Régime permanent dans un circuit d'ordre 1

I Le condensateur

I.1 Présentation

Le **condensateur** est un dipôle *linéaire* composé de deux armatures séparées par un milieu isolant (**diélectrique**). C'est l'un des composant de base en électronique. Il est schématisé comme ci dessous :

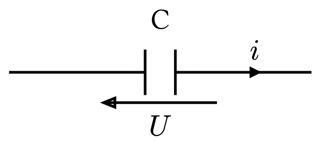


Figure 1: Schématisation du condensateur

On a $+Q$ la charge algébrique portée par l'armature de gauche. Puisque le *condensateur est globalement neutre*, $-Q$ est la charge portée par l'armature de droite.

On a le rapport $Q = CU$ avec C la **capacité du condensateur** en fahrad (F).

I.2 Caractéristique U/I

En convention récepteur on a $i = c\frac{dU}{dt}$.

Preuve On a $\frac{dQ}{dt} = \frac{\delta Q}{dt} = i$ et $Q = CU$ donc $i = \frac{dQ}{dt} = \frac{dCU}{dt} = c\frac{dU}{dt}$

I.3 Approche énergétique

On a E l'énergie stockée dans un condensateur tel que $E = \frac{1}{2}CU^2$.

Preuve $P_{\text{reçue}} = Ui = UC\frac{dU}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}CU^2\right)$ et $P_{\text{reçue}} = \frac{dE}{dt}$ d'où $E = \frac{1}{2}CU^2 + A$ avec $A = 0$

Aux bornes d'une condensateur U est une fonction continue par le temps.

Preuve On suppose U discontinue donc E aussi. $P = \frac{dE}{dt}$, ainsi on a une puissance infinie ce qui n'est possible.

I.4 Association série et parallèle de condensateurs

I.4.a Association parallèle

Dans le schéma suivant, on a $C = C_1 + C_2$:

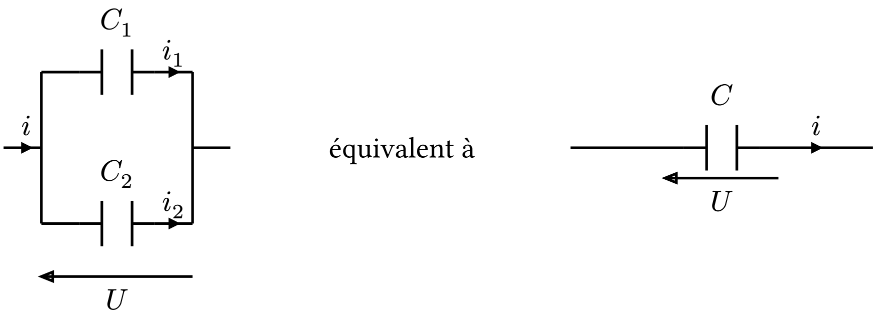


Figure 2: Association parallèle de condensateurs

Preuve Loi des noeuds, $i = i_1 + i_2$, d'après la caractéristique UI du condensateur, $i_1 = C_1 \frac{dU}{dt}$ et $i_2 = C_2 \frac{dU}{dt}$ soit $i = C_1 \frac{dU}{dt} + C_2 \frac{dU}{dt} = (C_1 + C_2) \frac{dU}{dt}$

I.4.b Association série

Dans le schéma suivant, on a $\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$:

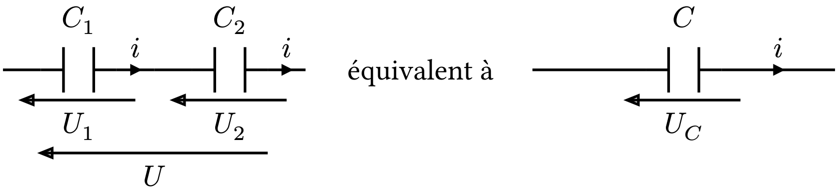


Figure 3: Association série de condensateurs

II Étude de la charge d’un condensateur

II.1 Mise en équation

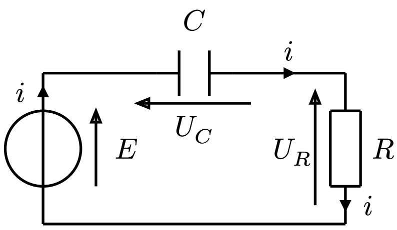


Figure 4: Circuit RC (Résistance/Condensateur)

On a la loi des mailles $E = U_R + U_C$, la loi d’Ohm $U_R = Ri$ et la caractéristique UI du condensateur $i = c\frac{dU_c}{dt}$.

Ainsi on a $E = Ri + U_C = RC\frac{dU_c}{dt} + U_C$ avec $\tau = RC$ le temps caractéristique.

On en déduit une équation différentielle pour la charge $EC = RC\frac{dq}{dt} + q$.

Pour résoudre une équation différentielle linéaire d’ordre 1 :

- Si il y a un second membre, on cherche une *solution particulière* s_p de l’équation avec second membre (ici $s_p = E$).
- Chercher la forme générale des *solutions générales sans second membre* $s_g(t)$. Il y a apparition de constantes (ici $s_g(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$)
- La solution est $s_p + s_g$. Il faut ensuite déterminer les constantes (ici $U_C(t) = E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$)

II.2 Durée du transitoire, temps de réponse

Temps du réponse à X% : Temps au bout duquel $\frac{|U - U_0|}{|U_\infty - U_0|}$ a varié de X%.

- 63% : τ

- 95% : 3τ
- 99% : 5τ

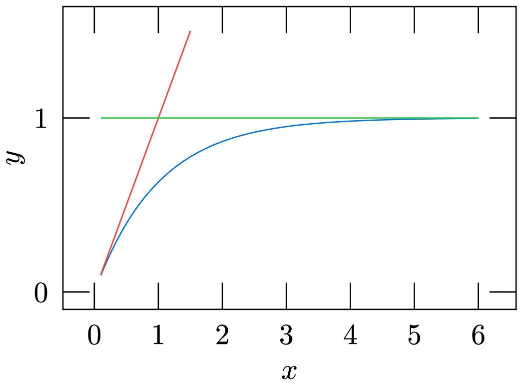
II.3 Bilan d'énergie

$$P_{\text{fournie}} = P_{\text{joule}} + P_C \text{ (loi d'Ohm et loi des mailles dans le circuit RC)}$$

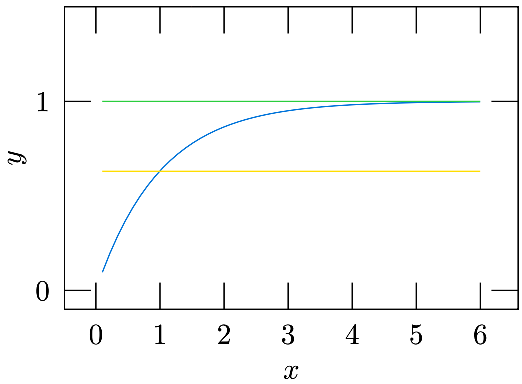
$$\int_0^t Eidt' = \int_0^t Ri^2dt' + \int_0^t \frac{d}{dt'}\left(\frac{1}{2}CU^2\right)dt'$$

II.4 Analyse graphique d'une réponse indicielle

Méthode de la tangeante (dépréciée) :



Méthode des 63% :



II.5 Dipôle équivalent à un condensateur en régime permanent

En régime permanent, un condensateur est équivalent à un **interrupteur ouvert** ($I = 0A$).

III La bobine

III.1 Présentation

La **bobine** est un dipôle composé d'un enroulement d'un fil sur lui-même.

Une bobine est schématisée de la manière suivante :

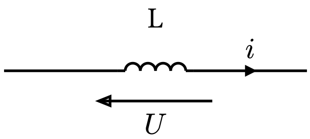


Figure 5: Schématisation d'une bobine

III.2 Caractéristique U/I

En convention récepteur, $U_L = L\frac{di}{dt}$ avec L l'inductance (*self*) en Henry (H).

Les bobines sont des dipôles *linéaires* (relation U/I), et ont une inductance de quelques dizaines de mA en TP. L dépend des propriétés de la bobine tels que le *nombre de fils* et la *quantité de spires* (tours).

III.3 Approche énergétique

On a l'énergie stockée dans une bobine $E = \frac{1}{2}Li^2$ en convention générateur.

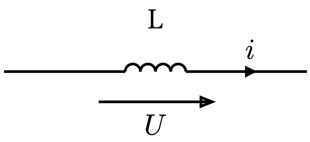


Figure 6: Schématisation d'une bobine

Preuve $P_{\text{reçue}} = -UI$ et $U_L = -L\frac{di}{dt}$ (convention générateur). Donc $P_{\text{reçue}} = -\left(-L\frac{di}{dt}\right)i = L\frac{di}{dt}i = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}Li^2\right)$ d'où $E = \frac{1}{2}Li^2$

L'intensité est *continue* dans un bobine.

III.4 Associations séries et parallèles de bobines

III.4.a Association série

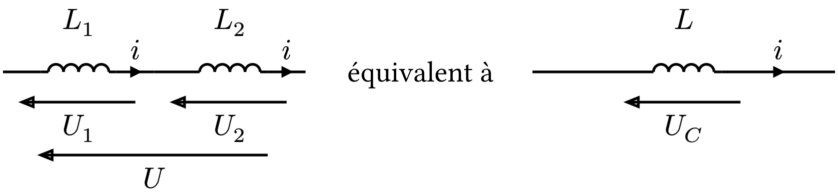


Figure 7: Association série de bobines

Preuve On a $U = U_1 + U_2 = L_1\frac{di}{dt} + L_2\frac{di}{dt} = (L_1 + L_2)\frac{di}{dt}$

III.4.b Association parallèle

Dans le schéma suivant, on a $\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$:

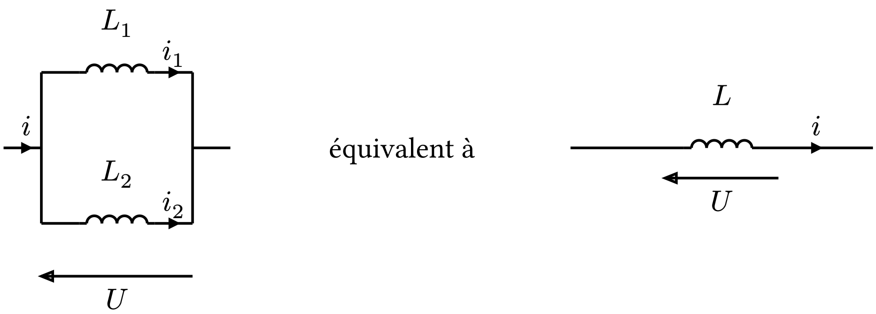


Figure 8: Association parallèle de bobines

III.5 Dipôle équivalent à une bobine en régime permanent

En régime continu, la bobine se comporte comme un *fil* ($U = 0V$).