

# Arboles Binarios

Estructuras de Datos

1

**Las estructuras dinámicas son las que en la ejecución varia el número de elementos y uso de memoria a lo largo del programa)**

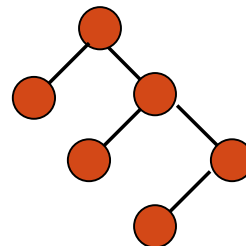
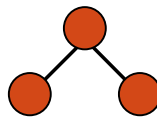
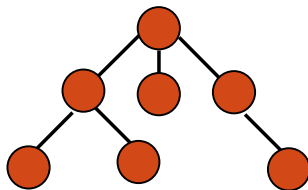
**Entre estas tenemos:**

**Lineales (listas enlazadas, pilas y colas)**

**No lineales (árboles binarios y grafos o redes)**

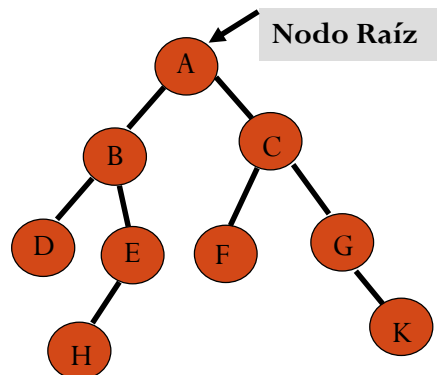
## ¿Qué es un Árbol?

- Es una **estructura de datos jerárquica**.
- La **relación** entre los elementos es **de uno a muchos**.



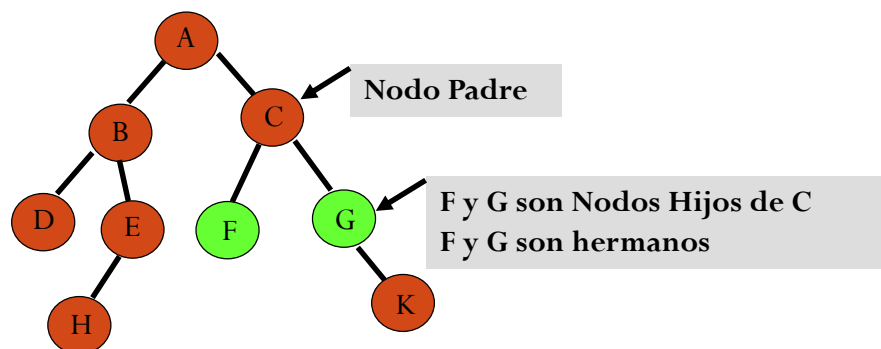
# Terminología

- Nodo: Cada elemento en un árbol.
- Nodo Raíz: Primer elemento agregado al árbol.



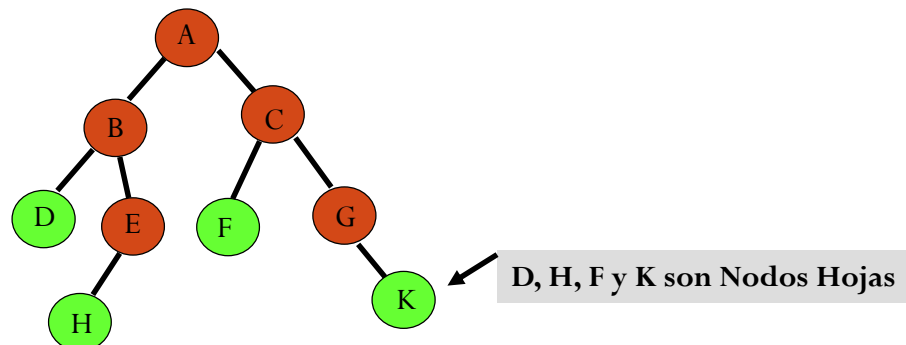
## Más terminología

- Nodo Padre: Se le llama así al nodo predecesor de un elemento.
- Nodo Hijo: Es el nodo sucesor de un elemento.
- Hermanos: Nodos que tienen el mismo nodo padre.



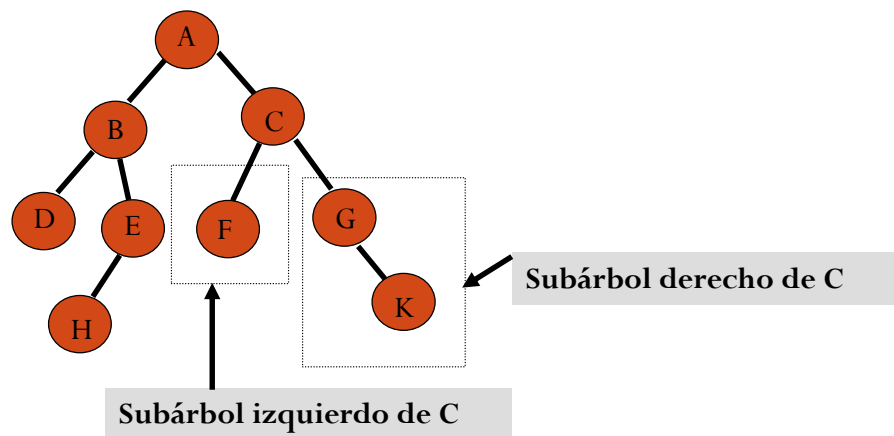
## Más terminología

- Nodo Hoja: Aquel nodo que no tiene hijos.

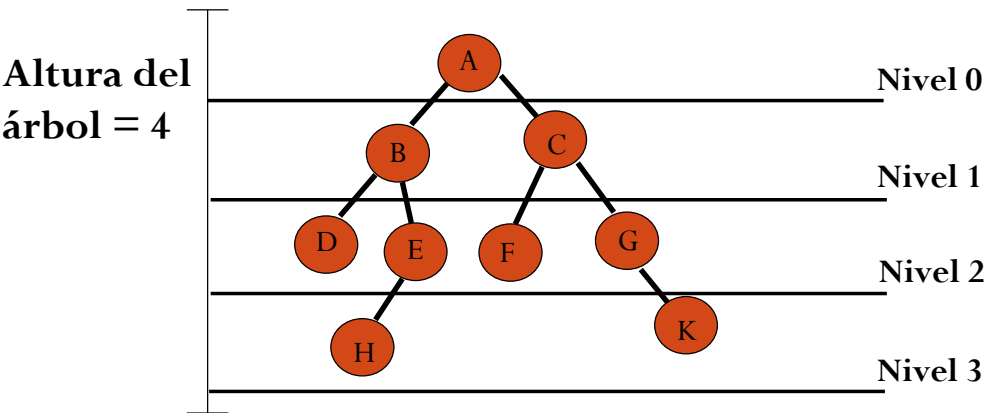


## Más terminología

- Subárbol: Todos los nodos descendientes por la izquierda o derecha de un nodo.



# Altura y Niveles



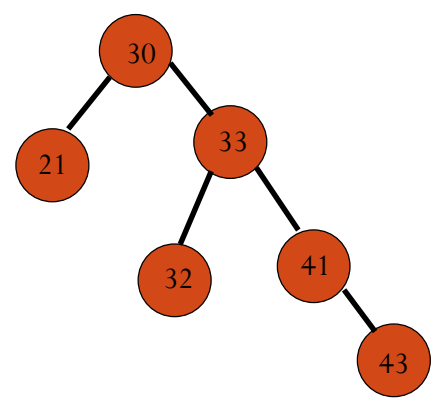
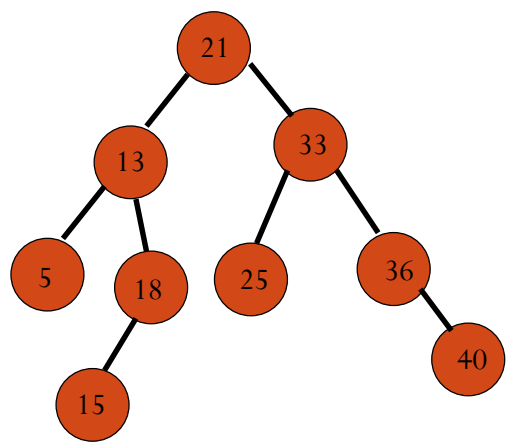
La Altura es la cantidad de niveles.



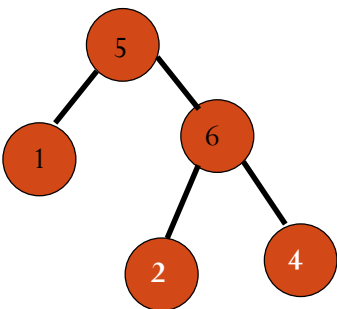
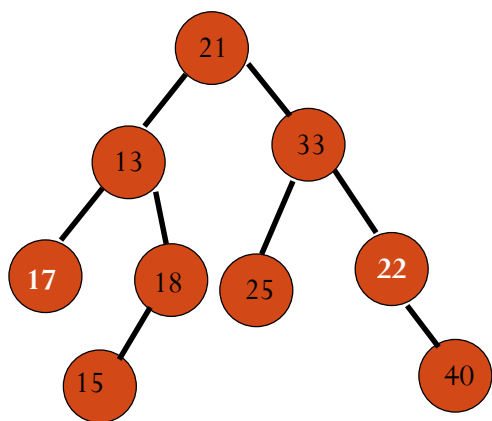
## Árbol Binario de Búsqueda (ABB)

- Este tipo de árbol permite almacenar información ordenada.
- Reglas a cumplir:
  - Cada nodo del árbol puede tener 0, 1 ó 2 hijos.
  - Los descendientes **izquierdos** deben tener un valor **menor al padre**.
  - Los descendientes **derechos** deben tener un valor **mayor al padre**.

# Ejemplos de ABB...



¿Por qué **no** son ABB?



## Implementación de un ABB...

```
class NodoArbol
{
    public:
        int info;
        NodoArbol *izq, *der;
        NodoArbol( );
        NodoArbol(int dato);
};
NodoArbol(void) { izq = der = NULL; }
NodoArbol(int dato) { info = dato; izq = der = NULL; }
```

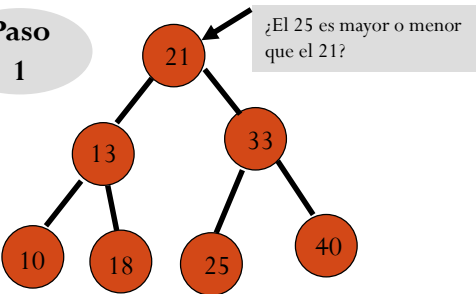
## Continuación...

```
class ABB
{
    private:
        NodoArbol *raiz;
    public:
        ABB( );    // constructor
        ~ABB( );   // destructor
        //otros métodos
};
```

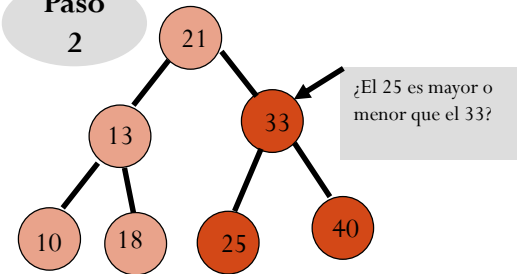
# Proceso para buscar un nodo...

Buscar el 25

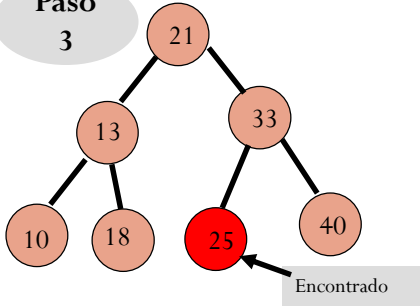
Paso 1



Paso 2



Paso 3



## Implementación de la búsqueda

```
...  
p=raiz;  
while (p != NULL)  
{ if (p->info == valor)  
    return p;  
  else  
    p=(p->info > valor? p->izq: p->der);  
}  
return NULL;
```

P contiene la dirección del nodo que tiene el valor buscado

No se encontró el valor por lo que se regresa un NULL

Equivalente a:

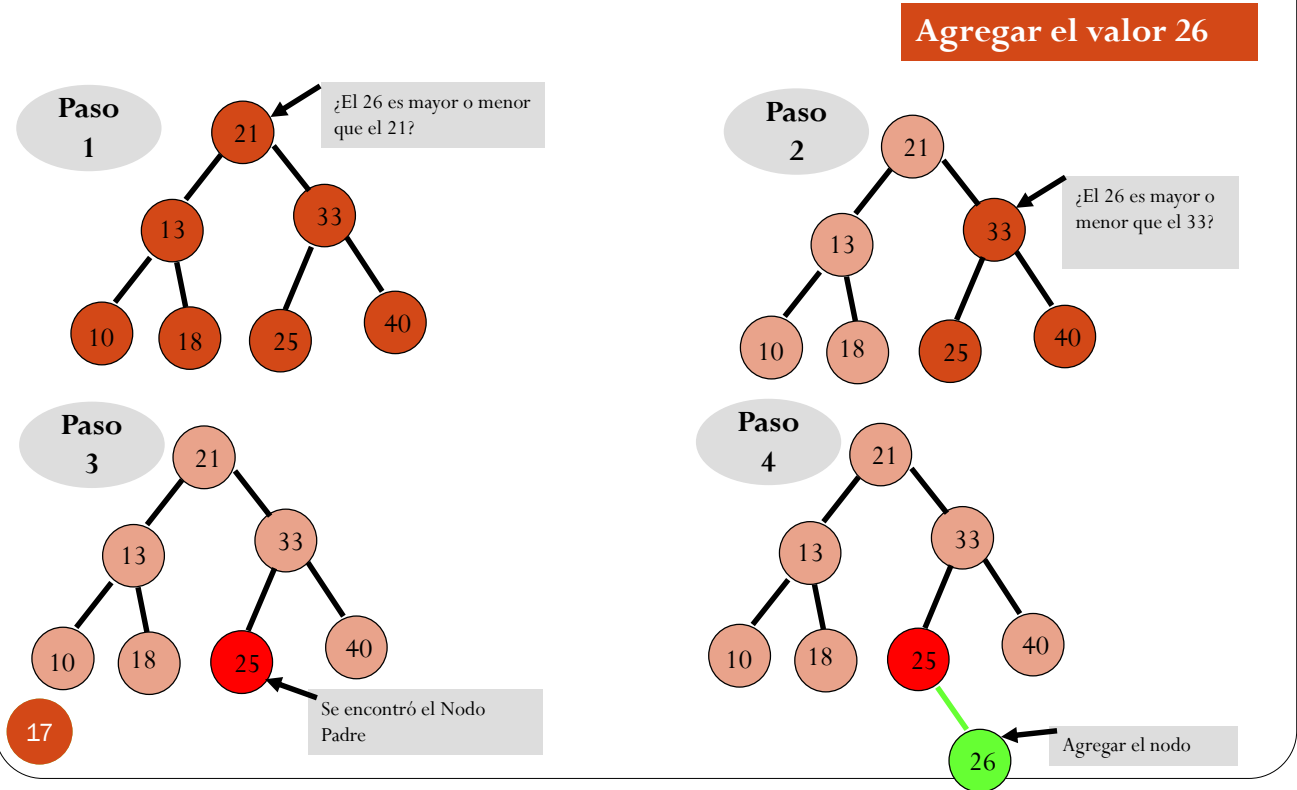
```
if ( p->info > valor )  
    p = p->izq;  
else p = p->der;
```

## Proceso para **agregar nodos...**

- Reglas:
  - El valor a **insertar no existe en el árbol.**
  - El **nuevo nodo será un Nodo Hoja** del árbol.
- Procedimiento
  1. Buscar el **Nodo Padre** del nodo a agregar.
  2. **Agregar** el nodo hoja.

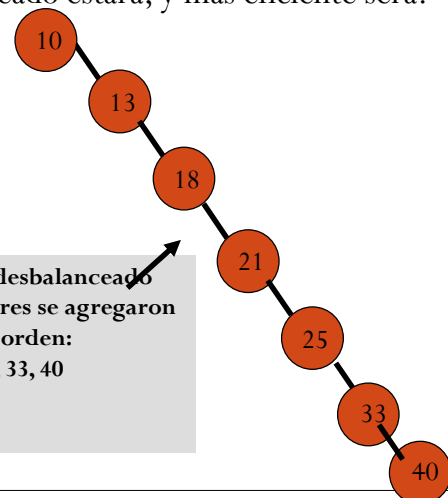


# Ejemplo



## Comentarios importantes....

- El orden de inserción de los datos, determina la forma del ABB.
- ¿Qué pasará si se insertan los datos en forma ordenada?
- La forma del ABB determina la eficiencia del proceso de búsqueda.
- Entre menos altura tenga el ABB, más balanceado estará, y más eficiente será.



Este árbol está desbalanceado  
porque los valores se agregaron  
en el siguiente orden:  
10, 13, 18, 21, 25, 33, 40

## Implementación....

```
bool ABB::Insertar(int valor)
{
    NodoArbol *nuevo, *actual, *anterior;
    nuevo = new NodoArbol(valor);
    actual = raiz;
    anterior = NULL;
    while ( actual != NULL )
    {
        if ( valor == actual -> info ) return 0;
        anterior = actual;
        actual = (actual->info > valor ? actual->izq : actual->der);
    }
    if(anterior==NULL)
        raiz=nuevo;
    else {
        if ( anterior -> info > valor )
            anterior -> izq = nuevo;
        else
            anterior -> der = nuevo;
    }
    return 1;
}
```

Busca el Nodo Padre.  
Al final, Anterior será el padre  
del nuevo nodo.

Agrega el nodo como nodo  
hoja.  
Si Anterior es igual a NULL  
quiere decir que el árbol  
está vacío por lo que el  
nodo a agregar será la raíz.

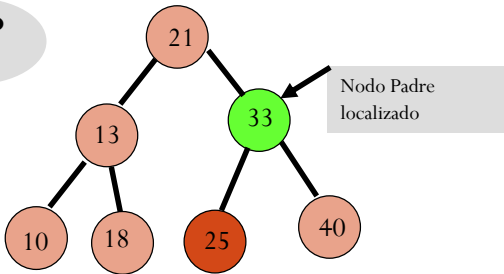
## Proceso para eliminar un nodo

- Si el nodo a eliminar es un:
  - Nodo hoja
    - Buscar el Nodo Padre del nodo a borrar.
    - Desconectarlo.
    - Liberar el nodo.
  - Nodo con un hijo
    - Buscar el Nodo Padre del nodo a borrar.
    - Conectar el hijo con el padre del nodo a borrar.
    - Liberar el nodo.
  - Nodo con dos hijos
    - Localizar el nodo predecesor o sucesor del nodo a borrar.
    - Copiar la información.
    - Eliminar el predecesor o sucesor según sea el caso.

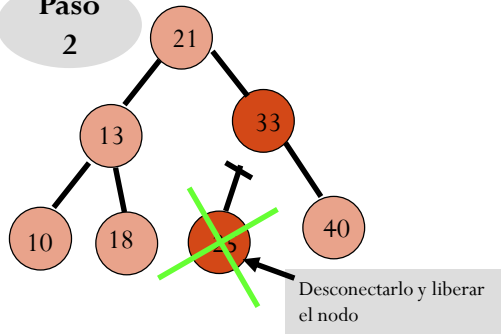
# Caso: Eliminar Nodo hoja

Eliminar el valor 25

Paso 1



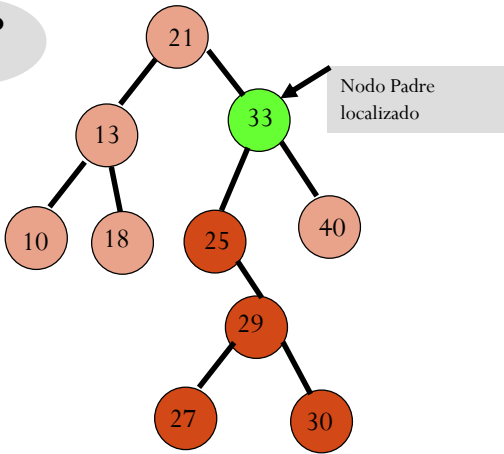
Paso 2



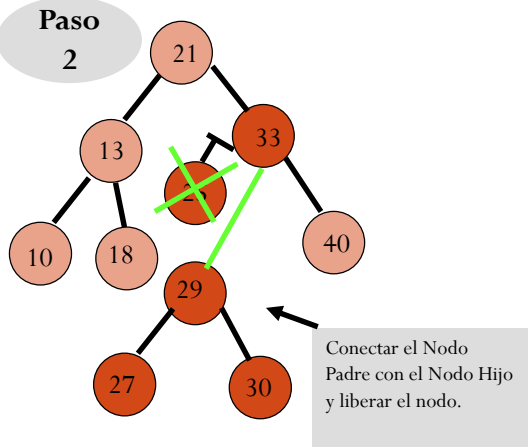
# Caso: Eliminar Nodo con un hijo

Eliminar el valor 25

Paso 1



Paso 2

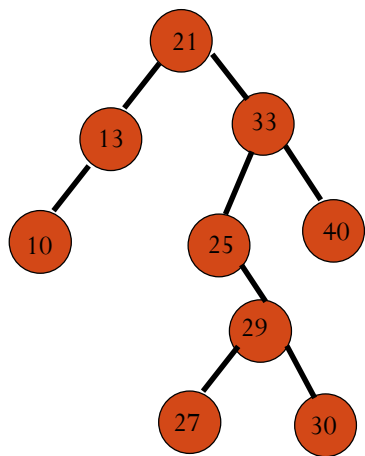


## Caso: Eliminar nodo con dos hijos

1. Localizar el nodo predecesor o sucesor del nodo a borrar.
  - El PREDECESOR es “el Mayor de los Menores”.
  - El SUCESOR es “el Menor de los Mayores”.
  - Para la implementación es igual de eficiente programar la búsqueda del predecesor que del sucesor.
2. El valor del Predecedor (o sucesor) se copia al nodo a borrar.
3. Eliminar el nodo del predecesor (o sucesor según sea el caso).

# Predecesor

Uno a la IZQUIERDA y todo a la DERECHA

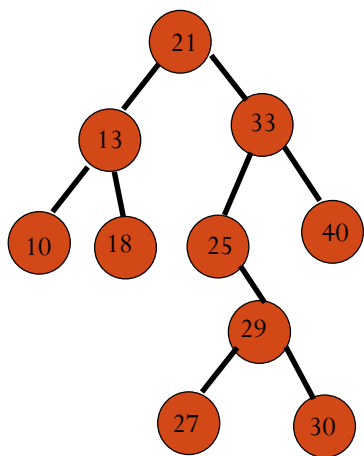


El predecesor de:	Es:
33	30
21	13
29	27



# Sucesor

Uno a la DERECHA y todo a la IZQUIERDA



El sucesor de:	Es:
21	25
33	40
29	30

## Implementación del....

### PREDECESOR

```
P = actual -> izq;  
while( p -> der != NULL)  
    p=p->der;  
return p;
```

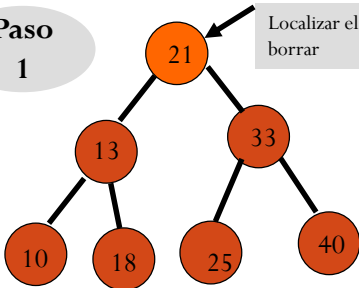
**actual** apunta al nodo a borrar

### SUCESOR

```
P = actual -> der;  
While (p -> izq != NULL )  
    p=p->izq;  
return p;
```

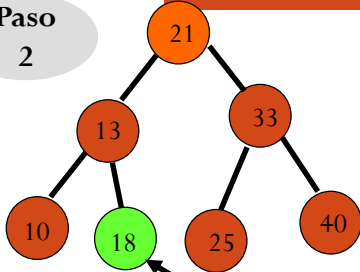
# Caso: Eliminar Nodo con dos hijos

Paso 1

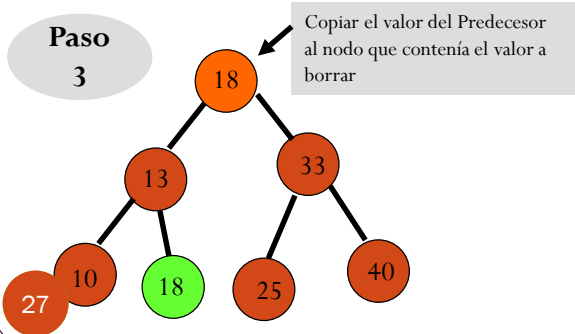


Eliminar el valor 21  
utilizando el **predecesor**

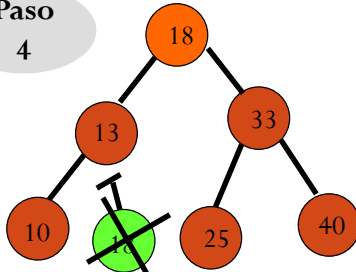
Paso 2



Paso 3



Paso 4



# Caso: Eliminar Nodo con dos hijos

Eliminar el valor 21  
utilizando el **Sucesor**

