

# Лабораторная работа №1

Владимир Медведев, группа М3238

## Задача №2, вариант 1

Под выбором случайной точки естественно подразумевать равномерное распределение вероятности. Для равномерного распределения вероятности значение вероятности должно быть пропорционально мере множества.

Тогда обозначим

$l(x) = \int_0^x \sqrt{1 + (x^2)'^2} dx = \int_0^x \sqrt{1 + 4x^2} dx$  - длина части дуги параболы, начинающейся в точке  $(0, 0)$  и заканчивающейся в точке  $(x, x^2)$ . Тогда если зададим вероятность соответствующей дуги равной  $P(x) = \frac{l(x)}{l(2)}$ , такое распределение будет равномерным. Чтобы вычислить требуемую в задании вероятность определим подмножество данной параболы, где угол не превосходит  $\pi/3$ . Очевидно, что оно определяется неравенством

$$\arctan(x^2)' \leq \pi/3 \iff \arctan 2x \leq \pi/3 \iff 0 \leq 2x \leq \sqrt{3} \iff 0 \leq x \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Его вероятность равна  $\frac{l(\frac{\sqrt{3}}{2})}{l(2)} = \frac{\ln(2+\sqrt{3})+2\sqrt{3}}{4l(2)}$ . Длина всей параболы равна  $l(2) = \frac{\ln(\sqrt{17}+4)+4\sqrt{17}}{4}$ . Тогда ответом на задачу будет являться  $\frac{\ln(2+\sqrt{3})+2\sqrt{3}}{\ln(\sqrt{17}+4)+4\sqrt{17}} \approx 0.257$ .

## Задача №3, вариант 3

$$P(X = i | X+Y = j) = \frac{P(X = i \cap X+Y = j)}{P(X+Y = j)} = \frac{P(X = i \cap Y = j-i)}{P(X+Y = j)} = \frac{P(A_i)P(B_{j-i})}{P(X+Y = j)} = \frac{(1-p)^j p^2}{\sum_{x=0}^j (1-p)^j p^2} = \frac{1}{j+1}$$

## Задача №4

Данные получены с помощью кода, представленного в репозитории.

Для значений с  $p = 0.5$  вероятность приближается с помощью интегральной теоремы Муавра-Лапласа, так как в данном случае  $\frac{n}{2} = np$ . В остальных же случаях это приближение работает плохо и вместо него используется локальная теорема Муавра-Лапласа. При  $p = 0.5$  приближение, ожидаемо, работает хорошо. Известно, что оно работает лучше, когда  $|\frac{1}{2} - p|$  минимален. При  $p \neq 0.5$  абсолютная погрешность везде достаточно мала.

Пометка \* - вычислить точно не удаётся, данные получены из эксперимента.

		0.001	0.01	0.1	0.25	0.5
10	Exact	2.5e-13	2.4e-8	1.5e-3	0.22	0.65625
	Approximate	0	2.75e-53	5.8e-5	0.226	0.6827
100	Exact	9.6e-122	6.1e-73	3.6e-21	4.25e-6	0.7287
	Approximate	0	0	1.26e-34	1.04e-6	0.6827
1000	Exact	0	0	0	1.5e-58	0.673
	Approximate	0	0	0	3.61e-67	0.6827
10000	Exact	0*	0*	0*	0*	0.683*
	Approximate	0	0	0	0	0.6827