le cas d'une transformation adiabatique réversible d'un gaz parfait on a :

- $PV^\gamma = \text{cst}$
- $TV^{\gamma-1} = \text{cst}$
- $T^\gamma P^{1-\gamma} = \text{cst}$

#### Preuve :

On retient la première et on retrouve avec  $PV = nRT$

Ainsi sur un diagramme de Watt, la courbe est plus marquée pour une transformation adiabatique

### III.5 Entropie des phases condensées

#### Entropie des phases condensées :

On a  $S(T) = S(T_0) + C \ln\left(\frac{T}{T_0}\right)$  d'où  $\Delta S = C \ln\left(\frac{T}{T_0}\right)$

## IV Flux thermiques

### IV.1 Flux thermique, puissance

#### Flux thermique :

Un flux est un échange de chaleur par unité de temps algébrique, on a  $\Phi = \frac{\delta Q}{dt}$ , et on peut définir  $\Phi_{\text{surf}} = \frac{\delta Q}{dt dS}$

On a  $\Phi$  en  $W$  et  $\Phi_{\text{surf}}$  en  $W m^{-2}$

### IV.2 Échanges conductifs

#### Flux conductif :

Dans le cas d'un échange convectif (c'est à dire via une paroi) entre 2 systèmes, on a  $\Phi = \frac{1}{R} \Delta T$  avec  $R$  la résistance thermique

### Résistance thermique :

Une résistance thermique est homogène à  $\text{K W}^{-1}$ , et on a  $R = \frac{e}{S\lambda}$  avec  $e$  l'épaisseur,  $S$  la surface et  $\lambda$  la conductivité thermique

La conductivité thermique s'exprime en  $\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$ , plus la conductivité est grande moins on isole.

On a  $G = \frac{1}{R}$  la conductance.

Les résistances thermiques ont le même comportement qu'en électricité, ainsi en série on a  $R_{AB} = R_A + R_B$  et en parallèle  $\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_B}$ .

### Preuve :

- Série : On a  $\Phi = \Phi_A = \Phi_B$  avec  $\Phi_A = \frac{T_A - T_*}{R_A}$  et  $\Phi_B = \frac{T_* - T_B}{R_B}$   
Ainsi on a  $T_A - T_B = T_A - T_* + T_* - T_B = R_A \Phi_A + R_B \Phi_B = (R_A + R_B) \Phi$
- Parallèle : On a  $\Phi_A = \frac{1}{R_A} \Delta T$  et  $\Phi_B = \frac{1}{R_B} \Delta T$ , et  $\Phi = \Phi_A + \Phi_B = \left( \frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_B} \right) \Delta T$

## IV.3 Échanges conductovectifs

On considère un fluide et un solide et leurs échanges thermiques

### Loi thermique de Newton :

On a  $\Phi_{\text{surf}} = h(T_{\text{surf}} - T_{\text{ext}})$  avec  $h$  le coefficient de transfert en  $\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$ ,  $h$  étant plus grand pour un liquide que pour un gaz.

De manière analogue on peut définir  $\frac{1}{R} = Sh$

## IV.4 Analogie électrique

On a l'analogie suivante :

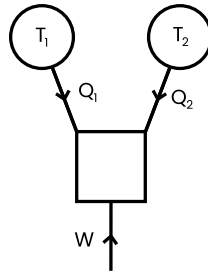
Thermodynamique	Électricité
$\Delta T$	$U$ ou $\Delta V$
$\Phi$	$I$
$\Delta T = R\Phi$	$U = RI$

Ainsi on peut représenter des problèmes thermodynamiques avec des circuits électriques

## V Machines thermiques

### V.1 Description générale d'une machine thermique cyclique

On parle d'un système **cyclique** si il décrit un cycle



On représente ainsi une machine cyclique, avec  $T_1, \dots, T_n$  les thermostats. Le système est en convention récepteur sur le schéma.

### Inégalité de Carnot :

Pour un système au contact de plusieurs thermostats, on a  $\sum_{\text{thermostats}} \frac{Q_i^{\text{cycle}}}{T_i} \leq 0$ , et si il est réversible  $\sum_{\text{thermostats}} \frac{Q_i^{\text{cycle}}}{T_i} = 0$

#### Preuve :

On a  $\Delta S = S_c^{\text{cycle}} + S_e^{\text{cycle}} = 0$  (car  $S$  est une fonction d'état) d'où  $\sum_{\text{thermostats}} \frac{Q_i^{\text{cycle}}}{T_i} = -S_c \leq 0$

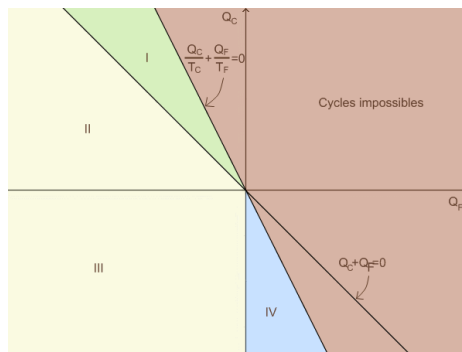
## 🔹 V.2 Les moteurs

### Second principe selon Thomson :

Un système au contact avec une seule source de chaleur, ne peut au cours d'un cycle que recevoir du travail et fournir de la chaleur

#### Preuve :

On a moteur d'où  $W < 0$ , avec l'inégalité de Carnot on a  $\frac{Q}{T} \leq 0$  et le premier principe nous dit que  $0 = Q + W$  d'où  $W = -Q \geq 0$  ce qui est contradictoire



Pour étudier un moteur on peut utiliser le diagramme de Raveau avec les zones suivantes :

- I : Fonctionnement moteur,  $Q_c \geq 0$  et  $Q_f \leq 0$  car on prélève de l'énergie à la source chaude
- II/III : Sans intérêt
- IV : Fonctionnement récepteur,  $Q_f \geq 0$  et  $Q_c \leq 0$  car on prélève de l'énergie à la source froide

## V.3 Rendement, efficacité

### Rendement ou efficacité :

On définit le rendement dans le cas d'un moteur et l'efficacité dans le cas d'un récepteur de la manière suivante :

$$\eta = \frac{\text{énergie valorisable}}{\text{énergie couteuse}}$$

Ainsi on a le tableau suivant :

Type de machine	Rendement/Efficacité
Moteur	$\eta = -\frac{W}{Q_c}$
Réfrigérateur	$\eta = \frac{Q_f}{W}$
Pompe à chaleur	$\eta = -\frac{Q_c}{W}$

### Rendement de Carnot :


Pour un moteur ditherme son rendement maximal est :

$$\eta_c = 1 - \frac{T_F}{T_C} \text{ avec } \eta \leq \eta_c$$

#### Preuve :

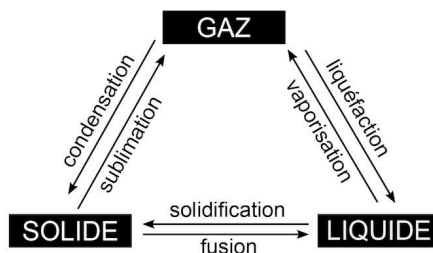
On a  $Q_F + Q_C + W = 0$ ,  $\frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_F}{T_F} \leq 0$  et  $\eta = -\frac{W}{Q_C}$

D'où  $\eta = \frac{Q_C + Q_F}{Q_C} = 1 + \frac{Q_F}{Q_C}$  or  $Q_F \leq -Q_C \frac{T_F}{T_C}$  d'où  $\eta \leq 1 - \frac{T_F}{T_C}$

 A faire (Efficacité de Carnot)

## VI Changement de phase du corps pur

Une **phase** est une partie d'un système dont les variables intensives sont continues



### VI.1 Échauffement isobare d'un corps pur

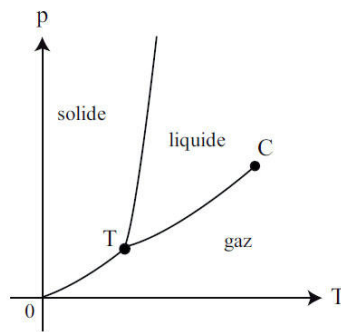
La **température d'ébullition** est la température d'équilibre liquide vapeur (ie les 2 coexistent)

La **température de fusion** est la température d'équilibre solide liquide (ie les 2 coexistent)

La **pression de vapeur saturante** est la pression d'équilibre liquide vapeur

Dans le cas des corps purs, on a  $P_{\text{vap}} = f(T_{\text{ébul}})$

## VI.2 Diagramme (P, T), Clapeyron



$T$  représente le **point triple**, c'est à dire le point où on a équilibre vapeur solide liquide

$C$  représente le **point critique**, c'est à dire au delà duquel il n'y a plus de différence entre état liquide et gazeux (on parle de **fluide supercritique**)

En regardant le diagramme de Clapeyron on a des informations sur l'état du système considéré, et on peut se rendre compte que de l'eau se liquéfie sous l'effet de la compression

## VI.3 Diagramme (P, v), isotherme d'Andrews

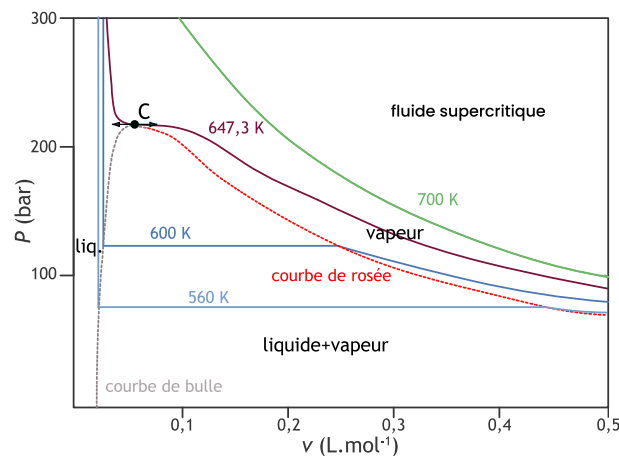


Figure 36: Un isotherme d'Andrews

On voit sur le diagramme qu'au dessus de  $C$  on ne passe pas par l'équilibre liquide vapeur. De plus on appelle la courbe noire l'**isotherme critique**.

### Théorème des moments chimiques :

On peut retrouver  $x_{\text{gaz}}$  et  $x_{\text{liq}}$  les titres en vapeur et en liquide (ie les pourcentages en terme de quantité de matière).

$$\text{On a } x_{\text{gaz}} = \frac{n_{\text{gaz}}}{n_{\text{tot}}} = \frac{m_{\text{gaz}}}{m_{\text{tot}}} \text{ et } x_{\text{liq}} = \frac{n_{\text{liq}}}{n_{\text{tot}}} = \frac{m_{\text{liq}}}{m_{\text{tot}}}$$

De plus on a  $x_{\text{gaz}} = \frac{v - v_{\text{liq}}}{v_{\text{gaz}} - v_{\text{liq}}}$  et  $x_{\text{liq}} = \frac{v_{\text{gaz}} - v}{v_{\text{gaz}} - v_{\text{liq}}}$  d'où  $x_{\text{gaz}} + x_{\text{liq}} = 1$  avec  $v, v_{\text{gaz}}, v_{\text{liq}}$  les volumes massiques lus sur un isotherme d'Andrews

### Preuve :

On a  $V = V_g + V_l = m_{\text{tot}} v$  avec  $v$  le volume massique moyen,  $V_g = m_g v_g$  et  $V_l = m_l v_l$

D'où on a  $x_l = \frac{m_l}{m_{\text{tot}}}$  ainsi on a  $m_g v_g + m_l v_l = m_{\text{tot}} v$  d'où  $v_l x_l m_{\text{tot}} + v_g (1 - x_l) m_{\text{tot}} = m_{\text{tot}} v$

$$\text{d'où } x_l = \frac{v_{\text{gaz}} - v}{v_{\text{gaz}} - v_{\text{liq}}}$$



Dans le cas d'un diagramme  $(P, H)$  on a aussi  $x_l = \frac{h_{\text{gaz}} - h}{h_{\text{gaz}} - h_{\text{liq}}}$

## 💧 VI.4 Enthalpie et entropie de changement d'état

Lors d'un changement d'état, l'enthalpie présente une discontinuité, ainsi on définit l'**enthalpie de changement d'état** (ou chaleur latente), de même il y a discontinuité de l'entropie.

### Variations d'enthalpie/d'entropie :

Soit  $\Delta_A h$  l'enthalpie de changement d'état  $A$  et  $\Delta_A s$  l'entropie de changement d'état  $A$ .

On a  $\Delta_A H = m \Delta_A h$  et  $\Delta_A S = \frac{\Delta_A H}{T_A}$  avec  $T_A$  la température de changement d'état.

De plus on a  $\Delta_{\text{sub}} h > 0$ ,  $\Delta_{\text{vap}} h > 0$  et  $\Delta_{\text{fus}} h > 0$  et  $\Delta_{\text{con}} h = -\Delta_{\text{sub}} h$ ,  $\Delta_{\text{liq}} h = -\Delta_{\text{vap}} h$  et  $\Delta_{\text{sol}} h = -\Delta_{\text{fus}} h$

D'après l'expression des variations, on en déduit que  $S_{\text{gaz}} > S_{\text{liq}} > S_{\text{sol}}$  ce qui est logique d'après la définition de l'entropie

# Magnétisme

## I Généralités sur le champ magnétique

### I.1 Généralités

Le **champ magnétique** est un champ vectoriel  $\vec{B}(M, t)$  s'exprimant en Tesla (T). On le mesure avec une sonde à effet Hall.

On a les ordres de grandeurs suivants :

- $B_{\text{Terre}} = 10^{-5} \text{ T}$
- $B_{\text{aimant}} = (0.1 - 1) \text{ T}$
- $B_{\text{IRM}} = \text{qqs T}$
- $B_{\text{LABO}} = 10 \text{ T}$

#### Lignes de champ :

Les **lignes de champ** sont un tracé colinéaire en tout point au champ magnétique.

Leur principal intérêt est la lisibilité et que la distance entre les lignes de champ varie comme l'inverse de l'intensité du champ.

Propriété HP : Les lignes de champ sont orthogonales aux lignes iso-champ.

#### Propriétés des lignes de champ :

- 2 lignes de champ ne se croisent pas, **sauf si le champ est nul localement**
- Dans le cas des lignes de champ magnétiques elles sont toujours bouclées sur elles-mêmes.

### I.2 Dépendance courant électrique et lignes de champ

#### Champ magnétique créé par un circuit :

Un circuit parcouru par un courant constant (ou lentement variable) crée un champ magnétique constant (ou lentement variable)  $\vec{B}(\text{pos}, I)$  proportionnel à  $I$

Pour trouver le sens des lignes de champ on utilise la règle de la main droite : on oriente son pouce dans le sens du courant et les lignes de champ vont dans le sens de repliement des mains.

Un fil infiniment mince crée un champ magnétique  $\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2r} \vec{e}_\theta$  avec  $I$  orienté vers  $z > 0$  et  $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ H m}^{-1}$  la permittivité magnétique du vide.

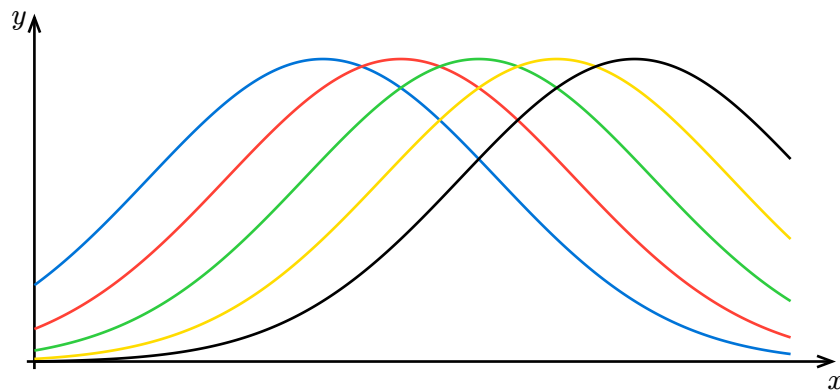
Un **spire** est un fil circulaire.

#### Théorème de superposition :

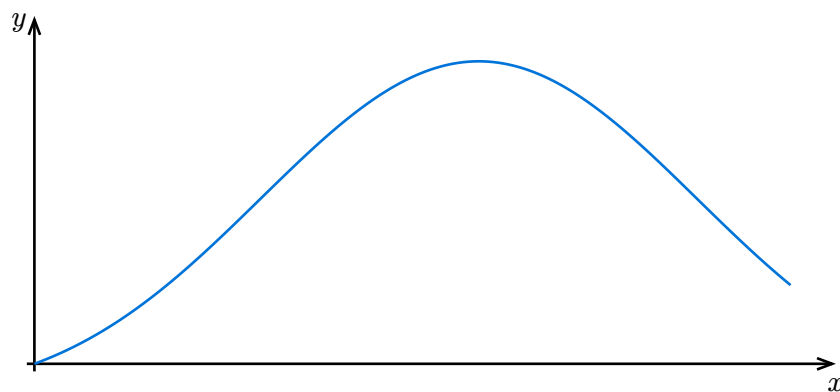
Dans un milieu linéaire, le champ magnétique total est la somme (la superposition) de chaque  $\vec{B}_i$  créé par chaque source de  $\vec{B}$  prise indépendamment. On a donc :

$$\vec{B} = \sum_{\text{sources}} \vec{B}_i$$

Dans le cas d'une série de spires, on a pour chaque spire la courbe suivante :



D'où pour  $\vec{B}$  on a :



On a donc le champ magnétique dans le solénoïde infini égal à  $\vec{B} = \mu_0 n i$  avec  $n$  le nombre de spires par unité de longueur et  $i$  l'intensité

### 1.3 Champ magnétiques continus dans la nature

Dans la nature il est possible de trouver des champs magnétiques. Certains matériaux possèdent la propriété d'être aimantés ou magnétisables. C'est lié à une propriété magnétique des électrons, le *spin*.

La Terre en est un bon exemple, le noyau externe constitue un champ magnétique sous l'effet d'un mouvement convectif.

### 1.4 Moment magnétique, dipôle magnétique

#### **Moment magnétique :**

Dans le cas d'une spire parcourue par un courant  $I$ , on a :

$$\vec{\mu} = I S \vec{u}$$

avec  $S$  l'aire du disque,  $\vec{u}$  un vecteur unitaire.

On a  $[\vec{\mu}] = \text{A m}^2$

Le moment magnétique quantifie à quel point l'aimant est "fort"

### Couple de Laplace, Energie potentielle :

Un dipôle magnétique de moment  $\vec{\mu}$  subit le **couple de Laplace**,  $\vec{\Gamma} = \vec{\mu} \wedge \vec{B}$ .

Cette interaction étant conservative, on a  $E_p = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$

En champ lointain,  $\vec{\mu}$  traduit l'"intensité" de cette source de champ magnétique et même si un aimant ne présente pas de courant électrique, un aimant possède un moment magnétique.

⚠ On a  $\vec{\Gamma}$  connu mais pas les forces donc on ne peut pas appliquer un PFD

## 🔗 1.5 Créer un champ magnétique

On peut utiliser des bobines ou un aimant pour créer un champ magnétique.

Dans un solénoïde infini, le champ est continu par morceaux sauf si on s'approche trop près du bord.

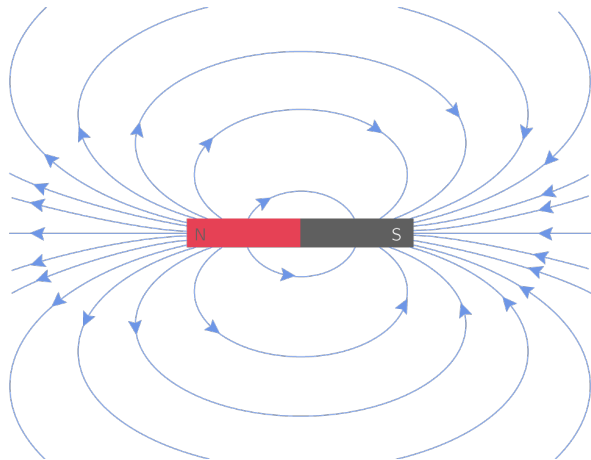
## 🔗 1.6 Lire une carte magnétique

### Lecture d'une carte de champ :

Plus les lignes de champ sont proches, plus  $\|\vec{B}\|$  est grand.


L'orientation des lignes de champ ou des fils respectent la règle de la main droite

Dans le cas d'un aimant on a :



# Annexe

## I Analyse dimensionnelle

 A faire


### I.1 Système SI

### I.2 Résoudre une équation de dimension

### I.3 Homogénéité

Unité	Unités SI	Dimension	Relation
Volts ( V )			

## II Incertitudes


 A faire

### II.1 Incertitude type A

### II.2 Incertitude type B

### II.3 Chiffres significatifs

## III Équations différentielles

 A faire

### III.1 Équations linéaires d'ordre 1


### III.2 Équations linéaires d'ordre 2

### III.3 Résolution avec les complexes

### III.4 Temps caractéristique

### III.5 Euler



## IV Fiches TP

 A faire

### IV.1 Régression linéaire

### IV.2 Instruments optique









### IV.3 Auto-collimation

-  **IV.4 Multimètre**
-  **IV.5 Pont de Wheatstone**
-  **IV.6 Oscilloscope**
-  **IV.7 Monte-Carlo**

## Table des matières

 I Introduction à l'optique	3	 II.1.a Généralités	12
 I.1 Généralités	3	 II.1.b Associations	13
 I.2 Caractérisation spectrale des sources lumineuses	3	 II.2 Charge d'un condensateur	14
 I.3 Source lumineuse ponctuelle, rayon lumineux	4	 II.3 La bobine	14
 I.4 Approximation de l'optique géométrique	4	 II.3.a Généralités	14
 I.5 Lois de Snell-Descartes	4	 II.3.b Associations	15
 I.5.a Lois de l'optique géométrique	5	 III Circuits d'ordre 2, Oscillateurs	15
 I.5.b Réflexion totale	5	 III.1 Oscillateur harmonique	15
 II Lentilles minces et miroir plan	5	 III.2 Oscillateur amorti	16
 II.1 Vocabulaire	5	 III.2.a Généralités	16
 II.2 Lentilles minces	6	 III.2.b Régime apériodique	17
 II.2.a Lentille convergente	6	 III.2.c Régime critique	17
 II.2.b Lentille divergente	7	 III.2.d Régime pseudo-périodique	18
 II.3 Constructions	7	 IV Circuits en régime sinusoïdal forcé	18
 II.4 Relations de conjugaison	7	 IV.1 Régime transitoire	18
 II.5 Condition $4f'$	8	 IV.2 Vocabulaire des signaux périodiques	19
 III L'oeil	8	 IV.3 Déphasage entre signaux	19
 I Introduction à l'électricité	9	 IV.4 Représentation complexe d'un signal harmonique	20
 I.1 Généralités	9	 IV.5 Impédances complexes	20
 I.1.a Charge électrique	9	 IV.5.a Généralités	20
 I.1.b Courant électrique	9	 IV.5.b Comportement basse et haute tension	21
 I.1.c Dipôle, branche, maille, circuit	9	 IV.6 Lois de l'électricité en RSF	21
 I.1.d Intensité électrique	9	 IV.7 Étude d'un circuit	21
 I.2 La tension électrique	9	 IV.8 Résonnance	22
 I.3 Approximation des régimes quasi stationnaires (ARQS)	10	 V Filtrage	22
 I.4 Résistors	10	 V.1 Spectre d'un signal, décomposition de Fourier	22
 I.5 Associations des résistors	11	 V.2 Réponse fréquentielle d'un quadripole	22
 I.6 Ponts diviseurs	11	 V.3 Filtre d'ordre 1	23
 I.7 Générateurs	12	 V.4 Filtre d'ordre 2	24
 I.7.a Générateur de tension	12	 I Introduction aux ondes	25
 I.7.b Générateurs de courant (HP)	12	 I.1 Définition et exemples	25
 II Circuits d'ordre 1	12	 I.2 Célérité, couplage temps/espace	25
 II.1 Le condensateur	12		

🎵 I.3 Ondes planes progressives harmoniques	26	💧 III.5 Entropie des phases condensées	36
🎵 I.4 Puissance d'une onde	26	💧 IV Flux thermiques	36
🎵 I.5 Spectre d'une onde périodique	27	💧 IV.1 Flux thermique, puissance	36
🎵 II Diffraction/Interférences	27	💧 IV.2 Échanges conductifs	36
🎵 II.1 Diffraction	27	💧 IV.3 Échanges conductoconvectifs	37
🎵 II.2 Interférences	28	💧 IV.4 Analogie électrique	37
🎵 III La lumière onde	29	💧 V Machines thermiques	37
🎵 III.1 Généralités	29	💧 V.1 Description générale d'une machine thermique cyclique	37
🎵 III.2 Modèle scalaire	29	💧 V.2 Les moteurs	38
🎵 III.3 Diffraction	29	💧 V.3 Rendement, efficacité	39
🎵 III.4 Interférences	29	💧 VI Changement de phase du corps pur	39
🦴 I Cinématique du point	30	💧 VI.1 Échauffement isobare d'un corps pur	39
🦴 II Dynamique du point	30	💧 VI.2 Diagramme ( $P, T$ ), Clapeyron	40
🦴 III Énergétique du point	30	💧 VI.3 Diagramme ( $P, v$ ), isotherme d'Andrews	40
🦴 IV Introduction à la dynamique des particules chargées	30	💧 VI.4 Enthalpie et entropie de changement d'état	41
🦴 V Loi du moment cinétique	30	🏠 I Généralités sur le champ magnétique	42
🦴 VI Mouvement dans un champ de force newtonien	30	🏠 I.1 Généralités	42
🦴 VII Mécanique du solide	30	🏠 I.2 Dépendance courant électrique et lignes de champ	42
💧 I Introduction à la thermodynamique	31	🏠 I.3 Champ magnétiques continus dans la nature	43
💧 I.1 Généralités	31	🏠 I.4 Moment magnétique, dipôle magnétique	43
💧 I.2 Variables d'état	31	🏠 I.5 Créer un champ magnétique	44
💧 I.2.a Pression	31	🏠 I.6 Lire une carte magnétique	44
💧 I.2.b Température	31	📄 I Analyse dimensionnelle	45
💧 I.3 Équilibre thermodynamique	31	📄 I.1 Système SI	45
💧 I.4 Modèle des gaz parfaits	32	📄 I.2 Résoudre une équation de dimension	45
💧 II Premier principe	32	📄 I.3 Homogénéité	45
💧 II.1 Énergie interne, capacité thermique à volume constant	32	📄 II Incertitudes	45
💧 II.2 Premier principe	32	📄 II.1 Incertitude type A	45
💧 II.3 Types de transformations	32	📄 II.2 Incertitude type B	45
💧 II.4 Travail des forces de pression	33	📄 II.3 Chiffres significatifs	45
💧 II.4.a Cas isochore	33	📄 III Équations différentielles	45
💧 II.4.b Cas isotherme	33	📄 III.1 Équations linéaires d'ordre 1	45
💧 II.4.c Mécanique réversible	33	📄 III.2 Équations linéaires d'ordre 2	45
💧 II.5 Diagramme de Watt	33	📄 III.3 Résolution avec les complexes	45
💧 II.6 Enthalpie	33	📄 III.4 Temps caractéristique	45
💧 III Second principe	34	📄 III.5 Euler	45
💧 III.1 Entropie et second principe	34		
💧 III.2 Irréversibilité d'une transformation thermodynamique	35		
💧 III.3 Identité thermodynamique (HP)	35		
💧 III.4 Entropie des gaz parfaits, lois de Laplace	36		

 IV Fiches TP	45
 IV.1 Régression linéaire	45
 IV.2 Instruments optique	45
 IV.3 Auto-collimation	45
 IV.4 Multimètre	46
 IV.5 Pont de Wheatstone	46
 IV.6 Oscilloscope	46
 IV.7 Monte-Carlo	46
Table des matières	46