FUNGSI

3

OBJEKTIF :

1. Mahasiswa Mampu Memahami Fungsi, Fungsi Satu-Satu dan Fungsi Pada, Hasil Kali (Produk) Fungsi, Invers dari Fungsi dan Fungsi Invers.
2. Mahasiswa Mampu Menggunakan Software Netbeans dalam membuat program tentang Fungsi.

PENDAHULUAN

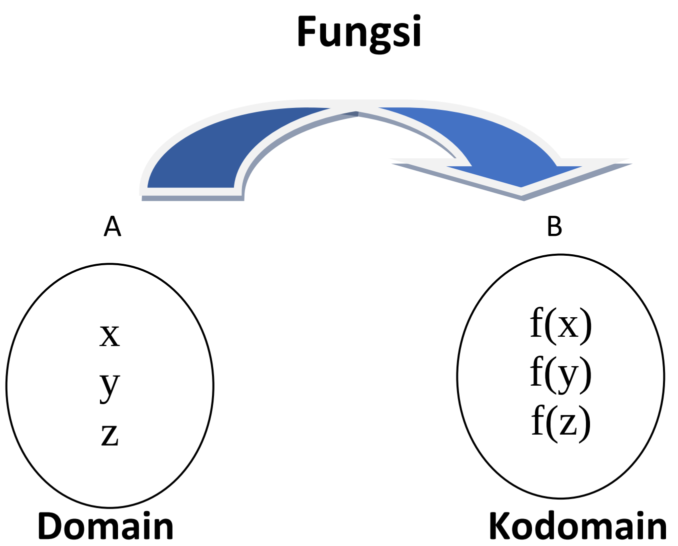
Konsep "fungsi" terdapat hampir dalam setiap cabang matematika, sehingga merupakan suatu yang sangat penting artinya dan banyak sekali kegunaannya. Dalam pengertian sehari hari, "fungsi" adalah guna atau manfaat. Kata fungsi dalam matematika sebagaimana diperkenalkan oleh Leibniz (1646-1716) yang gambarnya terlihat di atas digunakan untuk menyatakan suatu hubungan atau kaitan yang khas antara dua himpunan.

Pada bab ini mahasiswa akan mempelajari materi fungsi yang ada dalam Modul Penunjang Praktikum ILAB Matematika Informatika.

3.1 FUNGSI

Istilah peta atau pemetaan (mapping) ataupun transformasi kerap kali digunakan menggantikan istilah fungsi. Istilah ini digunakan / dipakai tergantung pada kebiasaan dan kesenangan masing – masing pengguna.

Pandang bahwa untuk setiap anggota himpunan A dikaitkan dengan satu dan hanya satu anggota himpunan B, koleksi dari pengaitan semacam itu disebut suatu fungsi dari A ke B. Himpunan A disebut domain atau rumah dan himpunan B disebut kodomain dari fungsi.

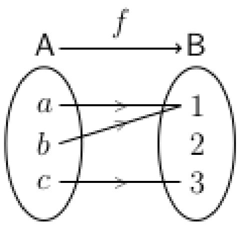


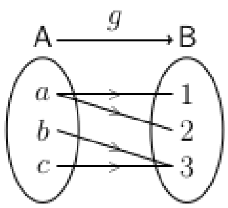
Fungsi biasa dapat diberi nama seperti f, g, dan sebagainya. Tulis fungsi f sebagai f : a → B. Jika a ∈ A, maka anggota himpunan B yang merupakan kaitan dari a dapat kita tulis sebagai f(a). Elemen f(a) tersebut dinamakan nilai fungsi dari a, atau peta dari a. Himpunan semua peta disebut daerah nilai (range) dari fungsi f. Daerah nilai merupakan himpunan bagian dari kodomain.

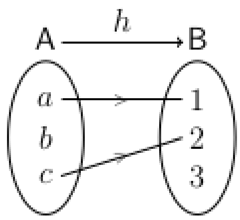
Fungsi acapkali disajikan dalam bentuk rumus (persamaan) matematika. Misalnya f adalah fungsi $f : R \rightarrow R$, R adalah himpunan bilangan riil, yang memetakan setiap $x \in R$ ke kuadratnya. Disini rumus matematikanya adalah $f(x) = x^2$, yang dapat ditulis pula sebagai $x \rightarrow x^2$. Kadang ditulis pula $Y = f(x) = x^2$. Dimana x disebut variabel bebas dan y disebut variabel bergantung, karena nilai y bergantung dari pengambilan nilai x.

Grafik dari fungsi dapat digambarkan sepura seperti grafik dari relasi. Kalau fungsi $f : R \rightarrow R$, maka kita dapat menggambar sumbu mendatar sebagai sumbu X dan sumbu tegak sebagai sumbu Y.

Contoh:







Fungsi **Bukan Fungsi** **Bukan Fungsi**

- Fungsi f merupakan fungsi karena setiap anggota A dikaitkan dengan satu dan hanya satu anggota B.
- Fungsi g bukan merupakan fungsi karena ada anggota A yang dikaitkan dengan lebih dari satu anggota B.
- Fungsi h bukan merupakan fungsi karena terdapat anggota A yang tidak memiliki kaitan di anggota B.

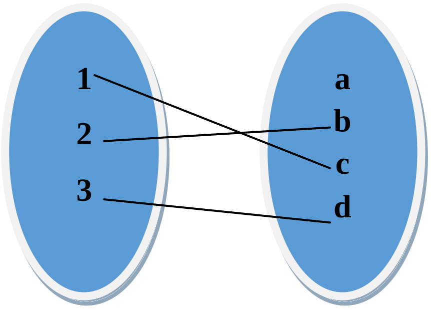
3.2 FUNGSI SATU-SATU DAN FUNGSI PADA

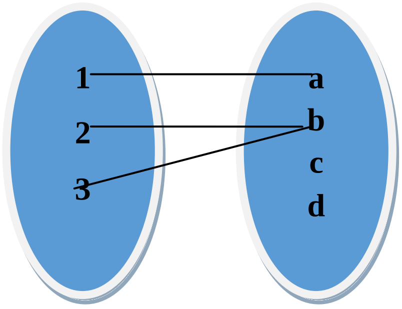
Fungsi satu-satu

Suatu fungsi f : A → B disebut satu – satu bila setiap elemen yang berbeda dari A mempunyai peta yang berbeda pula di B. Dengan perkataan lain bila $a1 \neq a2$ maka $f(a1) \neq f(a2)$.

Contoh:

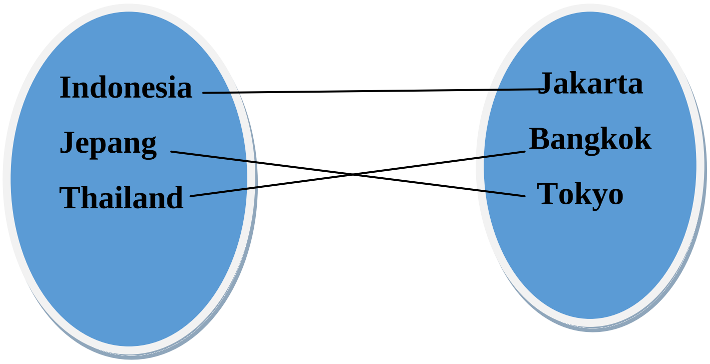
- Pandang A = [1,2,3], B = [a,b,c,d] maka f : A →B berikut ini [(1,c),(2,b),(3,d)] merupakan fungsi satu-satu. Sedangkan g : A →B berikut ini [(1,a),(2,b),(3,b)] bukan merupakan fungsi satu-satu





Fungsi satu-satu **bukan fungsi satu-satu**

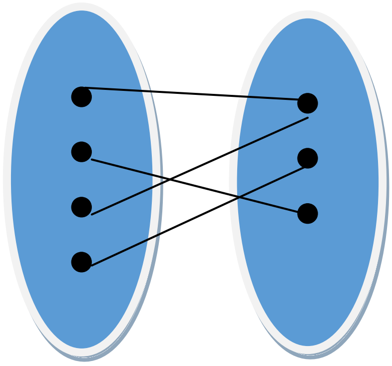
- Fungsi *f* yang menetapkan tiap – tiap negara di dunia ibukota – ibukota yang berbeda merupakan fungsi satu-satu, karena setiap ibukota hanya menjadi ibukota dari satu negara, tidak ada kota yang merupakan ibukota dari dua negara yang berbeda.



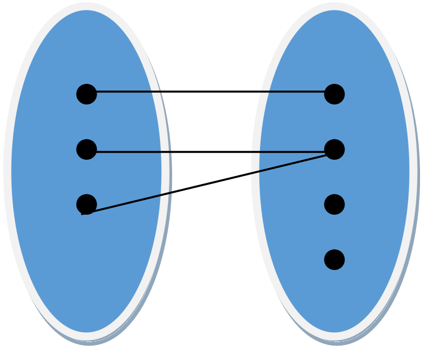
Fungsi Pada

Misalkan *f* suatu fungsi dari A ke dalam B. Maka daerah nilai *f*(A) dari fungsi *f* adalah sub-himpunan B, yaitu *f*(A) $\subset$ B. Jika *f*(A) = B, yaitu jika setiap anggota B muncul sebagai peta dari sekurang – kurangnya satu elemen A, maka kita katakan ”*f* adalah suatu fungsi dari A pada B”, atau ”*f* memetakan A pada B”, atau ”*f* adalah suatu fungsi pada”.

Dengan kata lain seluruh elemen B merupakan jelajah dari f. Fungsi f disebut fungsi pada himpunan B.



Fungsi Pada



Bukan Fungsi Pada

Contoh soal:

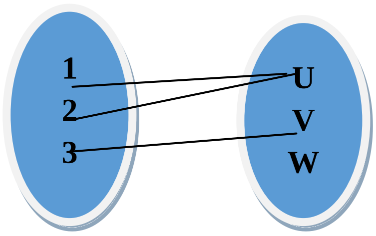
Diketahui Relasi:

1. *f* = {(1, u), (2, u), (3, v)} dari A = {1, 2, 3} ke B = {u, v, w}

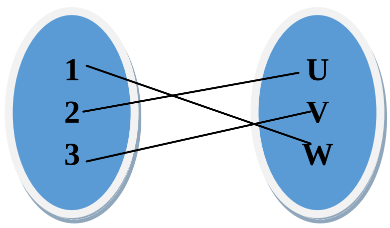
   Relasi tersebut bukan merupakan fungsi pada, karena w tidak termasuk jelajah dari *f*.

2. *f* = {(1, w), (2, u), (3, v)} dari A = {1, 2, 3} ke B = {u, v, w}

   Relasi tersebut merupakan fungsi pada, karena semua anggota B merupakan jelajah *f*.



Relasi 1

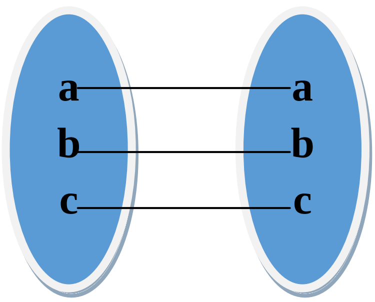


Relasi 2

Fungsi Identitas

Suatu fungsi f(x) disebut fungsi identitas apabila setiap anggota domain fungsi berlaku f(x) = x atau setiap anggota domain fungsi dipetakan pada dirinya sendiri.

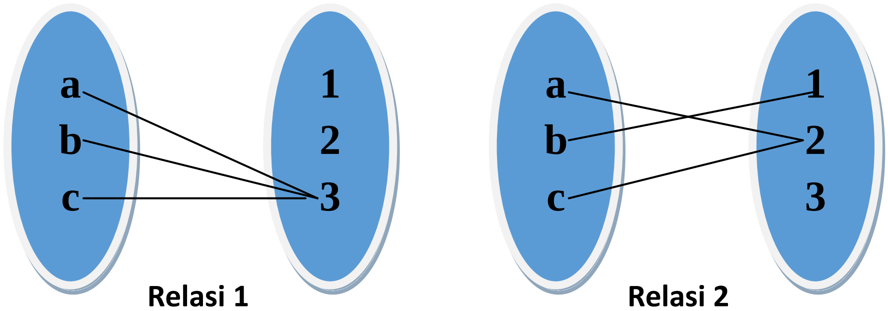
Contoh:



Fungsi Konstan

Suatu fungsi *f* dari himpunan A ke himpunan B dikatakan sebagai fungsi konstan bila dan hanya bila hanya satu anggota B yang menjadi pasangan setiap anggota A.

Contoh:

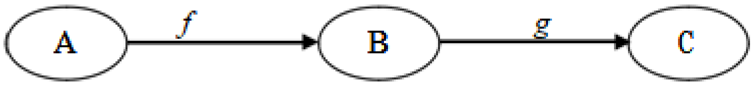


Relasi 1 **Relasi 2**

- Relasi 1 adalah fungsi konstan karena 3 ditetapkan untuk setiap elemen A.
- Relasi 2 adalah bukan fungsi konstan karena jangkau dari *f* terdiri dari 1 dan 2.

3.3 HASIL KALI (PRODUK) FUNGSI

Misalkan *f* suatu fungsi dari A ke dalam B dan *g* dari B ke dalam C dimana B adalah kodomain dari *f*.



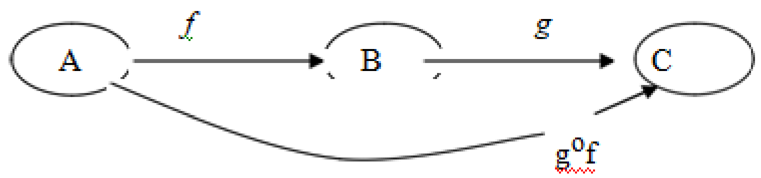
Misalkan a ∊ B; maka petanya yaitu *f* (a) berada dalam B. Disini B adalah domain dari *g*. Oleh sebab itu, kita dapat memperoleh peta dari *f* (a) dibawah peta *g*, yaitu *g*(*f*(a)). Jadi kita mempunyai aturan yang menetapkan tiap – tiap elemen a ∊ A dengan suatu elemen yang terangkaikan dengan *g*(*f*(a)) C. Dengan kata lain, kita mempunyai suatu fungsi dari A kedalam C. Fungsi baru ini disebut hasil kali fungsi (*product function*) atau fungsi komposisi dari f dan g yang dinyatakan oleh

$$(g^{o} f) \text{ atau } (gf)$$

Secara singkat, jika f : A → B dan g : B → C maka kita definisikan suatu fungsi (g^{o} f) : A → C dengan

$$(g^{O} f) (a) \equiv g (f (a))$$

Disini ≡ dipergunakan untuk mengartikan sama menurut definisi. Kita sekarang dapat lengkapi diagram diatas



Contoh Soal:

Untuk tiap bilangan real, misalkan *f* menetapkan kuadratnya yaitu *f* (x) = x^2. Untuk tiap bilangan real, misalkan *g* menetapkan bilangan tersebut ditambah 3 berarti *g* (x) = x+3 maka:

Perhatikan bahwa hasil kali fungsi ($f^{o}g$) dan ($g^{o}f$) bukanlah fungsi yang sama. Kita menghitung suatu pernyataan umum untuk hasil kali fungsi ini:

$(f^{o}g)(x) = f(g(x)) = f(x+3) = (x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$

$(g^{o}f)(x) = g(f(x)) = g(x^2) = x^2 + 3$

Jika x = 2, maka

$(f^{o}g)(2) = f(g(2)) = f(5) = 25$

$(g^{o}f)(2) = g(f(2)) = g(4) = 7$

3.4 INVERS DARI FUNGSI

Misalkan *f* suatu fungsi dari A ke dalam B, dan misalkan b @ B. Maka invers dari b, dinyatakan oleh

$$f^{-1}(b)$$

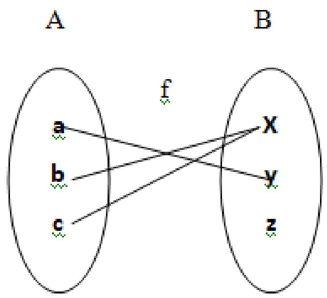
yang terdiri atas elemen – elemen A yang dipetakan pada b, yatu elemen – elemen dalam A yang memiliki b sebagai bayangannya. Secara lebih singkat, jika $f : A \rightarrow B$ maka:

$$f^{-1}(b)\ (x \mid x \in A, f(x) = b)$$

Perhatikan bahwa $f^{-1}(b)$ adalah selalu sebuah sub himpunan dari A.Kita membaca f^{-1} sebagai "f invers".

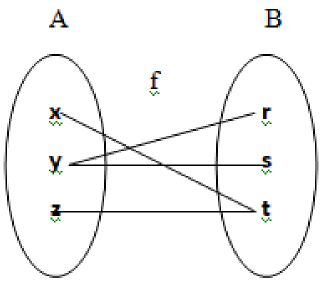
Contoh:

- Misalkan fungsi $f : A \rightarrow B$ didefinisikan oleh diagram



Maka $f^{-1}(x) = (b,c)$, karena b dan c keduanya memiliki x sebagai titik peta mereka. Juga $f^{-1}(y) = (a)$, karena hanya a yang dipetakan kepada y. Invers dari z $f^{-1}(z)$ adalah himpunan nol $\varnothing$, karena tak ada elemen A yang dipetakan kepada z.

- Misalkan fungsi $f : A \rightarrow B$ didefinisikan oleh diagram



Maka f^{-1} (r,s) = (y), karena hanya y yang dipetakan kepada r atau s. Juga f^{-1} (r,t) = (x,y,z) = A, karena tiap-tiap elemen dalam A memiliki r atau t sebagai inversnya.

3.5 FUNGSI INVERS

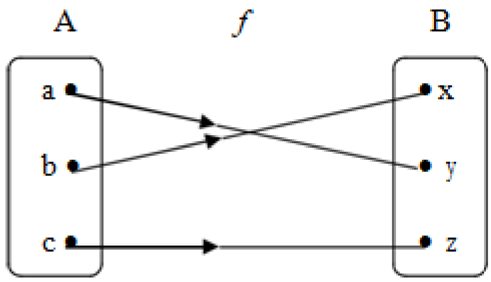
Misalkan f suatu fungsi dari A ke dalam B. Pada umumnya, f^{-1} (b) dapat terdiri atas lebih dari satu elemen atau mungkin adalah himpunan kosong $\varnothing$. Jika sekarang $f : A \rightarrow B$ adalah suatu fungsi satu – satu dan suatu fungsi pada, maka untuk setiap b $\in$ B, invers f^{-1} (b) akan terdiri dari sebuah elemen tunggal dalam A. Dengan demikian, kita mempunyai suatu aturan yang menetapkan untuk setiap b $\in$ B. Suatu elemen tunggal f^{-1} (b)dalam a. Oleh sebab itu, f^{-1} adalah suatu fungsi dari B ke dalam a, dan dapat ditulis:

$$f^{-1} : B \in A$$

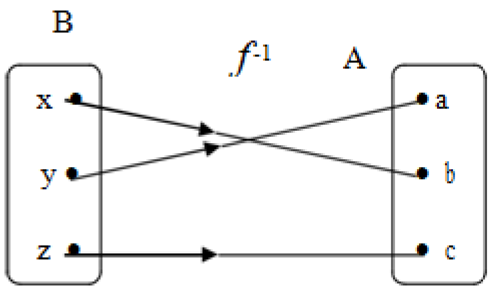
Dalam keadaan ini, bila $f : A \rightarrow B$ adalah satu – satu dan pada, maka kita menyebut f^{-1} fungsi invers dari *f.*

Contoh:

Misalkan fungsi $f : A \rightarrow B$ didefinisikan oleh diagram berikut.



Perhatikan bahwa f adalah satu – satu dan pada. Dengan demikian f^{-1}, yaitu fungsi invers ada. Dibawah ini $f^{-1} : B \rightarrow A$ dalam diagram



Contoh Soal

1. Tentukan rumus fungsi invers dari fungsi

f(x) = 2x + 6

Jawab :

y = f(x) = 2x+6

y = 2x+6

2x = y-6

x = ½ (y-6)

Jadi : f^{-1} (y)= ½ (y-6) = ½ y - 3 atau f^{-1} (x)= ½ (x-6) = ½ x - 3

RANGKUMAN

1. Istilah peta atau pemetaan (mapping) ataupun transformasi kerap kali digunakan menggantikan istilah fungsi.
2. Fungsi disebut satu – satu bila setiap elemen yang berbeda dari A mempunyai peta yang berbeda pula di B.
3. Fungsi disebut pada jika setiap anggota B muncul sebagai peta dari sekurang – kurangnya satu elemen A.
4. f^{-1} disebut sebagai ”*f* invers”.

CONTOH PROGRAM PADA JAVA

```
import java.io.*;
public class fungsi
{public static void main(String[] args) throws Exception{
```

```
BufferedReader input=new BufferedReader(new
InputStreamReader(System.in));
int n=0;
int k=0;
System.out.print("masukan banyak relasi:");
int x=Integer.parseInt(input.readLine());
int dmn []=new int[x];
int range []=new int[x];
for(int i=0;iSystem.out.print("masukan domain ke-"+(i+1)+":
");
dmn[i]=Integer.parseInt(input.readLine());
System.out.print("masukan range ke-"+(i+1)+": ");
range[i]=Integer.parseInt(input.readLine());}
System.out.print("domain={");
for(int i=0;iSystem.out.print(dmn[i]);
if(i!=x-1)
System.out.print(",");}
System.out.println("}");
System.out.print("range={");
for(int i=0;iSystem.out.print(range[i]);
if(i!=x-1)
System.out.print(",");}
System.out.println("}");
int i=0;
while(if (dmn[i]==dmn[i+1]){
n=n+1;}
if (range[i]==range[i+1]){
k=k+1;}
i=i+1;}
System.out.println("fugsinya:");
for(i=0;iSystem.out.println("("+dmn[i]+","+range[i]+")");}
if (n!=0){
System.out.println("relasi tetapi bukan fungsi");}
else{
```

```
System.out.println("relasi dan juga fungsi");
if (k!=0){
System.out.println("fungsi tetapi bukan satu-satu");
System.out.println("fungsi onto");}
else{
System.out.println("fungsi satu-satu");}}}}
```