Circuits électriques linéaires d'ordre 2

I L’oscillateur non amorti

I.1 Présentation

On considère le schéma suivant pour l’**oscillateur non amorti** :

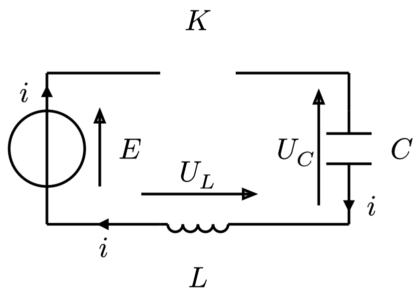

Figure 1: Oscillateur non amorti (LC série)

On a la loi des mailles $E = U_L + U_C$, la caractéristique UI de la bobine $U_L = L\frac{di}{dt}$ et la caractéristique UI du condensateur $i = c\frac{dU_c}{dt}$.

Ainsi on a l’équation différentielle linéaire à coefficient constant d’ordre 2 suivante :
$E = LC\frac{d^2U_C}{dt^2} + U_C$ avec $U_c(0) = 0$

C’est l’équation différentielle de *l’oscillateur harmonique.*

Il est possible de la mettre sous forme canonique : $\ddot{\Theta} + \omega_0^2\Theta = 2^{\text{nd}}$ membre, avec ω_0 la **pulsation caractéristique** en $rad.s^{-1}$. La pulsation caractéristique du LC série est $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.

La forme générale des équations différentielles linéaires à coefficient constant d’ordre 2 sont :
$\Theta_g = A\cos(\omega_0 t) + B\sin(\omega_0 t)$ et $\Theta_g = C\cos(\omega_0 + \varphi)$.

Dans le cas des LC série, $U_C(t) = E(1 - \cos(\omega_0 t))$.

Preuve On a $s_p = E$ ainsi $U_C(t) = E - A\cos(\omega_0 t) + B\sin(\omega_0 t)$, ensuite on évalue A et B avec les conditions initiales. $\begin{cases} U_C(0^-)=0 \\ i(0^-)=0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} U_C(0^+)=0 \\ i(0^+)=0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} U_C(0^+)=0 \\ C\frac{dU_C}{dt}(0^+)=0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} E+A\cos(0)+B\sin(0)=0 \\ \frac{dE}{dt}-A\sin(0)+B\cos(0)=0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} A=-E \\ B=0 \end{cases}$

I.2 Remarques

L’oscillateur non amorti admet la courbe suivante :

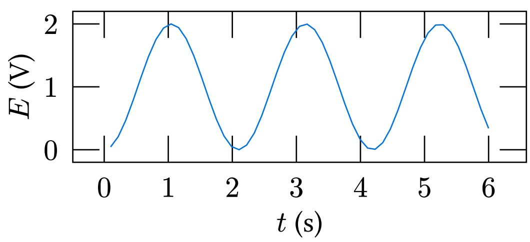

Figure 2: Courbe de l’oscillateur amorti

L'oscillateur possède donc un *comportement oscillent* avec $2\pi f = \omega_0$.

Dans la solution $E\cos(\omega_0 t)$, E représente l'amplitude des oscillements tandis que $\omega_0 t$ représente la ? de phase. Dans la formule $A\cos(\omega_0 t + \varphi)$ avec φ la phase à l'origine des temps.

Le portrait de phase ne sera pas évoqué dans cette fiche, il forme une ellipse autour de l'origine pour U et une ellipse autour de E pour u.

I.3 Énergie du GBF

L'énergie fournie par le GBF (**générateur basse fréquence**) se distribue entre une petite partie stockée dans la bobine et une partie stockée dans le condensateur. En moyenne le GBF ne fournit pas de puissance.

Preuve On réalise un bilan d'énergie, et on intègre sur une grande valeur de t.