# LISTADO 1 Álgebra y Trigonometría Modulo I (220143)

1. Determine si los siguientes enunciados corresponden a una proposición lógica.

   *a*) Juan ama las matemáticas
   *b*) ¿Podrás venir mañana?
   *c*) El computador está encendido
   *d*) $25 - 11 \leq 0$
   *e*) ¡Que frío!
   *f*) Haz los ejercicios de lógica

2. Use tablas de verdad para clasificar las siguientes proposiciones como: Tautología, Contradicción o Contingencia.

   *a*) $[(p \vee q) \to q] \to (\sim p \vee q)$
   *b*) $(p \to q) \to [(p \wedge r) \to (q \wedge r)]$
   *c*) $\sim [(\sim p \to q) \wedge \sim (p \wedge q)] \wedge q$
   *d*) $(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow (p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$

3. Si $x^2 = 1$, entonces $x = 1$ o $x = -1$

   *a*) Escribir simbólicamente la proposición.
   *b*) Negar simbólicamente la proposición.
   *c*) Escribir la negación en palabras.
   *d*) Escribir las proposiciones: Recíproca, contraria y contrarecíproca.

4. Escriba las siguientes proposiciones lógicas, de manera equivalente, sólo usando los conectivos lógicos de implicancia ($\to$) y negación($\sim$).

   *a*) $p \vee q$
   *b*) $p \wedge (q \vee \sim p)$
   *c*) $((p \wedge q) \to r) \leftrightarrow (\sim r \wedge q)$
   *d*) $\sim (\sim p \wedge q) \wedge \sim (p \vee \sim r)$

5. Sean $p, q, r$ proposiciones lógicas. Demostrar sin usar tablas de verdad que las siguientes proposiciones son tautologías.

   *a*) $[(p \vee q) \wedge \sim p] \leftrightarrow (\sim p \wedge q)$
   *b*) $\{[(p \wedge q) \vee r] \wedge \sim q\} \vee q \leftrightarrow (r \vee q)$
   *c*) $[p \wedge (p \to q)] \to q$
   *d*) $[(p \to \sim q) \wedge (\sim r \vee q) \wedge r] \to \sim p$

6. Usando los datos proporcionados en cada caso, obtenga el valor de verdad pedido.

   *a*) Si $p \to (q \vee \sim r)$ es $F$ determine el valor de verdad de $r$.
   *b*) Si se sabe que $(p \wedge q)$ es $V$ y además $(r \wedge p)$ es $F$, determine el valor de $(r \vee q) \to (r \wedge q)$.
   *c*) Sabiendo que $(p \to q)$ es $F$, $(r \wedge p)$ es $F$, determine el valor de verdad de $(p \leftrightarrow r)$ y $[\sim (p \wedge \sim r)]$.
   *d*) Si $(r \to p) \to (p \wedge \sim q)$ es $V$ y $q$ es $V$. Determine el valor de verdad de $r$.

7. Si la proposición $(q \wedge \sim p) \rightarrow [(p \wedge r) \vee t]$ es falsa, hallar el valor de verdad de:

   *a)* $\sim [(\sim p \vee \sim q) \rightarrow (r \vee \sim t)]$
   
   *b)* $(\sim q \wedge \sim r) \vee [\sim t \wedge (p \vee q)]$
   
   *c)* $(\sim p \rightarrow t) \leftrightarrow (\sim q \rightarrow r)$

8. Dadas las proposiciones:

$$p : (a+b)^2 = a^2 + b^2 \qquad q : (\exists! x \in \mathbb{N})(x^2 = 4)$$
$$r : (\exists x \in \mathbb{N})(x > 3 \vee x \leq 3) \qquad s : (\forall x \in \mathbb{N})(x + 5 < 6)$$

   *a)* Encuentre el valor de verdad de cada una de ellas.
   
   *b)* Determine el valor de verdad de $(p \vee q) \leftrightarrow s$
   
   *c)* Niegue la proposición $r$.
   
   *d)* Escriba la negación de la proposición $p \rightarrow s$.
   
   *e)* Escriba las proposiciones contraria, recíproca y contrarecíproca de $p \rightarrow s$.

9. Escriba simbólicamente las siguientes proposiciones.

   *a)* Existe un único número real cuya raíz cuadrada es cero.
   
   *b)* Para cualquier número real $x$ y cualquier real $y$ se verifica la siguiente afirmación $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$.
   
   *c)* Existe por lo menos un número real tal que su raíz cuadrada no es real.
   
   *d)* La suma de dos números naturales resulta ser un número natural.
   
   *e)* El cuociente de algunos números naturales resulta ser una número racional.

10. Niegue las siguientes proposiciones.

   *a)* $\exists x : x^2 - 1 = 0 \Rightarrow (x = 1 \vee x = -1)$
   
   *b)* $\exists x : x^4 = 1 \wedge x - 4 = 0$
   
   *c)* $(\forall x)(\forall x)(x = y \rightarrow x + 3 = y + 3)$
   
   *d)* $(\exists x)(\forall y)(x + y = 1)$
   
   *e)* $(\forall x)(\exists y)(x + y = 1 \rightarrow x = -y)$
   
   *f)* $(\forall x)(\forall y)(x < y \rightarrow x^2 \geq y)$

11. Sea $n \in \mathbb{Z}^+$. Demostrar que si $n^2$ es par, entonces, $n$ es par.

12. Sean $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, a, b, c, d, e, f, g, h\}$

$$A = \{3, 5, 7, c, d\} \quad B = \{2, 3, 4, 5, b, c, e\} \quad C = \{2, 6, 7, a, b, g\}.$$

   Determine:

   a) $(A \cup B) \cap (C - A)^c$
   
   b) $(A \cap C) \cup (B - A^c)^c$

13. Sea $U = \mathbb{R}$ y sean los conjuntos $A = \{x \in \mathbb{R} / x \leq -3\}$; $B = \{x \in \mathbb{R} / -6 < x \leq 10\}$; $C = \{x \in \mathbb{R} / x \geq 3\}$. Determine

   *a)* $A \cap C$
   
   *b)* $A \cup B$
   
   *c)* $(B - C) \cup A$
   
   *d)* $A \cap B \cap C$
   
   *e)* $B^c$
   
   *f)* $C^c \cup (B - A)^c$

14. Usando álgebra de conjuntos, demuestre que:

    a) $A \cap (A^c \cup B) = A \cap B$
    b) $(A - B) \cup (A - B^c) = A$
    c) $(A - C) \cup (B - C) = (A \cup B) - C$
    d) $B \cap [(B^c \cup A^c) \cup (A \cup B)^c] = B - A$
    e) $A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B)$

15. Sean $A = \{0, 3, 7\}$, $B = \{3, 4, 7, 8\}$ y $C = \{1, 2\}$. Hallar $(A \cap B) \times C$

16. Sean $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 4\}$ y $C = \{0\}$. Hallar $(A \times C) - (B \times C)$

17. En un universo de 30 elementos se consideran dos conjuntos, $A$ y $B$ tales que, $\#(A \cap B) = 10$, $\#(B) = 18, \quad \#(B^c \cap A) = 5$. Determine:

    a) $\#(B - A)$
    b) $\#(A)$
    c) $\#(A^c \cap B^c)$

18. Considere $U = \{-6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ y los conjuntos $A = \{x \in U : -3 < x \leq 5\}$, $B = \{x \in U : -5 \leq x \leq 4\}$ y $C = \{x \in U : 2x \in U\}$

    *a*) Escriba por extensión los conjuntos $A$ y $B$.
    *b*) Determine $C^c$.
    *c*) Determine la cardinalidad de $P(A)$, $P(B)$, $P(A \cup B)$.

19. Sea el conjunto universo $U$ definido por $U : \{x \in \mathbb{N} : 1 < x < 14\}$ y los conjuntos

    - $A : \{x \in U : x \text{ es primo}\}$
    - $B : \{x \in U : 2X - 3 > 0\}$
    - $C : \{x \in U : x \text{ es divisible por } 3\}$

    *a*) Determine por extensión los conjuntos $U$, $A$, $B$ y $C$.
    *b*) Determine y construya un diagrama de Venn, achurando en ella, la región que determina los conjuntos siguientes:

        1) $A^c \cap B$
        2) $(B - A) \cup (A - B)$
        3) $A \cap B \cap C$
        4) $P(B \cap C)$

20. En una peña criolla trabajan 32 artistas, de estos 16 bailan, 25 cantan y 12 cantan y bailan . ¿Cuál es el número de artistas que no cantan ni bailan?

21. En una encuesta a 60 personas: 7 personas consumen el producto $A$ y $B$ pero no $C$; 6 personas consumen el producto $B$ y $C$ pero no $A$; 3 personas consumen el producto $A$ y $C$ pero no $B$. 50 consumen al menos uno de estos productos y 11 consumen $A$ y $B$. ¿Cuántas personas consumen solamante un producto?. ¿Cuántas no consumen ningún producto?

22. Si en un total de 50 alumnos de primer ingreso, 30 estudian Basic, 25 Pascal y 10 estudian ambos lenguajes. ¿Cuántos alumnos de primer ingreso estudian al menos un lenguaje de computación?

23. En una encuesta se tiene los siguientes resultados: 60 no hablan ingles, 70 no hablan frances, 60 hablan ingles o frances. Si entre los 100 encuestados ninguno habla otro idioma ademas del materno.

    *a*) ¿Cúantos hablan los dos idiomas?

    *b*) ¿Cúantos hablan sólo ingles?

    *c*) ¿Cúantos hablan solo frances?

    *d*) ¿Cúantos hablan exactamente uno y sólo uno de los dos idiomas?

24. En una exposición científica de secundaria 34 estudiantes recibieron premios por sus proyectos científicos. Se dieron 14 premios por proyectos de biología, 13 de química y 21 de física. Si 3 estudiantes recibieron premios en las tres áreas temáticas, 4 recibieron en química y biología al mismo tiempo y 5 recibieron en física y biología. Determine

    *a*) ¿Cúantos recibieron premios exactamente en un área temática?

    *b*) ¿Cúantos recibieron premios exactamente en dos áreas temáticas?

    *c*) ¿Cúantos recibieron premios al menos en dos áreas temáticas?

25. Un club deportivo tiene 48 jugadores de fútbol, 25 de básquet y 30 de béisbol. Si el total de estos jugadores es de 68 y sólo 6 de ellos figuran en los tres deportes.

    *a*) Defina adecuadamente los conjuntos que intervienenen el problema y haga un diagrama de Venn que ilustre tal situación.

    *b*) ¿Cuántos figuran exactamente en un deporte?

    *c*) ¿Cuántos figuran exactamnte en dos deportes?

26. En un estudio de 100 estudiantes de la UBB arrojó las siguiente estadística:

    - 32 estudian Matemática .
    - 30 estudian Física.
    - 45 estudian Biología.
    - 20 estudian Biología y Matemática.
    - 17 estudian Matemática y Física.
    - 10 estudian Física y Biología.
    - 30 no estudian ninguna asignatura.

    *a*) Defina cada conjunto que resuelve el problema.

    *b*) Represente utilizando un diagrama de Venn la situación.

    *c*) Determine la cantidad de personas que estudian al menos una asignatura.

    *d*) Determine la cantidad de personas que estudian las 3 asignaturas.

    *e*) Determine la cantidad de personas que estudian sólo Física.

    *f*) Determine la cantidad de personas que estudian Matemática pero no Física ni Biología.