



Formativo 1: CALCULO INTEGRAL

1. Usando diferenciales, resolver:

- Se mide el radio de un cilindro de 25 pulgadas de altura, encontrándose que es de 20 pulgadas con un error de 0,005 pulgadas. Encontrar el error relativo aproximado del volumen y de la superficie lateral.
- Un disco metálico se dilata por acción del calor de manera que su radio aumenta de 5 a 5,06 cm.. Hallar el valor aproximado del incremento del área.
- Calcular el valor aproximado de $\sqrt{0,042}$

2. Hallar la solución general de la ecuación

$$f'(x) = \frac{1}{x^2}, x > 0$$

, y calcular la solución particular que satisface la condición inicial $f(1) = 0$.

3. Se lanza una bola hacia arriba con una velocidad inicial de 64 *pies/seg* y desde una altura inicial de 80 *pies*.

- Hallar la función de posición que describe la altura s en función del tiempo t .
- ¿Cuándo llega la bola al suelo?

Ind: $a(t) = s''(t) = -32 \text{ pies/seg}^2$, para cada t

4. Encuentre la función $y = f(x)$ que satisface:

- $\frac{d^2y}{dx^2} = 6x$
- $f(0) = 1, f(1) = 1$

5. Resuelva el problema de valor inicial

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{\sqrt{x^3 + 5}}, y(2) = \frac{1}{2}$$

6. Hallar la ecuación de la curva $y = f(x)$ sabiendo que es tangente a la recta $y = 2x$ en el punto $(1, 2)$ y $f''(x) = 2$, para cada x en el dominio de f .

7. Si y es una función derivable de t tal que $\frac{dy}{dt} = ky$, para alguna constante k , entonces muestre que

$$y = ce^{kt}$$

En tal caso k se llama la constante de proporcionalidad y c el valor inicial de y .

8. Una población de bacterias crece con una velocidad directamente proporcional al número de bacterias presentes en cada instante. Si al inicio habían 85 bacterias y al cabo de 3 horas hay 6200 bacterias.



- a) Halle la población de bacterias en función del tiempo. (Resp: $P(t) = 85e^{1,43t}$)
b) ¿Cuál será la población de bacterias al cabo de 10 horas?

9. Calcular las siguientes integrales:

a) $\int \left(3x^2 + 7x - \frac{1}{x} + 2 \right) dx$	d) $\int (1-x)\sqrt{x} dx$
b) $\int \left(7x^{\frac{1}{2}} + 2x^{-\frac{1}{4}} + \sqrt[5]{x^2} \right) dx$	e) $\int \left(\frac{x^2 + x + 1}{\sqrt{x}} \right) dx$
c) $\int \left(\frac{1}{3\sqrt[4]{x}} + \frac{6}{\sqrt[3]{x^2}} \right) dx$	f) $\int \left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} + 1 \right) dx$

10. Calcule las siguientes integrales, completando cuadrados si es necesario.

a) $\int \frac{dx}{x^2+x+1}$	e) $\int \frac{2x-5}{x^2+2x+2} dx$
b) $\int \frac{dx}{2x^2-8x+10}$	f) $\int \frac{dx}{(x-1)\sqrt{x^2-2x}}$
c) $\int \frac{dx}{\sqrt{-x^2-4x}}$	g) $\int \frac{dx}{\sqrt{e^{2x}-1}}$
d) $\int \frac{dx}{\sqrt{-x^2+2x}}$	h) $\int \frac{3x^2-2}{x^2+4} dx$ (Ind: Divida los polinomios)

11. Calcule las siguientes integrales

a) $\int \sqrt{1-4y} dy$	j) $\int \frac{s}{2s+3} ds$
b) $\int 3x\sqrt{3x^2+7} dx$	k) $\int \frac{2-\sin x}{(2x+\cos x)^3} dx$
c) $\int \frac{1}{\sqrt[3]{x}+\sqrt{x}} dx$ (Ind.: Use $x = t^6$).	l) $\int \frac{2x+1}{x^2+x+1} dx$
d) $\int x^2(x^3-1)^{10} dx$	m) $\int \frac{e^x}{\sqrt{3-e^{2x}}} dx$
e) $\int (x^2-4x+4)^{\frac{4}{3}} dx$ (Ind.: Use $u = x-2$).	n) $\int \frac{2x+1}{x^2+x+1} dx$
f) $\int x\sqrt{x+1} dx$ (Ind.: Use $u = x+1$).	$\tilde{n}) \int \frac{1}{x\sqrt{x^2-4}} dx$
g) $\int \sqrt{3-2x} x^2 dx$ (Ind.: Use $u = 3-2x$).	o) $\int u^3\sqrt{u^4+1} du$
h) $\int \frac{x^2+2x}{\sqrt{x^3+3x^2+1}} dx$	p) $\int \frac{dx}{x\sqrt{2x^2-10}}$
i) $\int \frac{(\ln x)^3}{x} dx$	q) $\int \left(1 + \frac{1}{t} \right)^2 \frac{dt}{t^2}$
	r) $\int \frac{x-2}{\sqrt{5-x^2}} dx$



$$s) \int \frac{y^3}{(1-2y^4)^5} dy$$

$$w) \int \frac{\operatorname{sen} x}{\cos^5 x} dx$$

$$t) \int \sec^2 \left(\frac{x-5}{2} \right) dx$$

$$x) \int \operatorname{tg}^5 x \sec^2 x dx$$

$$u) \int x^2 \sec^2(4x^3) dx$$

$$y) \int \frac{\operatorname{Arctg} 3x}{1+9x^2} dx$$

$$v) \int x(2x^2+3)^{\frac{7}{2}} dx$$

$$z) \int \frac{e^x}{e^x+1} dx$$

12. Calcule las siguientes integrales

$$a) \int x \cos x dx$$

$$f) \int x e^{-x} dx$$

$$b) \int x \sec^2 x dx$$

$$g) \int x^2 e^{4x} dx$$

$$c) \int x^2 \operatorname{sen} x dx$$

$$h) \int e^{3x} \cos(3x) dx$$

$$d) \int x \ln x dx$$

$$i) \int \frac{\operatorname{sen} x}{e^x} dx$$

$$e) \int (\ln x)^2 dx$$

$$j) \int \operatorname{sen}(\ln x) dx$$

13. Integrar $\int 2x\sqrt{2x-3} dx$

$$a) \text{ Por partes, tomando } dv = \sqrt{2x-3} dx$$

$$b) \text{ Por sustitución, haciendo } u = \sqrt{2x-3}$$

14. Calcule las siguientes integrales

$$a) \int \operatorname{sen}^3 x \cos^2 x dx$$

$$f) \int \tan^5 x \sec^2 x dx$$

$$b) \int \operatorname{sen}^3 x \cos^3 x dx$$

$$g) \int x \tan^3(x^2) \sec^4(x^2) dx$$

$$c) \int \operatorname{sen}^2 t \cos^5 t dt$$

$$h) \int \tan t \sec^{\frac{3}{2}} t dt$$

$$d) \int \operatorname{sen}^{-10} x \cos^3 x dx$$

$$i) \int \frac{\tan x}{\cos^3 x} dx$$

$$e) \int \operatorname{sen}^4 y \cos^4 y dy$$

$$j) \int \cot^3 x \csc^2 x dx$$