

Лабораторна робота № 1

з курсу “Спеціальні розділи математики”

Тема: “Основи роботи в програмі MathCad”

Мета роботи: Освоїти основні поняття та техніку роботи у програмі MathCad.

Термін часу: 4 години.

Програма роботи

1. Ознайомитися з принципами роботи з документами MathCad (створення, збереження, відкриття і закриття).
2. Введення і редагування формул, в тому числі введення грецьких букв.
3. Введення тексту, в тому числі кириличного.
4. Використання змінних та функцій, функцій користувача.
5. Операції з числами, в тому числі комплексними.
6. Операції з векторами і матрицями: створення, відображення. Матрична алгебра.
7. Побудова графіку, тривимірного графіку і поверхні.

Зміст звіту

1. Мета і програма роботи.
2. Усі вправи щодо роботи з документами, формул, текстів.

Теоретичні дані

Робота з документами

У Mathcad всі розрахунки організовуються на робочих областях, або "листах" (worksheets), спочатку порожніх, на яких можна додавати формули і текст. Тут і далі називатимемо робочий аркуш документом Mathcad. Це не зовсім точно передає сенс англійського терміну "worksheet", зате звичніше з точки зору термінології windows-додатків. Кожен документ є незалежною серією математичних розрахунків і зберігається в окремому файлі. Документ є одночасно і лістингом Mathcad-програми, і результатом виконання цієї програми, і звітом, який можна роздрукувати на принтері або опублікувати в Web.

Створення документу

Якщо Mathcad запускається з головного меню Windows (кнопкою Пуск), то вікно Mathcad з'являється з відкритим у ньому новим порожнім безіменним документом, названим системою Untitled:1.

Щоб створити новий порожній документ, вже працюючи в Mathcad, слід виконати одну з трьох еквівалентних дій:

- натиснення одночасно клавіш <Ctrl>+<n>;
- натиснення кнопки New (Створити) на панелі інструментів; клацнувши на команді верхнього меню File / New (Файл / Створити).

В Mathcad 11 кнопка New на стандартній панелі складається з двох частин (рис.1):

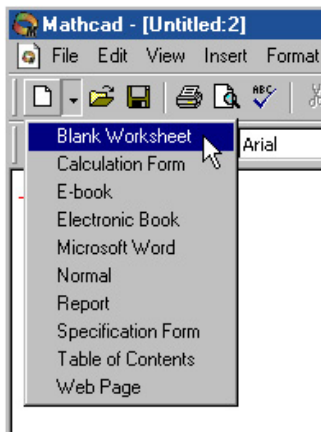


Рис.1. Створення нового документу кнопкою New

Вибір Blank Worksheet – створення пустого документу, інше – створення документу на основі того чи іншого шаблону (детальніше – в документації).

Збереження документу

Щоб зберегти документ у форматі Mathcad, виберіть File / Save (Файл / Сохранить), або натискайте клавіші <Ctrl>+<s> або кнопку Save на стандартній панелі інструментів. Якщо створений документ зберігається вперше, на екран буде виведено діалогове вікно Збереження (Save), в якому потрібно буде визначити його ім'я (мал. 2)

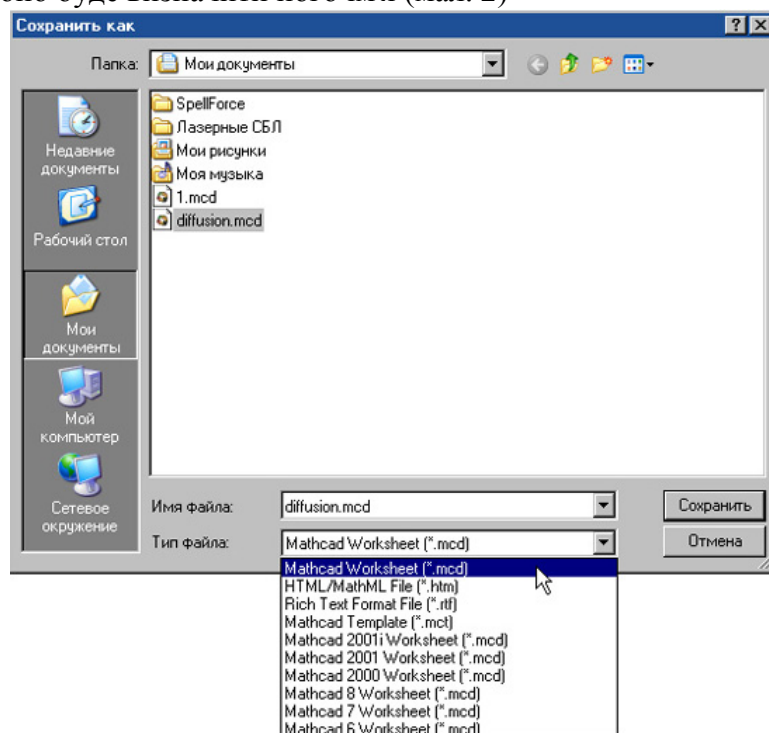


Рис.2. Збереження документу

Щоб перейменувати документ, збережіть його під іншим іменем командою File / Save As (Файл / Сохранить как).

Можливі формати файлів, що зберігаються:

- Mathcad 11 Worksheet (*.mcd) — найбільш потужний формат, використовується за замовчуванням,
- Html/mathml File (*.htm) — формат web-сторінки. Починаючи з версії Mathcad 11, всі атрибути документа Mathcad можуть зберігатися в html-файлі (з додатковою xml-розміткою). З одного боку, такі файли можуть бути видимими звичайним браузером, а з іншої — без збитку для функціональності — відкриватися і редагуватися в Mathcad як звичайні (*.mcd) документи.
- Mathcad Template (*.mct) — формат шаблону;
- Rich Text Format (*.rtf) — зберігайте файли в цьому форматі лише для подальшого редагування в текстових редакторах з метою створення звітів. Зокрема, зберігши документ в rtf-файлі, можна завантажити його в Microsoft Word або іншому текстовому процесорі, більшість з яких підтримує цей формат;
- Mathcad 6...20011 Worksheet (*.mcd) — формати колишніх версій Mathcad.

Відкриття існуючого документу

Щоб відкрити існуючий документ для редагування, виконаєте команду File / Open (Файл / Открыть) або натискуйте клавіші <Ctrl>+<o> (або кнопку Open на стандартній панелі інструментів). У діалоговому вікні Open виберіть файл і натискуйте кнопку ОК. Крім того, відкрити файл можна і в оглядачі Windows, клацнувши двічі на його імені з розширенням .mcd.

Відкрити документ Mathcad, що знаходиться в мережі Інтернет, можна за допомогою вікна Ресурсів Mathcad:

- Викличте один з Ресурсів Mathcad, наприклад, Швидкі шпаргалки (Help / Quicksheets)
- Натискуйте кнопку із зображенням глобуса і двох стрілок на панелі інструментів вікна Mathcad Resources, що з'явилося (мал. 2.7).

- Введіть url-адресу сторінки в мережі Інтернет, де знаходиться документ Mathcad, наприклад <http://www.mathsoft.com> — в полі для введення адреси у вікні. Натискайте клавішу <Enter>.

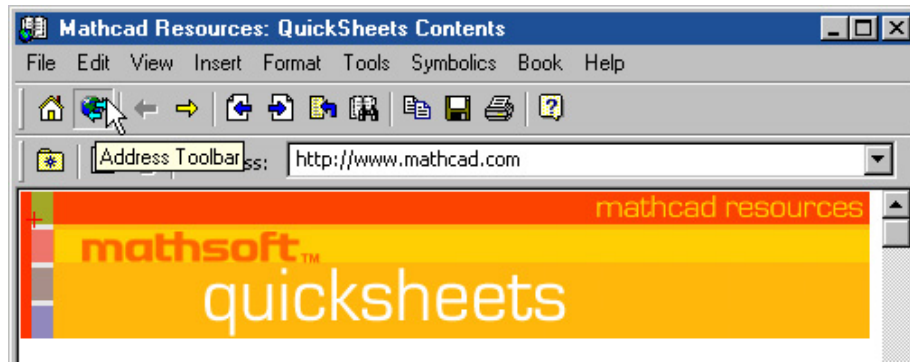


Рис.3. Відкриття документу в Інтернет

Закриття документу

Активний документ закривають одним із способів:

- натисненням кнопки закриття вікна документа (хрестика) в його правій верхній частині ;
- за допомогою команди File / Close (Файл / Закреть);
- натисненням клавіш <Ctrl>+<w>;
- при завершенні сеансу роботи з Mathcad: за допомогою або команди File / Exit (Файл / Виход), або кнопки управління вікном, або панелі завдань Windows, — будуть закриті всі відкриті документи, включаючи і неактивні.

Якщо внесені зміни не були збережені, Mathcad запропонує зробити це.

Елементи інтерфейсу Mathcad

- Курсор миші (mouse pointer) — грає звичайну для додатків Windows роль, слідуючи за рухами миші;
- курсор — обов'язково знаходиться усередині документа в одному з трьох видів:
 - курсор введення (crosshair) — хрестик червоного кольору, який відзначає порожнє місце в документі, куди можна вводити текст або формулу;
 - лінії введення (editing lines) — горизонтальна (underline) і вертикальна (insertion line) лінії синього кольору, що виділяють в тексті або формулі певну частину;
 - лінія введення тексту (text insertion point) — вертикальна лінія, аналог ліній введення для текстових областей.
- місцезаповнювачі (placeholders) — з'являються усередині незавершених формул в місцях, які мають бути заповнені символом або оператором: місцезаповнювач символу — чорний прямокутник; місцезаповнювач оператора — чорна прямокутна рамка.



Курсор миші



Курсор введення



лінії введення



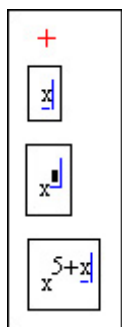
місцезаповнювачі оператора і символу

Рис.4. Елементи інтерфейсу

Введення формул

Ввести математичний вираз можна в будь-якому порожньому місці документа Mathcad. Для цього розташуйте курсор введення в бажане місце документа, клацнувши в нім мишею, і просто починайте вводити формулу, натискаючи клавіші на клавіатурі. При цьому в документі створюється математична область (math region), яка призначена для зберігання формул, що

інтерпретуються процесором Mathcad. Продемонструємо послідовність дій на прикладі введення виразу x^{5+x} :



- Клікніть мишею, позначивши місце введення. Натискуйте клавішу <x> — в цьому місці замість курсора введення з'явиться регіон з формулою, що містить один символ x, причому він буде виділений лініями введення.
- Введіть оператор піднесення до ступеня, натискуючи клавішу <A>, або вибравши кнопку піднесення до ступеня на панелі інструментів Calculator — у формулі з'явиться місцезаповнювач для введення значення ступеня, а лінії введення виділять цей місцезаповнювач.
- Послідовно введіть останні символи <5>, <+>, <x>.

Рис.5. Введення формули

Якщо користувач починає введення формули з оператора (мал. 2.11), залежно від його типу, автоматично з'являються і місцезаповнювачі, без заповнення яких формула не сприйматиметься процесором Mathcad.

Послідовність вставки оператора у формулу така:

- Посуньте лінії введення на частину формули, яка повинна стати першим операндом.
- Введіть оператор, натискуючи кнопку на панелі інструментів або комбінацію клавіш.

Щоб вставити оператора не після, а перед частиною формули, виділеної лініями введення, натискуйте перед його введенням клавішу <Ins>, яка пересуне вертикальну лінію введення вперед. Це важливо, зокрема, для вставки оператора заперечення.

Зміна операторів

Щоб видалити оператор, розмістіть його перед вертикальною лінією введення і натисніть клавішу <Backspace>. В результаті оператор або зникне (а операнди зліва і справа зіллються в одне ім'я), або (у складних формулах) з'явиться місцезаповнювач оператора у вигляді чорної рамки. За бажання можна видалити і цей місцезаповнювач повторним натисненням <Backspace>.

Резюме. Для вставки символів в документи доступні наступні інструменти:

- Більшість символів, наприклад латинські букви або цифри, для визначення імен змінних і функцій набираються на клавіатурі;
- грецькі букви найлегше вставляються за допомогою панелі інструментів Greek (Грецькі символи) (мал. 2.19). Можна також ввести відповідну латинську букву і натискувати клавіші <Ctrl>+<g> (після цього, наприклад, з латинської буква "a" виходить грецька а);




Рис.6. Панель інструментів Greek

- оператори можуть бути вставлені або з різних математичних панелей інструментів, або відповідною комбінацією клавіш. Наприклад, оператори (див. мал. 2.15), що найбільш часто вживаються, згруповані на панелі Calculator (Калькулятор);
- імена функцій вводяться або з клавіатури, або, надійніше, за допомогою команди Insert/Function (Вставка/ Функція) . Дужки можуть бути вставлені з клавіатури. Проте, для того, щоб виділити дужками вже введену частину формули, краще помістити її між лініями введення і натискувати клавішу <'> (апостроф).

Введення тексту

Щоб до початку введення вказати програмі, що потрібно створити не формульний, а текстовий регіон, досить, перш ніж ввести перший символ, натиснути клавішу "<"> В результаті на місці курсора введення з'являється новий текстовий регіон, який має характерне виділення. Курсор

набирає при цьому вигляду вертикальної лінії червоного кольору , яка називається лінією введення тексту і аналогічна за призначенням лініям введення у формулах.

Відправлення документу електронною поштою

Відправити активний документ електронною поштою легко, і не виходячи з Mathcad. Для цього виберіть команду File / Send (Файл / Отправить), внаслідок чого відразу з'явиться вікно New Message (Новое сообщение), змальоване на мал. 2.38 з автоматично приєднаним до нього файлом Mathcad. Користувачеві треба ввести у відповідні поля вікна електронну адресу отримувача, тему і текст листа і відіслати листа.

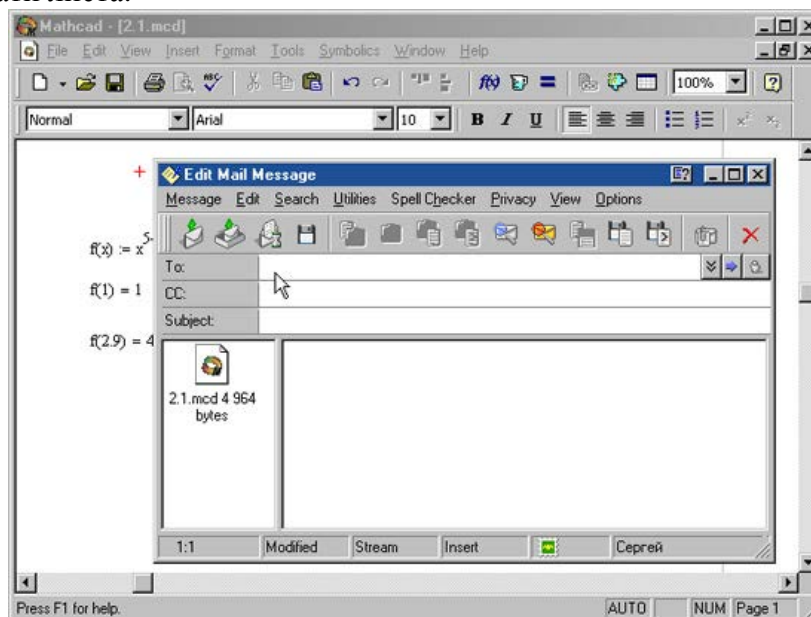


Рис.7. Відсилення листа по Email

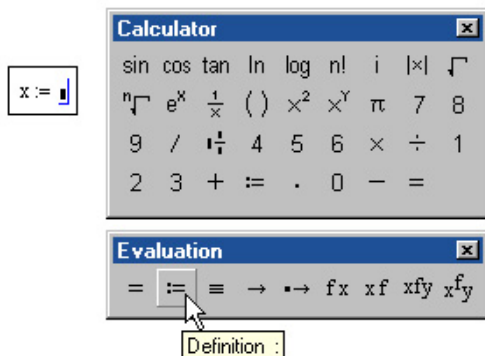
Для використання цієї опції комп'ютер має бути підключений до Інтернету і на ній має бути заздалегідь встановлене відповідне поштове застосування.

Визначення змінних та присвоєння їм значень

Щоб визначити змінну, досить ввести її ім'я і надати їй певне значення, для чого служить оператор присвоєння.

Щоб надати змінній нове значення, наприклад змінну x зробити рівною 10:

- Введіть в бажаному місці документа ім'я змінної, наприклад x.



- Введіть оператор присвоєння за допомогою клавіші "<:="> або натисканням відповідної кнопки Definition (Присвоєння) на панелі інструментів Calculator або Evaluation (Вирази), як показано на мал. 3.1.
- Введіть в місцезаповнювач, що з'явився, нове значення змінної (10).

Рис.8. Присвоєння значення змінній

Визначення функції користувача

Для того, щоб визначити функцію користувача, наприклад $f(x,y) = x^2 - \cos(x+y)$:

- Введіть в бажаному місці документа ім'я функції (f). Введіть ліву дужку "(", імена змінних через кому x, в і праву дужку ")". При введенні лівої дужки і коми автоматично з'являтимуться відповідні місцезаповнювачі.
- Введіть оператор присвоєння з панелі інструментів або натисканням клавіші <:=>.
- Введіть у новий місцезаповнювач вираз, що визначає функцію $x^2 - \cos(x+y)$, користуючись клавіатурою або панелями інструментів.

Всі змінні, присутні справа у виразі визначення функції, або повинні входити в список аргументів функції (у дужках, зліва після імені функції), або мають бути визначені раніше. Інакше буде виведено повідомлення про помилку.

Обчислення виразів

Значення змінної або виразу обчислюється після знаку <=>. Перш ніж обчислити значення математичного виразу, Ви зобов'язані визначити значення всіх змінних, що в нього входять (два перші рядки лістингу 1). Обчислюваний вираз може містити будь-яку кількість змінних, операторів і функцій.

```
x := 10

y := (x - 3)^2 + 1

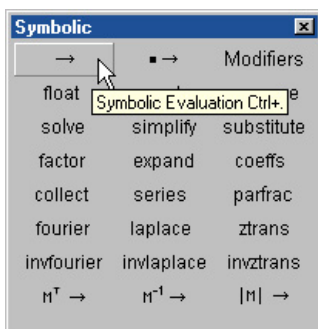
x^y = 1 x 10^50

x = 10
```

Лістинг 1. Обчислення виразу.

Символьні обчислення

У Mathcad є можливість символьного, або аналітичного, обчислення значення вираження. одне з них — це оператор символьного виводу (symbolic evaluation). Він позначається символом «». Робота символьного процесора полягає в аналізі самого тексту математичних виразів. Звичайно, набагато вужчий круг формул можна розрахувати символьно, хоч би тому, що не така велика частина математичних задач допускає аналітичне рішення.



Наприклад, є вираз: $B \cdot \sin(\arcsin(C \cdot X))$, где B, C, X — деякі змінні. Для символьного обчислення (перетворення) цього виразу:

- Введіть цей вираз: $B \cdot \sin(\arcsin(3 \cdot X))$.
- Введіть оператора символьного виводу натисканням відповідної кнопки (рис. 9) на панелі Symbolic (Символіка) або Evaluation (Вирази).

Рис.9. Панель символьних обчислень

Арифметичні оператори

Оператори, що позначають основні арифметичні дії, вводяться з панелі Calculator (Калькулятор) — рис.10.

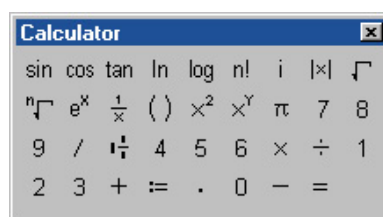


Рис.10. Панель арифметичних операторів

Панель містить:

- складання і віднімання: + — (лістинг 2);
- множення і ділення: • / + (лістинг 3);
- факторіал: ! (лістинг 4);

- модуль числа: $|x|$ (лістинг 4);
- квадратний корінь: (лістинг 5);
- корінь n-й міри: (лістинг 5);
- піднесення x до ступеня в: x^y (лістинг 5);
- зміна пріоритету: дужки (лістинг 6);
- чисельний вивід: $=$ (всі лістинги).

$$1 + 3 - 7 = -3$$

$$-(-2) = 2 \quad \text{Лістинг 2. Складання, віднімання, заперечення}$$

$$\frac{5}{2} = 2.5$$

$$5 \div 2 = 2.5$$

$$2 \frac{3}{4} = 2.75$$

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120 \quad \text{Лістинг 3. Ділення і множення}$$

$$5! = 120$$

$$|-10| = 10 \quad \text{Лістинг 4. Факторіал та модуль}$$

$$\sqrt{4} = 2$$

$$\sqrt[3]{125} = 5$$

$$e^{\ln(3)} = 3$$

$$3^2 = 9$$

$$10^{0.2} = 1.585 \quad \text{Лістинг 5. Корені і ступінь}$$

$$(1 + 2) \cdot 3 = 9$$

$$1 + 2 \cdot 3 = 7 \quad \text{Лістинг 6. Дужки}$$

Обчислювальні оператори

Обчислювальні оператори вставляються в документи за допомогою панелі інструментів Calculus (Обчислення). При натисненні будь-якої з кнопок в документі з'являється символ відповідної математичної дії, забезпечений декількома місцезаповнювачами. Кількість і розташування місцезаповнювачів визначається типом оператора і в точності відповідає їх загальноприйнятому математичному запису.

$$\sum_{i=1}^{10} i = 55$$

$$\prod_{i=1}^{10} i = 3.629 \times 10^6$$

$$\quad \text{Лістинг 7. Обчислювальні оператори}$$

Комплексні числа

Mathcad обробляє також комплексні числа. По замовчанню уявну одиницю представляє символ i , або j .

$$x := 2i \quad x \cdot x = -4$$

Лістинг 8. Комплексне число.

$$x^2 = -4$$

Комплексне число можна ввести у вигляді звичайної суми дійсної і уявної частин або у вигляді будь-якого виразу, що містить уявне число. Для роботи з комплексними числами є декілька простих функцій і операторів, дія яких показана в лістингу 9.

$$y := 19.785j + 0.1$$

$$\operatorname{Im}(y) = 19.785 \quad \operatorname{Re}(y) = 0.1$$

$$z := 23 \cdot e^{0.1i}$$

$$|z| = 23 \quad \arg(z) = 0.1$$

Лістинг 9. Функції та оператори для комплексних чисел.

Масиви, вектори, матриці

Масивами (arrays) називають впорядковані послідовності чисел або елементів масиву. Доступ до будь-якого елементу масиву можливий по імені векторної змінної та його індексу, тобто номеру в послідовності чисел.

У Mathcad є і оператори, і вбудовані функції, які діють на вектори і матриці цілком, наприклад, транспонування, матричне множення і так далі. Над елементами масиву можна здійснювати дії як над звичайними числами. Потрібно лише правильно задати відповідний індекс або посднання індексів масиву.

ORIGIN – глобальна змінна, початковий номер індексів масивів, по замовчанню 0.

$$\text{ORIGIN} = 1$$

$$a := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}$$

$$2 \cdot a = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix} \quad B \cdot a = \begin{pmatrix} 30 \\ 36 \\ 42 \end{pmatrix} \quad B^T = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

Множення вектора на число, матриці на вектор, транспонування матриці.

$$C := \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad B \cdot C = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$$

$$D := \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 2 & 5 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad |D| = -9$$
$$D^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{5}{9} & \frac{4}{9} & \frac{2}{9} \\ -\frac{4}{9} & \frac{5}{9} & -\frac{2}{9} \\ \frac{5}{3} & -\frac{4}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix} \quad B^3 = \begin{pmatrix} 468 & 1062 & 1656 \\ 576 & 1305 & 2034 \\ 684 & 1548 & 2412 \end{pmatrix}$$
$$D^{-1} \cdot D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Визначник матриці, обернена матриця, піднесення матриці у ступінь.

$$f := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad f \cdot f = 14$$

Скалярний добуток векторів.

Лістинг 10. Операції над векторами і матрицями

Побудова графіку, тривимірного графіку і поверхні.

Нехай є функція $f(x)$. Щоб побудувати її графік, показаний на рис. 11, слід натискати на панелі Graph кнопку з потрібним типом графіка і в заготівці графіка, що з'явилася, визначити значення, які будуть відкладені по осях. У нашому випадку потрібно було ввести x в місцезаповнювач біля осі x і $f(x)$ (або відповідний вираз в нашому випадку) — біля осі Y .

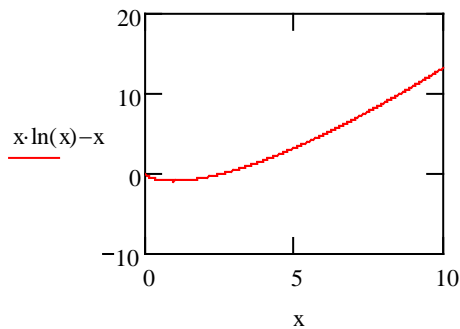
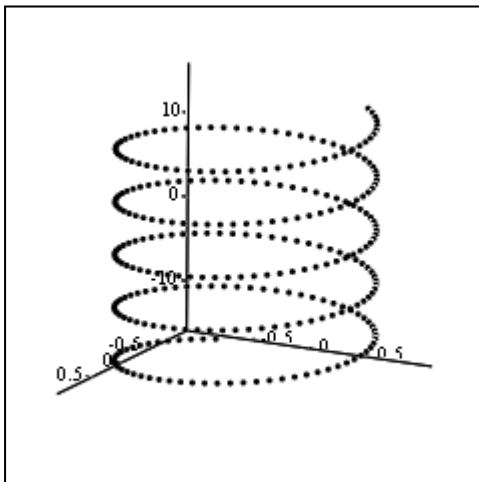


Рис.11. Графік функції одного аргумента

Тривимірну криву можна побачити за допомогою функції

- `Createspace(F(або f1, f2, f3), t0, t1, tgrid, fmap)` — створення вкладеного масиву, що представляє x -, y - і z -координати параметричної просторової кривої, заданої функцією p ;
- $F(t)$ — векторна функція від трьох аргументів, задана параметрично відносно єдиного аргументу t ;
- $f1(t), f2(t), f3(t)$ — скалярні функції;
- $t0$ — нижня межа t (за умовчанням -5);
- $t1$ — верхня межа t (за умовчанням 5);
- $tgrid$ — число точок сітки по змінній t (за умовчанням 20);
- $fmap$ — векторна функція від трьох аргументів, задаюча перетворення координат.

$$F(t) := \begin{pmatrix} \cos(t) \\ \sin(t) \\ t \end{pmatrix}$$



`CreateSpace(F, -15, 15, 300)`

`CreateSpace(F, -15, 15, 300) = ({3,1})`

Рис.12. Графік тривимірної кривої

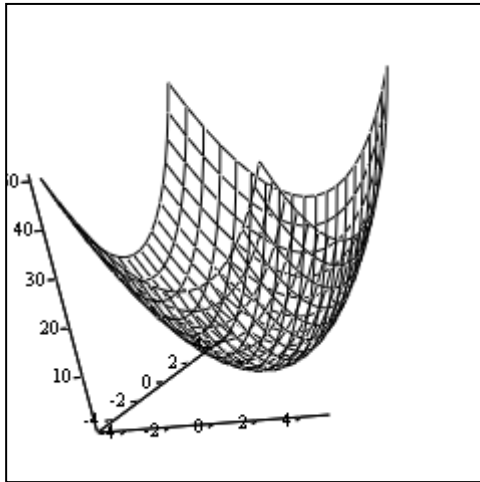
Функція для задання тривимірної поверхні є функцією від функції двох аргументів. Ці аргументи та значення останньої функції разом утворюють тривимірну поверхню.

- `Createmesh(F(або g, або f1, f2, f3), s0, s1, t0, t1, sgrid, tgrid, fmap)` - створення вкладеного масиву, представляючого x -, y - і z -координати параметричної поверхні, заданої функцією F ;
- $F(s,t)$ — векторна функція з трьох елементів, задана параметрично відносно двох аргументів s і t ;

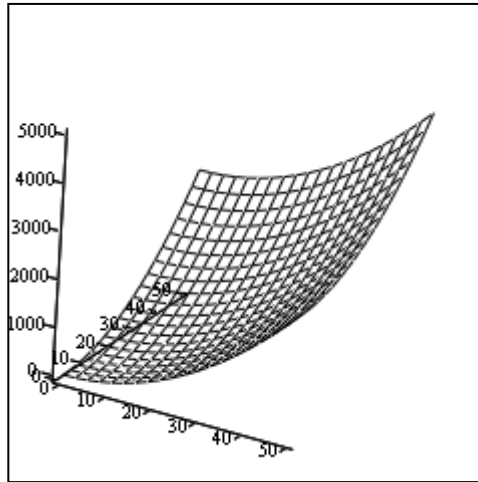
- $g(s, t)$ — скалярна функція; $f1(s,t), f2(s,t), f3(s,t)$ — скалярні функції;
- $s0, t0$ — нижні межі аргументів s, t (за умовчанням -5);
- $s1, t1$ — верхні межі аргументів s, t (за умовчанням 5);
- $sgrid, tgrid$ — число точок сітки по змінних s і t (за умовчанням 20);
- $fmap$ — векторна функція з трьох елементів від трьох аргументів, що задає перетворення координат.

Для побудови графіку треба створити в документі вікно графіку відповідного типу за допомогою панелі *Графіки* та заповнити місце заповнювач викликом функції створення графіку (в нашому випадку це *CreateSpace* або *CreateMesh*).

$$g(s, t) := s^2 + t^2$$



CreateMesh(g)



CreateMesh(g, 0, 50, 0, 50)

Рис.12. Побудова тривимірної поверхні

Завдання

Виконати всі справи відповідно до програми роботи.

Контрольні питання

1. Як визначати змінні та присвоювати їм значення в документі?
2. Як зберегти і відчинити документ?
3. Як відчинити документ в Internet?
4. Що таке місцезаповнювач (placeholder)?
5. Як використати грецькі букви для назв змінних і функцій?
6. Як відіслати документ по електронній пошті?
7. Як виконати символічне обчислення виразу?
8. Що таке обчислювальні оператори та які у них місцезаповнювачі?
9. Як звернутись до елементу масива?
10. Які існують основні операції над векторами і матрицями?
11. Як побудувати графік функції одного аргумента?
12. Як побудувати графік функції у тривимірному просторі?
13. Як побудувати поверхню у тривимірному просторі?

ЛІТЕРАТУРА

1. Кудрявцев Е.М. Mathcad 2000 Pro. – М.: ДМК Пресс, 2001. – 576 с.