



LISTADO 1: Álgebra y Trigonometría Módulo II (220143)

1. Probar por inducción matemática las siguientes afirmaciones.

a) $2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n + 1), \forall n \in \mathbb{N}.$

b) $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2, \forall n \in \mathbb{N}.$

c) $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n + 1)(2n + 1)}{6}, \forall n \in \mathbb{N}.$

d) $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + n^3 = \left[\frac{n(n + 1)}{2} \right]^2, \forall n \in \mathbb{N}.$

e) $1 + 4 + 7 + \dots + (3n - 2) = \frac{n(3n - 1)}{2}, \forall n \in \mathbb{N}.$

f) $1 + 7 + 13 + \dots + (6n - 5) = n(3n - 2), \forall n \in \mathbb{N}.$

g) $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + n \cdot (n + 1) = \frac{1}{3}n(n + 1)(n + 2), \forall n \in \mathbb{N}.$

h) $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n + 1)} = \frac{n}{n + 1}, \forall n \in \mathbb{N}.$

i) $\frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n + 1) \cdot (n + 2)} = \frac{n(n + 3)}{4(n + 1)(n + 2)}, \forall n \in \mathbb{N}.$

j) $a + a^2 + a^3 + \dots + a^n = a \frac{(1 - a^n)}{1 - a}, \text{ con } a \in \mathbb{R} - \{1\}.$

k) $n^2 + n$ es divisible por 2, $\forall n \in \mathbb{N}.$

l) $n^3 + 2n$ es divisible por 3, $\forall n \in \mathbb{N}.$

m) $10^n - 1$ es divisible por 9, $\forall n \in \mathbb{N}.$

n) $8^n - 5^n$ es divisible por 3, $\forall n \in \mathbb{N}.$

ñ) $n^7 - n$ es múltiplo de 7, $\forall n \in \mathbb{N}.$

o) $n^5 - n$ es múltiplo de 5, $\forall n \in \mathbb{N}.$

p) $5^n - 4n - 1$ es múltiplo de 16, $\forall n \in \mathbb{N}.$

q) $4^{2n-1} + 3^{n+1}$ es divisible por 13, $\forall n \in \mathbb{N}.$

r) $x^{2n} - y^{2n}$ es divisible por $x + y$, $\forall n \in \mathbb{N}.$

2. Se sabe que los dos primeros términos de una P.A. son $a_1 = \frac{3}{4}$, $a_2 = \frac{2}{3}$.

Determine a) a_5 , b) $\sum_{i=1}^{15} a_i$.

3. En una progresión aritmética, el cuarto término es -1 y el término 23° es 56. Halla el término general.

4. Encuentre el término general de la progresión aritmética: 12, 4, -4, -12,....

5. Calcular la suma de los 43 términos de la progresión 3, 1, -1, -3, -5,...

6. Determinar tres números en P.A. cuya suma sea 15 y la suma de los cuadrados sea 83.

7. ¿Cuántos términos de la progresión 2, 8, 12, ... para que su suma sea 1064?
8. Encuentre la P.A. cuyo primer término es 4 y la suma del segundo y tercer término es 17.
9. La suma de los tres primeros términos de una P.A. es 18 y el producto entre el primero y el tercero es 20. Determine la progresión.
10. La suma de tres números en P.A. es 39 y su producto es 2184. Determine los números.
11. La suma de 5 números en P.A. es 40 y la suma de sus cuadrados es 410. Determine los números.
12. La suma de los once primeros términos de una P.A. es 176 y la diferencia de los extremos es 30. Hallar los términos de la progresión.
13. ¿Que lugar ocupa el término de valor $\frac{27}{4}$ en una P.G. que tiene primer elemento con valor $\frac{4}{3}$ tal que la razón es $r = \frac{3}{2}$?
14. Hallar la suma de los primeros 8 términos de la progresión, -3, -9, -27, -81.
15. El sexto y séptimo término de una P.G. son 8 y 64 respectivamente. Calcula el segundo término. Determine la suma de los 10 primeros términos.
16. En una P.G. el séptimo término es 512 y el octavo término es 1024. Encuentre la suma de los primeros 12 términos.
17. Calcula el undécimo término e una P.G. cuyo primer término es 1 la razón es 2.
18. El quinto término de una P.G. es 81 y el primero es 1. Halla los cinco primeros términos de la progresión.
19. Si la suma de tres números en progresión geométrica es 26 y su producto es 216 entonces determine tales números.
20. Determine 5 números reales en progresión geométrica, tales que la suma de los dos primeros es 24, y la razón es la cuarta parte del primer número.
21. La suma de tres números en progresión aritmética es 30. Si al primero de ellos se le agrega 1, al segundo 5 y al tercero 29 se obtiene una progresión geométrica entonces determine ambas progresiones.
22. Si en una P.G. de tres términos se resta 8 al segundo término, resulta una P.A. y si esta se resta 64 al tercer término, resulta nuevamente una P.G. Formar la progresión.
23. Si la suma de tres números en progresión aritmética es 24. Si además al primero de ellos se le resta 1, al segundo se le suma 4, y al tercero se le suma 25, se obtiene una progresión geométrica. Determine ambas progresiones.
24. En un cine la segunda fila de butacas está a 10 m de la pantalla y la séptima fila a 16 m. ¿En qué fila debe sentarse una persona que le guste ver la pantalla a una distancia de 22 m?
25. En un campo hay 51 filas de árboles, cada fila tiene dos árboles menos que la siguiente y la fila vigesimosexta tiene 57 árboles.
 - a) ¿Cuántos árboles tiene la primer fila?
 - b) ¿Cuántos árboles tiene la última?
 - c) ¿Cuál es el número total de árboles de ese campo?

26. En la playa encontramos un puesto de alquiler de bicicletas con el siguiente anuncio: Primera hora: \$ 4,5. Cada una de las siguientes horas: dos tercios de lo que costó la hora anterior. Si quieres alquilar una bicicleta desde las 10 de la mañana a las siete de la tarde, ¿cuánto has de pagar?
27. Alberto quiere ahorrar de la siguiente manera: la primera semana ahorraré \$ 0,60, la segunda \$ 0,72, la tercera \$ 0,864, y así sucesivamente durante 15 semanas.
- a) ¿Cuánto ahorra la sexta semana?
 - b) ¿Cuánto ahorra al finalizar su plan de ahorro?
 - c) ¿Cuántas semanas más debería ahorrar para obtener \$ 70,0?
28. El gerente de una empresa realizó 20 depósitos cada mes en una cuenta de ahorro, el primero por \$20 000 el segundo por \$24 000, el tercero por \$ 28800 y así sucesivamente.
- a) ¿Cuánto ahorra el sexto mes?
 - b) ¿Cuánto ahorra al finalizar su plan de ahorro?
 - c) ¿Cuántos meses más debería ahorrar para obtener un ahorro de \$5 000 000?
29. Una máquina costó inicialmente 10 480 euros. Al cabo de unos años se vendió a la mitad de su precio. Pasados unos años, volvió a venderse por la mitad, y así sucesivamente.
- a) ¿Cuánto le costó la máquina al quinto propietario?
 - b) Si el total de propietarios ha sido 7, ¿cuál es la suma total pagada por esa máquina?
 - c) Si se siguiera vendiendo hasta un precio de 10.5 euros ¿Cuál sería el número de propietarios hasta ese momento?
30. En una urbanización realizaron la instalación del gas natural en el año 1999. Consideramos que en ese momento se hizo la primera revisión. Sabiendo que las revisiones sucesivas se realizan cada 3 años, responde:
- a) ¿En qué año se realizará la décima revisión?
 - b) ¿Cuál es el número de revisión que se realizará en el año 2035?
31. Escherichia coli es una bacteria que ocasiona problemas intestinales en las personas. Esta bacteria se reproduce asexualmente por fisión binaria cada 17 minutos. En un portaobjetos del laboratorio hay 5 bacterias a las 6:00 a.m. ¿Cuántas bacterias habrá a las 8:50 a.m.?
32. Si lanzamos una pelota a lo largo de un pasillo. Antes del primer bote recorre 2 metros y en cada bote avanza una distancia igual a la mitad de la distancia anterior. Al octavo bote cae en un foso de tierra y deja de avanzar.
- a) ¿Qué distancia avanza en el quinto bote?
 - b) Determine la distancia total recorrida por la pelota.