VEKTOR DAN MATRIKS

1

OBJEKTIF :

1. Mahasiswa Mampu Melakukan Perhitungan Vektor dan Matriks.
2. Mahasiswa Mampu Menggunakan *Software* Scilab dalam Operasi Vektor dan Matriks.

PENDAHULUAN

Pada kehidupan sehari-hari dan dalam mempelajari matematika kita sering dihadapkan pada sekumpulan objek yang harus disusun berdasarkan penggolongan terhadap dua sifat. Penggolongan dari dua jenis sifat berbeda inilah yang memunculkan istilah **baris** dan **kolom**. Berdasarkan permasalahan ini, maka terciptalah suatu konsep matematika yang disebut **matriks**.

Contoh berikut memberikan gambaran mengenai apa yang disebut dengan matriks. Misalkan terdapat daftar harian pada Toko Minuman XYZ yang berisi mengenai banyaknya botol minuman sari buah yang tersedia di toko tersebut.

Jumlah Botol Minuman Sari Buah Pada Toko XYZ

	Sari Apel	Sari Jeruk	Sari Nanas
Botol Besar	15	25	8
Botol Kecil	14	18	10

Pada daftar harian Toko XYZ yang menjadi perhatian adalah jumlah botol (isi baris) sebagai objek yang diteliti, sedangkan subjeknya adalah jenis sari buah (isi kolom). Jika kita hanya memperhatikan jumlah botol pada ketiga jenis sari buah, maka secara matematika daftar tersebut dapat kita susun dalam bentuk yang lebih sederhana, yaitu :

$$\begin{bmatrix} 15 & 25 & 8 \\ 14 & 18 & 10 \end{bmatrix}$$

Bentuk seperti ini merupakan cara yang paling praktis sehingga hemat untuk ditulis dan mudah untuk diingat, karena tiap isi baris dan kolom mempunyai arti khusus dan tersendiri. Kumpulan bilangan yang disusun dalam aturan baris dan kolom ini dinamakan dengan matriks.

Matriks memegang peranan penting dalam dunia statistika dan matematika. Penulisan persamaan matematika menjadi lebih singkat dan efektif dengan adanya matriks. Selain itu, matriks juga banyak digunakan dalam berbagai macam bidang ilmu. Contoh penggunaan matriks pada beberapa bidang ilmu antara lain :

1. Pada bidang Rekonstruksi Objek 3D Mesh; pengurangan matriks digunakan dalam membangun matriks Laplacian Embedding. Matriks Laplacian Embedding digunakan untuk mengaproksimasi rekonstruksi objek 3D mesh [Mardhiyah, I., Madenda, S., Salim, R.A., & Wiryana, I.M., 2016].
2. Pada bidang Ilmu Genetika; Ilmu Genetika yaitu ilmu yang mempelajari tentang gen dan penurunan sifat makhluk hidup (hereditas). Operasi matriks digunakan untuk memprediksi hasil dari persilangan dan sifat yang akan muncul dalam setiap individu yang baru [Naim, M., 2016].

Selain dua contoh di atas, masih banyak kegunaan matriks maupun operasi dasar matriks. Oleh karena itu, hal ini diharapkan dapat menumbuhkan minat mahasiswa untuk mempelajari materi matriks yang ada dalam Modul Penunjang Praktikum ILAB Matematika Lanjut 1.

1.1 DEFINISI VEKTOR DAN MATRIKS

Vektor dan skalar merupakan bentuk khusus dari suatu matrik. Vektor adalah suatu matrik yang hanya mempunyai satu baris atau satu kolom saja, sementara itu skalar adalah suatu matrik yang hanya terdiri dari satu elemen saja.. Matriks yang hanya memiliki satu baris disebut vektor baris, matriks yang hanya memiliki satu kolom disebut vektor kolom. Unsur-unsur pada vektor disebut komponen vektor. Vektor dapat disimbolkan dengan huruf kecil a,b,...atau secara umum dengan menuliskan komponen didalam tanda kurung, a=[ai].

Contoh vektor baris: $\begin{bmatrix} -3 & 5 & 8 & 2 \end{bmatrix}$

Contoh vektor kolom: $\begin{bmatrix} 7 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$

Matriks adalah susunan bilangan yang berbentuk segi empat yang disusun atau dijajarkan menurut baris dan kolom. Bilangan-bilangan dalam susunan tersebut dinamakan **entri (elemen)** matriks. Nama matriks biasanya dinyatakan dengan huruf kapital, sedangkan elemen matriks dinyatakan dengan huruf kecil. Matriks dinotasikan dengan menggunakan tanda kurung. Tanda kurung yang digunakan dapat berupa tanda kurung biasa $\left(\qquad \right)$ atau tanda kurung siku $\left[\qquad \right]$. **Ukuran (ordo) atau dimensi** suatu matriks dinyatakan sebagai banyaknya baris dan banyaknya kolom yang terdapat dalam matriks tersebut.

Bentuk umum sebuah matriks A dengan *m* baris dan *n* kolom, sehingga ukuran (ordo) matriks tersebut adalah $(m \times n)$ dapat ditulis :

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \tag{1.1}$$

Penulisan matriks dalam persamaan (1.1) dapat disederhanakan menjadi $A_{m\times n} = \left[a_{ij}\right]_{m\times n}$ dengan $i = 1,2,\ldots,m$ dan $j = 1,2,\ldots,n$. Indeks pertama (i) menyatakan baris ke-i dan indeks kedua (j) menyatakan kolom ke-j.

1.2 OPERASI MATRIKS DENGAN VEKTOR

Vektor merupakan jenis khusus dari matrik. Kita dapat menambahkan dan mengalikannya dengan vektor ataupun skalar. Pada contoh dibawah ini, kita menyebutkan dua operasi aritmatika pada vektor, yaitu penjumlahan vektor dengan perkalian skalar.

Contoh pertambahan dan pengurangan pada vektor dan perkalian dengan skalar:

Diketahui dua buah, vektor u=$\begin{bmatrix} 2 \\ -5 \\ 7 \end{bmatrix}$ dan v=$\begin{bmatrix} 6 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$. Maka, u+v=$\begin{bmatrix} 2 \\ -5 \\ 7 \end{bmatrix}$+$\begin{bmatrix} 6 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$=$\begin{bmatrix} 8 \\ -3 \\ 7 \end{bmatrix}$

u-v=$\begin{bmatrix} 2 \\ -5 \\ 7 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 6 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$=$\begin{bmatrix} -4 \\ -7 \\ 7 \end{bmatrix}$, dan 7u=$\begin{bmatrix} 14 \\ -35 \\ 49 \end{bmatrix}$

Aturan perkalian vektor sama halnya seperti pada matrik. Ukuran kolom pada vektor pertama harus sama dengan ukuran baris pada vektor kedua. Berdasarkan aturan tersebut, perkalian dua vektor merupakan perkalian antara vektor baris dengan vektor kolom. Misal, u adalah vektor baris dengan ukuran *1 x n* dan v adalah vektor kolom dengan ukuran *m x 1*. Perkalian vektor u.v terdefinisi, jika *m=n*, sedemikian hingga,

$$\text{u.v}=[u1 \quad u2 \quad u3 \ldots un].\begin{bmatrix} v1 \\ v2 \\ v3 \\ . \\ . \\ . \\ vn \end{bmatrix}=u1.v1+u2.v2+\ldots+un.vn$$

contoh:

Diketahui vektor u=$[5 \;\; 4 \;\; 1]$ dan v= $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$. Tentukan hasil kali u.v dan v.u

JAWAB:

$$\text{u.v}=[5 \;\; 4 \;\; 1].\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}=[17] \text{ dan v.u}=\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}.[5 \;\; 4 \;\; 1]=\begin{bmatrix} 10 & 8 & 2 \\ 5 & 4 & 1 \\ 15 & 12 & 3 \end{bmatrix}$$

Penyelesaian dengan scilab

```
Scilab 6.1.0 Console

Startup execution:
  loading initial environment

--> u=[5 4 1]
 u  =

   5.   4.   1.

--> v=[2;1;3]
 v  =

   2.
   1.
   3.

--> u*v
 ans  =

   17.

--> v*u
 ans  =

   10.   8.    2.
   5.    4.    1.
   15.   12.   3.

-->
```

LATIHAN:

1. Diketahui vektor u=$\begin{bmatrix} 14 & 4 & 51 \end{bmatrix}$ dan v= $\begin{bmatrix} 2 \\ 11 \\ -3 \end{bmatrix}$. Tentukan hasil kali u.v dan v.u
2. Diketahui dua buah, vektor u=$\begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ 17 \end{bmatrix}$ dan v=$\begin{bmatrix} 23 \\ 13 \\ 0 \end{bmatrix}$. Tentukan u+v, u-v dan 15u