

Задание 15.1

Условие

(Vovotka) Ященко перепутал егэ и придумал для вас следующую задачу. Обозначим ДЕЛ(n , m) утверждение "натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ". Обозначим через ЦИ(s , b) утверждение "сумма цифр натурального числа s равна сумме цифр натурального числа b ". Для какого наименьшего натурального числа A формула:

$$(x + A < 145) \rightarrow (\text{ЦИ}(A, 71) \wedge \text{ДЕЛ}(A, 11))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом целом неотрицательном значении переменной x .

Пояснение

Руками:

1. Раскроем импликацию: $\neg(x + A < 145) \vee (\text{ЦИ}(A, 71) \wedge \text{ДЕЛ}(A, 11))$
2. Выражение $\neg(x + A < 145)$ выполняется всегда при $A \geq 145$
3. Запись $\text{ЦИ}(A, 71) \wedge \text{ДЕЛ}(A, 11)$ означает: сумма цифр числа A должна быть равна 8 т.к. "71" = 7 + 1 = 8, также A должно без остатка делиться на 11
4. Рассмотрим все A , которые меньше 145 и делятся нацело на 11: 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99, 110, 121, 132, 143. Из них только у 44 и 143 сумма цифр равна 8, в ответ записываем наименьшее. Ответ: 44

Прогой:

```
File Edit Format Run Options Window Help
1 def ci(s, b):
2     """Возвращает истину,
3     если сумма цифр числа s равна сумме цифр числа b"""
4     if sum(int(i) for i in str(s)) == sum(int(j) for j in str(b)):
5         return True
6     return False
7
8
9 for A in range(1, 300):
10     for x in range(300):
11         if ((x + A < 145) <= (ci(A, 71) and (A % 11 == 0))) == False:
12             break
13     else:
14         print(A)
15         break
16 #Ответ: 44
```

Задание 15.2

Условие

(Vovatka) В Париже изобрели формулу любви. Берут пару людей и складывают их возраст. Затем в формулу вместо A вписывают полученную сумму. Формула выглядит так:

$$\text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, 6) \wedge \text{ДЕЛ}(x, 4))$$

Если при каком-то значении A данное выражение является истинным при любом натуральном значении x , то пару называют страстной. Определите сколько пар из тех, что представлены на рисунке справа, являются страстными.



Пояснение

Руками:

1. Вычислим все A : $20 + 19 = 39$, $40 + 36 = 76$, $32 + 28 = 60$, $37 + 29 = 66$, $12 + 12 = 24$
2. Раскроем импликацию: $\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \vee \text{ДЕЛ}(x, 6) \wedge \text{ДЕЛ}(x, 4)$, из этого выражения следует, что нам подходят A , которые делятся на 6 и на 4. Среди пар таких A всего два 60 и 24. Ответ: 2

Прогой:

```
File Edit Format Run Options Window Help
1 k = 0
2 for A in [39, 76, 60, 66, 24]:
3     for x in range(1, 500):
4         f = (x % A == 0) <= (x % 6 == 0 and x % 4 == 0)
5         if not f:
6             break
7     else:
8         k += 1
9
10 print(k)
11 # Ответ: 2
12 |
```

Задание 15.3

Условие

(Vovatka) Петя усердно готовится к экзаменам, но совсем не уделяет внимание русскому языку. Он не осознает, что его 200 потенциальных баллов за информатику и математику без 80+ по русскому - ничто. Давайте напомним Пете, что он сдает ЕГЭ по 3-ём предметам.

Обозначим некоторые утверждения (здесь и далее "s" - любая буква из английского и русского алфавита):

СОГ(s) - "буква s является согласной"

ГЛАС(s) - "буква s является гласной"

ЗАГ(s) - "буква s является заглавной"

СТР(s) - "буква s является строчной"

РУС(s) - "буква s относится к русскому алфавиту"

АНГЛ(s) - "буква s относится к английскому алфавиту"

На доске написали строку "ЙІДuюdЧЛWишSюбяNiGRtLJtжяGфFгциі".

Гарантируется, что в строке нет символов, имеющих схожее написание в русском и английском алфавитах (с, о, а, р, х и др.). Нужно оставить на доске только те буквы, для которых формула:

$$(\neg (\text{РУС}(s) \rightarrow \text{СОГ}(s)) \wedge \text{СТР}(s)) \vee (\neg (\text{ГЛАС}(s) \vee \text{ЗАГ}(s)) \wedge \text{АНГЛ}(s))$$

тождественно истинна. Остальные необходимо стереть. Определите какая строка получится в итоге.

ПРИМЕР: для строки "diYutЧя" и формулы $\text{ГЛАС}(s) \wedge \text{СТР}(s) \wedge \neg \text{АНГЛ}(s)$ результат будет следующим: "ИЯ"

СПРАВКА:

- Русский алфавит (строчные буквы) "абвгдеёжзийклмнопрстуфхцшщъыьэюя"
- Английский алфавит (строчные буквы) "abcdefghijklmnopqrstuvwxyz"
- Гласные буквы русского алфавита "еёиоуыэюя"
- Гласные буквы английского алфавита "aeiouy"

Пояснение

Руками:

1. Для удобства разобьём формулу на 2 части
 - a. 1 часть: $\neg (\text{РУС}(s) \rightarrow \text{СОГ}(s)) \wedge \text{СТР}(s)$
 - b. 2 часть: $\neg (\text{ГЛАС}(s) \vee \text{ЗАГ}(s)) \wedge \text{АНГЛ}(s)$
2. Преобразуем 1-ую часть:
 - a. Раскроем импликацию: $\neg (\neg \text{РУС}(s) \vee \text{СОГ}(s)) \wedge \text{СТР}(s)$
 - b. Применим закон де Моргана: $\text{РУС}(s) \wedge \neg \text{СОГ}(s) \wedge \text{СТР}(s)$
 - c. Получили формулу, которую можно прочитать так: буква s - русская, не согласная, строчная
 - d. $\neg \text{СОГ}(s)$ можно заменить на ГЛАС(s), получим: буква s - русская, гласная, строчная

3. Преобразуем 2-ую часть:
 - a. Применим закон де Моргана: $\neg \text{ГЛАС}(s) \wedge \neg \text{ЗАГ}(s) \wedge \text{АНГЛ}(s)$
 - b. Получили формулу, которую можно прочитать так: буква s - не гласная, не заглавная, английская
 - c. $\neg \text{ГЛАС}(s)$ и $\neg \text{ЗАГ}(s)$ можно заменить на $\text{СОГ}(s)$ и $\text{СТР}(s)$ соответственно: буква s - согласная, строчная, английская
4. Объединим 1-ую и 2-ую часть, получим формулу $\text{РУС}(s) \wedge \text{ГЛАС}(s) \wedge \text{СТР}(s) \vee \text{СОГ}(s) \wedge \text{СТР}(s) \wedge \text{АНГЛ}(s)$, которую можно прочитать так: буква s должна быть либо русской, гласной и строчной, либо английской, согласной и строчной. Под такое условие подходят: l, ю, d, и, l, ю, b, я, t, t, я, g, и Ответ: людилюбяттяги

Прогой:

```

File Edit Format Run Options Window Help
1 line = "ЙлДюодЧЛWилшСюбяNiGRtLJtжяGфFgцiи"
2 alph_ru = "абвгдеёжзийклмнопрстуфхцчщъыьэя"
3 alph_en = "abcdefghijklmnopqrstuvwxyz"
4 glasn_ru = "еёиоуыэюя"
5 glasn_en = "aeiouy"
6
7
8 def sog(s):|
9     """Возвращает истину,
10     если буква s является согласной"""
11     if s not in glasn_en + glasn_ru:
12         return True
13     return False
14
15
16 def glas(s):
17     """Возвращает истину,
18     если буква s является гласной"""
19     if not sog(s):
20         return True
21     return False
22
23
24 def en(s):
25     """Возвращает истину,
26     если буква s относится к английскому алфавиту"""
27     if s in alph_en:
28         return True
29     return False
30
31
32 def ru(s):
33     """Возвращает истину,
34     если буква s относится к русскому алфавиту"""
35     if s in alph_ru:
36         return True
37     return False
38
39
40 new_line = ""
41 for s in line:
42     if (((not (ru(s) <= sog(s))) and s.islower()) or
43         ((not (glas(s) or s.isupper())) and en(s))):
44         new_line += s
45 print(new_line)
46 # ответ: людилюбяттяги
47

```

