

# MEMS 惯性器件误差系数的 Allan 方差分析方法

赵思浩 陆明泉 冯振明

(清华大学电子工程系, 北京, 100084)

**摘 要:** 全球卫星导航系统和惯性导航系统(GNSS/INS)组成的组合导航系统已经在很多应用场景下发挥了巨大的作用, 随着组合导航系统的发展, 低成本 INS 也得到了广泛的应用, 微机电系统(MEMS)惯性器件在组合导航系统的应用当中也日益受到重视, MEMS 惯性器件体积小, 功耗低, 便于低成本系统的实现。但是 MEMS 惯性器件的误差较大, 为了对其误差项进行分析和识别, 可以使用 Allan 方差方法对惯性器件长时间测量数据进行处理。本文分析了 MEMS 惯性器件具有的典型误差项, 介绍了 Allan 方差分析方法的原理和实现方法, 利用该方法可以对 MEMS 惯性器件的各个误差项进行辨识。通过对一种商用级 MEMS 陀螺仪和加速度长时间实测得到的数据进行处理和分析, 验证了 Allan 方差分析方法应用于误差项辨识的可行性, 并给出了该 MEMS 惯性器件的各个误差项识别结果。使用 Allan 方差方法得到的误差项系数可以直接应用于惯性器件误差建模, 对于 GNSS/INS 组合导航系统的实现和改进有重要意义。

**关键词:** Allan 方差; 惯性器件; 误差系数

## Allan Variance Analysis on Error Coefficients of MEMS Inertial Components

ZHAO Sihao, LU Mingquan, FENG Zhenming

(Department of Electronic Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

**Abstract:** The integration of global navigation satellite system (GNSS) and inertial navigation system(INS) plays more and more important part in many applications. With development of technology, micro-electromechanical systems (MEMS) are introduced into low cost INS. MEMS inertial components has small volume and low power consumption which is fit for the low cost implementations. However, MEMS inertial components have large errors. For the purpose of analyzing and compensating for them, Allan variance method can be used to process the long-term data of inertial components. This paper firstly analyzes the typical error items of MEMS inertial components, and then introduces the principle and algorithm of Allan variance method. Afterward, Allan variance is used to process the long-term static data recorded from commercial MEMS gyroscopes and accelerometers. Results show that Allan variance method can effectively recognize the error coefficients of the inertial components which can be used to model the inertial errors and help to implement and improve the performance of the GNSS/INS integrated navigation systems.

**Key words:** Allan variance; inertial components; error coefficients

## 1 引言

在惯性导航应用当中, 惯性器件如陀螺仪和加速度计可以给出具有高数据率的载体位置、速度和加速度等信息, 由于导航解的精度是由惯性测量单元(IMU)的输出值积分得到, 因此 IMU 的误差决定了最终导航解的精度。为了尽量降低 IMU 误差项对导航精度的影响, 有必要对其进行辨识和建模。目前, 经常使用的随机误差辨识方法包括功率谱密度(PSD)、自相关函数估计、Allan 方差估计等方法。Allan 方差法是 20 世纪 60 年代提出的一种方法, 起初被用于研究高精度振荡器的稳定性[1], 后来, 该方法被用于辨识惯性传感器随机误差[2]。Allan 方差法可以辨识出较多的误差项, 且具有较

好的误差分离结果, 本文给出了 Allan 方差法的原理及其数学表达式, 并采用该方法对实际静态条件下采集的 MEMS 惯性器件数据进行分析得到双对数曲线图, 根据不同拟合直线的斜率辨识不同的误差系数。

## 2 Allan 方差法的基本原理

以采样间隔  $T_s$  采集总时间长度为  $T$  的一组数据, 则总的采样点数为  $N = T / T_s$ , 为了构造 Allan 方差曲线, 需要进行如下步骤[3]:

1)对数据集进行不同点数的平均划分

将每连续  $n(n=1,2,3,\dots,N/K_{min}, K_{min}$  为设定的最小子集数目)个数据点作为一个子集, 则可划分为  $K=N/n$  个子集。每个数据子集的平均时间可以表示为  $\tau(n) = nT_s$

2)对于第  $k+1$  个子集, 其平均值可以表示为

$\bar{\Omega}_{k+1}(\tau) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Omega_{nk+i}$ , 其中,  $\Omega_{nk+i}$  为第  $k+1$  个子集当中的第  $i$  个采样点,  $n$  的定义同上, 即每个子集的数据点总数。

3)对每个不同的平均时间计算 Allan 方差

$\sigma^2(\tau) = \frac{1}{2} E \left[ \left( \bar{\Omega}_{k+1}(\tau) - \bar{\Omega}_k(\tau) \right)^2 \right] = \frac{1}{2(K-1)} \sum_{k=1}^{K-1} \left( \bar{\Omega}_{k+1}(\tau) - \bar{\Omega}_k(\tau) \right)^2$ , 其中,  $K$  为划分的子集个数,  $E$  表示求平均。

4)以双对数曲线画出 Allan 标准差随平均时间变化的情况。

在实际应用当中, Allan 方差的计算是基于一组有限的数据的, 在平均时间增大的时候, 可划分的独立子集数目减少, 这会导致 Allan 方差估计的质量降低, [2]给出了误差区间的计算公式:

$$\sigma(\delta_{AV}) = \frac{1}{\sqrt{2(N/n-1)}} \quad (1)$$

其中,  $N$  为总数据点数,  $n$  为每个子集包含的数据点数。举例来说, 当总数据点数  $N=10000$  时, 如果每个子集包含  $n=100$  个点, 则其误差区间为  $\sigma(\delta_{AV}) = 7.11\%$ 。

根据文献[2, 4, 5], 几种典型的随机误差项对应于不同的平均时间, 也就是对应于双对数曲线中不同斜率的部分, 如表 1 所示。

表 1 Allan 方差与常见噪声对应关系

Allan 标准差	系数	双对数曲线斜率
$\sigma(\tau) = \sqrt{3}Q / \tau$	量化噪声 $Q$	-1
$\sigma(\tau) = R / \sqrt{\tau}$	角度/速度随机游走 $R$	-1/2
$\sigma(\tau) = 0.664B$	零偏不稳定性 $B$	0

## 3 IMU 误差分析

使用 Crossbow 公司生产的 MEMS 惯性导航产品 NAV440 作为数据源, 该产品具有三个正交轴

向的陀螺仪和加速度计,可以用来测量载体的角速度和加速度。其主要性能指标如表 2 所示[6]。

表 2 NAV440 主要标称性能指标

陀螺的角度随机游走系数	$< 4.5 \text{ deg}/\sqrt{h}$
陀螺零偏不稳定性系数	$< 10 \text{ deg}/h$
加速度计速度随机游走系数	$< 1 \text{ m/s}/\sqrt{h}$
加速度计零偏不稳定性	$< 1 \text{ mg}$

将数据输出速率设定为 100Hz, 将 IMU 静止放置, 预热 2 小时后, 连续采集 6 小时陀螺仪和加速度计数据, 对采集的数据进行 Allan 方差分析, 得到的结果如图所示。

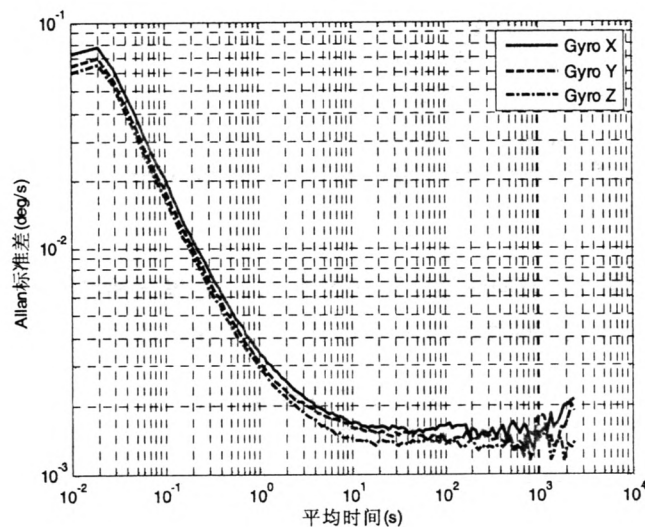


图 3 陀螺仪实测数据分析结果

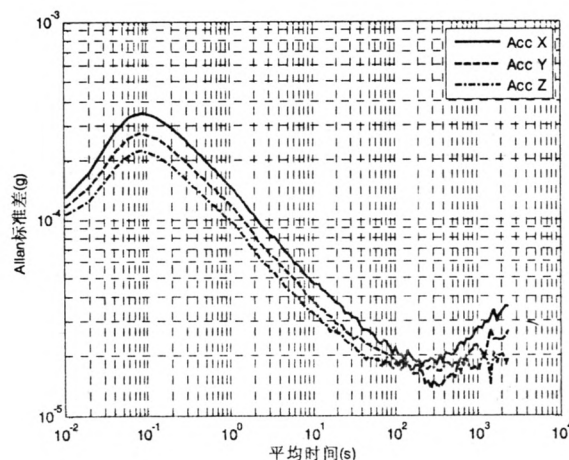


图 4 加速度计实测数据分析结果

从图 3 可以看到, 在平均时间较小的部分, 陀螺仪误差主要包含量化噪声, 在平均时间稍大的区域则主要是角速度随机游走, 而在几十到几百秒量级的平均时间范围内零偏不稳定性是主要的误差项。类似的, 图 4 中在 1 秒量级的平均时间范围内加速度计的误差主要是速度随机游走, 在 100

秒以上的范围内主要是零偏不稳定性。对于更长的平均时间而言, 限于采集数据的长度, 用于 Allan 方差分析的独立子集个数有限, 因此其置信程度很低, 本文中不做进一步讨论。

取 X 方向陀螺的 Allan 标准差曲线进行分段分析。根据前文所述, 量化噪声对应的 Allan 标准差双对数曲线中-1 斜率部分, 角度随机游走对应斜率为-1/2 的部分, 零偏不稳定性对应于斜率为 0 的部分。将平均时间较小的部分拟合为斜率为-1 的直线, 与  $\tau = \sqrt{3}s$  相交的点即是量化噪声系数  $Q$ , 平均时间较大的部分(0.5~2s)拟合为斜率为-1/2 的直线, 与  $\tau = 1s$  相交的点即是角度随机游走系数  $R$ , 将图中平均时间大于 20s 的平坦部分拟合为斜率为 0 的直线, 与 Y 轴相交的点即对应零偏不稳定性系数  $B$ 。如图 5 所示。

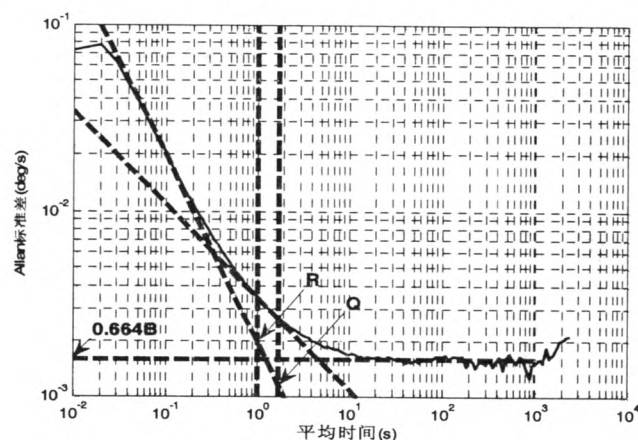


图 5 X 方向陀螺仪实测数据 Allan 方差分析结果

经过以上处理步骤, 可以得到陀螺仪和加速度计的各个误差项系数, 如表 3、表 4 所示。

表 3 陀螺仪误差项系数分析结果

	X 方向陀螺	Y 方向陀螺	Z 方向陀螺
量化噪声系数(deg)	0.0012	0.0011	0.0010
角度随机游走(deg/ $\sqrt{h}$ )	0.204	0.180	0.174
零偏不稳定性(deg/h)	8.67	8.03	7.37

表 4 加速度计误差项系数分析结果

	X 方向加速度计	Y 方向加速度计	Z 方向加速度计
速度随机游走(m/s/ $\sqrt{h}$ )	0.0875	0.0720	0.0591
零偏不稳定性(g)	1.87e-5	1.42e-5	1.73e-5

为了获得更可靠的误差项系数, 在相同的实验条件下, 每天在预热后采集 6 小时数据, 重复采集了 6 天, 对每组数据进行分析, 都可以获得与表 4 和表 5 相近的误差项系数, 可以看到, 该惯性单元误差具有良好的可重复性, 由于篇幅所限不再列出其他数据的分析结果。与产品标称值比较, 实测得到的参数普遍更小, 可见标称参数是一个比较保守的指标。从分析结果来看, Allan 方差方法可以在双对数曲线中有效地辨识出各个随机误差项系数。

## 4 结论

本文首先给出了 Allan 方差分析法的基本原理以及各个误差项系数与分析结果的对应关系。使用了一种典型的 MEMS 惯性单元作为分析对象,以 100Hz 采样率重复采集了 6 段各 6 小时的数据,并使用 Allan 方差方法对其误差系数进行分析,结果表明,该惯性单元中陀螺仪误差项主要包含了量化噪声、角度随机游走和零偏不稳定性,加速度计误差项主要包含了速度随机游走和零偏不稳定性。其误差项系数分别对应于 Allan 标准差-平均时间双对数曲线中各平均时间段,且分析结果都在标称值范围之内,说明了 Allan 方差方法对于分析惯性单元误差项的有效性。Allan 方差分析得到误差项结果可以用于惯性单元的误差建模,在惯导独立导航以及和其他导航设备组合导航等应用方面都具有重要指导意义。

## 参 考 文 献

- [1] Allan D. W., Statistics of Atomic Frequency Standards[J]. Proceedings of IEEE. 1966, vol.54: pp221~230.
- [2] IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Single-Axis Interferometric Fiber Optic Gyros [S]. IEEE 1997
- [3] Hou H., El-Sheimy N., Inertial Sensors Errors Modeling Using Allan Variance [C]. Proc. ION GPS/GNSS 2003, Portland: ION, 2003, pp. 2860-2867.
- [4] Hou H., Modeling Inertial Sensors Errors Using Allan Variance[D], University of Calgary, 2004
- [5] El-Sheimy N., Hou H., Niu X., Analysis and Modeling of Inertial Sensors Using Allan Variance [J]. IEEE Transaction on Instrument and Measurement. 2008,vol.57:pp.pp140-149.
- [6] Crossbow Technology, Inc., NAV440 Datasheet [Z]. www.xbow.com. 2008.