

METODE PENUGASAN

7

OBJEKTIF :

1. Mahasiswa Mampu Melakukan Perhitungan Metode Penugasan Menggunakan Metode Hungarian.
2. Mahasiswa Mampu Menggunakan *Software* QM For Windows Dalam Perhitungan Metode Penugasan.

7.1 Definisi & Model Penugasan menggunakan Metode Hungarian

Pengertian Penugasan

Masalah penugasan berkaitan erat dengan sejumlah sumber daya yang produktif untuk sejumlah tugas antara assignment (tugas) dengan assignee (penerima tugas).

Syarat: satu tugas untuk satu penerima tugas (**one assignment for one**

Pertama kali dikembangkan oleh seorang ahli matematika berkebangsaan Hungaria bernama D. Konig pada tahun 1916. Metode assignment sering pula disebut sebagai metode Hungarian, syarat utama metode ini ialah berpasangan satu-satu sehingga dapat mencakup $n!$ penugasan yang mungkin dilakukan. Masalah penugasan melibatkan masalah minimalisasi (biaya, waktu) atau masalah maksimalisasi (keuntungan, volume penjualan, kemenangan).

Untuk dapat menerapkan metode Hungarian ini, jumlah sumber-sumber ditugaskan harus sama persis dengan jumlah tugas yang akan diselesaikan. Selain itu setiap sumber harus ditugaskan hanya untuk satu tugas, jadi masalah mencakup seluruh jumlah n sumber yang mempunyai n tugas. Ada $n!$ (n faktorial) penugasan yang mungkin dalam suatu masalah karena berpasangan satu-satu. Masalah ini dapat dijelaskan dengan mudah oleh bentuk maktris segi empat, dimana baris-barisnya menunjukkan tugas-tugas.

Masalah penugasan secara matematis dalam bentuk program linier adalah sebagai berikut:

$$Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C_{ij} X_{ij}$$

Dengan batasan:

$$\sum_{j=1}^n X_{ij} = \sum_{i=1}^m X_{ij} = 1$$

Dan $X_{ij} \geq 0$ ($X_{ij} = X_{ij}^2$)

Dimana C_{ij} adalah tetapan yang telah diketahui.

Langkah-langkah penyelesaian masalah menggunakan Metode penugasan Hungarian:

1. Mengubah matriks biaya menjadi matriks *opportunity cost*. Ini dicapai dengan memilih elemen terkecil dari setiap baris dari matriks biaya mula-mula untuk mengurangi seluruh elemen (bilangan) dalam setiap baris.
2. Reduced Cost Matriks diatas terus dikurangi untuk mendapatkan total *opportunity cost matrix*. Hal ini dapat dicapai dengan memilih elemen terkecil dari setiap kolom pada reduced cost matrix untuk mengurangi seluruh elemen dalam kolom-kolom tersebut.
3. Mencari skedul penugasan dengan suatu total *opportunity cost nol*. Untuk mencapai ini dibutuhkan 4(empat) "Independent zero" dalam matrix. Ini berarti setiap karyawan harus ditugaskan hanya untuk suatu pekerjaan *opportunity cost nol*, atau setiap pekerjaan harus dikerjakan atau diselesaikan hanya oleh suatu karyawan. Prosedur praktis untuk melakukan test optimalisasi adalah dengan menarik sejumlah minimum garis horizontal/vertical untuk meliputi seluruh elemen bernilai nol dalam total *opportunity cost matrix*. Bila tidak sama maka harus direvisi.
4. Untuk merevisi total *opportunity cost matrix* maka pilih elemen terkecil yang belum terliput garis-garis (yaitu *opportunity cost terendah*) untuk mengurangi seluruh elemen yang belum terliput. Kemudian tambahkan dengan jumlah yang sama (nilai elemen kecil) pada seluruh elemen-elemen yang mempunyai dua garis yang saling bersilangan. Masukkan hasil pada

matriks dan menyelesaikan matrix dengan seluruh elemen-elemen yang telah terliput tanpa perubahan. Ulangi langkah 3.

Contoh Soal

Sebuah perusahaan DECHRIZTYONY memiliki 5 orang karyawan yang harus menyelesaikan 5 pekerjaan yang berbeda. Berikut adalah data hasil produksi ke-5 karyawan. Tentukanlah penugasan untuk masing – masing karyawan.

	I	II	III	IV	V
Ai	10	12	10	8	15
Bi	14	10	9	15	13
Ca	9	8	7	8	12
Do	13	15	8	16	11
Ea	10	13	14	11	17

Jawaban

Langkah 1 : Cari nilai terbesar di setiap baris, kemudian nilai tersebut digunakan sebagai pengurang nilai-nilai dibaris yang bersangkutan.

	I	II	III	IV	V
Ai	5	3	5	7	0
Bi	1	5	6	0	2
Ca	3	4	5	4	0
Do	3	1	8	0	5
Ea	7	4	3	6	0

Langkah 2 : Pastikan semua baris dan kolom SUDAH memiliki nilai NOL. Jika ada yang belum memiliki nilai nol (kolom 3), maka cari nilai terkecil di kolom tersebut digunakan untuk mengurangi semua nilai yang ada di kolom tersebut.

	I	II	III	IV	V
Ai	4	2	2	7	0
Bi	0	4	3	0	2
Ca	2	3	2	4	0
Do	2	0	5	0	5
Ea	6	3	0	6	0

Langkah 3 : Jika tiap kolom dan baris sudah memiliki nilai nol. Maka cek, apakah ditemukan nilai nol sebanyak sumber daya (banyak baris) dan sebanyak pekerjaan (kolom). Misal: Jika jumlah baris 5 kolom 5, maka jumlah nilai nol minimal harus ada 5.

Langkah 4 : Jika sudah menemukan nilai nol sejumlah baris dan kolom. Maka tandai. Mulailah dari baris yang memiliki nilai nol hanya 1. Step ini mengandung arti bahwa setiap karyawan hanya dapat ditugaskan pada satu pekerjaan.

Perhatikan !

Walau nilai nol sudah memenuhi syarat. Namun pada baris 1 dan 3 ternyata ditemukan nilai nol. Walau pada baris yang sama, namun nol tersebut berada di kolom yang sama. Maka dapat dipastikan belum optimal.

Langkah 5 : Karena belum optimal, maka tarik garis yang menghubungkan setiap nilai nol.

	I	II	III	IV	V
Ai	4	2	2	7	0
Bi	0	4	3	0	2
Ca	2	3	2	4	0
Do	2	0	5	0	5
Ea	6	3	0	6	0

Langkah 6 : Perhatikan nilai yang BELUM KENA GARIS. Cari nilai yang terkecil. Lalu gunakan untuk menambah atau mengurangi nilai lainnya, dengan ketentuan berikut:

Nilai terkecil yang dicari tadi untuk:

Untuk **MENGURANGI** nilai yang **TIDAK KENA CORET** untuk **MENAMBAH** nilai yang **KENA CORET 2X** dan untuk nilai yang **KENA CORET 1X**, nilainya **TETAP**.

Note : Disini tiap karyawan memiliki nilai 0 lebih dari satu jadi kita Pilih nilai 0 pada kolom yang nilainya lebih besar (maksimalisasi).

	I	II	III	IV	V
Ai	2	0	0	5	0
Bi	0	4	3	0	4
Ca	0	1	0	2	0
Do	2	0	5	0	7
Ea	6	3	0	6	2

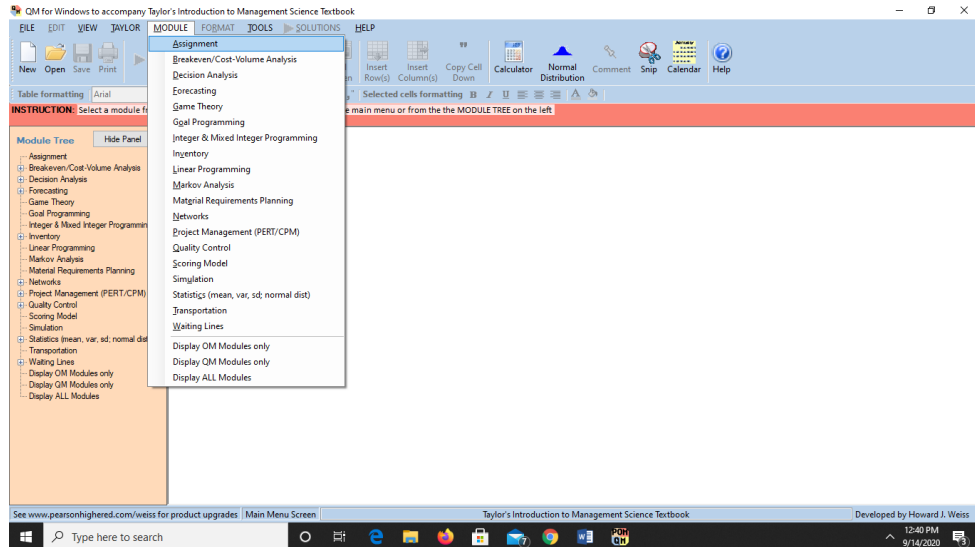
Ai melakukan pekerjaan 5 dengan hasil 15

Bi melakukan pekerjaan 4 dengan hasil 15

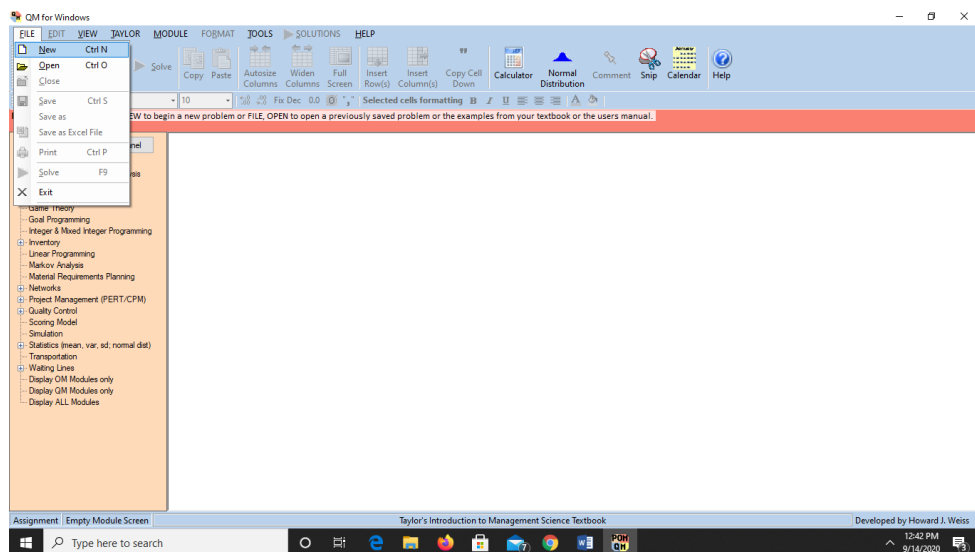
Ca melakukan pekerjaan 1 dengan hasil	9
Do melakukan pekerjaan 2 dengan hasil	15
Ea melakukan pekerjaan 3 dengan hasil	14
<hr/>	
Total	68

Cara Pengerjaan Menggunakan Aplikasi

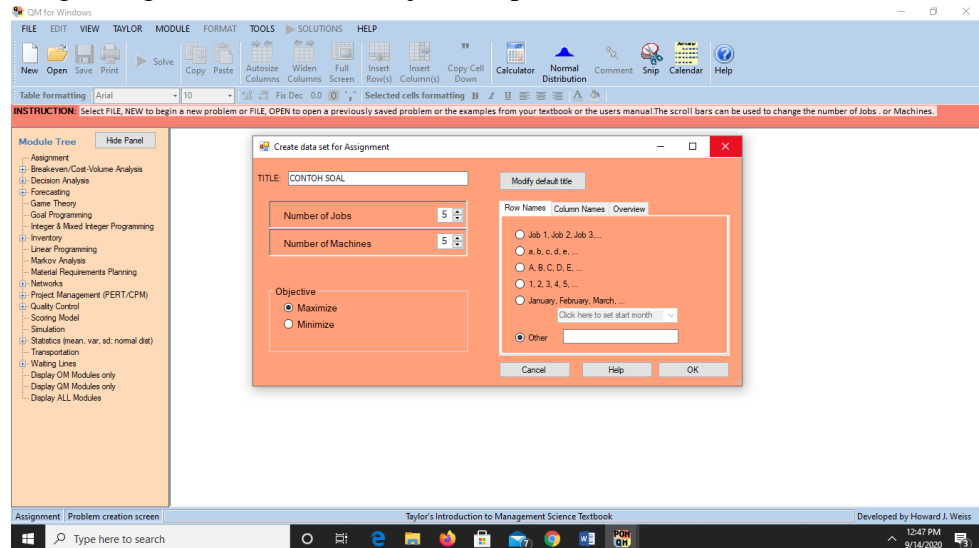
1. Klik menu *Module*, pilih *Assignment*



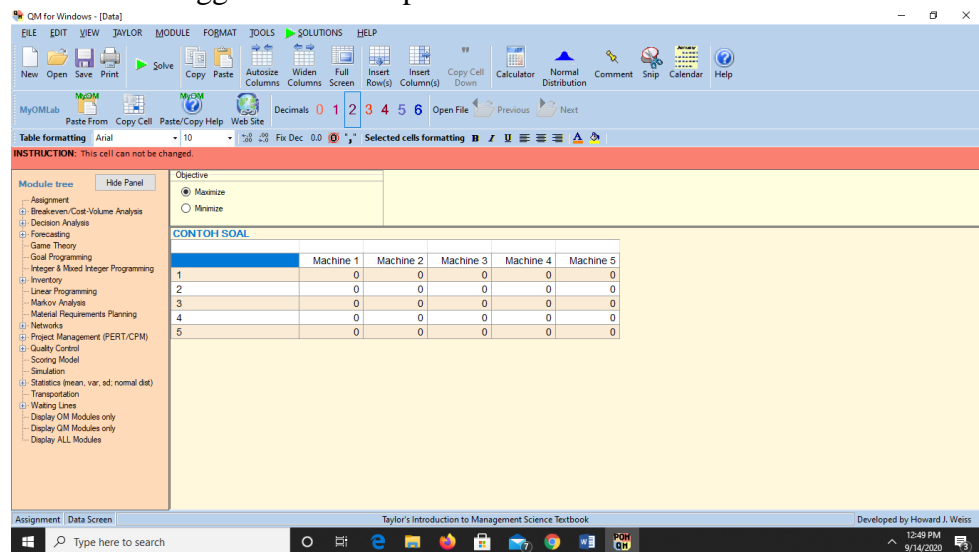
2. Klik Menu File, pilih *New*



3. Isi kolom *Number of jobs* dengan angka 5 dan kolom *number of machines* dengan angka 5. Pada menu objective, pilih maximize.



4. Klik OK sehingga muncul tampilan berikut.



5. Isilah kolom sesuai dengan data.

QM for Windows - [Data]

FILE EDIT VIEW TAYLOR MODULE FORMAT TOOLS SOLUTIONS HELP

New Open Save Print Solve Copy Paste Autosize Columns Widen Columns Full Screen Insert Row(s) Insert Column(s) Copy Cell Down Calculator Normal Distribution Comment Snip Calendar Help

MyOMLab MyOM Decimals 0 1 2 3 4 5 6 Open File Previous Next

Table formatting Arial 10 Fix Dec 0.0 Selected cells formatting

INSTRUCTION: Enter the cost of assigning ea to v. Any real value is permissible.

Module tree: Assignment, Break-even/Cost-Volume Analysis, Decision Analysis, Forecasting, Game Theory, Goal Programming, Integer & Mixed Integer Programming, Inventory, Linear Programming, Markov Analysis, Material Requirements Planning, Networks, Project Management (PERT/CPM), Quality Control, Scoring Model, Simulation, Statistics (mean, var, sd, normal dist), Transportation, Waiting Lines, Display OM Modules only, Display QM Modules only, Display ALL Modules

Objective: Maximize (selected), Minimize

CONTOH SOAL

	I	II	III	IV	V
Ai	10	12	10	8	15
Bi	14	10	9	15	13
Ca	9	8	7	8	12
Do	13	15	8	16	11
Ea	10	13	14	11	17

Assignment | Data Screen

Taylor's Introduction to Management Science Textbook

Developed by Howard J. Weiss

12:53 PM 9/14/2020

6. Klik Solve. Pada menu Solutions, pilih Assignment dan Assignment list.

QM for Windows

FILE EDIT VIEW TAYLOR MODULE FORMAT TOOLS SOLUTIONS HELP EDIT DATA

New Open Save Print Edit Data Copy Paste Autosize Columns Widen Columns Full Screen Insert Row(s) Insert Column(s) Copy Cell Down Calculator Normal Distribution Comment Snip Calendar Help

MyOMLab MyOM Decimals 0 1 2 3 4 5 6 Open File Previous Next

Table formatting Arial 10 Fix Dec 0.0 Selected cells formatting

INSTRUCTION: There are more results available in additional windows. These may be opened by using the SOLUTIONS menu in the Main Menu.

Module tree: Assignment, Break-even/Cost-Volume Analysis, Decision Analysis, Forecasting, Game Theory, Goal Programming, Integer & Mixed Integer Programming, Inventory, Linear Programming, Markov Analysis, Material Requirements Planning, Networks, Project Management (PERT/CPM), Quality Control, Scoring Model, Simulation, Statistics (mean, var, sd, normal dist), Transportation, Waiting Lines, Display OM Modules only, Display QM Modules only, Display ALL Modules

Objective: Maximize (selected), Minimize

CONTOH SOAL Solution

Optimal solution value = 68

	I	II	III	IV	V
Ai	10	12	10	8	Assign 15
Bi	14	10	9	Assign 15	13
Ca	Assign 9	8	7	8	12
Do	13	Assign 15	8	16	11
Ea	10	13	Assign 14	11	17

Assignment List

JOB	Assigned to	Profit
Ai	V	15
Bi	IV	15
Ca	I	9
Do	II	15
Ea	III	14
Total		68

Marginal Costs

Assignment | Solution Screen

Taylor's Introduction to Management Science Textbook

Developed by Howard J. Weiss

12:55 PM 9/14/2020

REFERENSI

1. Agustini. M. Y., Dwi Hayu dan Yus Endra Rahmadi. 2004. *Riset Operasional Konsep-Konsep Dasar*. PT Rineka Cipta. Jakarta.
2. Aminudin. 2005. *Prinsip-Prinsip Riset Operasi*. Erlangga. Jakarta.
3. Mulyono dan Sri. 2007. *Riset Operasi*. Fakultas Ekonomi UI. Jakarta.
4. Subagyo dan Pengestu, dkk. 2000. *Dasar-Dasar Operations Research*. BPFE-Yogyakarta.