# Министерство науки и высшего образования Российской Федерации ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

## «Национальный исследовательский университет ИТМО» (Университет ИТМО)

Факультет СУ и Р

Образовательная программа Робототехника и искусственный интеллект

### отчет

### о производственной практике, проектно-конструкторская

Тема задания: Построение траектории движения шестиосевого манипулятора при помощи методов машинного обучения

Обучающийся Возжаева Дарья Антоновна, гр. R3235

Руководитель практики от профильной организации: Фурзикова Светлана Сергеевна, методист

Руководитель практики от университета: Хитров Егор Германович, доцент

## Содержание

Введение	3
Раздел первый	4
Метод Кросс-энтропии	4
Структура нейросети	4
Градиентный спуск	5
Раздел второй	6
Наклон звена	6
Вращение звена	
Симуляция работы манипулятора	8
Раздел третий	11
Анализ гиперпараметров модели	11
Пример работы модели	
Выводы	12
Приложение 1	13
Приложение 2	15
Приложение 3	18

## **ВВЕДЕНИЕ**

Сегодня в повседневной жизни нас все больше и больше бытовой техники, высокоточных устройств, машин и механизмов. Изготовление всех этих утсройст требует колоссальных затрат времени работника, причем чем сложнее устройство, тем более высококвалифицированный сотрудник необходим для его изготовления. Однако возможности человека, даже самого профессионально обученнного сильно ограничены. В этом случае на помощь приходит автоматизация производства: бригады заменяются роботизированными конвейерами, на смену рабочим за станками приходят роботизированные манипуляторы. Именно о таких манипуляторах пойдет речь в этой работе.

На первый взгляд может показаться, что в автоматическом управлении манипулятором нет ничего сложного, оданко это не так. Даже построения траектории движения манипулятора с 4-мя степенями свободы необходимо разрабатывать сложный алгоритм, и с каждым прибавлением степени свободы сложность растет с невероятной скоростью. Именно поэтому нам на помощь приходят методы машинного обучения. Они позволяют диллегировать расчет сложной траектории компьютеру, причем они не требуют предъявить конкртеный алгоритм постреонии траектории, а сами разрабатывают его.

Также отдельной задачей станет симуляция работы манипулятора. Конечно, никакие алгоритмы не совершенны, поэтому необходима среда, которая позволит отловить все неточности полученного решения, позволит не портить дорогостоящего точного робота. При этом сочленение трех звеньев с 6-ю степенями свободы требует не простой математической модели, стоит уделить этому достаточное количество внимания.

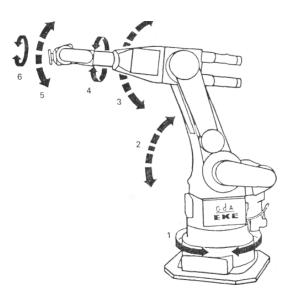


Рис. 1: Пример 6-ти осевого манипулятора

## РАЗДЕЛ ПЕРВЫЙ

В машинном обучении выделяют три основыне категории по обучающим данным:

- Надзорное обучение заранее известен правильный ответ на поставленную задачу, модель учится массиве готовых решений
- Ненадзорное обучение заранее неизвестен правильный ответ, модель обучается на большом массиве данных и выявляет в них зависимости
- Подкрепляющее обучение заранее нет ни правльных ответов, ни массива данных, модель пробует различные стратегии и выбирает наиболее выгодные

В нашем очень сложно добыть готовый массив данных, и тем более иметь уже готовый пул правильных решений, поэтому обратимся к обучению с подкреплением.

Итак, алгоритмы обучения с подкреплением требуют двух трех основный составляющих: среда, агент и вознаграждение, зададимся ими. В качестве среды у нас выступает трехмерное пространство, в качестве агента модель 6-ти осевого манипулятора, а вознаграждение зависит от близости манипулятора к необходимому положению.

Начнем по порядку: агент обладает двумя основными характеристиками, а именно  $V \in \mathbb{R}^n$  - состояние и  $A \in \mathbb{R}^m$  - действие. Также нам необходима функция вознаграждения  $R : \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}$ , то есть награда за некоторое действие  $r_n = R(A_n)$ , тогда награда за сессию из N действий равна  $R(\{A_i\}_{i=0}^N) = \sum_{i=0}^N R(A_i)$ .

В таком случае можем заадать функцию политики агента  $\pi: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ , то етсь  $\pi(V) = A$ , и задачей обучения станет поиск  $\max\left(R^\pi(\{A_i\}_{i=0}^N)\right)$ 

## Метод Кросс-энтропии

Метод Кросс-энтропии заключается в двух этапах:

- Policy evaluation оценка эффективности политики. По нынешней политике генерируется K сессий по N действий в каждом и считается эффективность политики  $R^{\pi}$
- Policy improvement корректировка политики. При помощи q-квантили отбирается набор элитных траекторий и по ним происходит корректировка политики

В слуачае с конечным числом состояний и действий,  $\pi$  могла бы быть просто матрицей, но в нашем случае мы имеем дело с конечномерными пространствами состояний и действий, поэтому для определения политики применим нейросеть.

#### Структура нейросети

Принцип работы нейросети заключается в применении функции активации к взвешенному набору признаков с некоторым смещением. То есть один нейрон является некоторой  $f:\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}: f(x) = \gamma(b+\sum_{i=0}^n \omega_i x_i)$ , причем  $\gamma$  - функция активации. Тогда дним слоем является  $F=(f^1,f^2,...,f^m)^T:\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ . Мнлжество нейронных слоев создают сеть.

Для того, что бы сконструировать нейроннуб сеть, в первую очередь надо задаться функцией активации, как правило на внутренних слоя используется одна и та же. Перечислим основные их виды:

- $\bullet$  f(x) = x
- $f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$
- $f(x) = \tan^{-1}(x)$
- $f(x) = \frac{e^x e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$

Однако мы выберем в качестве функции активации функцию линейного выпрямителя:

$$f(x) = \begin{cases} x, x \ge 0\\ 0, x < 0 \end{cases}$$

У такой функции ест ряд преимуществ, она монотонна дифференцируема, и основной из них - ее производная так же монотонная. Заметим, что дифференцируемость функции чрезвычайно важна. Перед нами стоит задачи максимизации функции награды, а значит для поиска решения мы воспользуемся методами из класса градиентных спусков. Таким образом дифференцируемость поможет нам вычислять градиент аналитически, не затрачивая вычислительные ресурсы на подсчет численной производной.

## Градиентный спуск

Определим функцию потерь. Пусть  $E=(V^1,A_1,V^2,A_2,...,A^n)$  некоторая элитная траектория. Тогда функцией потерь назовем  $Loss(\pi)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n\|F^\pi(V^i)-A^i\|^2$ 

Итак, получаем следующий алгоритм:

- 1. Строим п траекторий по нынешней политике  $\{E_i^{\pi}\}_{i=1}^n$
- 2. Оцениваем эффективность политики  $R(\{A_i\}_{i=1}^n)$
- 3. При помощи q-квантили отбираем набор элитных траекторий  $\{E_i^{\pi}\}_{i\in I}$
- 4. Делаем один шаг градинетного спуска, в сторону градинта функции  $Loss(\pi)$

Реализацию данного алгоритма можно увидеть в Приложении 1

## РАЗДЕЛ ВТОРОЙ

Итак, мы разобрались с политикой действий агента, однако необходимо задаться еще и средой, для этого построим математическую модель манипулятора. Начнем с того, что изобразим его схематично:

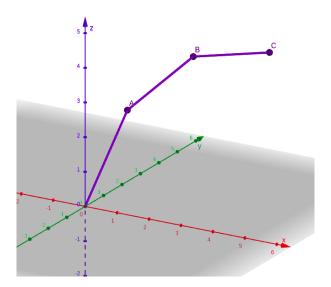


Рис. 2: Схематичное изображение манипулятора

Состояние манипулятора задается тремя точками A, B, и C, а также точкой T - целевой точкой, которая должна по итогу совпасть с C. Таким образом для задания состояния робота нам необходим 12-мерный вектор, то есть  $V \in \mathbb{R}^{12}$ . Пространство действий шестимерно: каждое из звеньев может поворачиваться вокруг своей оси на угол  $\theta$  и наклоняться на угол  $\alpha$ . Таким образом мы определили пространство состояний и пространство действий:

$$V = (A_x, A_y, A_z, B_x, B_y, B_z, C_x, C_y, C_z, T_x, T_y, T_z) \in \mathbb{R}^{12}$$

$$A = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \theta_1, \theta_2, \theta_3) \in \mathbb{R}^6$$

Для того, что бы задать среду, нам необходимо определить функцию  $step(V^n, A^n) = (V^{n+1}, R(A^n))$ 

#### Наклон звена

Объяснимся, как на состояние подействует каждое из действий, начнем с наклона звена. Для того, что бы осуществить поворот, перейдем в влокальную систему координат, связанную с началом поворачивамого звена, повернем его на необходимый градус, и затем вернемся в глобальную систему координат. Рассмотрим на примере поворота второго звена:

$$basis = \begin{pmatrix} | & | & | \\ \frac{[\vec{OA}, \vec{OB}]}{\|[\vec{OA}, \vec{OB}]\|} & \frac{\vec{OB} - \vec{OA}}{\|\vec{OB} - \vec{OA}\|} & \begin{bmatrix} \frac{[\vec{OA}, \vec{OB}]}{\|[\vec{OA}, \vec{OB}]\|}, \frac{\vec{OB} - \vec{OA}}{\|\vec{OB} - \vec{OA}\|} \end{bmatrix} \end{pmatrix}$$

Таким образом в качестве первого базисного орт мы выбираем вектор нормали к плоскости, образованной векторами  $\vec{OA}$  и  $\vec{OB}$ , в качестве второго нормированный вектор  $\vec{AB}$ , а в качестве третьего базисного вектора выступает векторное произведение первых двух. Таким образом мы обесвечиваем себя ортонормированным базисом, а значит для поворота нам понадобиться классическая мтрица поворота вокруг первого базисного вектора:

$$rotate(\alpha) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0\\ 0 & \cos(\alpha) & -\sin(\alpha)\\ 0 & \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix}$$

Таким образом оператор поворота это композиция преобразований:

$$\begin{split} \vec{OA}_{\alpha_2} &= \vec{OA} \\ \vec{OB}_{\alpha_2} &= basis*(rotate(\alpha_2)*(basis^{-1}*(\vec{OB}-\vec{OA}))) + \vec{OA} \\ \vec{OC}_{\alpha_2} &= basis*(rotate(\alpha_2)*(basis^{-1}*(\vec{OC}-\vec{OA}))) + \vec{OA} \end{split}$$

Аналогичным образом определим пнаклон первого звена:

$$\overrightarrow{OA}_{\alpha_1} = basis * (rotate(\alpha_1) * (basis^{-1} * (\overrightarrow{OA})))$$
  
 $\overrightarrow{OB}_{\alpha_1} = basis * (rotate(\alpha_1) * (basis^{-1} * (\overrightarrow{OB})))$   
 $\overrightarrow{OC}_{\alpha_1} = basis * (rotate(\alpha_1) * (basis^{-1} * (\overrightarrow{OC})))$ 

И третьего звена:

$$\begin{split} \vec{OA}_{\alpha_3} &= \vec{OA} \\ \vec{OB}_{\alpha_3} &= \vec{OB} \\ \vec{OC}_{\alpha_3} &= basis*(rotate(\alpha_2)*(basis^{-1}*(\vec{OC}-\vec{OB}))) + \vec{OB} \end{split}$$

Заметим, что матрица базисных векторов basis при наклоне разных звеньев отличается, и определяется отдельного для каждого звена.

#### Вращение звена

Теперь определим вращение звена вокруг собственной оси. Подметим, что хоть и кажется, что это простое преобразование, поскольку оно не влияет на само звено, но при этом оно поворачивает все последующие вокруг повернуой в ропстранстве оси.

Внось восполльзуемся сменой базиса и матрицей поворота, только на этот раз первый базисный вектор будет связан не с перпендикуляром к наклоняемому звену, а с самим вращаемым звеном. Вновь разберем на примере поворота второго звена:

$$basis = \begin{pmatrix} | & | & | \\ \frac{\vec{OA}}{\|\vec{OA}\|} & \frac{[\vec{OA}, \vec{OB}]}{\|[\vec{OA}, \vec{OB}]\|} & \begin{bmatrix} [\vec{OA}, \vec{OB}] \\ \|[\vec{OA}, \vec{OB}]\| \end{bmatrix}, \frac{\vec{OA}}{\|\vec{OA}\|} \end{bmatrix} \end{pmatrix}$$

Матрица поворота:

$$rotate(\theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0\\ 0 & \cos(\theta) & -\sin(\theta)\\ 0 & \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$$

Посмотрим, как повлияют поворот второго звена вокург своей оси на состояние системы:

$$\begin{split} \vec{OA}_{\theta_2} &= \vec{OA} \\ \vec{OB}_{\theta_2} &= basis*(rotate(\alpha_2)*(basis^{-1}*(\vec{OB}-\vec{OA}))) + \vec{OA} \\ \vec{OC}_{\theta_2} &= basis*(rotate(\alpha_2)*(basis^{-1}*(\vec{OC}-\vec{OA}))) + \vec{OA} \end{split}$$

Аналогичным образом определяется поворот первого звена:

$$\vec{OA}_{\theta_1} = basis * (rotate(\alpha_2) * (basis^{-1} * (\vec{OA})))$$

$$\vec{OB}_{\theta_1} = basis * (rotate(\alpha_2) * (basis^{-1} * (\vec{OB})))$$

$$\vec{OC}_{\theta_1} = basis * (rotate(\alpha_2) * (basis^{-1} * (\vec{OC})))$$

И поворот третьего звена: И третьего звена:

$$\vec{OA}_{\theta_3} = \vec{OA}$$

$$\vec{OB}_{\theta_3} = \vec{OB}$$

$$\vec{OC}_{\theta_3} = basis*(rotate(\alpha_2)*(basis^{-1}*(\vec{OC} - \vec{OB}))) + \vec{OB}$$

## Симуляция работы манипулятора

Посмотрим на то, как физически выгляят наклоны и повороты отдельных звеньев. Для это обратимся к результатам работы кода из Приложений 2 и 3:

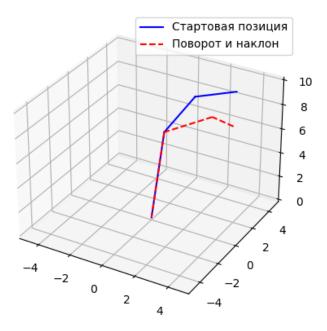


Рис. 3: Поворот 2-го звена на 60 градусов

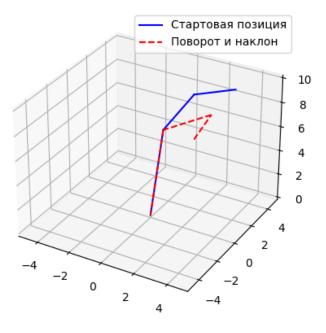


Рис. 4: Поворот 2-го и 3-го звеньев на 60 градусов

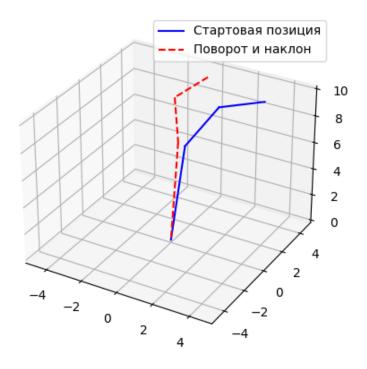


Рис. 5: Поворот 1-го звена на 45 градусов

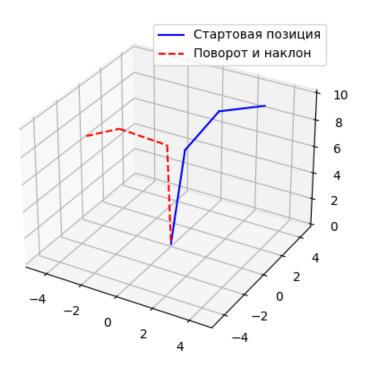


Рис. 6: Поворот 1-го звена на 90 градусов, 2-го на 60 и 3-го на 90

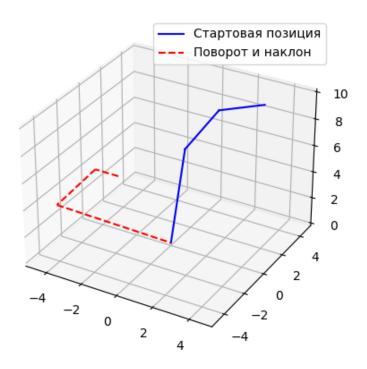


Рис. 7: Наклон 1-го и 2-го звеньев на 60 градусов и 3-го на 45

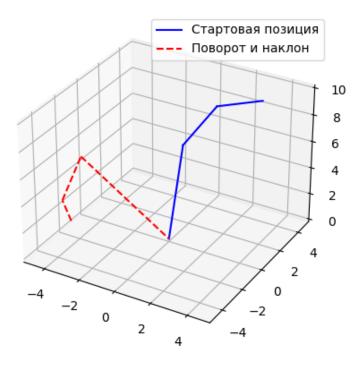


Рис. 8: Поворот 1-го звена на 120 градусов и наклон 1-го и 2-го звеньев на 60

## РАЗДЕЛ ТРЕТИЙ

Анализ гиперпараметров модели Пример работы модели

## выводы

#### ПРИЛОЖЕНИЕ 1

```
import gym
import time
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import torch
from torch import nn
class CrossEnthropyNNAgent(nn.Module):
    \mathbf{def} \ \_\mathtt{init} \_ (\ \mathtt{self} \ , \ \ \mathtt{state} \_\mathtt{dim} \ , \ \ \mathtt{action} \_\mathtt{n} \ , \ \ \mathtt{action} \_\mathtt{max} \ , \ \ \mathtt{grad} \_\mathtt{step} = 0.01) \colon
         super().__init__()
         hidden1 = 200
         hidden2\ =\ 100
         hidden 3\ =\ 200
         self.network = nn.Sequential(
             nn. Linear (state dim, hidden1),
             nn.ReLU(),
             nn. Linear (hidden1, hidden2),
             nn.ReLU(),
             nn. Linear (hidden2, hidden3),
             nn.ReLU(),
             nn. Linear (hidden3, action n)
         self.softmax = nn.Softmax()
         self.loss = Loss func
         self.optimizer = torch.optim.Adam(self.parameters(), lr=grad step)
         self.action max = action max
    def forward (self, input):
         return self.network(input)
    def get action (self, state):
         state = torch.FloatTensor(state)
         logits = self.network(state)
         action = torch.atan(logits).detach().numpy() * self.action max
         return action
    def update policy (self, elite sessions):
         elite states, elite_actions = [], []
         for session in elite_sessions:
              elite states.extend(session['states'])
              elite actions.extend(session['actions'])
         elite states = torch.FloatTensor(elite states)
         elite actions = torch.FloatTensor(elite actions)
         loss = self.loss(self.network(elite states), elite actions)
         loss.backward()
         self.optimizer.step()
         self.optimizer.zero grad()
         return None
def Loss_func(calculated_actions, elite_actions):
    for i in range(len(elite actions)):
```

```
res += (calculated actions[i] - elite actions[i]).norm() ** 2
   return res / len(elite actions)
def get session (env, agent, session len, visual=False):
    session = \{\}
    states, actions = [], []
    total\_reward = 0
    state = env.reset()
    for in range(session len):
        states.append(state)
        action = agent.get\_action(state)
        actions.append(action)
        \#if \quad visual:
        \# env.render()
        state, reward, done = env.step(action)
        total\_reward += reward
        if done:
            break
    session['states'] = states
    session ['actions'] = actions
    session ['total reward'] = total reward
    return session
def get_elite_sessions(sessions, q_param):
    total rewards = np.array([session['total reward'] for session in sessions])
    quantile = np. quantile (total rewards, q param)
    elite sessions = []
    for session in sessions:
        if session['total_reward'] > quantile:
            elite sessions.append(session)
   return elite_sessions
```

## ПРИЛОЖЕНИЕ 2

```
import gym
import time
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import torch
from torch import nn
class Robot:
    \mathbf{def} init (self, end 1, end 2, end 3):
         self.end 1 = end 1
         self.end_2 = end_2
         self.end 3 = end 3
         self.slope_1, self.slope_2, self.slope_3 = 0, 0, 0
         self.rot 1, self.rot 2, self.rot 3 = 0, 0, 0
    def draw line(self, a, b, ax, col, style):
         ax.\,plot\,([\,a\,[\,0\,]\,,\ b\,[\,0\,]\,]\,,\ [\,a\,[\,1\,]\,,\ b\,[\,1\,]\,]\,,\ [\,a\,[\,2\,]\,,\ b\,[\,2\,]\,]\,,\ c\,olor=col\,,\ linestyle=style\,)
         return None
    def show(self , ax , col='b', style='solid'):
         self.draw\_line(self.end\_1, \ [0\,,\ 0\,,\ 0]\,,\ ax\,,\ col\,,\ style)
         \verb|self.draw_line(self.end_2, self.end_1, ax, col, style)|\\
         self.draw line(self.end 3, self.end 2, ax, col, style)
         return None
    def rotate (self, rot ax, vec, alpha):
         base1 = rot ax
         base2 = np.cross(rot ax, vec)
         base3 = np.cross(base1, base2)
         base1 = base1 / np.linalg.norm(base1)
         base2 = base2 / np.linalg.norm(base2)
         base3 = base3 / np.linalg.norm(base3)
         base_mat = np.transpose(np.matrix([base1, base2, base3]))
         base inv = np.linalg.inv(base mat)
         rot mat = np. matrix([[1, 0, 0], [0, np.cos(alpha), -np.sin(alpha)], [0, np.sin(alpha)]
         new vec = base mat * (rot mat * (base inv * np.transpose(np.matrix(vec - rot ax)
         rot\_vec = np.array(np.transpose(new\_vec))[0] + rot ax
         return rot vec
    def rotate first el (self, alpha):
         if self.rot 1 + alpha > np. pi:
             alpha = np.pi - self.rot 1
         elif self.rot_1 + alpha < - np.pi:
             alpha = - np.pi - self.rot 1
         base\_vec = np.array([0, 0, 1])
         {\tt rot\_end\_1} = {\tt self.rotate(base\_vec, self.end\_1, alpha)}
         rot_end_2 = self.rotate(base_vec, self.end_2, alpha)
         rot end 3 = self.rotate(base vec, self.end 3, alpha)
```

```
self.end 1 = rot end 1
                                       self.end 2 = rot end 2
                                       self.end_3 = rot_end_3
                                        self.rot_1 += alpha
                   def rotate_second_el(self , alpha):
                                       if self.rot_2 + alpha > np. pi:
                                                           alpha = np.pi - self.rot_2
                                        {f elif} {f self.rot\_2} + {f alpha} < - {f np.pi}:
                                                           alpha = - np.pi - self.rot 2
                                       {
m rot\_end\_2} \,=\, {
m self.rotate} \, (\, {
m self.end\_1} \, , \,\, {
m self.end\_2} \, , \,\, {
m alpha})
                                       {
m rot\_end\_3} = {
m self.rotate} \, ({
m self.end\_1} \, , {
m self.end\_3} \, , {
m alpha})
                                       self.end_2 = rot_end_2
                                       self.end_3 = rot\_end_3
                                       self.rot_2 += alpha
                                       return None
                   def rotate third el (self, alpha):
                                       if self.rot_3 + alpha > np. pi:
                                                           alp\,ha\ =\ np\,.\,p\,i\ -\ s\,elf\,.\,rot\,\_\,3
                                       elif self.rot_3 + alpha < - np.pi:
                                                           alpha = - np.pi - self.rot 3
                                       rot\_end\_3 = self.rotate(self.end\_2, self.end\_3, alpha)
                                       \begin{array}{l} s \hspace{.05cm} e \hspace{.05cm} l \hspace{.1cm} f \hspace{.1cm} . \hspace{.1cm} e \hspace{.05cm} n \hspace{.05cm} d \hspace{.1cm} \_3 \hspace{.1cm} = \hspace{.1cm} r \hspace{.05cm} o \hspace{.05cm} d \hspace{.05cm} \_2 \hspace{.1cm} \\ s \hspace{.05cm} e \hspace{.05cm} l \hspace{.1cm} f \hspace{.1cm} . \hspace{.1cm} r \hspace{.05cm} o \hspace{.05cm} d \hspace{.05cm} \_2 \hspace{.1cm} \\ s \hspace{.05cm} e \hspace{.05cm} l \hspace{.1cm} f \hspace{.1cm} . \hspace{.1cm} r \hspace{.05cm} o \hspace{.05cm} d \hspace{.05cm} \_2 \hspace{.1cm} \\ s \hspace{.05cm} e \hspace{.05cm} l \hspace{.1cm} f \hspace{.05cm} . \hspace{.1cm} r \hspace{.05cm} o \hspace{.05cm} d \hspace{.05cm} -2 \hspace{.1cm} a \hspace{.05cm} l \hspace{.05cm} p \hspace{.05cm} h \hspace{.05cm} a \hspace{.05cm} \\ s \hspace{.05cm} e \hspace{.05cm} l \hspace{.05cm} f \hspace{.05cm} . \hspace{.1cm} r \hspace{.05cm} o \hspace{.05cm} e \hspace{.05cm} l \hspace{.05cm} e \hspace{.05cm} e \hspace{.05cm} l \hspace{.05cm} e \hspace{.0cm} l \hspace{.05cm} e \hspace{.05cm} l \hspace{.05cm} 
                                       return None
                   def slope first el (self, alpha):
                                       if self.slope 1 + alpha > np. pi:
                                                           alpha = np.pi - self.slope_1
                                       elif self.slope_1 + alpha < - np.pi:
                                                           alpha = - np.pi - self.slope 1
                                       base1 = np.array([self.end_1[0], self.end_1[1], 0])
                                       base2 = np.array([0, 0, 1])
                                       base3 = np.cross(base1, base2)
                                       base1 = base1 / np.linalg.norm(base1)
                                       base2 = base2 / np.linalg.norm(base2)
                                       base3 = base3 / np.linalg.norm(base3)
                                       base mat = np.transpose(np.matrix([base3, base2, base1]))
                                       base_inv = np.linalg.inv(base_mat)
                                       {
m rot\_mat} = {
m np.matrix} \left( \left[ \left[ 1 \; , \; \; 0 \; , \; \; 0 \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; \; {
m np.cos} \left( {
m alpha} \right) \; , \; \; - {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \; \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \; \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \; \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \; \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \; \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \; \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \; \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \; \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \; \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \; \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \; \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \; \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \; \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \; \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \; \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \; \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \; \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \; \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \; \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \; \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \; \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \; \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \; \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \; \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \; \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \; \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \; \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \; \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \; \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \; \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \; \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \; \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \; \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \; \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) 
. matrix (self.end 1)))))
                                      new\_end\_1 = np.array(np.transpose(new\_end\_1))[0]
                                      new_end_2 = base_mat * (rot_mat * (base_inv * (np.transpose(np.matrix(self.end_2
                                      new_end_2 = np. array(np. transpose(new_end_2))[0]
                                      new end 3 = base mat * (rot mat * (base inv * (np.transpose(np.matrix(self.end 3
                                      new end 3 = \text{np.array}(\text{np.transpose}(\text{new end } 3))[0]
                                       self.end 1 = new end 1
                                        self.end_2 = new_end_2
```

```
self.end 3 = new end 3
                 self.slope 1 += alpha
                return None
def slope_second_el(self, alpha):
                 if self.slope_2 + alpha > np. pi:
                                 alpha = np.pi - self.slope_2
                 elif self.slope 2 + alpha < - np.pi:
                                  alpha = - np.pi - self.slope 2
                 base1 = np.cross(self.end 1, self.end 2)
                 base2 = self.end 1
                 base3 = np.cross(base1, base2)
                 base1 = base1 / np.linalg.norm(base1)
                 base2 = base2 / np.linalg.norm(base2)
                 base3 = base3 / np.linalg.norm(base3)
                 base_mat = np.transpose(np.matrix([base1, base2, base3]))
                 base inv = np.linalg.inv(base mat)
                \operatorname{rot} \operatorname{mat} = \operatorname{np.matrix}([[1, 0, 0], [0, \operatorname{np.cos}(\operatorname{alpha}), -\operatorname{np.sin}(\operatorname{alpha})], [0, \operatorname{np.sin}(\operatorname{alpha})]
                new\_end\_2 = base\_mat * (rot\_mat * (base\_inv * (np.transpose(np.matrix(self.end\_2) + (np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.transpose(np.tra
               new end 2 = \text{np.array}(\text{np.transpose}(\text{new end } 2))[0] + \text{self.end } 1
               new end 3 = base mat * (rot mat * (base inv * (np.transpose(np.matrix(self.end 3
                new end 3 = \text{np.array} (\text{np.transpose} (\text{new end } 3))[0] + \text{self.end } 1
                 self.end 2 = new end 2
                 self.end 3 = new end 3
                 self.slope_2 += alpha
                return None
def slope_third_el(self, alpha):
                 base1 = np.cross(self.end_2 - self.end_1, self.end_3 - self.end_1)
                 base2 = self.end 2 - self.end 1
                 base3 = np.cross(base1, base2)
                 base1 = base1 / np.linalg.norm(base1)
                base2 = base2 / np.linalg.norm(base2)
                 base3 = base3 / np.linalg.norm(base3)
                base mat = np.transpose(np.matrix([base1, base2, base3]))
                 base inv = np.linalg.inv(base mat)
                {
m rot\_mat} = {
m np.matrix} \left( \left[ \left[ 1 \; , \; \; 0 \; , \; \; 0 \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; \; {
m np.cos} \left( {
m alpha} \right) \; , \; \; - {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \; \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \; \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \; \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \; \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \; \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \; \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \; \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \; \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \; \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \; \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \; \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \; \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \; \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \; \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \; \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \; \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \; \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \; \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \; \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \; \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \; \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \; \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \; \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \; \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \; \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \; \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \; \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \; \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \; \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \; \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \; \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \; \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \; \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) \; \right] \; , \; \; \left[ 0 \; , \; {
m np.sin} \left( {
m alpha} \right) 
                new_end_3 = base_mat * (rot_mat * (base_inv * (np.transpose(np.matrix(self.end_3
                new end 3 = \text{np.array} (\text{np.transpose} (\text{new end } 3))[0] + \text{self.end } 2
                 self.slope 3 += alpha
                 self.end 3 = new end 3
                return None
```

## ПРИЛОЖЕНИЕ 3

```
import gym
import time
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import torch
from torch import nn
class Environment():
      def __init__(self):
            self.robot = None
            self.start\_pos = None
            self.target = None
            self.state = np.zeros(12)
            self.max len = 0
            return None
      def robot On(self, a, b, c):
          self.robot = Robot(a, b, c)
          self.start_pos = [a, b, c]
          self.state[0:3] = a
          self.state[3:6] = b
          self.state[6:9] = c
          self.max len = np.linalg.norm(a) + np.linalg.norm(b) + np.linalg.norm(c)
          return None
      def set target (self):
          max len = np.linalg.norm(self.robot.end 1) + np.linalg.norm(self.robot.end 2)
          x = np.random.rand() * max len
          \max_{len} -= np.linalg.norm(x)
          y = np.random.rand() * max len
          \max len = np.linalg.norm(y)
          z = np.random.rand() * max len
          self.target = np.array([x, y, z])
          self.state[9:12] = self.target
          return None
      def reset (self):
          self.robot On(self.start pos[0], self.start pos[1], self.start pos[2])
          self.set target()
          return self.state
      def step (self, action):
          prev dist = np.linalg.norm(self.state[9:12] - self.state[6:9])
          self.robot.slope first el (action [0])
          self.robot.slope second el(action[1])
          self.robot.slope third el(action[2])
          self.robot.rotate first el (action [3])
          self.robot.rotate_second_el(action[4])
          self.robot.rotate_third_el(action[5])
          self.state[0:3] = self.robot.end_1
          self.state[3:6] = self.robot.end 2
          self.state[6:9] = self.robot.end 3
```

```
dist = np.linalg.norm(self.state[9:12] - self.state[6:9])

if dist < 0.1:
    reward = 100
    done = True
    return self.state, reward, done

reward = (prev_dist - dist) / self.max_len
done = False
return self.state, reward, done</pre>
```