

Cinemática

R Aedo

UBB

20 de marzo de 2021

Cinemática

Al estudiar el movimiento de una partícula se debe describir y obtener las ecuaciones características de su movimiento, estas son:

- Posición
- Desplazamiento
- Velocidad
- Aceleración, etc

Para realizar aquella descripción introduciremos una serie de conceptos y nuevas cantidades físicas que nos ayudarán a obtener dichas ecuaciones características

Sistema de referencia

Una partícula se mueve si su ubicación varía respecto de un **sistema de referencia**, (sistema de coordenadas arbitrario que se considera fijo). Para el estudio de cualquier movimiento es preciso elegir un sistema de referencia arbitrario (observador) respecto del cual se estudiará y describirá el movimiento.

En este curso utilizaremos generalmente el **Sistema de coordenadas cartesianas** (x,y) .

Sistema de referencia Cartesiano

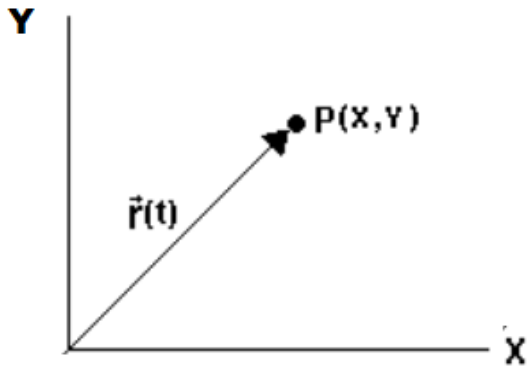


Figura: Sistema de referencia cartesiano

Vector Posición

Se denota por $\vec{r}(t)$, es el vector que une el origen del sistema de referencias con el punto en estudio.

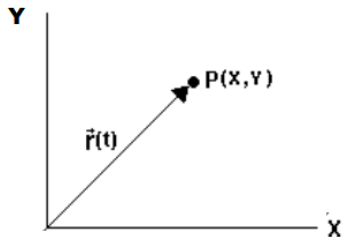
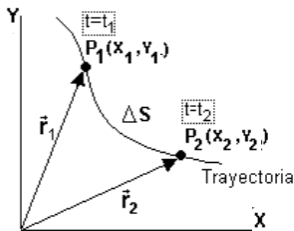


Figura: Vector Posición

Trayectoria-distancia-rapidez

Si el punto material (partícula) $P(x,y,z)$ se mueve, éste cambia de ubicación. Para cada instante existe un vector posición $\vec{r}(t)$. A la línea descrita por el movimiento de la partícula (o extremo del vector posición) en el transcurso del tiempo se le llama **trayectoria**.



$$V_M = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

Es una **cantidad física escalar**.

Distancia, (ΔS), Es la medida de la longitud del camino recorrido por una partícula en el transcurso del tiempo, **es una cantidad escalar**

Rapidez, ($\frac{\Delta S}{\Delta t}$), Es la medida de la longitud del camino recorrido por una partícula en el transcurso del tiempo, **es una cantidad escalar**

Vector desplazamiento

Sean las componentes cartesianas de las posiciones:

$$\vec{r}_1 = \vec{r}(t_1) = x_1\hat{i} + y_1\hat{j}$$

$$\vec{r}_2 = \vec{r}(t_2) = x_2\hat{i} + y_2\hat{j}$$

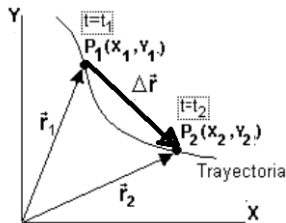
El vector que une la posición inicial con la final de un punto material o partícula en movimiento se llama **Vector desplazamiento** $\Delta\vec{r}$

Vector desplazamiento ($\Delta\vec{r}$)

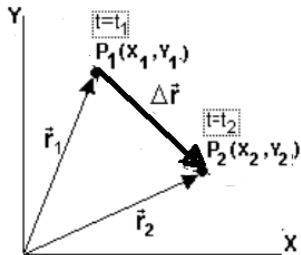
El vector que une la posición inicial y final de un punto material (o partícula) en movimiento se llama **vector desplazamiento** ($\Delta\vec{r}$).

$$\text{Siempre se cumple: } \vec{r}_1 + \Delta\vec{r} = \vec{r}_2 \Rightarrow \Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

$$\text{Para la figura: } \Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = (x_2 - x_1)\hat{i} + (y_2 - y_1)\hat{j}$$



Vector Velocidad Media



$$\bar{\vec{V}} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \Rightarrow \bar{\vec{V}} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1}$$

NOTA: $\|\Delta \vec{r}\| \leq \Delta S \rightarrow \frac{\|\Delta \vec{r}\|}{\Delta t} \leq \frac{\Delta S}{\Delta t} \rightarrow \left\| \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \right\| \leq \frac{\Delta S}{\Delta t} \rightarrow$

$$\|\bar{\vec{V}}\| \leq V_M$$

Cantidades físicas instantáneas

Explicar en Pizarra Interactiva

Cinemática

En cinemática se presentan dos tipos de problemas:

Problema directo: Dada la posición $\vec{r}(t)$, obtener:
la velocidad $\vec{v}(t)$ y la aceleración $\vec{a}(t)$.

Se resuelve derivando con respecto al tiempo:

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt}$$

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt}$$

Problema inverso: Dada la aceleración $\vec{a}(t)$ obtener:
la velocidad $\vec{v}(t)$ y la posición $\vec{r}(t)$.

Se resuelve integrando:

$$\vec{v}(t) = \int \vec{a} dt$$

$$\vec{r}(t) = \int \vec{v} dt$$

La **unidad de medida** de la aceleración media ($\bar{\vec{a}}$) y la aceleración (\vec{a}) es:

$$[\text{Unidad de } \bar{\vec{a}}] = [\text{Unidad de } \vec{a}] = \frac{[\text{Unidad de velocidad}]}{[\text{Unidad de tiempo}]}$$

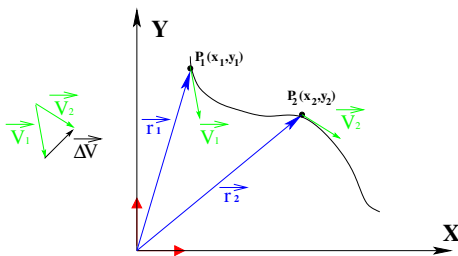
y en el sistema internacional: $[\text{Unidad de } \bar{\vec{a}}] = [\text{Unidad de } \vec{a}] = [\text{m/s}^2]$

Observaciones

- Se observa como la velocidad media \vec{V} que es secante a la trayectoria (misma dirección que $\Delta\vec{r}$), en el límite se vuelve tangente a la trayectoria.
- **La velocidad es un vector tangente a la trayectoria en la posición que se determina**
- Se acostumbra llamar a la **velocidad instantánea** simplemente **Velocidad**
- Si la partícula se mueve en **línea recta** con **velocidad constante**, entonces:
 - ▶ La velocidad es igual a la velocidad media. ($\vec{V} = \vec{V}$)
 - ▶ El módulo de la velocidad media $\|\vec{V}\|$ es igual a la rapidez media V_M
- Se llama rapidez al módulo de la velocidad ($V = \|\vec{V}\|$)
- La unidad de medida de estas cantidades físicas (rapidez media V_M , velocidad media \vec{V} y la velocidad \vec{V}) es $\left[\frac{m}{s}\right]$.

Variación de Velocidad

Hemos visto que la velocidad calculada en un instante es un vector tangente a la trayectoria. Como vemos en la figura



para los puntos P_1 y P_2 cuyas velocidades son \vec{V}_1 y \vec{V}_2 respectivamente.

Variación de velocidad $\Delta \vec{V}$:

Se define la variación de velocidad, para una partícula en el intervalo de tiempo $t_1 \leq t \leq t_2$ como:

$$\Delta \vec{V} = \vec{V}_2 - \vec{V}_1$$

Vector aceleración media

Aceleración media $\|\vec{a}\|$:

Se define la aceleración media de una partícula en el intervalo de tiempo $t_1 \leq t \leq t_2$ como el cociente entre la variación de velocidad y el tiempo transcurrido en obtener dicha variación.

Es una **cantidad física vectorial**, su dirección coincide con la de $\Delta \vec{V}$ en el intervalo de tiempo considerado.

Vector aceleración instantánea

Aceleración instantánea \vec{a} :

Es el valor instantáneo de la variación de la velocidad cuando el intervalo de tiempo *tiende a cero*; matemáticamente se expresa como el siguiente límite:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} \quad (2)$$

La aceleración instantánea es la derivada del vector velocidad respecto al tiempo.

La aceleración se emplea para medir los cambios de la velocidad respecto al tiempo.

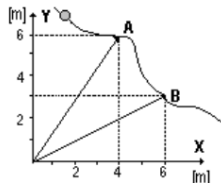
Se debe tener presente que estos cambios de velocidad pueden ser debidos, tanto a variaciones del módulo de la velocidad, como a las variaciones de su dirección.

Actividades en clases

Actividad 1: Una partícula se mueve sobre la trayectoria de la figura adjunta pasando por los puntos **A** y **B** en los instantes $t_A=1[s]$ y $t_B=5[s]$.

a) Expresar los vectores posición \vec{r}_A y \vec{r}_B de la figura

b) Determinar el vector desplazamiento $\Delta\vec{r}$ y su módulo en el intervalo de tiempo dado.



c) La velocidad media y su módulo para el intervalo de tiempo dado.

Actividades en clases

Actividad 3:

El vector posición de una partícula móvil es:
 $\vec{r}(t) = (3t^2 + 2)\hat{i} + 2t^2\hat{j}$, donde la posición está dada en [m] y el tiempo en [s]. Determine:

a) Los vectores posición para $t_1=2[s]$ y para $t_2=4[s]$.

b) Represente los vectores posición en un sistema de coordenadas (x,y).

c) El vector desplazamiento, su módulo y dirección para el intervalo de tiempo de $2 \leq t \leq 4 [s]$.

d) la velocidad media en ese intervalo de tiempo.

**e) El módulo de la velocidad y su dirección.

Actividades en clases

Actividad 4:

El vector posición de una partícula móvil es:
 $\vec{r}(t) = (t^2 - 1)\hat{i} + 3t\hat{j}$, donde la posición está dada en [cm] y el tiempo en [s]. Determinar:

a) Los vectores posición para $t_1=3[s]$ y para $t_2=5[s]$.

b) Represente los vectores posición en un sistema de coordenadas (x,y)

c) Para el intervalo de tiempo de $3 \leq t \leq 5 [s]$ el vector desplazamiento, su módulo y dirección.

d) la velocidad media en ese intervalo de tiempo.

**e) El módulo de la velocidad y su dirección.