

BAB III

AUTOMATA HINGGA NON-DETERMINISTIK DAN EQUIVALENSI AHN – AHD - GR

TUJUAN PRAKTIKUM

- 1) Mengetahui apa yang dimaksud dengan Automata Hingga Non-deterministik
- 2) Mampu menyelesaikan soal yang berkaitan dengan Automata Hingga Nondeterministik
- 3) Mengetahui dan memahami ekuivalensi AHD, AHN, dan GR
- 4) Mampu menyelesaikan soal yang berkaitan dengan ekuivalensi AHD, AHN, dan GR

TEORI PENUNJANG

3.1 Automata Hingga Non-deterministik (AHN)

Berikut ini sebuah contoh AHN $F(K, V_T, M, S, Z)$, dimana :

$$K = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$$

$$V_T = \{a, b, c\}$$

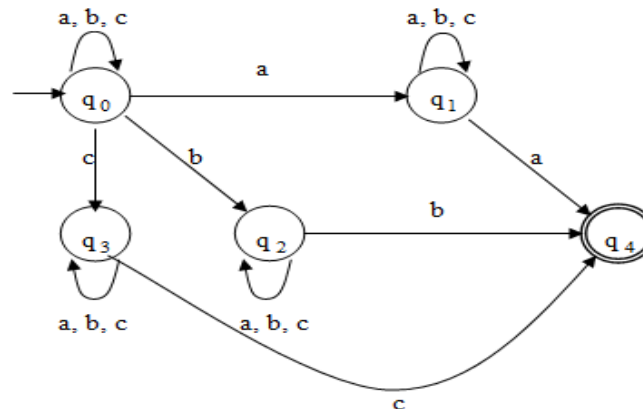
$$S = q_0$$

$$Z = \{q_4\}$$

M diberikan dalam tabel berikut :

	a	b	c
q_0	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0, q_2\}$	$\{q_0, q_3\}$
q_1	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_1\}$	$\{q_1\}$
q_2	$\{q_2\}$	$\{q_2, q_4\}$	$\{q_2\}$
q_3	$\{q_3\}$	$\{q_3\}$	$\{q_3, q_4\}$
q_4	\emptyset	\emptyset	\emptyset

Ilustrasi graf untuk AHN F adalah sebagai berikut :



Gambar 3.1 Ilustrasi graf untuk AHN F

Contoh kalimat yang diterima AHN di atas : aa, bb, cc, aaa, abb, bcc, cbb

Contoh kalimat yang tidak diterima AHN di atas : a, b, c, ab, ba, ac, bc

Fungsi transisi M sebuah AHN dapat diperluas sebagai berikut :

1. $M(q, \epsilon) = \{q\}$ untuk setiap $q \in K$
2. $M(q, tT) = \cup M(p_i, T)$ dimana $t \in V_T$, T adalah V_T^* , dan $M(q, t) = \{p_i\}$
3. $M(\{q_1, q_2, \dots, q_n\}, x) = \cup M(q_i, x)$, untuk $x \in V_T^*$

Sebuah kalimat di terima AHN jika :

- salah satu tracing-nya berakhir di stata penerima, atau
- himpunan stata setelah membaca string tersebut mengandung stata penerima

Contoh :

Telusurilah, apakah kalimat-kalimat berikut diterima AHN : ab, abc, aabc, aabb

Jawab :

$$i) \quad M(q_0, ab) \Rightarrow M(q_0, b) \cup M(q_1, b) \Rightarrow \{q_0, q_2\} \cup \{q_1\} = \{q_0, q_1, q_2\}$$

Himpunan stata tidak mengandung stata penerima \Rightarrow kalimat ab *tidak diterima*

$$\text{ii) } M(q_0, abc) \Rightarrow M(q_0, bc) \cup M(q_1, bc) \Rightarrow \{M(q_0, c) \cup M(q_2, c)\} \cup M(q_1, c)$$

$$\Rightarrow \{\{q_0, q_3\} \cup \{q_2\}\} \cup \{q_1\} = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$$

Himpunan stata tidak mengandung stata penerima \Rightarrow kalimat *abc tidak diterima*

$$\text{iii) } M(q_0, aabc) \Rightarrow M(q_0, abc) \cup M(q_1, abc) \Rightarrow \{M(q_0, bc) \cup M(q_1, bc)\} \cup M(q_1, bc)$$

$$\Rightarrow \{\{M(q_0, c) \cup M(q_2, c)\} \cup M(q_1, c)\} \cup M(q_1, c)$$

$$\Rightarrow \{\{\{q_0, q_3\} \cup \{q_2\}\} \cup \{q_1\}\} \cup \{q_1\} = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$$

Himpunan stata tidak mengandung stata penerima \Rightarrow kalimat *aabc tidak diterima*

$$\text{iv) } M(q_0, aabb) \Rightarrow M(q_0, abb) \cup M(q_1, abb) \Rightarrow \{M(q_0, bb) \cup M(q_1, bb)\} \cup M(q_1, bb)$$

$$\Rightarrow \{\{M(q_0, b) \cup M(q_2, b)\} \cup M(q_1, b)\} \cup M(q_1, b)$$

$$\Rightarrow \{\{\{q_0, q_2\} \cup \{q_2, q_4\}\} \cup \{q_1\}\} \cup \{q_1\} = \{q_0, q_1, q_2, q_4\}$$

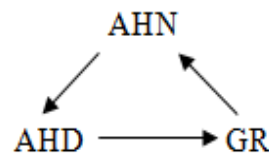
Himpunan stata tidak mengandung stata penerima \Rightarrow kalimat *aabb diterima*

3.2 Ekuivalensi AHN, AHD, dan GR

AHD bisa dibentuk dari AHN.

GR bisa dibentuk dari AHD.

AHN bisa dibentuk dari GR.



3.2.1 Pembentukan AHD dari AHN

Diberikan sebuah AHN $F = (K, V_T, M, S, Z)$. Akan dibentuk sebuah AHD $F' = (K', V_T', M', S', Z')$ dari AHN F tersebut. Algoritma pembentukannya adalah sbb. :

1. Tetapkan : $S' = S$ dan $V_T' = V_T$
2. Copy-kan tabel AHN F sebagai tabel AHD F' . Mula-mula $K' = K$ dan $M' = M$
3. Setiap stata q yang merupakan *nilai* (atau *peta*) dari fungsi M dan $q \notin K$, ditetapkan sebagai elemen baru dari K' . Tempatkan q tersebut pada kolom Stata M' , lakukan pemetaan berdasarkan fungsi M .
4. Ulangi langkah (3) sampai tidak diperoleh stata baru.
5. Elemen Z' adalah semua stata yang mengandung stata elemen Z .

Contoh :

Berikut ini diberikan sebuah AHN $F = (K, V_T, M, S, Z)$ dengan :

$K = \{A, B, C\}$, $V_T = \{a, b\}$, $S = A$, $Z = \{C\}$, dan M didefinisikan sebagai berikut :

Stata K AHN F	Input	
	a	B
A	[A,B]	C
B	A	B
C	B	[A,B]

Tentukan AHD hasil transformasinya!

Jawab :

Berdasarkan algoritma di atas, maka :

1. $S' = S = A$, $V_T' = V_T = \{a, b\}$.
2. Hasil copy tabel AHN F menghasilkan tabel AHD F' berikut :

Stata K' AHD F'	Input	
	a	b
A	[A,B]	C
B	A	B
C	B	[A,B]

3. Pada tabel AHD F' di atas terdapat stata baru yaitu [A,B]. Pemetaan [A,B] adalah :

$$M([A,B],a) = M(A,a) \cup M(B,a) = [A,B] \cup A = [A,B], \text{ dan}$$

$$M([A,B],b) = M(A,b) \cup M(B,b) = C \cup B = [B,C], \text{ sehingga diperoleh tabel berikut :}$$

Stata K' dari AHD F'	Input	
	a	b
A	[A,B]	C
B	A	B
C	B	[A,B]
[A,B]	[A,B]	[B,C]

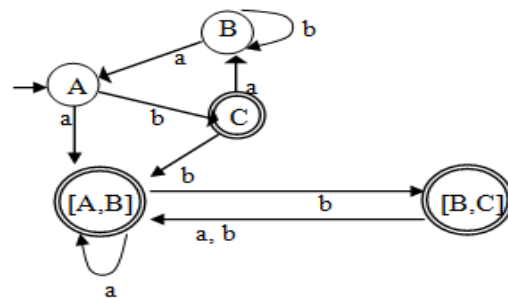
4. Langkah (3) di atas menghasilkan stata baru yaitu [B,C]. Setelah pemetaan terhadap [B,C] diperoleh tabel berikut :

Stata K' dari AHD F'	Input	
	a	b
A	[A,B]	C
B	A	B
C	B	[A,B]
[A,B]	[A,B]	[B,C]
[B,C]	[A,B]	[A,B]

5. Setelah langkah (4) di atas tidak terdapat lagi stata baru.

Dengan demikian AHD F' yang dihasilkan adalah : $AHD F' = (K', V_T', M', S', Z')$,
dimana : $K' = \{A, B, C, [A,B], [B,C]\}$, $V_T' = \{a, b\}$, $S' = A$, $Z' = \{C, [B,C]\}$. Fungsi
transisi M' serta graf dari AHD F' adalah sebagai berikut :

Stata K' dari AHD F'	Input	
	a	b
A	[A,B]	C
B	A	B
C	B	[A,B]
[A,B]	[A,B]	[B,C]
[B,C]	[A,B]	[A,B]



3.2.2 Pembentukan GR dari AHD

Diketahui sebuah AHD $F = (K, V_T, M, S, Z)$. Akan dibentuk GR $G = (V_T', V_N, S', Q)$.

Algoritma pembentukan GR dari AHD adalah sebagai berikut :

1. Tetapkan $V_T' = V_T$, $S' = S$, $V_N = S$
2. Jika $A_p, A_q \in K$ dan $a \in V_T$, maka :

$$M(A_p, a) = A_q \text{ ekuivalen dengan produksi : } \begin{cases} A_p \rightarrow aA_q, & \text{jika } A_q \notin Z \\ A_p \rightarrow a, & \text{jika } A_q \in Z \end{cases}$$

Contoh

Diketahui sebuah AHD F dengan $Z = \{S\}$ dan fungsi transisi M sebagai berikut :

Stata K AHD F	Input		
	0	1	
S	B	A	Dengan algoritma di atas maka diperoleh Q(GR) sbb. : $M(S,0) = B \Leftrightarrow S \rightarrow 0B$ $M(S,1) = A \Leftrightarrow S \rightarrow 1A$ $M(A,0) = C \Leftrightarrow A \rightarrow 0C$ $M(A,1) = S \Leftrightarrow A \rightarrow 1$ $M(B,0) = S \Leftrightarrow B \rightarrow 0$ $M(B,1) = C \Leftrightarrow B \rightarrow 1C$ $M(C,0) = A \Leftrightarrow C \rightarrow 0A$ $M(C,1) = B \Leftrightarrow C \rightarrow 1B$
A	C	S	
B	S	C	
C	A	B	

GR yang dihasilkan adalah $G(V_T', V_N, S', Q)$, dengan $V_T' = \{0,1\}$, $V_N = \{S, A, B, C\}$, $S' = S$, dan $Q = \{S \rightarrow 0B, S \rightarrow 1A, A \rightarrow 0C, B \rightarrow 1C, C \rightarrow 0A, C \rightarrow 1B, A \rightarrow 1, B \rightarrow 0\}$

3.2.3 Pembentukan AHN dari GR

Diketahui GR $G = (V_T, V_N, S, Q)$. Akan dibentuk AHN $F = (K, V_T', M, S', Z)$.

Algoritma pembentukan AHN dari GR :

1. Tetapkan $V_T' = V_T$, $S' = S$, $K = V_N$
2. Produksi $A_p \rightarrow a A_q$ ekuivalen dengan $M(A_p, a) = A_q$

Produksi $A_p \rightarrow a$ ekuivalen dengan $M(A_p, a) = X$, dimana $X \notin V_N$

3. $K = K \cup \{X\}$
4. $Z = \{X\}$

Contoh

Diketahui GR $G = (V_T, V_N, S, Q)$ dengan : $V_T = \{a, b\}$, $V_N = \{S, A, B\}$, $S = S$, dan $Q = \{S \rightarrow aS, S \rightarrow bA, A \rightarrow aA, A \rightarrow aB, B \rightarrow b\}$

Terapkan algoritma di atas untuk memperoleh AHN F sebagai berikut :

1. $V_T' = V_T = \{a, b\}$, $S' = S$, $K = V_N = \{S, A, B\}$
2. $S \rightarrow aS \Leftrightarrow M(S,a) = S$, $S \rightarrow bA \Leftrightarrow M(S,b) = A$,
 $A \rightarrow aA \Leftrightarrow M(A,a) = A$, $A \rightarrow aB \Leftrightarrow M(A,a) = B$,
 $B \rightarrow b \Leftrightarrow M(B,b) = X$

AHN yang diperoleh : $F(K, V_T', M, S', Z)$, dengan
 $K = \{S, A, B, X\}$, $V_T' = \{a, b\}$, $S' = S$, $Z = \{X\}$,

Tabel M :

Stata K AHN F	Input	
	a	b
S	S	A
A	[A,B]	ϕ
B	ϕ	X
X	ϕ	ϕ