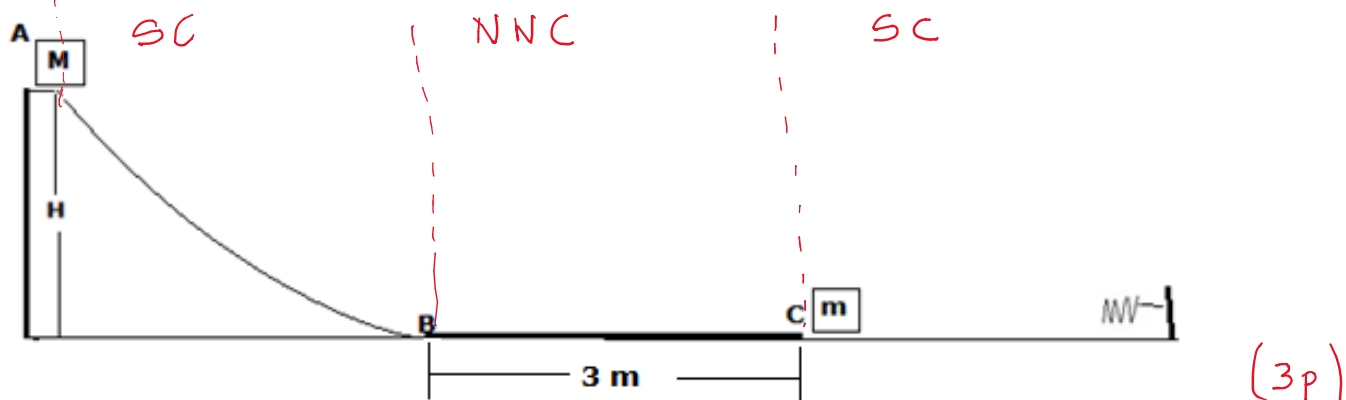


Tema I (30 Puntos) Un cuerpo **M** igual a 6 [kg] desciende desde el reposo por una pista lisa desde una altura $H=2,5$ [m], luego avanza por una pista rugosa (tramo BC) donde el coeficiente de roce cinético es igual a 0,2. En el punto C el cuerpo **M** colisiona inelásticamente (se mantienen unidos) con un cuerpo de masa $m=3$ [kg]. Determine.



- a) La rapidez del cuerpo **M** cuando pasa por el punto **B**.

$$Mgh = \frac{1}{2} M v_B^2 \rightarrow v_B = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 2,5} = 7 \text{ [m/s]} \quad (3p)$$

- b) La velocidad del cuerpo **M** justo antes que colisione con el cuerpo **m**.

$$E_{MB} = E_{MC} + |W_{fr}| \quad \text{, necesitamos } W_{fr} = -\mu_k M g \Delta x = -0,2 \cdot 6 \cdot 9,8 \cdot 3$$

$$W_{fr} = -35,28 \text{ [J]} \quad (2p)$$

$$\frac{1}{2} M v_B^2 = \frac{1}{2} M v_C^2 + |35,28|$$

$$\frac{1}{2} 6 \cdot 7^2 = \frac{1}{2} 6 \cdot v_C^2 + 35,28 \rightarrow 3 v_C^2 = 147 - 35,28$$

$$v_C = \sqrt{\frac{111,72}{3}} = 6,10 \text{ [m/s]} \quad (4p)$$

$$\text{Pero } \vec{v}_C = 6,10 \hat{i} \text{ [m/s]} \quad (2p)$$

- c) La velocidad de ambos cuerpos luego de la colisión.

$$\vec{p}_i = \vec{p}_f \rightarrow M \vec{v}_{Mi} + m \vec{v}_{mi} = (M+m) \vec{v}_f \quad (4p)$$

$$6 \cdot 6,10 \hat{i} = (6+3) \vec{v}_f$$

$$\vec{v}_f = \frac{6 \cdot 6,10 \hat{i}}{9} = 4,07 \hat{i} \text{ [m/s]} \quad (4p)$$

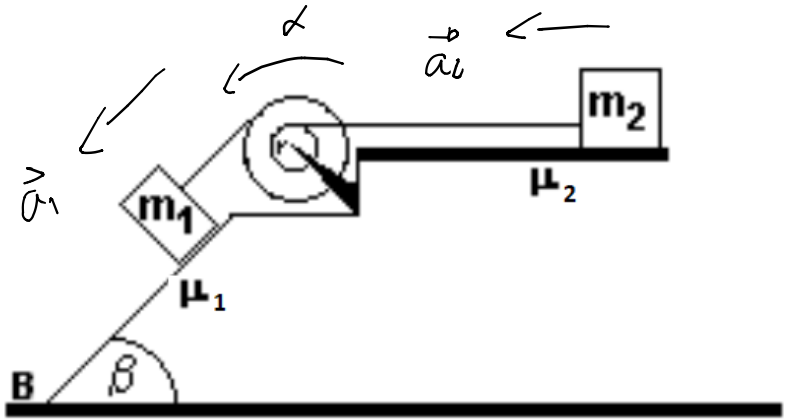
- d) La compresión máxima del resorte de constante elástica 100 [N/m]

$$\frac{1}{2} (M+m) v_f^2 = \frac{1}{2} k \Delta x^2 \quad (2p)$$

$$\frac{1}{2} 9 \cdot 4,07^2 = \frac{1}{2} 100 \cdot \Delta x^2$$

$$\Delta x = 1,221 \text{ [m]} \quad (4p)$$

Tema II (30 Puntos) La figura muestra un bloque $m_1 = 5[\text{kg}]$ sobre un plano inclinado en un ángulo $\beta = 30^\circ$ con coeficientes de fricción estático y cinético de 0.3 y 0.2 respectivamente y que está sujeto por una cuerda 1 que pasa por el borde de una polea de masa $m_p = 10\text{kg}$ y diámetro $D = 1[\text{m}]$. La polea tiene una pestaña delgada de radio $r = 0.25[\text{m}]$ en la cual se ha enrollado otra cuerda que tira de un bloque de masa $m_2 = 2[\text{kg}]$ que está sobre un plano horizontal rugoso (de coeficientes de fricción estático y cinético $\mu_s = 0.6$ y $\mu_k = 0.3$, respectivamente).



a) DCL m_1 y ecuaciones de movimiento.

$$\sum F_y = N_1 - m_1 g \cos \beta = 0 \rightarrow f_r = \mu_k m_1 g \cos \beta$$

$$\sum F_x = m_1 g \sin \beta - T_1 - f_r = m_1 a_1$$

$$= m_1 g \sin \beta - T_1 - \mu_k m_1 g \cos \beta = m_1 a_1$$

reemplazamos
los valores numéricos $\Rightarrow 5 \cdot 9.8 \cdot \sin 30 - T_1 - 0.2 \cdot 5 \cdot 9.8 \cdot \cos 30 = 5 a_1$

$$16.01 - T_1 = 5 a_1 \quad (*)$$

b) DCL m_2 y ecuaciones de movimiento.

$$\sum F_y = N_2 - m_2 g = 0 \rightarrow f_r = \mu_k m_2 g$$

$$\sum F_x = T_2 - \mu_k m_2 g = m_2 a_2$$

reemplazamos
los valores $T_2 - 0.3 \cdot 2 \cdot 9.8 = 2 a_2$

$$T_2 - 5.88 = 2 a_2 \quad (**)$$

c) Diagrama de fuerzas sobre la polea ecuación de torque y relación entre aceleración angular y tangencial.

$$T_1 R - r T_2 = I \alpha$$

$$a_1 = R \alpha = 0.5 \alpha$$

$$a_2 = r \alpha = 0.25 \alpha$$

evaluamos: $0.5 T_1 - 0.25 T_2 = \frac{1}{2} 10 \cdot 0.5^2 \alpha$

$$0.5 T_1 - 0.25 T_2 = 1.25 \alpha \quad (***)$$

d) Determinar el valor de las tensiones de cada cuerda, aceleración angular α , y aceleración de cada masa

(*)

$$\begin{aligned} -T_1 - 5a_1 &= -16.01 \\ T_1 + 0T_2 + 5a_1 &= 16.01 \\ 0T_1 + T_2 - 2a_2 &= 5.88 \\ 0.5T_1 - 0.25T_2 - 1.25\alpha &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_1 + 0T_2 + 2.5\alpha &= 16.01 \\ 0T_1 + T_2 - 0.5\alpha &= 5.88 \\ 0.5T_1 - 0.25T_2 - 1.25\alpha &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2,5 \\ 0 & 1 & -0,5 \\ 0,5 & -0,25 & -1,25 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ \alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16,01 \\ 5,88 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$T_1 = 9,79 [N] \quad T_2 = 7,12 [N] \quad \alpha = 2,49 [rad/s^2]$$

$$a_1 = 1,25 [m/s^2] \quad a_2 = 0,62 [m/s^2]$$