

Exemple d'utilisation de l'algorithme de Synthèse en 3FN

1. Trouver une couverture minimale G de F

1.a. Initialiser la relation R avec tous les attributs et identifier toutes les dépendances fonctionnelles.

On considère la relation $R(A, B, C, D, E, F, G)$, on considère l'ensemble G_0 des dépendances fonctionnelles suivantes:

- DF1: $AB \rightarrow EGD$
- DF2: $DE \rightarrow FGB$
- DF3: $C \rightarrow AG$
- DF4: $B \rightarrow EDF$
- DF5: $FB \rightarrow A$

1.b. Simplifier les DF à droite

Développer les DF $X \rightarrow A_1, \dots, A_n$ telles que $X \rightarrow A_1, X \rightarrow A_2, \dots, X \rightarrow A_n$.

On obtient l'ensemble G_1 des dépendances fonctionnelles suivantes:

- DF1.1: $AB \rightarrow E$
- DF1.2: $AB \rightarrow G$
- DF1.3: $AB \rightarrow D$
- DF2.1: $DE \rightarrow F$
- DF2.2: $DE \rightarrow G$
- DF2.3: $DE \rightarrow B$
- DF3.1: $C \rightarrow A$
- DF3.2: $C \rightarrow G$
- DF4.1: $B \rightarrow E$
- DF4.2: $B \rightarrow D$
- DF4.3: $B \rightarrow F$
- DF5.1: $FB \rightarrow A$

1.c. Simplifier les DF à gauche

Pour chaque attribut B de X , si B appartient à la fermeture suivante: $\{X - \{B\}\}_{G-\{X \rightarrow A\}}^+$.

C'est à dire que B est atteignable par les autres attributs de X .

Alors on remplace $X \rightarrow A$ par $X - \{B\} \rightarrow A$.

Détaillons pour chaque DF:

1. DF1.1: $AB \rightarrow E$

- Cherchons si A est atteignable par B .
- On a $B_{G_1-\{AB \rightarrow E\}}^+ = \{B, E, D, F, A...\}$.
- On a $A \in B_{G_1-\{AB \rightarrow E\}}^+$.
- Donc on remplace $AB \rightarrow E$ par $B \rightarrow E$.
- Or $B \rightarrow E$ est déjà dans G_1 , on supprime donc la DF $AB \rightarrow E$.

2. DF1.2: $AB \rightarrow G$

- Cherchons si A est atteignable par B .
- On a $B_{G_1-\{AB \rightarrow G\}}^+ = \{B, E, D, F, A...\}$.
- On a $A \in B_{G_1-\{AB \rightarrow G\}}^+$.
- Donc on remplace $AB \rightarrow G$ par $B \rightarrow G$.
- Or $B \rightarrow G$ est déjà dans G_1 , on supprime donc la DF $AB \rightarrow G$.

3. DF1.3: $AB \rightarrow D$

- Même raisonnement que pour DF1.1 et DF1.2.
- On supprime la DF $AB \rightarrow D$.

4. DF2.1: $DE \rightarrow F$

- Cherchons si D est atteignable par E .
- On a $E_{G_1-\{DE \rightarrow F\}}^+ = \{E\}$.
- On a $D \notin E_{G_1-\{DE \rightarrow F\}}^+$.
- Donc on ne remplace pas $DE \rightarrow F$.
- Cherchons si E est atteignable par D .
- On a $D_{G_1-\{DE \rightarrow F\}}^+ = \{D\}$.
- On a $E \notin D_{G_1-\{DE \rightarrow F\}}^+$.
- Donc on ne remplace pas $DE \rightarrow F$.
- On ne peut pas simplifier $DE \rightarrow F$.

5. DF2.2: $DE \rightarrow G$

- Même raisonnement que pour DF2.1.
- On ne peut pas simplifier $DE \rightarrow G$.

6. DF2.3: $DE \rightarrow B$

- Même raisonnement que pour DF2.1.
- On ne peut pas simplifier $DE \rightarrow B$.

Pour les autres DF, on ne peut pas les simplifier, excepté DF5.1:

7. DF5.1: $FB \rightarrow A$

- Cherchons si F est atteignable par B .
- On a $B_{G_1 - \{FB \rightarrow A\}}^+ = \{B, E, D, F \dots\}$.
- On a $F \in B_{G_1 - \{FB \rightarrow A\}}^+$.
- Donc on remplace $FB \rightarrow A$ par $B \rightarrow A$.

On obtient l'ensemble G_2 des dépendances fonctionnelles suivantes:

- DF1.2: $B \rightarrow G$
- DF2.1: $DE \rightarrow F$
- DF2.2: $DE \rightarrow G$
- DF2.3: $DE \rightarrow B$
- DF3.1: $C \rightarrow A$
- DF3.2: $C \rightarrow G$
- DF4.1: $B \rightarrow E$
- DF4.2: $B \rightarrow D$
- DF4.3: $B \rightarrow F$
- DF5.1: $B \rightarrow A$

1.d. Supprimer les DF redondantes

Pour chaque DF $X \rightarrow A$, si A appartient à $X_{G - \{X \rightarrow A\}}^+$, alors on peut supprimer $X \rightarrow A$.

C'est à dire que A est atteignable à partir des autres DF depuis X .

Détaillons pour chaque DF:

1. DF1.2: $B \rightarrow G$

- On a $G \in B_{G_2 - \{B \rightarrow G\}}^+ = \{B, E, D, F, A, G \dots\}$.
- On peut supprimer $B \rightarrow G$.

2. DF2.1: $DE \rightarrow F$

- On a $F \in DE_{G_2 - \{DE \rightarrow F\}}^+ = \{D, E, G, B, F \dots\}$.
- On peut supprimer $DE \rightarrow F$.

3. DF2.2: $DE \rightarrow G$

- On a $G \in DE_{G_2 - \{DE \rightarrow G\}}^+ = \{F, B, E, D, F, A\}$.
- On ne peut pas supprimer $DE \rightarrow G$.

On ne peut supprimer aucune autre DF.

On obtient l'ensemble G_3 des dépendances fonctionnelles suivantes:

- DF2.2: $DE \rightarrow G$
- DF2.3: $DE \rightarrow B$
- DF3.1: $C \rightarrow A$
- DF3.2: $C \rightarrow G$
- DF4.1: $B \rightarrow E$
- DF4.2: $B \rightarrow D$
- DF4.3: $B \rightarrow F$
- DF5.1: $B \rightarrow A$

2. Edition des relations

Pour chaque X de G , créer une relation $\{X, A_1, \dots, A_n\}$ avec les DF $X \rightarrow A_1, \dots, X \rightarrow A_n$.

X est la clé de la relation.

On obtient les relations suivantes:

- $R_1(D, E, G, B)$ avec la clé DE et les DF $DE \rightarrow G$ et $DE \rightarrow B$.
- $R_2(C, A, G)$ avec la clé C et les DF $C \rightarrow A$ et $C \rightarrow G$.
- $R_3(B, E, D, F, A)$ avec la clé B et les DF $B \rightarrow E, B \rightarrow D, B \rightarrow F$ et $B \rightarrow A$.

3. Fusionner les relations

Si les fermeture des clés sont équivalentes, alors les relations peuvent être fusionnées.

On a $DE_{G_3}^+ = \{D, E, G, B, F, A\}$ et $C_{G_3}^+ = \{C, A, G\}$ et $B_{G_3}^+ = \{B, E, D, F, A, G\}$.

On observe que $DE_{G_3}^+ = B_{G_3}^+$, donc on peut fusionner R_1 et R_3 .

On obtient donc les relations finales suivantes:

- $R_1(D, E, G, B, F, A)$ avec la clé DE
- $R_2(C, A, G)$ avec la clé C