



Certamen I, Algebra y Trigonometría M1

Problema 1 (20 Pts.) Complete la tabla de verdad de la proposición compuesta:

$$(p \wedge \sim q) \vee (p \rightarrow q)$$

p	q	$\sim q$	$p \wedge \sim q$	$p \rightarrow q$	$(p \wedge \sim q) \vee (p \rightarrow q)$

Problema 2 (20 Pts.) a) Relacione las proposiciones equivalentes, escribiendo en el cuadro de la primera columna, el número de la tercera columna que corresponda

	$\sim p \rightarrow q$	1	$\sim(q \vee p)$
	$\sim p \wedge \sim q$	2	$\sim(p \rightarrow q)$
	$\sim q \rightarrow \sim p$	3	$p \vee q$
	$p \wedge \sim q$	4	$p \rightarrow q$

b) Marque la alternativa correcta. Dada la proposición $p : \forall x \in \mathbb{R}^+, \sqrt{x} < x$, su valor de verdad y su negación es

- i) $\forall y \sim p : \exists x \in \mathbb{R}^+, \sqrt{x} > x$, ii) $\forall y \sim p : \exists x \in \mathbb{R}^+, \sqrt{x} > x$,
 iii) $\forall y \sim p : \exists x \in \mathbb{R}^+, \sqrt{x} \geq x$, iv) $\forall y \sim p : \exists x \in \mathbb{R}^+, \sqrt{x} \geq x$

Problema 3 (30 Pts.) Utilizando propiedades de conjuntos pruebe que:

I) $A - (A - B) = A \cap B$,

II) $(A \cup B) - B = A - B$

Problema 4 (30 Pts.) En una facultad de ciencias donde hay 100 estudiantes, se dictan dos asignaturas algebra y física, 15 alumnos se inscriben en álgebra, 10 en algebra y física, 50 estudiantes no inscriben asignatura

- i) ¿ Cuántos estudiantes inscriben física
 ii) ¿ Cuántos estudiantes inscriben sólo álgebra
 iii) ¿ Cuántos estudiantes inscriben álgebra o física



Pauta

Problema 1 (20 Pts.) Complete la tabla de verdad de la proposición compuesta:

$$(p \wedge \sim q) \vee (p \rightarrow q)$$

p	q	$\sim q$	$p \wedge \sim q$	$p \rightarrow q$	$(p \wedge \sim q) \vee (p \rightarrow q)$
V	V	F	F	V	V
V	F	V	V	F	V
F	V	F	F	V	V
F	F	V	F	V	V

(20 Pts.)

Problema 2 (20 Pts.) a) Relacione las proposiciones equivalentes, escribiendo en el cuadro de la primera columna, el número de la tercera columna que corresponda

Solución : a) La equivalencia lógica puede ser usando tabla de verdad o un desarrollo analítico

3	$\sim p \rightarrow q$	1	$\sim(q \vee p)$
1	$\sim p \wedge \sim q$	2	$\sim(p \rightarrow q)$
4	$\sim q \rightarrow \sim p$	3	$p \vee q$
2	$p \wedge \sim q$	4	$p \rightarrow q$

$$\sim p \rightarrow q \Leftrightarrow \sim(\sim p) \vee q \Leftrightarrow p \vee q$$

$$\sim(q \vee p) \Leftrightarrow \sim(p \vee q) \Leftrightarrow \sim p \wedge \sim q$$

$$\sim q \rightarrow \sim p \Leftrightarrow \sim(\sim q) \vee \sim p \Leftrightarrow q \vee \sim p \Leftrightarrow \sim p \vee q \Leftrightarrow p \rightarrow q$$

$$\sim(p \rightarrow q) \Leftrightarrow \sim(\sim p \vee q) \Leftrightarrow p \wedge \sim q \quad (12 \text{ pts.})$$

b) Dada la proposición $p : \forall x \in \mathbb{R}^+, \sqrt{x} < x$, su valor de verdad y su negación es

i) V y $\sim p : \exists x \in \mathbb{R}^+, \sqrt{x} > x$, ii) F y $\sim p : \exists x \in \mathbb{R}^+, \sqrt{x} > x$,

iii) F y $\sim p : \exists x \in \mathbb{R}^+, \sqrt{x} \geq x$, iv) V y $\sim p : \exists x \in \mathbb{R}^+, \sqrt{x} \geq x$

b) iii) F, pues si $x = 0.81 \in \mathbb{R}^+$, $\sqrt{0.81} > 0.81$

$$\sim p : \exists x \in \mathbb{R}^+, \sqrt{x} \geq x \quad (8 \text{ Pts.})$$



Problema 3 (30 Pts.) Utilizando propiedades de conjuntos pruebe que:

I) $A - (A - B) = A \cap B,$

II) $(A \cup B) - B = A - B$

Solución:

$$\begin{aligned}
 \text{I) } A - (A - B) &= A - (A \cap B^c) \\
 &= A \cap (A \cap B^c)^c \\
 &= A \cap (A^c \cup (B^c)^c) \\
 &= A \cap (A^c \cup B) \\
 &= (A \cap A^c \cup (A \cap B)) \\
 &= \Phi \cup (A \cap B) \\
 &= A \cap B
 \end{aligned}
 \quad (15 \text{ Pts.})$$

$$\begin{aligned}
 \text{II) } (A \cup B) - B &= (A \cup B) \cap B^c \\
 &= (A \cap B^c) \cup (B \cap B^c) \\
 &= (A \cap B^c) \cup \Phi \\
 &= A \cap B^c \\
 &= A - B
 \end{aligned}
 \quad (15 \text{ Pts.})$$



Problema 4 (30 Pts.) En una facultad de ciencias donde hay 100 estudiantes, se dictan dos asignaturas algebra y física , 15 alumnos se inscriben en álgebra, 10 en algebra y física, 50 estudiantes no inscriben asignatura

- ¿ Cuántos estudiantes inscriben física
- ¿ Cuántos estudiantes inscriben sólo álgebra
- ¿ Cuántos estudiantes inscriben álgebra o física

Solución:

- Sean los conjuntos

$F = \{ \text{Estudiantes que inscriben Física} \}$

$A = \{ \text{Estudiantes que inscriben Algebra} \}$

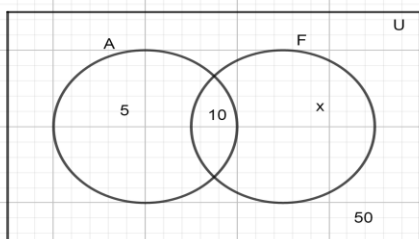
$U = \{ \text{Estudiantes de la facultad de ciencias} \}$

$$\#U = 100$$

$$\#A = 15$$

$$\#A \cap F = 10$$

$$\#A^c \cap F^c = 50$$



(10 Pts.)

$$\#(A \cup F) = \#A + \#(F - A) \Rightarrow 50 = 15 + x \Rightarrow x = 35$$

(5 Pts.)

$$\#F = 10 + 35 \Rightarrow \#F = 45$$

(5 Pts.)

$$\text{ii) } \#(A \cap F^c) = 5$$

(5 pts.)

$$\text{iii) } \#(A \cup F) = \#U - \#(A^c \cap F^c) = 100 - 50 = 50$$

(5 Pts.)