



Guía Transformación Lineal

Transformación Lineal

1. Determine si la aplicación dada es una transformación lineal.

a) $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, T(x, y) = (x^2, y)$

b) $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3, T(x, y, z) = (x + y, x - y, z)$

c) $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}, T(x, y, z) = 2x - y + z$

d) $T : \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathcal{M}_2(\mathbb{R}), T \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+b & 0 \\ 0 & c+d \end{pmatrix}$

e) $T : \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathcal{M}_2(\mathbb{R}), T \begin{pmatrix} w & x \\ y & z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} w+x & 1 \\ 0 & y-z \end{pmatrix}$

f) $T : \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}, T \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = a + b - c + d$

g) $T : \mathcal{M}_3(\mathbb{R}) \rightarrow \mathcal{M}_3(\mathbb{R}), T(A) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} A$

g) $T : \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathcal{P}_2(\mathbb{R}), T(a_0 + a_1x + a_2x^2) = (a_0 + a_1 + a_2) + (a_1 + a_2)x + a_2x^2$

i) $T : \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathcal{P}_2(\mathbb{R}), T(a_0 + a_1x + a_2x^2) = a_1 + 2a_2x^2$

2. Sea T una transformación lineal de \mathbb{R}^2 a \mathbb{R}^2 tal que $T(1, 0) = (1, 1)$ y $T(0, 1) = (-1, 1)$. Encuentre:

a) $T(1, 4)$

b) $T(-2, 1)$

c) $T(x, y)$

3. Sea $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tal que $T(1, 0) = (1, 2, 3)$ y $T(0, 1) = (-1, 1, 0)$. Encuentre:

a) $T(5, 2)$

b) $T(x, y)$

4. Sea $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ tal que $T(1, 1) = 1 - 2t$ y $T(3, -1) = t + 2t^2$. Encuentre:

a) $T(1, 2)$

b) $T(x, y)$

5. Sea $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ una transformación lineal tal que $T(1, 0, 0) = (2, -1, 4)$; $T(0, 1, 0) = (1, 5, -2)$; $T(0, 0, 1) = (0, 3, 1)$. Determine

a) $T(2, 3, -2)$

b) $T(x, y, z)$

6. Dada la transformación lineal $T : \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ definida por $T \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & d \end{pmatrix}$.

a) Determine el kernel y su dimensión.

b) Determine la imagen y su dimensión.

c) ¿ T es monomorfismo?

d) ¿ T es invertible?

7. Dada la aplicación $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definida por $f(x, y, z) = (y, -x, z)$.

a) ¿ f es una transformación lineal?

b) ¿ f es monomorfismo?

c) ¿ f es epimorfismo?

d) ¿ f es automorfismo?

8. Dada la aplicación lineal $H : \mathcal{P}_3 \longrightarrow \mathcal{P}_2$ definida por $H(a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3) = a_1 + 2a_2x + 3a_3x^2$ determinar

- a) Kernel de H y su dimensión.
- b) Imagen de H y su dimensión.

9. Dada la transformación lineal $F : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ definida por $F(x, y, z) = (x + 2y, y + z, z)$. Hallar F^{-1} , si existe.

10. Dada una aplicación lineal definida por

$$T(x, y) = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

- a) Hallar una base para el kernel y la imagen.
- b) ¿ T es isomorfismo?
- c) Hallar T^{-1} , si existe.

11. Comprobar si la transformación lineal $T(x) = Ax$ con

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & 4 \\ 0 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

es monomorfismo y epimorfismo.

12. Considere la transformación lineal $T : \mathbb{R}^4 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ representada por $T(x) = Ax$ donde

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- a) Encuentre la dimensión del kernel
- b) Encuentre la dimensión de la imagen
- c) ¿Es T monomorfismo?
- d) ¿Es T epimorfismo?
- e) Determine T^{-1} , si existe.