



## Examen

Alumno: ..... Rut: .....

P1 (35 pts)	P2 (35 pts)	P3 (30 pts)	Total Ptos	Nota(1-7)

### INSTRUCCIONES

- Escribir sus respuestas con letra clara y legible con lapiz pasta.
- Las respuestas deben venir debidamente justificada. **Identificando claramente los pasos desarrollados.**
- Cada una las hojas de respuestas debe venir con **Nombre y rut** y número de la pregunta.
- Al enviar la resolución de la evaluación, esta debe venir en un archivo pdf (o comprimido), de la siguiente forma: *NombreApellidoAlumnoCodigoAsignatura – seccion – examen – integradora.pdf*
- Tiene 80 minutos para responder+ 20 minutos para el envío de archivo.

#### Pregunta N°1

(35 puntos)

Sean  $U = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x + 3y = 0\}$  y  $W = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 2x + 5y = 0\}$  subconjunto de  $\mathbb{R}^2$ ,  $T = \{t - 1, t^2 - 1, t - t^2\}$  subconjunto de  $P_2(t)$ :

- Probar que  $U$  es un subespacio de  $\mathbb{R}^2$ .
- Sabiendo que  $W$  es un subespacio, encontrar la base y la dimensión de  $W$ .
- Caracterizar el subespacio generado por  $T$  y encuentre su dimensión.

#### Pregunta N°2

(35 puntos)

Considere la transformación  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$  tal que  $T(x, y, z, t) = (x - 2y + z, y + 2z + 3t, t)$

- Probar que  $T$  es una transformación lineal.
- Encuentra la dimensión del kernel y la dimensión de la imagen.
- $T$  es isomorfismo?

#### Pregunta N°3

(30 puntos)

Dada la matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$

- Determinar los valores propios de  $A$ .
- Hallar los vectores propios asociados.
- Encontrar la multiplicidad algebraica y geométrica de cada valor propio de  $A$ .
- $A$  es diagonalizable? Si lo es, encuentre la matriz  $P$  y  $D$  tales que  $P^{-1}AP = D$ .