OBJEKTIF:

- Mahasiswa Mampu Melakukan Perhitungan Metode NWC, LC, VAM, RAM, Stepping Stone, dan MODI.
- 2. Mahasiswa Mampu Menggunakan *Software* QM For Windows Dalam Perhitungan Metode Transportasi.

6.1 Definisi Metode Transportasi Solusi Awal dan Akhir

Metode transportasi merupakan metode yang digunakan untuk mengatur distribusi dari sumber yang menyediakan produk yang sama ke tempat yang membutuhkan secara optimal. Alokasi produk ini harus diatur, karena terdapat perbedaan biaya-biaya alokasi dari satu sumber ke tempat-tempat tujuan.

Metode transportasi untuk pertama kali dikemukakan oleh F.L Hitchcock (1941) dan dijelaskan lebih mendetail oleh T.C Koopmans (1949). Hingga saat ini, formulasi metode transportasi telah dikembangkan oleh banyak ahli. Beberapa kasus yang berkaitan dengan metode transportasi ini antara lain adalah penentuan rute pengiriman dari perusahaan produksi ke beberapa penyalur (*wholesaler*) atau konsumen dan dari penyalur ke pedagang eceran (*retailer*).

Masalah transportasi berhubungan dengan distribusi suatu produk tunggal dari beberapa sumber, dengan penawaran terbatas, menuju beberapa tujuan dengan permintaan tertentu, pada biaya transport minimum. Karena hanya ada satu macam barang, satu tempat tujuan dapat memenuhi permintaan dari suatu atau lebih sumber.

Metode transportasi juga dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah-masalah dunia bisnis lainnya seperti :

1. Masalah periklanan

- 2. Pembelanjaan modal (capital financing)
- 3. Alokasi dana untuk investasi
- 4. Analisis lokasi
- 5. Scheduling produksi
- 6. Perencanaan

Secara umum, penyelesaian masalah transportasi dilakukan dengan dua tahap, yakni:

Tahap solusi awal:

- 1. Metode NWC (North West Corner)
- 2. Metode LC (Least Cost)
- 3. Metode VAM (Vogel's Approximation Method)
- 4. Metode RAM (Russel's Approximation Method)

Tahap solusi akhir:

- 1. Metode Stepping Stone
- 2. Metode MODI

Catatan Penting!

- 1. Syarat cell terisi \rightarrow (M+N)-1, dimana M adalah jumlah baris, N adalah jumlah kolom
- 2. Bila (M+N)-1 TIDAK SAMA DENGAN cell terisi, maka harus ditambahkan 0 (nol)
- 3. Jumlah KAPASITAS harus sama dengan jumlah KEBUTUHAN, jika tidak maka perlu ditambahkan DUMMY.

dan manajemen adalah menentukan jumlah yang harus dikirimkan dengan biaya yang seminimum mungkin. Atau dengan kata lain, mengoptimalkan distribusi sumber daya sehingga mendapat hasil/biaya yang optimal.

Tabel Transportasi

Ke		Tujuan				Penawaran
Dari		1	2		n	(Supply)
	1	X ₁₁ C ₁₁	X ₁₂ C ₁₂		X _{1n} C _{1n}	a_1
Sumber	2	X ₂₁ C ₂₁	X ₂₂ C ₂₂		X_{2n} C_{2n}	a_2
Sumoer	•••	•••		•••	•••	
	m	X_{m1} C_{m1}	X_{m2} C_{m2}]	X _{mn} C _{mn}	$a_{ m m}$
Permintaan (Demand)		b ₁	b ₂		bn	

Keterangan:

 X_{ij} = Unit yang dikirim dari sumber (ke tujuan)

 C_{ij} = Biaya per unit dari sumber i ke tujuan j

ai = Kapasitas penawaran (supply) dari sumber i

bi = Kapasitas permintaan (demand) dari tujuan j

$$i = 1,2,...,m$$

$$j = 1,2,...,n$$

Tahap Solusi Awal

6.2 North West Corner (NWC)

Metode ini adalah yang paling sederhana diantara metode Aproksimasi Vogel ataupun Least Cost.

Langkah-langkah nya adalah:

- Alokasi komoditi dimulai dari pojok kiri atas dan berakhir di pojok kiri atas. Alokasikan komoditi sebanyak mungkin, dengan memperhatikan jumlah kebutuhan dan kapasitas.
- 2. Setelah alokasi untuk C11 dilakukan, alokasi lainnya dilakukan pada baris atau kolom lain.

Contoh Soal

PT Ianz Yulian mempunyai 3 anak perusahaan, yaitu PT SONNY, PT CHARERIK dan PT ZULFI. Dimana kapasitas masing-masing adalah 300, 350, dan 400. Hasil produksi perusahaan tersebut didistribusikan ke-4 wilayah di dunia, yakni, AS, Afrika dan Eropa dengan jumlah permintaan 400, 500, dan 150. Berikut adalah biaya transportasi per unit.

Ke Dari	AS	Afrika	Eropa
PT. SONNY	15	2	11
PR. CHARERIK	8	6	3
PT. ZULFI	10	4	12

Langka 1: Alokasi komoditi dimulai dari pojok kiri atas dan berakhir di pojok kiri atas. Alokasikan komoditi sebanyak mungkin, dengan memperhatikan jumlah kebutuhan dan kapasitas.

Langkah 2: Setelah alokasi untuk C11 dilakukan, alokasi lainnya dilakukan pada baris atau kolom lain.

Ke Dari	AS	Afrika	Eropa	Supply
PT. SONNY	15	300	11	300

PR.	8	6	3	350
CHARERIK	200		150	330
PT. ZULFI	200	200	12	400
Demand	400	500	150	1050

Keterangan:

- Alokasi C12 dengan memperhatikan jumlah kapasitas dan kebutuhan (300 ; 400). Minimum 300, maka untuk C11 dialokasikan sebanyak 300.
- 2. Ketika 300 produk dialokasikan pada C12, ternyata kebutuhan pada kolom pertama sebanyak 300 belum terpenuhi, dan kapasitas (baris pertama) sudah terpenuhi, sehingga terjadi kelebihan jumlah kebutuhan pada sumber pertama, maka akan dialokasikan sebanyak 200 dari AS (C21)
- 3. Ketentuan tersebut, dilakukan sampai semua persediaan telah dialokasikan dan semua kebutuhan telah terpenuhi.

Total Biaya = Jumlah (biaya dikalikan dengan alokasi)

Total Biaya = (300X2) + (200X8) + (150X3) + (200X10) + (200X4) = 5.450

Analisa: Dari hasil perhitungan dengan menggunakan metode LC, PT SONNY mendistribusikan kepada Afrika sebanyak 300, PT CHARERIK mendistribusikan kepada AS dan Eropa masingmasing 200 dan 150. Dan PT ZULFI mendistribusikan ke AS dan Afrika masing-masing sebanyak 200 dan 200. Total biaya transportasi yang dikeluarkan PT Ianz Yulian adalah sebesar 5.450.

6.3 Least Cost (LC)

Metode Least Cost berusaha mencapai tujuan minisasi biaya dengan alokasi sistematik kepada kotak-kotak sesuai dengan besarnya biaya transport perunit.

Prosedur Metode ini adalah:

- Alokasikan sebanyak mungkin ke sel yang mempunyai biaya terkecil. Jika terdapat sel yang memiliki biaya terkecil yang sama besar, maka pilih salah satu.
- 2. Kurangi baris persediaan dan kolom permintaan sudah nol, maka eliminasi baris atau kolom tersebut.

Contoh Soal

METODE BIAYA MINIMUM (LEAST COST)

Langkah-langkah:

- 3. Alokasikan sebanyak mungkin ke sel yang mempunyai biaya terkecil. Jika terdapat sel yang memiliki biaya terkecil yang sama besar, maka pilih salah satu.
- 4. Kurangi baris persediaan dan kolom permintaan sudah nol, maka eliminasi baris atau kolom tersebut.

Penyelesaian:

- Pada contoh soal, biaya terkecil terletak pada C12, sehingga sel ini adalah yang diprioritaskan terlebih dahulu, dengan kebutuhan dan kapasitas (500; 300) = dengan minimum 300. Kemudian sisa kebutuhannya dialokasikan ke sel lain
- Kemudian biaya terkecil kedua terletak pada C23., sehingga sel ini adalah yang diprioritaskan yang ke dua, dengan kebutuhan dan kapasitas (150; 350) = dengan minimum 150. Kemudian sisa kapasitasnya dialokasikan ke sel lain
- 3. Kemudian berlanjut ke biaya terkecil berikutnya, yaitu C32, dst.
- 4. Alokasi dihentikan jika jumlah persediaan telah dihabiskan dan jumlah permintaan telah terpenuhi.

Ke Dari	AS	Afrika	Eropa	Supply
PT. SONNY	15	300	11	300

PR.		8		6	3	350
CHARERIK	200				150	330
PT. ZULFI	200	10	200	4	12	400
Demand	4	00	5	500	150	1050

Total Biaya = (300X2) + (200X8) + (150X3) + (200X10) + (200X4) = 5.450

Analisa: Dari hasil perhitungan dengan menggunakan metode LC, PT SONNY mendistribusikan kepada Afrika sebanyak 300, PT CHARERIK mendistribusikan kepada AS dan Eropa masingmasing 200 dan 150. Dan PT ZULFI mendistribusikan ke AS dan Afrika masing-masing sebanyak 200 dan 200. Total biaya transportasi yang dikeluarkan PT Ianz Yulian adalah sebesar 5.450.

6.4 Vogel's Approximation Methods (VAM)

Metode Aproksimasi Vogel selalu memberikan solusi awal yang lebih baik dibanding metode North West Corner dan Least Cost. Kenyataannya pada beberapa kasus, solusi awal yang diperoleh melalui VAM akan optimum. VAM melakukan alokasi dalam suatu cara yang akan meminimumkan penalty (*opportunity cost*) dalam memilih kotak yang salah untuk suatu lokasi.

Proses Aproksimasi Vogel:

- 1. Menghitung selisih biaya terkecil dengan biaya terkecil berikutnya untuk setiap baris dan kolom.
- Setelah memperoleh nilai selisih untuk masing kolom dan baris, pilih biaya yang selisih terbesar yang ada pada baris dan kolom tersebut. Kemudian alokasikan sebanyak mungkin ke sel yang memiliki biaya terkecil pada baris atau kolom terpilih.
- 3. Buat tabel pengalokasian untuk barang dari sumber ke tujuan, dengan memperhatikan jumlah persediaan yang tersedia pada kolom atau baris yang bersangkutan dengan jumlah permintaan yang harus dipenuhi atau belum dipenuhi pada baris atau kolom tersebut. Hapuslah baris dan kolom apabila

- persediaan sudah dialokasikan atau habiskan dan permintaan yang sudah terpenuhi.
- 4. Ulangi langkah pertama, jika jumlah persediaan belum dialokasikan sepenuhnya, maka masih terdapat kekurangan persediaan.

Contoh Soal

Langkah-langkah:

- 1. Menghitung selisih biaya terkecil dengan biaya terkecil berikutnya untuk setiap baris dan kolom.
- Setelah memperoleh nilai selisih untuk masing kolom dan baris, pilih biaya yang selisih terbesar yang ada pada baris dan kolom tersebut. Kemudian alokasikan sebanyak mungkin ke sel yang memiliki biaya terkecil pada baris atau kolom terpilih.
- 3. Buat tabel pengalokasian untuk barang dari sumber ke tujuan, dengan memperhatikan jumlah persediaan yang tersedia pada kolom atau baris yang bersangkutan dengan jumlah permintaan yang harus dipenuhi atau belum dipenuhi pada baris atau kolom tersebut. Hapuslah baris dan kolom apabila persediaan sudah dialokasikan atau habiskan dan permintaan yang sudah terpenuhi.
- 4. Ulangi langkah pertama, jika jumlah persediaan belum dialokasikan sepenuhnya, maka masih terdapat kekurangan persediaan.

Tabel 1

Ke Dari	AS	Afrika	Eropa	Supply	Selisih
PT. SONNY	15	300	11	300	11 – 2 = 9
PR. CHARERIK	8	6	3	350	6 - 3 = 3
PT. ZULFI	10	4	12	400	10 – 4 =

Demand	400	500	150	1050	
Selisih	10 - 8 = 2	4 - 2 = 2	11 - 3 = 8		

Tabel 2

Ke Dari	AS	Afrika	Eropa	Supply	Selisih
PT. SONNY	15	300	11	300	
PR. CHARERIK	8	6	3 150	350	6 - 3 = 3
PT. ZULFI	10	4	12	400	10 – 4 = 6
Demand	400	500	150	1050	
Selisih	10-8=2	4-2=2	12 – 3 = 9		

Tabel 3

Ke Dari	AS	Afrika	Eropa	Supply	Selisih
PT. SONNY	15	300	11	300	
PR. CHARERIK	200	6	3 150	350	6 - 3 = 3
PT. ZULFI	10 200	200	12	400	10 – 4 = 6
Demand	400	500	150	1050	
Selisih	10 - 8 = 2	4 - 2 = 2			

Total Biaya = (300x2) + (200x8) + (150x3) + (200x10) + (200x4) = 5450

Analisa: Dari hasil perhitungan dengan menggunakan metode VAM, PT SONNY mendistribusikan kepada Afrika sebanyak 300. PT CHARERIK mendistribusikan kepada AS dan Eropa masingmasing 200 dan 150. Dan PT ZULFI mendistribusikan ke AS dan Afrikamasing-masing sebanyak 200 dan 200. Total biaya transportasi yang dikeluarkan PT Ianz Yulian adalah sebesar 5450.

6.5 Russel's Approximation Method (RAM)

Langkah –lamgkah mengerjakan metode RAM:

- 1. Penyelesaian dimulai dengan mencari biaya yang tertinggi untuk setiap baris dan kolom yang ada dalam tabel tranportasinya.
- 2. Selanjutnya biaya pada setiap sel akan dikurangi dengan biaya tertinggi untuk baris itu dan dikurangi lagi dengan biaya tertinggi dengan kolom itu.
- 3. Alokasi diberikan kepada sel yang memiliki nilai negatif terbesar dari perhitungan langkah 2. Alokasi selanjutnya dilakukan kembali seperti pada langkah pertama dan kedua, dimana baris/ kolom yang telah habis kapastitas/ kebutuhan nya tidak diikutsertakan kembali.

Contoh Soal

Langkah-langkah:

- 1. Penyelesaian dimulai dengan mencari biaya yang tertinggi untuk setiap baris dan kolom yang ada dalam tabel transportasinya.
- 2. Selanjutnya biaya pada setiap sel akan dikurangi dengan biaya tertinggi untuk baris itu dan dikurangi lagi dengan biaya tertinggi kolom itu.
- 3. Alokasi diberikan kepada sel yang memiliki nilai negatif terbesar dari perhitungan langkah 2. Alokasi selanjutnya dilakukan kembali seperti pada langkah pertama dan kedua, di mana baris/kolom yang telah habis kapasitas/kebutuhannya tidak diikutsertakan kembali.

Tabel Awal

Ke Dari	AS	Afrika	Eropa	Supply
PT. SONNY	15	2	11	300
PR. CHARERIK	8	6	3	350
PT. ZULFI	10	4	12	400
Demand	400	500	150	1050

Biaya tertinggi: Baris 1 (B1) = 15

Baris 2 (B2) = 8

Baris 3 (B3) = 12

Kolom 1 (K1) = 15

Kolom 2 (K2) = 6

Kolom 3 (K3) = 12

CELL = Biaya cell – Biaya tertinggi untuk baris itu – Biaya tertinggi kolom

$$C11 = 15 - 15 - 15 = -15$$

$$C12 = 2 - 15 - 6 = -19 \rightarrow Pilih negatif terbesar dan alokasikan ke C12$$

$$C13 = 11 - 15 - 12 = -16$$

$$C21 = 8 - 8 - 15 = -15$$

$$C22 = 6 - 8 - 6 = -8$$

$$C23 = 3 - 8 - 12 = -17$$

$$C31 = 10 - 12 - 15 = -17$$

$$C32 = 4 - 12 - 6 = -14$$

$$C33 = 12 - 12 - 12 = -12$$

Tabel 1

Ke Dari	AS	Afrika	Eropa	Supply
PT. SONNY	15	300	11	300
PR. CHARERIK	8	6	3	350
PT. ZULFI	10	4	12	400
Demand	400	500	150	1050

PERHATIKAN!!! Baris 1, kapasitas yang dimiliki PT SONNY sudah habis, itu artinya biaya-biaya pada baris 1 tidak ikut lagi dalam perhitungan langkah 1 dan 2, maka :

Biaya tertinggi: B2 = 8

B3 = 12

 $K1 = 10 \rightarrow$ Mengalami perubahan karena baris 1 sudah tidak diperhitungkan lagi

K2 = 6

K3 = 12

CELL = Biaya cell – Biaya tertinggi untuk baris itu – Biaya tertinggi kolom

 $C21 = 8 - 8 - 10 = -10 \rightarrow Mengalami perubahan dari hasil sebelumnya$

C22 = 6 - 8 - 6 = -8

 $C23 = 3 - 8 - 12 = -17 \rightarrow Negatif terbesar, alokasikan ke C23$

 $C31 = 10 - 12 - 10 = -12 \rightarrow Mengalami perubahan dari hasil sebelumnya$

C32 = 4 - 12 - 6 = -14

C33 = 12 - 12 - 12 = -12

Tabel 2

Ke Dari	AS	Afrika	Eropa	Supply
PT. SONNY	15	300	11	300
PR.	8	6	3	350
CHARERIK			150	330
PT. ZULFI	10	4	12	400
Demand	400	500	150	1050

PERHATIKAN!!! Kolom 3, kebutuhan yang yang diperlukan sudah terpenuhi, itu artinya biaya-biaya pada kolom 3 tidak ikut lagi dalam perhitungan langkah 1 dan 2, maka:

Biaya tertinggi:
$$B2 = 8$$

B3 = 10 → Mengalami perubahan karena kolom 3 tidak diperhitungkan

$$K1 = 10$$

$$K2 = 6$$

CELL = Biaya cell – Biaya tertinggi untuk baris itu – Biaya tertinggi kolom

$$C21 = 8 - 8 - 10 = -10$$

$$C22 = 6 - 8 - 6 = -8$$

$$C31 = 10 - 10 - 10 = -10$$

 $C32 = 4 - 10 - 6 = -12 \rightarrow Negatif terbesar, alokasikan ke C32$

Tabel 3

Ke Dari	AS	Afrika	Eropa	Supply
PT. SONNY	15	300	11	300
PR.	8	6	3	350
CHARERIK			150	330
PT. ZULFI	10	200	12	400
Demand	400	500	150	1050

Sisanya bisa langsung dialokasikan dengan memperhatikan biaya terkecil Tabel 4

Ke Dari	AS	Afrika	Eropa	Supply
PT. SONNY	15	300	11	300
PR.	8	6	3	350
CHARERIK	200		150	330
PT. ZULFI	10	200	12	400
Demand	400	500	150	1050

Tabel 5

Ke Dari	AS	Afrika	Eropa	Supply
PT. SONNY	15	300	11	300
PR.	8	6	3	350
CHARERIK	200		150	330

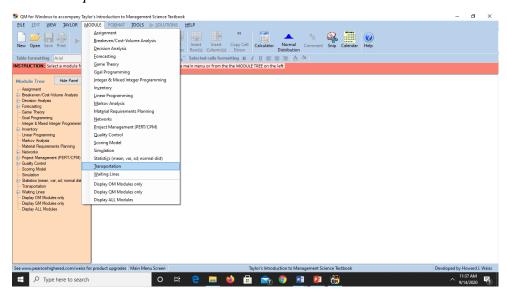
PT. ZULFI	200	200	12	400
Demand	400	500	150	1050

Total Biaya = (300x2) + (200x8) + (150x3) + (200x10) + (200x4) = 5450

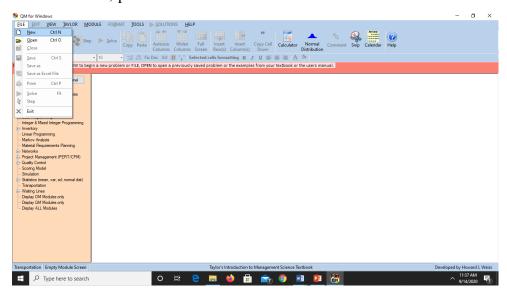
Analisa: Dari hasil perhitungan dengan menggunakan metode RAM PT SONNY mendistribusikan kepada Afrika sebanyak 300. PT CHARERIK mendistribusikan kepada AS dan Eropa masingmasing 200 dan 150. Dan PT ZULFI mendistribusikan ke AS dan Afrikamasing-masing sebanyak 200 dan 200. Total biaya transportasi yang dikeluarkan PT Ianz Yulian adalah sebesar 5450.

Pengerjaan dengan menggunakan aplikasi QM for Windows sebagai berikut:

- 1. Aktifkan ptogram QM.
- 2. Klik menu Module.
- 3. Pilih Transportation..

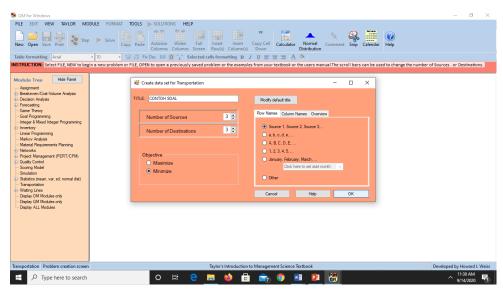


4. Klik menu File, pilih New.

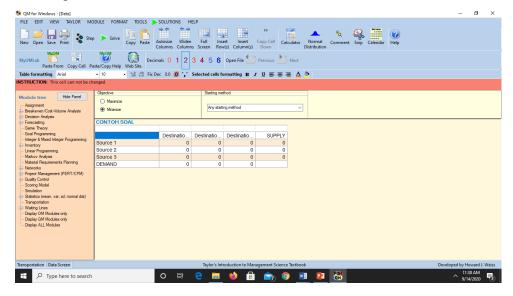


- 5. Isi kolom *Title* dengan CONTOH SOAL.
- 6. Isi kolom Number of Source dengan angka 3.
- 7. Isi kolom Number of Destination dengan angka 3.
- 8. Pada menu Objective, pilih Minimize.

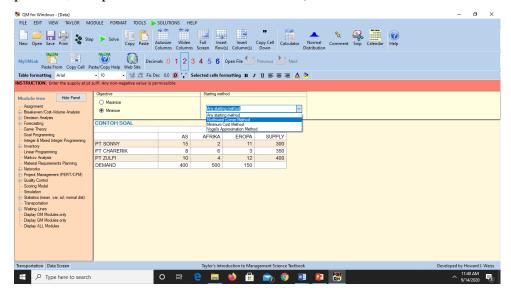
9. Klik *OK*.



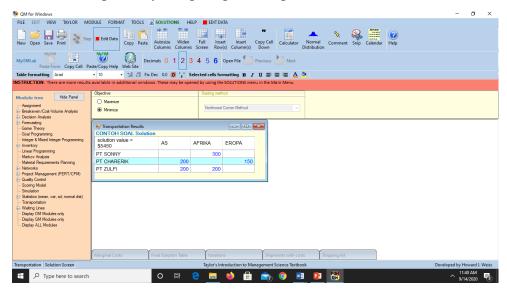
10. Selanjutnya akan muncul tampilan seperti berikut, lalu isilah sesuai keterangan di soal.



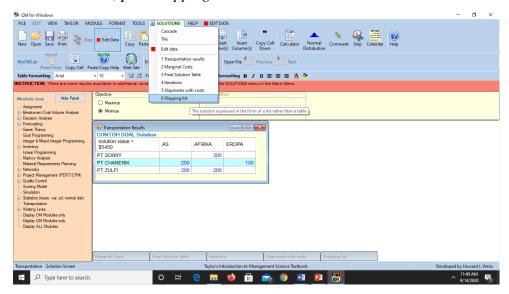
11. Berikut adalah tampilan setelah data diinput. Pada menu *Starting Method*, pilih metode yang hasilnya ingin ditampilkan pada *Iteration*. (Untuk yang pertama, kita pilih *Northwest Corner Method*). Kemudian klok *Solve*.



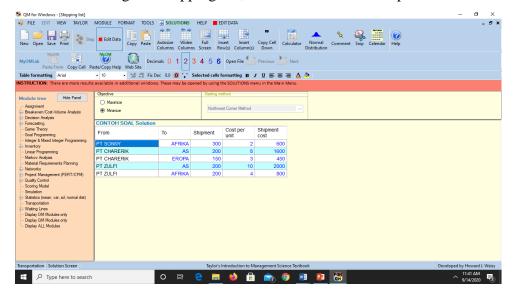
12. Setelah kita klik solve, hasil yang pertama kali muncul adalah tabel hasil untuk solusi optimalnya. Seperti pada tampilan berikut.



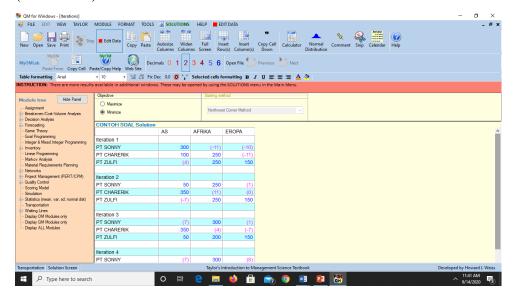
13. Untuk melihat hasil solusi optimal beserta rincian pengalian biayanya, klik menu *Solutions*, pilih *Shipping list*.



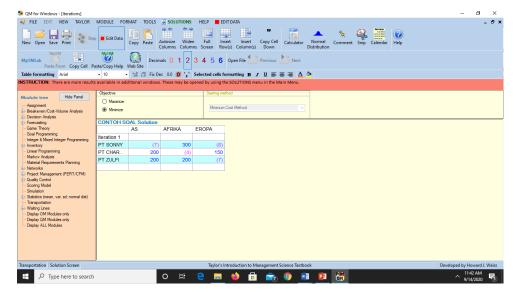
14. Setelah kita mengklik Shipping list, maka akan muncul tampilan berikut.



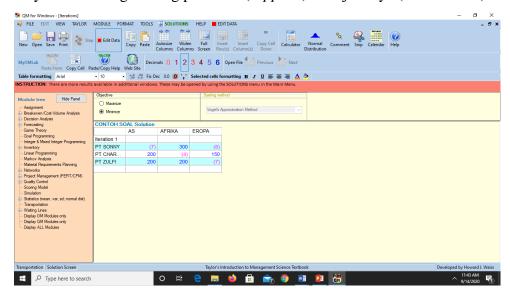
15. Untuk melihat hasil alokasi dengan metode Northwest Corner (NWC), klik menu *Solutions*, pilih *Iterations*. Selanjutnya akan muncul tabel hasil alokasi dengan metode NWC. Hal yang harus kita perhatikan adalah Iteration I dengan tulisan yang berwarna biru. Pada tabel tersebut kita bisa melihat jumlah dari unit yang dialokasikan dari suatu pabrik ke distributornya. Untuk mencari biayanya, kita harus mengalikan secara manual dengan biaya dari masing-masing pemasok (*supplier*) ke tujuannya (*destination*).



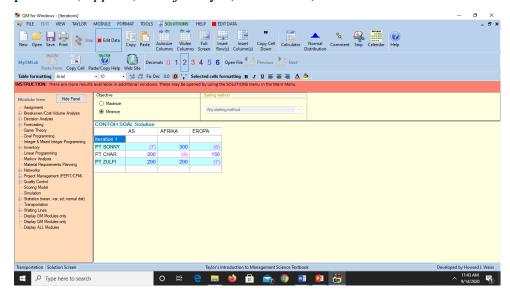
16. Sama halnya dengan metode NWC, untuk mencari hasil alokasi dari metode Least Cost, pilih *Edit Data*. Kemudian ganti pilihan pada *Starting Method* menjadi *Minimum Cost Method*, lalu klik *Solve*. Selanjutnya klik menu *Solutions*, pilih *Iterations*, sehingga muncul tampilan berikut. Hal yang harus kita perhatikan adalah Iteration I dengan tulisan yang berwarna biru. Di tabel tersebut kita bisa melihat jumlah dari unit yang dialokasikan dari suatu pabrik ke distributornya. Untuk mencari biayanya, kita harus mengalikan secara manual dengan biaya dari masing-masing pemasok (*supplier*) ke tujuannya (*destinations*).



17. Sama halnya dengan metode Least Cost, untuk mencari hasil alokasi dari metode Vogel's Approximation Method (VAM), pilih *Edit Data*. Kemudian ganti pilihan pada *Starting Method* menjadi *Vogel's Approximation Method*, lalu klik *Solve*. Selanjutnya klik menu *Solutions*, pilih *Iterations*, sehingga muncul tampilan berikut. Hal yang harus kita perhatikan adalah Iteration I dengan tulisan yang berwarna biru. Di tabel tersebut kita bisa melihat jumlah dari unit yang dialokasikan dari suatu pabrik ke distributornya. Untuk mencari biayanya, kita harus mengalikan secara manual dengan biaya dari masing-masing pemasok (*supplier*) ke tujuannya (*destinations*).



18. Sama halnya dengan metode VAM, untuk mencari hasil alokasi dari metode Russel Approximation Method (RAM), pilih *Edit Data*. Kemudian ganti pilihan pada *Starting Method* menjadi *Any Starting Method*, lalu klik *Solve*. Selanjutnya klik menu *Solutions*, pilih *Iterations*, sehingga muncul tampilan berikut. Hal yang harus kita perhatikan adalah Iteration I dengan tulisan yang berwarna biru. Di tabel tersebut kita bisa melihat jumlah dari unit yang dialokasikan dari suatu pabrik ke distributornya. Untuk mencari biayanya, kita harus mengalikan secara manual dengan biaya dari masing-masing pemasok (*supplier*) ke tujuannya (*destinations*).



Tahap Solusi Akhir

Metode Stepping Stone di gunakan sebagai pengecekan apakah perhitungan yang telah kita hitung menggunakan solusi transportasi awal sudah benar optimal atau belum.

***Metode MODI merupakan modifikasi dari metode Stepping Stone. ***

6.6 Metode Stepping Stone

Metode Stepping Stone adalah proses evaluasi variabel non basis yang memungkinkan terjadinya perbaikan solusi dan kemudian mengalokasikan kembali.

Beberapa hal penting perlu disebutkan dalam kaitannya dengan penyusunan jalur stepping stone :

- 1. Lakukan pengecekan terhadap sel-sel yang masih kosong. Dari tabel VAM di atas, sel yang masih kosong adalah C13, C21, C31, dan C32. Pada metode ini, pengujian dilakukan mulai dari sel kosong tersebut, selanjutnya lakukan penarikangaris, garis bergerak (searah jarum jam/berlawanan) secara lurus, tidak boleh diagonal!!! ke arah sel yang telah terisi dengan alokasi, begitu seterusnya sampai kembali ke sel kosong tersebut. Setiap pergerakan ini akan mengurangi dan menambah secara bergantian biaya pada sel kosong tersebut.
- 2. Perubahan alokasi pengiriman dari pengujian di atas, di dapat C12 bernilai negatif (-10), maka pada sel C12 perlu dilakukan perubahan alokasi pengiriman. **Perhatikan angka yang bertanda minus saja!!!**
- 3. Pengujian sel kosong.
- 4. Perubahan Alokasi (C21).
- 5. Ulangi langkah 1 untuk membuktikannya.

Tujuan dari jalur ini adalah untuk mempertahankan kendala penawaran dan permintaan sambil dilakukan alokasi ulang barang kesuatu kotak kosong.

CONTOH SOAL

Langkah penyelesaian:

1. Lakukan pengecekan terhadap sel-sel yang masih kosong. Dari tabel VAM di atas, sel yang masih kosong adalah C13, C21, C31, dan C32. Pada metode ini, pengujian dilakukan mulai dari sel kosong tersebut, selanjutnya lakukan penarikangaris, garis bergerak (searah jarum jam/berlawanan) secara lurus, tidak boleh diagonal!!! ke arah sel yang telah terisi dengan alokasi, begitu seterusnya sampai kembali ke sel kosong tersebut. Setiap pergerakan ini akan mengurangi dan menambah secara bergantian biaya pada sel kosong tersebut.

PERHATIKAN!!!

Sumber/Tujuan	PTA	PTB	PTC	KAPASITAS
A	20 200	+ 16	- 100°	300
В	10	10 40 -	+ 100	500
С	12	18	100	100
KEBUTUHAN	200	400	300	900

Untuk pengujian sel C12, biaya 16, bergerak ke sel C13, sehingga biaya dikurangi 24, kemuadian bergerak ke sel C23, sehingga biaya ditambah 8, dan kemudian bergerak ke sel C22, sehingga biaya dikurangi 10, dan hasilnya adalah 16 - 24 + 8 - 10 = -10

Untuk pengujian sel kosong lainnya, diberlakukan cara yang serupa. Berikut pengujian terhadap sel kosong.

PENGUJIAN SEL KOSONG

$$C12 = 16 - 24 + 8 - 10 = -10$$

$$C21 = 10 - 8 + 24 - 20 = 6$$

$$C31 = 12 - 10 + 24 - 20 = 6$$

$$C32 = 18 - 10 + 8 - 10 = 6$$

2. Perubahan alokasi pengiriman dari pengujian di atas, di dapat C12 bernilai negatif (-10), maka pada sel C12 perlu dilakukan perubahan alokasi pengiriman. **Perhatikan angka yang bertanda minus saja!!!**

$$C12 = 0$$
 +

$$C23 = 100 +$$

$$C22 = 400$$
 -

Maka perubahan alokasinya,,

$$C12 = 0 + 100 = 100$$

$$C13 = 100 - 100 = 0$$

$$C23 = 100 + 100 = 200$$

$$C22 = 400 - 100 = 300$$

Masukkan hasil di atas ke dalam tabel!

Sumber/Tujuan	PTA	PTB	PTC	KAPASITAS
A	20 200	16 100	24	300
В	10	10 300	8 200	500
С	12	18	100	100
KEBUTUHAN	200	400	300	900

Nilai alokasi pada C11 dan C33 tidak mengalami perubahan karena tidak termasuk pergerakan pengujian C12.

PERHATIKAN!!! Sebelum melanjut ke langkah berikutnya, lakukan pengecekan berikut!

- 1) Apakah semua alokasi bila dijumlah ke bawah dan ke samping sudah cocok dengan kebutuhan dan kapasitas yang ada?
- 2) Apakah jumlah sel terisi sudah memenuhi syarat yang ada (m+n)-1?
- 3) Jika ya, tabel di atas sudah benar. Tapi apakah sudah optimal?

Untuk mengetahui, mari kita lakukan pengecekan kembali ke sel –sel yang masih kosong seperti pada langkah 1.

3. Pengujian sel kosong

$$C13 = 24 - 8 + 10 - 16 = 10$$
 $C21 = 10 - 10 + 16 - 20 = -4$
 $C31 = 12 - 20 + 16 - 10 + 8 - 10 = -4$
 $C32 = 18 - 10 + 8 - 10 = 6$

PERHATIKAN!!! Bila dihasilkan angka negative lebih dari satu (berbeda –beda besar angkanya), maka pilih angka negatif yang paling besar.

4. Perubahan Alokasi (C21)

$$C21 = 0 + 200 = 200$$

 $C22 = 300 - 200 = 100$
 $C12 = 100 + 200 = 300$
 $C11 = 200 - 200 = 0$

Sumber/Tujuan	PTA	PTB	PTC	KAPASITAS
A	20	16 300	24	300
В	200	10 100	200	500
С	12	18	100	100

KEBUTUHAN	200	400	300	900

Apakah sudah optimal?

5. Ulangi langkah 1 untuk membuktikannya!

PENGUJIAN SEL KOSONG

$$C11 = 20 - 10 + 10 + 16 = 36$$

$$C13 = 24 - 16 + 10 - 8 = 10$$

$$C31 = 12 - 10 + 8 - 10 = 0$$

$$C32 = 18 - 10 + 8 - 10 = 6$$

PERHATIKAN!!!

Dari hasil pengujian di atas, tidak ditemukan lagi hasil negatif, itu artinya, Tabel no 4 sudah benar dan OPTIMAL!!!

Maka, total biaya optimalnya adalah

$$(300 \times 16) + (200 \times 10) + (100 \times 10) + (200 \times 8) + (100 \times 10) = 10.400$$

6.7 Metode MODI (Modified Distribution)

Solusi dengan menggunakan metode ini adalah suatu metode stepping stone yang didasarkan pada rumusan dual. Berbeda dengan stepping stone dalam hal bahwa dengan MODI tidak perlu menentukan jalur tertutup variabel non basis. Sebagai gantinya nilai-nilai C_{ij} ditentukan secara serentak dan hanya jalur tertutup untuk entering variabel yang diidentifikasikan. Ini menghilangkan tugas yang melelahkan dari identifikasi semua jalur stepping stone.

Dalam metode MODI suatu nilai U_i dirancang untuk setiap baris i dan suatu nilai V_j , dirancang untuk setiap kolom j pada tabel transportasi. Untuk setiap variabel basis (yaitu kotak yang ditempati), X_{ij} mengikuti hubungan seperti :

$$U_i + V_j = C_{ij}$$

Dimana C_{ij} adalah biaya transport per unit

Metode MODI dapat diringkas dalam langkah-langkah:

- 1. Penggunaan metode MODI untuk solusi akhir, dimulai dengan mencari dan memberi nilai untuk setiap baris dan kolom yang ada. Pemberian nilai pertama kali diberikan untuk baris, dengan nilai 0 (nol).
- Selanjutnya dilakukan pemberian nilai untuk baris dan kolom yang lain dengan cara memanfaatkan setiap sel yang telah teralokasi.
- Melakukan perhitungan indeks perbaikan dengan mengetes apakah sel yang masih kosong dalam tabel tersebut, masih dapat memberikan penurunan biaya.
- 4. Merubah alokasi pengiriman ke sel C12.
- 5. Sel terisi.
- 6. Merubah alokasi pengiriman ke sel C21.
- 7. Sel terisi.

CONTOH SOAL

Langkah penyelesaian:

1. Penggunaan metode MODI untuk solusi akhir, dimulai dengan mencari dan memberi nilai untuk setiap baris dan kolom yang ada. Pemberian nilai pertama kali diberikan untuk baris, dengan nilai 0 (nol).

PERHATIKAN!!!

- I. Nilai diberikan pada baris yang pertama
- II. Nilai diberikan kepada baris yang memiliki sel terisi alokasi paling banyak.

Pada, hasil solusi VAM di atas, baris 1 dan 2 sama-sama memiliki 2 sel yang terisi alokasi, dengan demikian nilai pertama sebesar 0 dapat diberikan pada baris 1 atau2. Ketentuan berikutnya, bila pemberian nilai untuk pertama diberikan pada baris 1, maka untuk proses selanjutnya, baris 1 akan selalu bernilai 0.

Sumber/Tujuan	PTA	PTB	PTC	KAPASITAS
A	200	16	100	300

В	10	400	100	500
С	12	18	100	100
KEBUTUHAN	200	400	300	900

2. Selanjutnya dilakukan pemberian nilai untuk baris dan kolom yang lain dengan cara memanfaatkan setiap sel yang telah teralokasi.

Keterangan:

$$B = baris 1$$

$$K = kolom 1$$

Sell terisi
$$Cbk = Bb + Kk = biaya pada sel$$

$$C11 = B1 + K1 = 20 \rightarrow 0 + K1 = 20 \rightarrow K1 = 20$$

$$C13 = B1 + K3 = 24 \rightarrow 0 + K3 = 24 \rightarrow K3 = 24$$

$$C22 = B2 + K2 = 10 \rightarrow -16 + K2 = 10 \rightarrow K2 = 26$$

$$C23 = B2 + K3 = 8 \rightarrow B2 + 24 = 8 \rightarrow B2 = -16$$

$$C33 = B3 + K3 = 10 \rightarrow B3 + 24 = 10 \rightarrow B3 = -14$$

		20	26	24	
	Sumber/Tujuan	PTA	PTB	PTC	KAPASITAS
0	A	200	16	24 100	300
-16	В	10	400	100	500
-14	С	12	18	100	100
	KEBUTUHAN	200	400	300	900

3. Melakukan perhitungan indeks perbaikan dengan mengetes apakah sel yang masih kosong dalam tabel tersebut, masih dapat memberikan penurunan biaya, dengan cara:

$$C12 = 16 - 0 - 26 = -10 \rightarrow Nilai negatif maksudnya, pengiriman ke sel C12 akan memberikan penurunan biaya transportasi paling besar 8$$

$$C21 = 10 - (-16) - 20 = 6$$

$$C31 = 12 - (-14) - 20 = 6$$

$$C32 = 18 - (-14) - 26 = 6$$

4. Merubah alokasi pengiriman ke sel C12

Sumber/Tujuan	PTA	PTB	PTC	KAPASITAS
A	200	+16	- 100	300
В	10	400	100	500
С	12	18	100	100
KEBUTUHAN	200	400	300	900

Perhatikan angka yang bertanda minus saja!!!

$$C12 = 0$$
 +

$$C22 = 400$$
 -

$$C23 = 100$$

Maka perubahan alokasinya,

$$C12 = 0 + 100 = 100$$

$$C22 = 400 - 100 = 300$$

$$C23 = 100 + 100 = 200$$

$$C13 = 100 - 100 = 0$$

Masukkan hasil di atas ke dalam tabel!

Sumber/Tujuan	PTA	PTB	PTC	KAPASITAS
A	200	16 100	24	300
В	10	300	200	500
С	12	18	100	100
KEBUTUHAN	200	400	300	900

Lakukan pengecekan (m+n)-1!

5. Sel terisi

$$C11 = B1 + K1 = 20 \rightarrow 0 + K1 = 20 \rightarrow K1 = 20$$

$$C12 = B1 + K2 = 16 \rightarrow 0 + K2 = 16 \rightarrow K2 = 16$$

$$C22 = B2 + K2 = 10 \rightarrow B2 + 16 = 10 \rightarrow B2 = -6$$

$$C23 = B2 + K3 = 8 \rightarrow -6 + K3 = 8 \rightarrow K3 = 14$$

$$C33 = B3 + K3 = 10 \rightarrow B3 + 14 = 10 \rightarrow B3 = -4$$

20

16

14

	Sumber/Tujuan	PTA	PTB	PTC	KAPASITAS
0	A	200	160	24	300
-6	В	10	300	200	500
-4	С	12	18	100	100
	KEBUTUHAN	200	400	300	900

Sell Kosong

$$C13 = 24 - 0 - 14 = 10$$

$$C21 = 10 - (-6) - 20 = -4 \rightarrow Nilai negatif$$

$$C31 = 12 - (-4) - 20 = 4$$

$$C32 = 18 - (-4) - 16 = 6$$

6. Merubah alokasi pengiriman ke sel C21

Sumber/Tujuan	PTA	PTB	PTC	KAPASITAS
A	200	+ 100	24	300
В	10	300	200	500
С	12	18	100	100
KEBUTUHAN	200	400	300	900

Perhatikan angka yang bertanda minus saja!!!

$$C21 = 0$$
 +

$$C22 = 300$$
 -

$$C12 = 100 +$$

Maka perubahan alokasinya,

$$C21 = 0 + 200 = 200$$

$$C22 = 300 - 200 = 100$$

$$C12 = 100 + 200 = 300$$

$$C11 = 200 - 200 = 0$$

Λ	I asukkan	hasil	di	atas	ke	dalam	tabell
11	iasukkan	masm	uı	atas	\mathbf{r}	uaiaiii	taber:

Sumber/Tujuan	PTA	PTB	PTC	KAPASITAS
A	20	16 300	24	300
В	200	100	200	500
С	12	18	100	100
KEBUTUHAN	200	400	300	900

Lakukan pengecekan (m+n)-1!

7. Sel terisi

C12 = B1 + K2 =
$$16 \rightarrow 0 + K2 = 16 \rightarrow K2 = 16$$

C21 = B2 + K1 = $10 \rightarrow -6 + K1 = 10 \rightarrow K1 = 16$
C22 = B2 + K2 = $10 \rightarrow B2 + 16 = 10 \rightarrow B2 = -6$

$$C23 = B2 + K3 = 8 \rightarrow -6 + K3 = 8 \rightarrow K3 = 14$$

$$C33 = B3 + K3 = 10 \rightarrow B3 + 14 = 10 \rightarrow B3 = -4$$

		16	16	14	
	Sumber/Tujuan	PTA	PTB	PTC	KAPASITAS
0	A	20	300	24	300
-6	В	200	10 100	200	500
-4	С	12	18	100	100
	KEBUTUHAN	200	400	300	900

Sel kosong

$$C11 = 20 - 0 - 16 = 4$$

$$C13 = 24 - 0 - 14 = 10$$

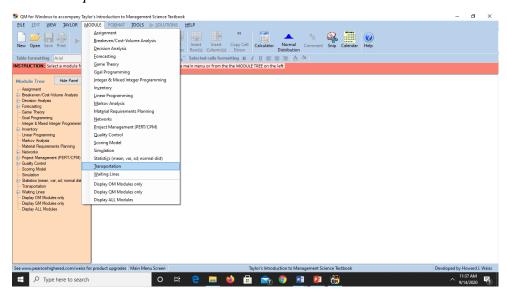
$$C31 = 12 - (-4) - 16 = 0$$

$$C32 = 18 - (-4) - 16 = 6$$

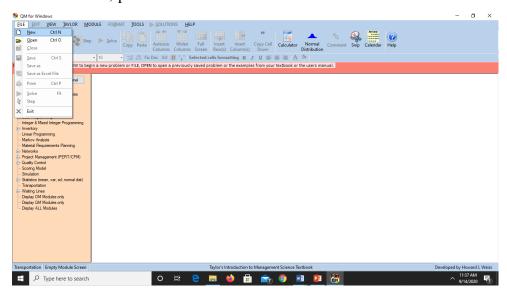
Dari perhitungan sel kosong diatas terlihat bahwa semua kemungkinan pemindahan alokasi pengiriman sudah positif, sehingga dengan demikian tabel di atas telah OPTIMAL, dengan total biaya = $(300 \times 16) + (200 \times 10) + (100 \times 10) + (200 \times 8) + (100 \times 10) = 10.400$

Pengerjaan dengan menggunakan aplikasi QM for Windows sebagai berikut:

- 1. Aktifkan ptogram QM.
- 2. Klik menu Module.
- 3. Pilih Transportation..

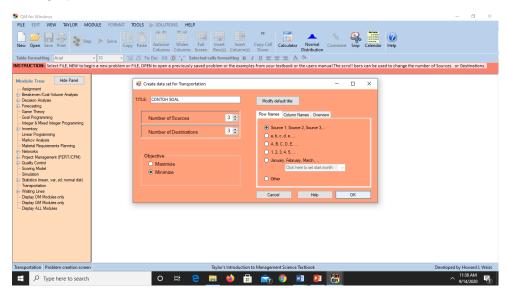


4. Klik menu File, pilih New.

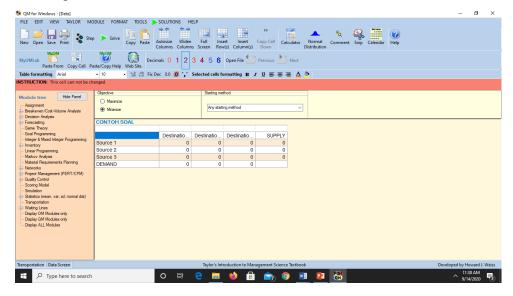


- 5. Isi kolom *Title* dengan CONTOH SOAL.
- 6. Isi kolom Number of Source dengan angka 3.
- 7. Isi kolom Number of Destination dengan angka 3.
- 8. Pada menu Objective, pilih Minimize.

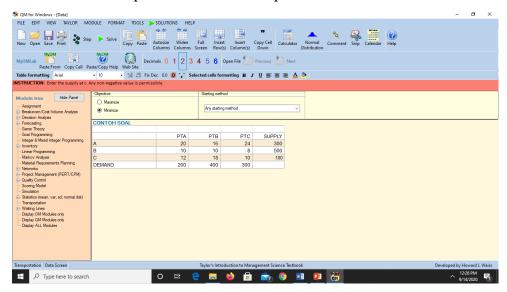
9. Klik *OK*.



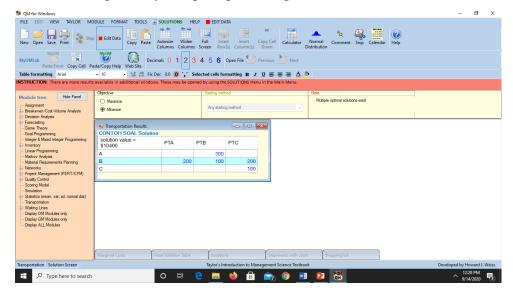
10. Selanjutnya akan muncul tampilan seperti berikut, lalu isilah sesuai keterangan di soal.



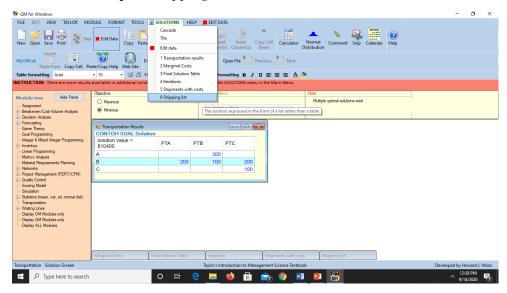
11. Berikut adalah tampilan setelah data diinput.



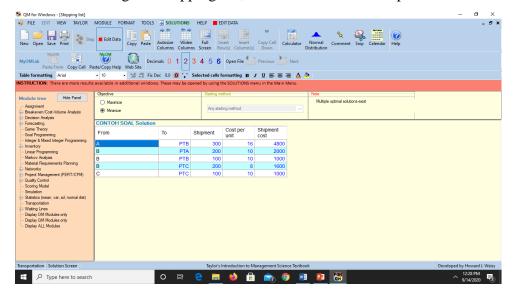
12. Setelah kita klik solve, hasil yang pertama kali muncul adalah tabel hasil untuk solusi optimalnya. Seperti pada tampilan berikut.



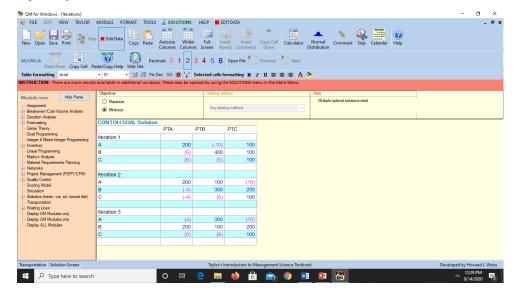
13. Untuk melihat hasil solusi optimal beserta rincian pengalian biayanya, klik menu *Solutions*, pilih *Shipping list*.



14. Setelah kita mengklik Shipping list, maka akan muncul tampilan berikut.



15. Untuk melihat hasil alokasi dengan metode Stepping Stone dan MODI, klik menu *Solutions*, pilih *Iterations*. Selanjutnya akan muncul tabel hasil alokasi dengan metode Stepping Stone dan MODI. Hal yang harus kita perhatikan adalah Iteration I dengan tulisan yang berwarna biru. Pada tabel tersebut kita bisa melihat jumlah dari unit yang dialokasikan dari suatu pabrik ke distributornya. Untuk mencari biayanya, kita harus mengalikan secara manual dengan biaya dari masing-masing pemasok (*supplier*) ke tujuannya (*destination*).



REFERENSI

- 1. Agustini. M. Y. Dwi Hayu dan Yus Endra Rahmadi. 2004. *Riset Operasional Konsep-Konsep Dasar*. PT Rineka Cipta. Jakarta.
- 2. Aminudin. 2005. Prinsip-Prinsip Riset Operasi. Erlangga. Jakarta.
- 3. Mulyono dan Sri. 2007. Riset Operasi. Fakultas Ekonomi UI. Jakarta.
- 4. Subagyo dan Pengestu, dkk. 2000. *Dasar-Dasar Operations Research*. BPFE-Yogyakarta.