

**Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого**

**Институт прикладной математики и механики**

**Кафедра «Телематика (при ЦНИИ РТК)»**

**Отчет по лабораторной работе**

**Нахождение числовых характеристик выборки**

**По дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика»**

Выполнил

Студент гр.3630201/80101

\_\_\_\_\_

В.Н. Сеннов

Руководитель

доцент к.ф.-м.н.

\_\_\_\_\_

А.Н. Баженов

«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 202\_\_г.

Санкт-Петербург  
2020

# Содержание

<b>1</b>	<b>Постановка задачи</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Математическое описание</b>	<b>5</b>
2.1	Вариационный ряд . . . . .	5
2.2	Выборочные числовые характеристики . . . . .	5
2.3	Характеристики рассеяния . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Особенности реализации</b>	<b>6</b>
<b>4</b>	<b>Результаты работы программы</b>	<b>7</b>
	<b>Заключение</b>	<b>9</b>
	<b>Список литературы</b>	<b>10</b>
<b>A</b>	<b>Репозиторий с исходным кодом</b>	<b>11</b>

## Список таблиц

1	Числовые характеристики выборки, соответствующей нормальному распределению . . . . .	7
2	Числовые характеристики выборки, соответствующей распределению Коши . .	7
3	Числовые характеристики выборки, соответствующей распределению Лапласа .	7
4	Числовые характеристики выборки, соответствующей распределению Пуассона	8
5	Числовые характеристики выборки, соответствующей равномерному распределению . . . . .	8

# 1 Постановка задачи

Для заданных распределений нужно сгенерировать выборки размером 10, 100, 1000 элементов. Для каждой выборки нужно найти следующие характеристики:

1. среднее значение;
2. медиану;
3. полусумму экстремальных значений;
4. полусумму квартилей;
5. усеченное среднее.

Это нужно повторить 1000 раз и найти среднее значение и дисперсию этих характеристик для каждого размера выборки.

Заданные распределения:

1. Нормальное (гауссово) распределение с параметрами  $\mu = 0$ ,  $\sigma = 1$ ;
2. Распределение Коши с параметрами  $\mu = 0$ ,  $\lambda = 1$ ;
3. Распределение Лапласа с параметрами  $\mu = 0$ ,  $\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ;
4. Распределение Пуассона с параметром  $\mu = 10$ ;
5. Равномерное распределение с параметрами  $a = -\sqrt{3}$ ,  $b = \sqrt{3}$ .

## 2 Математическое описание

### 2.1 Вариационный ряд

Вариационным рядом называется последовательность элементов выборки, расположенных в неубывающем порядке, причем одинаковые элементы повторяются [2].

### 2.2 Выборочные числовые характеристики

Для вариационного ряда  $x_1, x_2, \dots, x_n$  определяют следующие числовые характеристики:

1. Выборочное среднее:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1)$$

2. Выборочная медиана:

$$\text{med } x = \begin{cases} x_{l+1} & \text{если } n = 2l + 1 \\ \frac{x_l + x_{l+1}}{2} & \text{если } n = 2l \end{cases} \quad (2)$$

3. Полусумма экстремалей:

$$z_R = \frac{x_1 + x_n}{2} \quad (3)$$

4. Выборочный квантиль порядка  $p$ :

$$z_p = x_{[np]}$$

5. Полусумма квартилей:

$$z_Q = \frac{z_{1/4} + z_{3/4}}{2} \quad (4)$$

6. Усеченное среднее:

$$z_{tr} = \frac{1}{n - 2r} \sum_{i=r+1}^{n-r} x_i, \quad r \approx \frac{n}{4} \quad (5)$$

[1]

### 2.3 Характеристики рассеяния

Для выборки можно рассчитать выборочную дисперсию по формуле:

$$D = \overline{x^2} - (\bar{x})^2, \quad (6)$$

где  $\bar{x}$  — выборочное среднее, а  $\overline{x^2} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2$ .

### 3 Особенности реализации

Программа для выполнения лабораторной была написана на языке Python 3.8.2. Для генерации выборок использовался модуль **distributions**, написанный для лабораторной №1. Для расчета численных характеристик был написан модуль **characteristics**. В нем на основе формул (1-5) рассчитываются числовые характеристики. При помощи формулы (1) рассчитывается среднее значение для каждой характеристики, при помощи формулы (6) рассчитывается дисперсия.

В приложении А приведена ссылка на репозиторий с исходным кодом.

## 4 Результаты работы программы

В данном разделе в таблицах 1-5 представлены результаты расчета числовых характеристик выборки.

Выборочные характеристики  $\bar{x}$  -  $z_{tr}$  были рассчитаны по формулам (1-5).

Расчет погрешности для средней величины был произведен по формуле:

$$\Delta_z = \sqrt{D(z)}$$

Нормальное распределение						
		$\bar{x}$	med $x$	$z_R$	$z_Q$	$z_{tr}$
$n = 10$	$\bar{z} \pm \Delta_z$	$0.0 \pm 0.4$	$0.0 \pm 0.4$	$0.0 \pm 0.5$	$0.0 \pm 0.4$	$0.0 \pm 0.4$
	$D_z$	0.103	0.146	0.183	0.124	0.124
$n = 100$	$\bar{z} \pm \Delta_z$	$0.0 \pm 0.1$	$0.0 \pm 0.2$	$0.0 \pm 0.3$	$0.0 \pm 0.2$	$0.0 \pm 0.2$
	$D_z$	0.009	0.015	0.074	0.012	0.011
$n = 1000$	$\bar{z} \pm \Delta_z$	$0.00 \pm 0.04$	$0.00 \pm 0.04$	$0.0 \pm 0.2$	$0.00 \pm 0.04$	$0.00 \pm 0.04$
	$D_z$	0.001	0.002	0.042	0.001	0.001

Таблица 1: Числовые характеристики выборки, соответствующей нормальному распределению

Распределение Коши						
		$\bar{x}$	med $x$	$z_R$	$z_Q$	$z_{tr}$
$n = 10$	$\bar{z} \pm \Delta_z$	$0 \pm 4$	$0.0 \pm 0.6$	$0 \pm 20$	$0.0 \pm 1.1$	$0.0 \pm 0.8$
	$D_z$	15.4	0.35	296	1.16	0.519
$n = 100$	$\bar{z} \pm \Delta_z$	$0.0 \pm 1.2$	$0.0 \pm 0.2$	$0.0 \pm 40$	$0.0 \pm 0.3$	$0.0 \pm 0.2$
	$D_z$	1.521	0.024	1190	0.050	0.024
$n = 1000$	$\bar{z} \pm \Delta_z$	$0.00 \pm 0.5$	$0.00 \pm 0.06$	$0 \pm 20$	$0.00 \pm 0.08$	$0.00 \pm 0.06$
	$D_z$	0.172	0.002	400	0.005	0.003

Таблица 2: Числовые характеристики выборки, соответствующей распределению Коши

Распределение Лапласа						
		$\bar{x}$	med $x$	$z_R$	$z_Q$	$z_{tr}$
$n = 10$	$\bar{z} \pm \Delta_z$	$0.0 \pm 0.6$	$0.0 \pm 0.6$	$0.0 \pm 1.2$	$0.0 \pm 0.6$	$0.0 \pm 0.6$
	$D_z$	0.361	0.284	1.379	0.369	0.278
$n = 100$	$\bar{z} \pm \Delta_z$	$0.0 \pm 0.2$	$0.0 \pm 0.2$	$0.0 \pm 1.0$	$0.0 \pm 0.2$	$0.0 \pm 0.2$
	$D_z$	0.041	0.027	1.025	0.040	0.028
$n = 1000$	$\bar{z} \pm \Delta_z$	$0.00 \pm 0.07$	$0.00 \pm 0.05$	$0.0 \pm 0.6$	$0.00 \pm 0.06$	$0.00 \pm 0.05$
	$D_z$	0.0036	0.0019	0.3298	0.0034	0.0021

Таблица 3: Числовые характеристики выборки, соответствующей распределению Лапласа

Распределение Пуассона						
		$\bar{x}$	med $x$	$z_R$	$z_Q$	$z_{tr}$
$n = 10$	$\bar{z} \pm \Delta_z$ $D_z$	$10.0 \pm 1.0$ 1.019	$9.8 \pm 1.2$ 1.442	$10 \pm 2$ 1.762	$9.9 \pm 1.2$ 1.245	$9.9 \pm 1.1$ 1.156
$n = 100$	$\bar{z} \pm \Delta_z$ $D_z$	$10.0 \pm 0.3$ 0.097	$9.8 \pm 0.5$ 0.211	$10.9 \pm 0.8$ 0.689	$9.9 \pm 0.4$ 0.152	$9.8 \pm 0.4$ 0.121
$n = 1000$	$\bar{z} \pm \Delta_z$ $D_z$	$10.0 \pm 0.1$ 0.0096	$10.00 \pm 0.04$ 0.0019	$11.3 \pm 0.4$ 0.1105	$10.00 \pm 0.06$ 0.0027	$9.86 \pm 0.10$ 0.0109

Таблица 4: Числовые характеристики выборки, соответствующей распределению Пуассона

Равномерное распределение						
		$\bar{x}$	med $x$	$z_R$	$z_Q$	$z_{tr}$
$n = 10$	$\bar{z} \pm \Delta_z$ $D_z$	$0.0 \pm 0.4$ 0.106	$0.0 \pm 0.5$ 0.232	$0.0 \pm 0.3$ 0.046	$0.0 \pm 0.4$ 0.141	$0.0 \pm 0.5$ 0.166
$n = 100$	$\bar{z} \pm \Delta_z$ $D_z$	$0.00 \pm 0.11$ 0.0103	$0.0 \pm 0.2$ 0.232	$0.00 \pm 0.03$ 0.0462	$-0.02 \pm 0.12$ 0.141	$0.0 \pm 0.2$ 0.166
$n = 1000$	$\bar{z} \pm \Delta_z$ $D_z$	$0.00 \pm 0.04$ 0.0009	$0.00 \pm 0.06$ 0.0028	$0.000 \pm 0.003$ 0.00005	$0.00 \pm 0.04$ 0.0014	$0.00 \pm 0.05$ 0.0019

Таблица 5: Числовые характеристики выборки, соответствующей равномерному распределению



## Заключение

В рамках лабораторной работы были рассчитаны средние значения числовых характеристик выборок разного размера для заданных распределений.

Заметно, что при большем количестве элементов выборки значения среднего и медианы точнее соответствует математическому ожиданию и теоретическому значению медианы.

Стоит отметить, что при реализации генерации выборки, соответствующей распределению Коши, был намеренно ограничен диапазон значений до интервала  $(-1591; 1591)$ , чтобы избежать чересчур больших значений случайной величины. Несмотря на это, заметно, что дисперсия при подсчете среднего больше, чем для других распределений. Заметно также, что для медианы и усеченного среднего этого эффекта не наблюдается.

Программа для лабораторной была написана языке Python 3.8.2.

## Список литературы

- [1] Максимов Ю. Д. Математика. Теория вероятностей и случайных процессов; Учебное пособие / Под ред. В. И. Антонова. — СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2008. — 384 с.
- [2] Теоритическое приложение к лабораторным работам №1-4 по дисциплине «Математическая статистика». — СПб.: Сантк-Петербургский политехнический университет, 2020. — 12 с.

## А Репозиторий с исходным кодом

Исходный код программы для данной лабораторной размещен на сервисе GitHub.

Ссылка на репозиторий: <https://github.com/Vovan-S/TV-Lab1>.