

## Линейная матрица. Урок 2.

### Задача 1.

1. Установить, какие произведения матриц  $AB$  и  $BA$  определены, их размерности

а)  $A (4 \times 2)$  и  $B (4 \times 2)$

Не определено. ни для  $AB$ ,  
ни для  $BA$

б)  $A (2 \times 5)$ ,  $B (5 \times 3)$

• для  $AB$  не определено

• для  $BA$  - определено, размерности  
 $5 \times 5$

в)  $A (8 \times 3)$ ,  $B (3 \times 8)$

• для  $AB$  - определено, размерности  
 $8 \times 8$

• для  $BA$  - определено, размерности  
 $3 \times 3$

$$2) A(4 \times 4), B(4 \times 4)$$

- определены и для  $AB$ , и для  $BA$ ,  
размерности  $4 \times 4$

2. Найти сумму и произведение

$$A \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, B \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$$

$$C = A + B = \begin{pmatrix} 1+4 & -2+(-1) \\ 3+0 & 0+5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$$

$$D = A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 \cdot 4 + (-2) \cdot 0 & 1 \cdot (-1) + (-2) \cdot 5 \\ 3 \cdot 4 + 0 \cdot 0 & 3 \cdot (-1) + 0 \cdot 5 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 4 & -11 \\ 12 & -3 \end{pmatrix}$$



3. Вычислить матрицу комбинации

$$3A - 2B + 4C, \text{ где}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 3 & -6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$3A = \begin{pmatrix} 3 & 21 \\ 9 & -18 \end{pmatrix},$$

$$-2B = \begin{pmatrix} 0 & -10 \\ -4 & 2 \end{pmatrix},$$

$$4C = \begin{pmatrix} 8 & -16 \\ 4 & 4 \end{pmatrix},$$

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 11 & -5 \\ 9 & -12 \end{pmatrix}$$

Задача 2.

1. Вычислить определитель

$$a) \begin{vmatrix} \sin x & -\cos x \\ \cos x & \sin x \end{vmatrix} =$$

$$= \sin x \cdot \sin x - (\cos x) \cdot (-\cos x)$$

$$= \sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

Ответ: определитель = 1.

$$b) \begin{vmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 0 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 9 \end{vmatrix} = 4 \cdot 5 \cdot 9 = 180$$

Ответ: 180

$$c) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 0, \text{ так как строки линейно зависимы.}$$

Проверим,

$$1. \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} = (45 - 48) - 2(36 - 42) + 3(32 - 35) = -3 - 12 - 9 = -24$$

$\neq 0$ .

Ответ: 0.



3. Доказать, что матрица  
(т.е.  $\text{Det} = 0$ )

$$\begin{pmatrix} -2 & 7 & -3 \\ 4 & -14 & 6 \\ -3 & 7 & 13 \end{pmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} -2 & 7 & -3 \\ 4 & -14 & 6 \\ -3 & 7 & 13 \end{vmatrix} = -2 \begin{vmatrix} -14 & 6 \\ 7 & 13 \end{vmatrix} - 7 \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ -3 & 13 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 4 & -14 \\ -3 & 7 \end{vmatrix}$$

$$= -2(-14 \cdot 13 - 6 \cdot 7) - 7(4 \cdot 13 - 6 \cdot (-3)) + 3(4 \cdot 7 - (-3) \cdot (-14))$$

$$= 448 - 490 + 42 = 0. \quad \text{т.т.д.}$$

2. Onprekenende waarden geven 4.

kanen:

$$a) \det(A^2) = 16.$$

$$b) \det(A^T) = 4$$

$$c) \det(2 \cdot A) = 8.$$

н. Найти ранг матрицы

$$a) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix};$$

Требуется сделать операции, т.е. она  
имеет вид  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$  1 и 2 строки

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

Вычитаем из 1-й строки, 2-ю строку

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

Т.о. ранг = 2.

$$b) \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 4 & 3 \\ 2 & 3 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

Осложним 3-ю строку, т.е. она  
н.к. 1 и 2-ю строку

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

Т.о. ранг = 3.