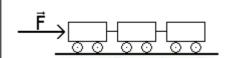
Momento lineal, Impulso, Fuerza media, Fuerza

AEC-09

1. Al tren de la montaña rusa de la figura (de 6000[kg]) se le aplica una fuerza \vec{F} por medio de un motor, para desplazarse por una superficie aumentado la rapidez de 10[m/s] a 20[m/s] a lo largo de una distancia de 300[m]. Determinar para el tren:



- a) El momento lineal inicial y final.

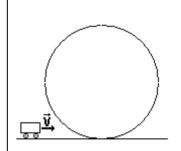
 b) El impulso aplicado.

 c) La aceleración.

 d) El tiempo empleado en el cambio de rapidez

 e) La fuerza media aplicada.

 f) La fuerza aplicada.
- 2. En la figura se tiene un tren de una montaña rusa (de 4000[kg]) que se hace subir por medio de un motor hasta una cresta de 24,5[m] de altura si su movimiento (cuando abandona la vía) se describe por la siguiente ecuación: $\vec{r}(t) = 14.7t\hat{i} + (24.5 + 19.6t - 4.9t^2)\hat{i}[m]$ entonces determine para el tren: a) El momento lineal cuando abandona la b) El momento lineal cuando llega al piso. c) El impulso aplicado cuando está en el d) El momento lineal para todo tiempo. aire. e) La fuerza media aplicada f) La fuerza aplicada
- **3.** Un tren de 1000[kg] de masa sale disparado de una catapulta con una velocidad inicial \vec{V} moviéndose en línea recta hasta ingresar en un rizo vertical de 12 [m] de diámetro por el cual viaja. Se ha determinado que la dirección del vector posición del tren en el rizo está dada por la ecuación:



$$\theta(t) = -\frac{\pi}{64}t^2 + \frac{\pi}{4}t - \frac{\pi}{2}[rad]$$

Entonces determine para los instantes: t=2[s] y t=4[s]

a) La rapidez angular b) Los vectores radial (\hat{r}) y tangencial $(\hat{\theta})$ c) La velocidad d) El momento lineal e) El impulso aplicado en $2 \le t \le 4$ [s] f) La fuerza media aplicada

Algunos tipos de fuerza

1. Peso (\vec{W})

El peso de un objeto se define como la fuerza gravitacional resultante sobre el objeto idebida a todos los otros cuerpos del universo!



La magnitud de esta fuerza es: **W** =m·g

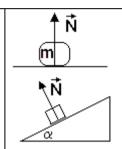
m: masa del cuerpo; g: aceleración de gravedad

En las cercanías de la superficie terrestre, apunta hacia el centro de la Tierra.

Ej 1) Determine el peso (\vec{W}) del cuerpo de la figura si su masa es de 10[kg] y se encuentra en: i) la superficie de la Tierra; ii) la superficie de la Luna.

2. Normal (\vec{N})

Es la fuerza que ejerce una superficie sobre un cuerpo al estar apoyado sobre ella; es perpendicular (Normal) a la superficie.



Nota: {Caso particular} cuando la superficie de contacto es horizontal y sobre el objeto actúan sólo: fuerzas horizontales y la fuerza peso; entonces la fuerza normal es igual al peso del objeto

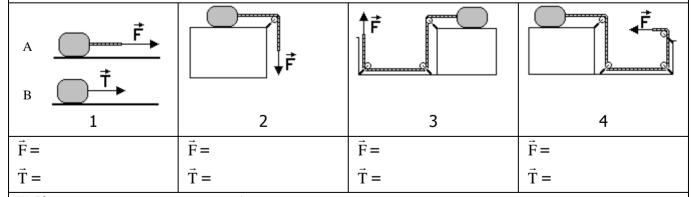
Ej 2) Determine la normal (\vec{N}) del cuerpo sobre la superficie horizontal, si su masa es de 10[kg] y se encuentra en: i) la superficie de la Tierra; ii) la superficie de la Luna.

3. Tensión (\vec{T})

La figura 1A, muestra una cuerda atada en un extremo a un cuerpo y en el extremo libre se aplica una fuerza $\vec{\mathrm{F}}$, la cuerda se pone tensa y por medio de ella se transmite la fuerza hacia el cuerpo.

Esta fuerza ejercida sobre el cuerpo de denomina tensión (figura 1B).

Donde se supone que son "cuerdas ideales": inextensibles y de masa despreciable.

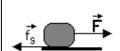


Ej 3) Determine la tensión (\vec{T}) sobre cada cuerpo, si en el extremo libre de la cuerda se aplica una fuerza de 50[N]. Además, para cada caso determine \vec{F} .

Nota: En estos casos las poleas son de masa despreciable y sin fricción y cumplen la función de cambiar la dirección de la fuerza transmitida a través de la cuerda.

4. Fuerza de Fricción estática (f)

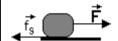
Es una fuerza que impide el movimiento de un objeto debido a la fricción que existe entre el cuerpo y la superficie de contacto.



Como no hay movimiento, la magnitud de las fuerzas que actúan es la misma, es decir, $\|\vec{f}_s\| = \|\vec{F}\|$.

- Ej 4) Determine el valor de la fuerza estática (\vec{f}_s) cuando al cuerpo se le aplica una fuerza (\vec{F}) de magnitud 30[N].
- **5.** Movimiento inminente (Fuerza de Fricción estática (\vec{f}_s))

Cuando el movimiento es inminente, es decir, el cuerpo está a punto de moverse; la magnitud de la fuerza de fricción estática máxima puede determinarse por medio de la ecuación: $\left\|\vec{f}_{s}\right\| = \mu_{s} \left\|\vec{N}\right\|$, donde:



 $\boldsymbol{\mu}_{_{\boldsymbol{S}}}$: coeficiente de fricción estático

 \vec{N} : fuerza normal

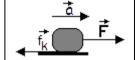
Ej 5) Determine el valor de la fuerza de fricción estática máxima (\vec{f}_s) si el cuerpo tiene una masa de 8[kg] y está ante un movimiento inminente ($\mu_g = 0,4$).

Determine además el valor de la fuerza aplicada (F).

Nota:
$$0 < \left\| \vec{f}_s \right\| \le \mu_s \left\| \vec{N} \right\|$$

6. Fuerza de Fricción cinética (\vec{f}_k)

Es una fuerza que se opone al movimiento de un objeto debido a la fricción que existe entre el cuerpo y la superficie de contacto, teniendo efectos en la aceleración que adquiere el cuerpo.



La magnitud de la fuerza de fricción cinética puede determinarse por medio de la ecuación: $\|\vec{f}_k\| = \mu_k \|\vec{N}\|$, donde:

 $\boldsymbol{\mu}_k$: coeficiente de fricción cinético

 \vec{N} : fuerza normal

Ej 6) Determine el valor de la fuerza de fricción cinética (\vec{f}_k) si el cuerpo tiene una masa de 8[kg] y el coeficiente de fricción cinético (μ_k) es 0,2 y se mueve con aceleración.

Determine además el valor de la fuerza mínima ($\vec{\rm F}$) que debe ser aplicada al cuerpo, para que se mantenga en movimiento.

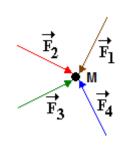
Leyes de Newton

1. Fuerza Neta (\vec{F}_{neta})

Para el cuerpo mostrado en la figura asigne valores para la masa y las fuerzas dibujadas y enseguida determine la fuerza neta ejercida sobre el cuerpo.

Suponga al cuerpo como una "masa puntual" (partícula)

M=	F ₁ =	\vec{F}_2 =
\vec{F}_3 =	\vec{F}_4 =	$\vec{F}_{neta} =$



2. Para el cuerpo del ejercicio 1 determine: su momento lineal y si tiene movimiento.

3. Primera ley

Si en el ejercicio ${\bf 2}$ el momento lineal no es constante, determine el valor de una fuerza $\vec{\rm F}_{\rm 5}$ que se aplique al cuerpo para que se cumpla la Primera ley de Newton.

$$\vec{F}_5 =$$

4. Segunda ley

Si en el ejercicio ${\bf 2}$ el momento lineal es variable, determine la aceleración $(\vec{\mathfrak{a}})$ del cuerpo.

En caso contrario, aplique al cuerpo una fuerza \vec{F}_5 y determine su aceleración (\vec{a}).

a =

5. Tercera ley

Para cada fuerza del ejercicio 1 determine la que cumple la tercera ley de Newton.

\vec{F}_1 =	\vec{F}_2 =	F ₃ =	\vec{F}_4 =
$\vec{\mathbf{F}}_{1}^{'}$ =	$\vec{F}_2' =$	F ' ₃ =	F ₄ ' =

6. Para el cuerpo de la figura asigne valores a dos cantidades físicas (M, \vec{F} , \vec{a}) y determine la cantidad Física restante (\vec{a} ó \vec{F} ó M) según se indica. Además en cada caso dibuje \vec{F} y \vec{a} .



Asignar		Determinar
M=	F =	ā =
M=	a =	F=
F=	a =	M=

En los siguientes ejemplos: a) dibuje las fuerzas que actúan sobre el b) indique quien ejerce la fuerza;			
objeto;	e Cuerpo Libre d) escriba las Ecuaciones de Movimiento		
(DCL);			
1. Bloque, sobre superficie lisa			
DCL	Ecs		
2. Bloque, sobre superficie ásp	era (μ ;μ,).		
. ,	' s'' K'		
DCL	Ecs		
3 . (**) Bloque, sobre superficie	áspera ($\mu_{_{\rm S}}$; $\mu_{_{\rm K}}$) tirado por fuerza $\vec{_{\rm F}}$, no se mueve.		
Ēβ			
DCL	Ecs		
4 . (**) Bloque, sobre superficie	áspera ($\mu_{_S}$; $\mu_{_K}$) tirado por fuerza \vec{F} , se mueve.		
Ĕβ			
DCL	Ecs		

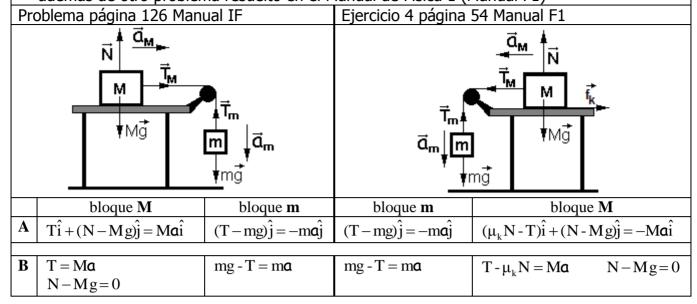
(**) Considere más de un caso.

5. Bloque, que cuelga desde un	techo.
DCL	Ecs
6 . Bloque, sobre superficie incli	nada lisa.
8	
DCL	Ecs
7. (**) Bloque, sobre superficie	inclinada áspera (μ΄;μ΄).
8	S K
DCL	Ecs
8. (**) Bloque, sobre superficie	inclinada áspera ($\mu_{_S}$; $\mu_{_K}$); tirado por fuerza \vec{F} .
F B	
DCL	Ecs
	1

(**) Considere más de un caso.

24

1. Consideraremos un problema resuelto en el Manual de Introducción a la Física (Manual IF) además de otro problema resuelto en el Manual de Física 1 (Manual F1)



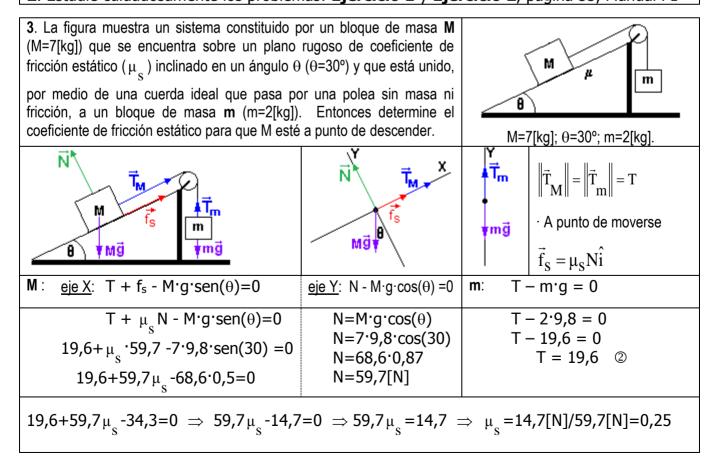
- Nota 1 Las ecuaciones de la fila **A** se obtienen considerando los valores de fuerza como vectores.

 A partir de esas ecuaciones vectoriales se puede determinar la relación entre las magnitudes de las componentes de las fuerzas en cada eje, como se observa en la fila **B**
- Nota 2 Con toda seguridad se puede proceder de la siguiente forma para determinar la relación entre las magnitudes de las componentes de las fuerzas en cada eje.

 Estando dibujadas todas las fuerzas y la aceleración en un DCL.

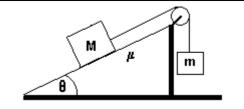
 Las componentes de las fuerzas que apuntan en la dirección de la aceleración se escriben sumando y aquellas que apuntan en dirección contraria se escriben restando y toda esa suma se iguala a la multiplicación entre la masa y la magnitud de la aceleración.
- Nota 3 Si en la dirección de un eje no hay aceleración (eje Y, para bloque **M**), puede usar como signo para la magnitud de la fuerza el signo del eje y toda esa suma se iguala a cero.

2. Estudie cuidadosamente los problemas: **Ejercicio 1** y **Ejercicio 2**, página 53, Manual F1

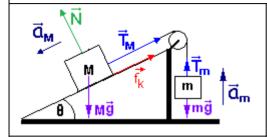


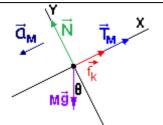
25

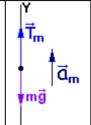
4. La figura muestra un sistema constituido por un bloque de masa M (M=7[kg]) que se encuentra sobre un plano rugoso de coeficiente de fricción cinético ($\mu_{\rm L}$ =0,1) inclinado en un ángulo θ (0=30°) y que está unido, por medio de una cuerda ideal que pasa por una polea sin masa ni fricción, a un bloque de masa m (m=2[kg]). Entonces determine la aceleración de los bloques y la tensión en la cuerda si el bloque m asciende.

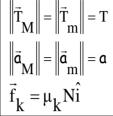


M=7[kg]; θ =30°; μ_{L} =0,1; m=2[kg]









eje X: $M \cdot g \cdot sen(\theta) - T - f_k = M \cdot a$

eje Y: N -M·g·cos(
$$\theta$$
)=0

$$T - m \cdot g = m \cdot a$$

$$M \cdot g \cdot sen(\theta) - T - \mu_k N = M \cdot a$$

$$T - 2.9,8 = 2.a$$

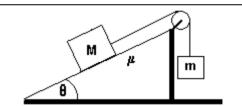
$$7.9.8 \cdot \text{sen}(30) - \text{T} - 0.1.59.7 = 7.a$$

34.3 - T - 5.97 = $7.a$

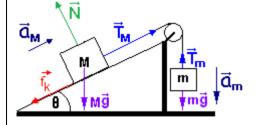
①+②
$$\Rightarrow$$
 28,3 - T + T - 19,6 = 9·a \Rightarrow 8,7= 9·a \Rightarrow a = 8,7/9=0,97[m/s²]

②
$$\Rightarrow$$
 T - 19,6 = 2·a \Rightarrow T - 19,6 = 2·0,97=1,94 \Rightarrow T = 19,6 + 1,94=21,54[N]

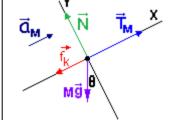
5. La figura muestra un sistema constituido por un bloque de masa M (M=7[kg]) que se encuentra sobre un plano rugoso de coeficiente de fricción cinético ($\mu_{\rm k}$ =0,1) inclinado en un ángulo θ (0=30°) y que está unido, por medio de una cuerda ideal que pasa por una polea sin masa ni fricción, a un bloque de masa **m** (m=10[kg]). Entonces determine la aceleración de los bloques y la tensión en la cuerda si el bloque m

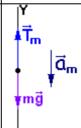


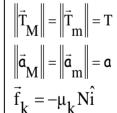
M=7[kg]; θ =30°; μ_k = 0,1; m=10[kg]



desciende.







eje X: T - M·g·sen(θ) – $f_k = M \cdot a$

eje Y: N -M·g·cos(
$$\theta$$
)=0

$$\text{T - M·g·sen}(\theta) - \mu_k \, \text{N} = \text{M·a}$$

$$10.9,8 - T = 10.a$$

T - 7·9,8·sen(30) -0,1·59,7 = 7·
$$\alpha$$

T-34,3 - 5,97 = 7· α

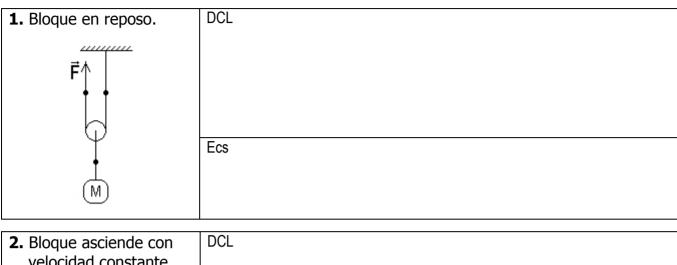
①+②
$$\Rightarrow$$
 T - 40,3 + 98 - T = 17·a \Rightarrow 57,7= 17·a \Rightarrow a = 57,7/17=3,4[m/s²]

②
$$\Rightarrow 98 - T = 10 \cdot a \Rightarrow T = 98 - 10 \cdot 3,4 = 64[N]$$

Aplicaciones de las Leyes de Newton (poleas)

En los siguientes ejemplos, todas las poleas son de masa y roce despreciable:

- a) Dibuje las fuerzas que actúan sobre el bloque y en los puntos marcados en la cuerda, dibuje la tensión.
- b) Dibuje el diagrama de cuerpo libre (DCL) para el bloque
- c) Escriba las ecuaciones del movimiento para el bloque.
- d) Como es la aceleración de un punto del extremo libre de la cuerda con respecto a la del bloque.

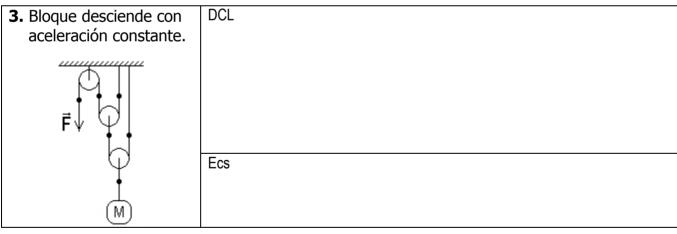


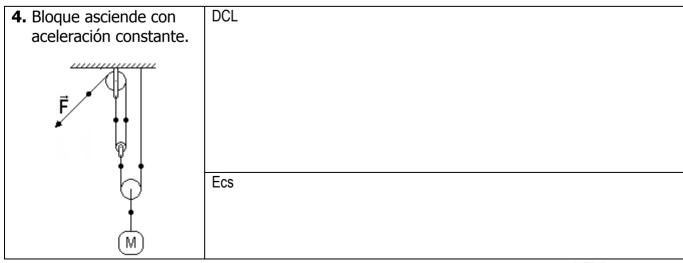
velocidad constante.

DCL

F

Ecs



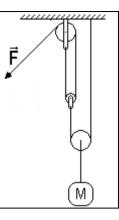


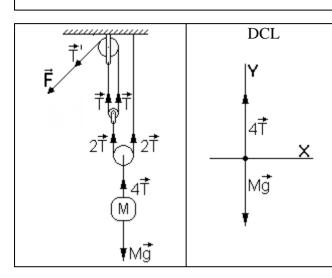
Aplicaciones de las Leyes de Newton (poleas)

1.- Determine la magnitud de la fuerza \vec{F} que debe aplicar un individuo para subir un bloque de masa M= 10[kg].

Nota: Considere las poleas de masa despreciable y sin roce y las cuerdas inextensibles

a) Con velocidad constante.





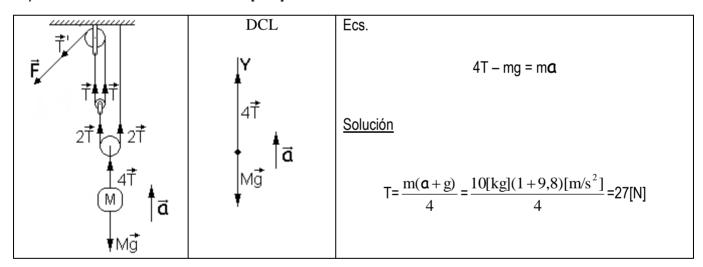
Ecs.

$$4T - mg = 0$$

Solución

$$T = \frac{mg}{4} = \frac{10[kg] \cdot 9.8[m/s^{2}]}{4} = 24.5[N]$$

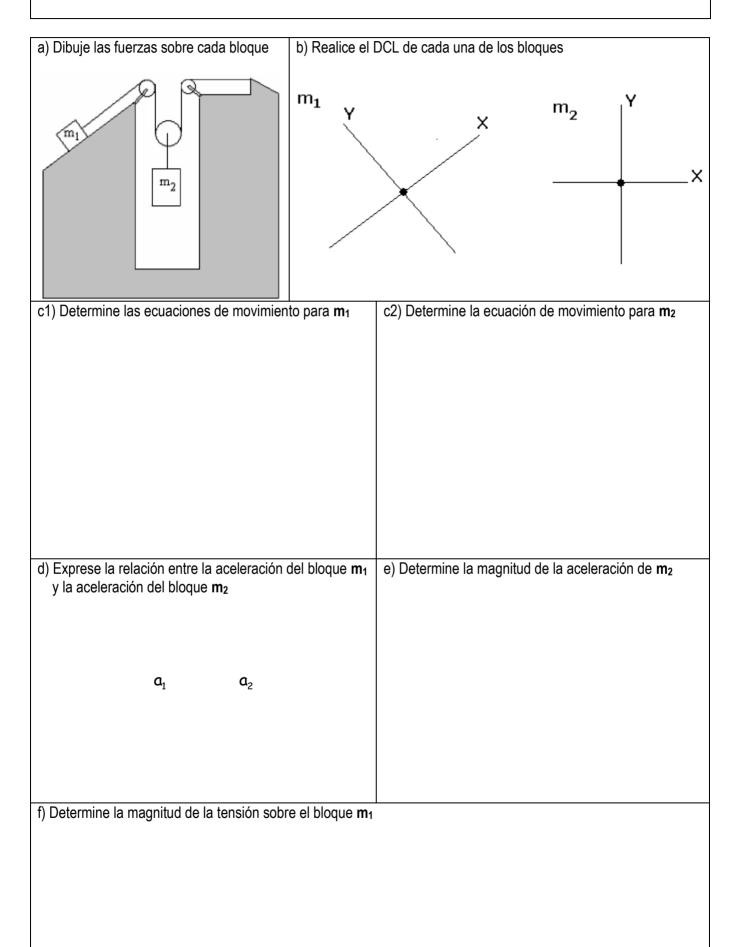
b) Con una aceleración constante de 1[m/s²].



Notas

- · La relación entre la tensión del extremo libre de la cuerda y la tensión sobre el bloque es: 1 es a 4
- · Si un punto del extremo libre de la cuerda desciende 100[cm] el bloque asciende 25[cm], por lo tanto: la relación de la distancia recorrida es: 4 es a 1
- · La aceleración de un punto del extremo libre de la cuerda con respecto del bloque es: 4 es a 1

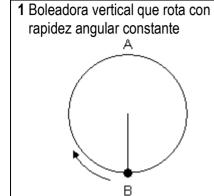
2.- El sistema que se muestra a continuación está constituido por dos bloques de masas: $m_2 = 8[kg]$, $m_1 = 2[kg]$ y un plano inclinado en 30°, si los coeficientes de roce estático y cinético entre el bloque y el plano son respectivamente: 0,12 y 0,1. Además , las poleas son de masa y roce despreciable; si la masa m_2 desciende con aceleración constante; entonces:



Aplicaciones de las Leyes de Newton (Dinámica del movimiento circular)

AEC-14_1

- I.- Para cada de las situaciones que se indican a continuación:
- a) Dibuje las fuerzas que actúan sobre el cuerpo en movimiento circular
- b) Realice un diagrama de cuerpo libre
- c) Determine la ecuación del movimiento



DCL cuando pasa por los puntos ${\bf A}$ y ${\bf B}$

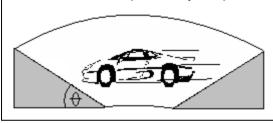
Ecs del movimiento cuando pasa por los puntos A y B



DCL

Ecs

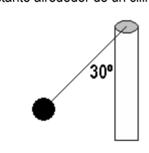
3 curva con roce despreciable y con peralte



DCL

Ecs

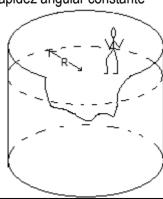
4 Una bola gira con rapidez angular constante alrededor de un cilindro



DCL

Ecs del movimiento de la bola

5 Niño en un cilindro que rota con rapidez angular constante



DCL

Ecs del movimiento del niño

Aplicaciones de las Leyes de Newton (Dinámica del movimiento circular)

AEC-14_2

II.- Un niño de 50[kg] está sentado en la silla de 5[kg] de un carrusel (como muestra la figura), la masa de la cadena del carrusel es despreciable. Suponga que el movimiento circular del niño es de tal forma que el ángulo entre la cadena y la vertical es constante y de 30°.

a) Encuentre las ecuaciones del movimiento de la silla con el niño

Dibuje las fuerzas sobre el niño con la silla	DCL	ECS
2[m] ————————————————————————————————————		
3[m] 30°		
1) D ('		

b) Determine la tensión de la cadena

c) Determine la rapidez angular del niño en la silla

d) Determine la rapidez tangencial del niño en la silla

Ejercicios (Dinámica del movimiento circular)

Problema 1. Un carro que viaja sobre un camino recto a 10[m/s] pasa sobre un montecillo en el camino. Éste puede ser considerado como un arco de un círculo de 12[m] de radio.

- **a)** ¿Cuál es el peso aparente de una mujer de 55[kg] en el carro cuando ella pasa sobre el montecillo?
- **b)** ¿Cuál debe ser la velocidad del carro sobre el montecillo si ella no tiene peso en ese momento?

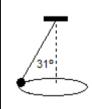
Problema 2. Un joven de 45[kg] se balancea en una cuerda que está atada a un árbol y tiene un largo de 4[m] y que soporta una fuerza de 1000[N] antes de romperse. Entonces determine para cuando el joven pasa por la parte más baja de su trayectoria:

- a) la rapidez si la cuerda ejerce una fuerza de 500[N]
- **b)** la rapidez máxima a la que debe pasar para no cortar la cuerda.

Problema 3. Un vehículo de 600[kg] de masa debe girar en una curva horizontal plana de 40[m] de radio; el coeficiente de fricción estática entre los neumáticos y el suelo es 0,8. Entonces determine para el vehículo:

- a) la máxima rapidez a la cual puede girar sin resbalar.
- **b)** si gira con una rapidez igual a la mitad de la encontrada en a) ¿Cuánto vale la fuerza de fricción estática?

Problema 4. Un péndulo de 2[m] de longitud y 4[kg] de masa, se hace girar en torno a la vertical, de tal modo que describe una trayectoria circunferencial horizontal (péndulo cónico). Determine:



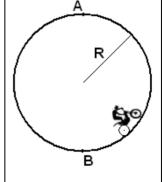
- a) la rapidez angular.
- **b)** la tensión en la cuerda

Problema 5.

En la figura se observa a un acróbata de las motocicletas que junto a su moto tienen una masa de 150[kg]. Está entrenado para moverse en el círculo mostrado.

Suponga que R=5[m]. Entonces para el motociclista determine:

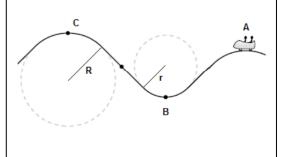
- **a)** la fuerza ejercida por la pista sobre la moto y el acróbata si pasa por **B**, con una rapidez de 6[m/s].
- **b)** la mínima rapidez para que no se despegue del círculo en **A**.



Problema 6.

En la figura se observa un carro de montaña rusa cuya masa es de 600[kg] cuando está lleno de pasajeros. Suponga que r=6[m] y R=10[m]. Entonces determine:

- **a)** la aceleración de los pasajeros en el punto **B**, si pasa con una rapidez de 15[m/s].
- **b)** la máxima rapidez del carro en el punto **C** para que este no abandone la pista.



Problema 7.

Un motociclista profesional, en una carrera, gira en una curva plana de 40[m] de radio inclinando su motocicleta de tal manera que forma un ángulo de 30º respecto al suelo. Suponiendo que la masa del motociclista y su moto en conjunto es de 200[kg] determine:

- a) Un esquema de la situación
- **b)** la rapidez con que realiza el giro.
- c) Si realiza el giro con una rapidez de 108[km/h] ¿Con qué ángulo debe inclinar la moto?.
- d) suponga ahora que realiza el giro con una rapidez de 108[km/h] (inclinado en 30º) ¿Cuál es el radio del giro?.

Esquema de la situación

Problema 8.

Determine la rapidez máxima a la que puede pasar un automóvil por una curva de 250[m] de radio en los siguientes casos:

- a) Es una curva plana y el coeficiente de fricción entre el vehículo y el camino es 0,5.
- **b)** Es una curva con un ángulo de peralte de 10° y no hay fricción.

Problema 9.

Se ata un balde con agua a una cuerda de 85[cm] y se hace girar el balde. ¿Cuál es la rapidez mínima a la que debe girar el balde en el punto más alto para que no se derrame el agua?

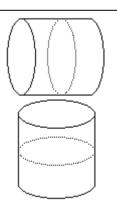
Problema 10.

Una joven de 56[kg] de masa se divierte en una rueda panorámica, de 16[m] de diámetro, que se mueve con rapidez angular constante y completa 5 vueltas en un minuto. Entonces determine el peso aparente de la joven cuando pasa por:

a) el punto más alto. b) el punto más bajo.

Problema 11. Un motociclista realiza un acto temerario en un Circo. Comienza a girar dentro de un cilindro de 8[m] de diámetro que inicialmente está horizontal, paulatinamente el cilindro se va levantando hasta quedar vertical. Suponga que la masa de la motocicleta y el conductor es de 190[kg] y el coeficiente de fricción estático entre las ruedas de la moto y el cilindro es 0,6; entonces determine:

- **a)** cuando el cilindro está horizontal, la rapidez mínima para que pase por el punto más alto sin despegarse.
- **b)** cuando el cilindro está vertical, la rapidez con que debe girar para mantenerse paralelo al suelo.



Problema 12.

Una avioneta de 5600[kg] de masa se mueve en línea recta con una rapidez de 216[km/h]. El piloto inclina el avión en un ángulo de 42º (respecto a la vertical) para realizar un giro. Determine el radio del círculo que describe el avión en esta maniobra.