Задание:

$\Sigma = \{0, 1, \wedge, \#\}$

1. Распознавание слов полиндромов.
2. Выписать на результативную ленту максимальное из чисел входной ленты, которые разделены '*'.
3. Сумма чисел (число записано от старшего разряда к младшему).

Краткое описание алгоритмов:

1. Копируем слово на вторую ленту и проверяем с разных концов. Если хоть раз символы не совпали - то дело плохо. Иначе дойдем до конца на одной и начала на другой и перейдем в хорошее окончательное состояние.
2. Копируем первое число на вторую ленту, а все остальные на 3-ю, так как после проверки максимальное число всегда будем переносить на вторую ленту (если требуется). После копирования чисел возвращаемся влево, так как сначала сравним их длины и если они оказались равными, то уже проверяем по цифрам справа (где мы и находимся в этом случае, так мы делаем потому-что см. форму записи числа).
   Если число на второй ленте больше, то мы стираем число с третьей и копируем туда новое. Иначе переносим с третьей ленты на вторую, затирая третью.
   Машина остановится только тогда, когда ей нечего будет копировать. В этот момент на второй ленте будет находится заветное число.
3. см. примечания (a), (c). Переносим числа на одну клетку вправо (для случая когда сумма содержит больше цифр, чем любое из слагаемых). И начинаем складывать тривиальным способом. Если сдвиг делался зря, то просто дописываем незначащий 0 (чтобы результат был записан сразу после '#'), иначе все хорошо.

Решение:

1. Использованно 2 ленты.
   $\alpha, \beta \in \{0, 1\}$. $(\alpha \neq \beta)$
   Используемые состояния:
   q_0 - копирование слова на вторую ленту.
   q_1 - возвращение головки первой ленты в начало.
   q_2 - проверка на полиндром.
   $!_0$, $!_1$ - ошибка и допуск соответственно.
   $q_0 \begin{pmatrix} \# \\ \# \end{pmatrix} \to q_0 \begin{pmatrix} \# \\ \# \end{pmatrix} \begin{pmatrix} +1 \\ +1 \end{pmatrix}$
   $q_0 \begin{pmatrix} \alpha \\ \wedge \end{pmatrix} \to q_0 \begin{pmatrix} \alpha \\ \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} +1 \\ +1 \end{pmatrix}$
   $q_0 \begin{pmatrix} \wedge \\ \wedge \end{pmatrix} \to q_1 \begin{pmatrix} \wedge \\ \wedge \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$
   $q_1 \begin{pmatrix} \alpha \\ \wedge \end{pmatrix} \to q_1 \begin{pmatrix} \alpha \\ \wedge \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$$q_1 \begin{pmatrix} \# \\ \wedge \end{pmatrix} \to q_2 \begin{pmatrix} \# \\ \wedge \end{pmatrix} \begin{pmatrix} +1 \\ -1 \end{pmatrix}$$
$$q_2 \begin{pmatrix} \alpha \\ \alpha \end{pmatrix} \to q_2 \begin{pmatrix} \alpha \\ \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} +1 \\ -1 \end{pmatrix}$$
$$q_2 \begin{pmatrix} \wedge \\ \# \end{pmatrix} \to !_1 \begin{pmatrix} \wedge \\ \# \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$
$$q_2 \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} \to !_0 \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

2. Использованно 3 ленты. Первая лента - входная, вторая - хранит результат.
   Примечание: число записано от младшего разряда к старшему.
   Используемые состояния:
   q_0 - копирование 1-го числа на вторую ленту.
   q_1 - копирование некоторого числа на третью ленту.
   q_2 - возвращает головки 2-ой и 3-ей ленты в начало.
   q_3 - сравнение чисел на 2-ой и 3-ей ленте.
   q_4 - число на второй ленте больше.
   q_5 - число на третьей ленте больше.
   q_6 - сравнениваем числа по цифрам.

	q#	α_{1_1}	...	α_{n_1}	*	...	*	α_{1_m}	...	α_{n_m}	$\wedge$	
	q#	$\wedge$	...									
	q#	$\wedge$	...									

$$q_0 \begin{pmatrix} \# \\ \# \\ \# \end{pmatrix} \to q_0 \begin{pmatrix} \# \\ \# \\ \# \end{pmatrix} \begin{pmatrix} +1 \\ +1 \\ +1 \end{pmatrix}$$

	#	$q\alpha_{1_1}$	...	α_{n_1}	*	...	*	α_{1_m}	...	α_{n_m}	$\wedge$	
	#	$q\wedge$	$\wedge$	...								
	#	$q\wedge$	$\wedge$	...								

$$q_0 \begin{pmatrix} \alpha \\ \wedge \\ \wedge \end{pmatrix} \to q_0 \begin{pmatrix} \alpha \\ \alpha \\ \wedge \end{pmatrix} \begin{pmatrix} +1 \\ +1 \\ 0 \end{pmatrix}$$
$$q_0 \begin{pmatrix} * \\ \wedge \\ \wedge \end{pmatrix} \to q_1 \begin{pmatrix} * \\ \wedge \\ \wedge \end{pmatrix} \begin{pmatrix} +1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

	#	α_{1_1}	...	α_{n_1}	*	$q\alpha_{1_2}$	...	*	α_{1_m}	...	α_{n_m}	$\wedge$	
	#	α_{1_1}	...	α_{n_1}	$q\wedge$	$\wedge$	...						
	#	$q\wedge$	$\wedge$	...									

$$q_1 \begin{pmatrix} \wedge \\ \wedge \\ \wedge \end{pmatrix} \to ! \begin{pmatrix} \wedge \\ \wedge \\ \wedge \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$q_1 \begin{pmatrix} \alpha \\ \wedge \\ \wedge \end{pmatrix} \to q_1 \begin{pmatrix} \alpha \\ \wedge \\ \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} +1 \\ 0 \\ +1 \end{pmatrix}$$

$$q_1 \begin{pmatrix} * \\ \wedge \\ \wedge \end{pmatrix} \to q_2 \begin{pmatrix} * \\ \wedge \\ \wedge \end{pmatrix} \begin{pmatrix} +1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

	#	...	*	α_{1_2}	...	α_{n_2}	*	...	*	$q\alpha_{1_{i+1}}$	...	α_{n_m}	$\wedge$	
	#	α_{1_1}	...	α_{n_1}	$q\wedge$	$\wedge$	...							
	#	α_{1_i}	...	α_{n_i}	$q\wedge$	$\wedge$	...							

$$q_2 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{pmatrix} \to q_2 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$q_2 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \# \\ \alpha_3 \end{pmatrix} \to q_2 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \# \\ \alpha_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$q_2 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \# \end{pmatrix} \to q_2 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \# \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$q_2 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \# \\ \# \end{pmatrix} \to q_3 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \# \\ \# \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ +1 \\ +1 \end{pmatrix}$$

$$q_3 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{pmatrix} \to q_3 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ +1 \\ +1 \end{pmatrix}$$

$$q_3 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \wedge \end{pmatrix} \to q_4 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \wedge \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$q_3 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \wedge \\ \alpha_3 \end{pmatrix} \to q_5 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \wedge \\ \alpha_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$q_3 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \wedge \\ \wedge \end{pmatrix} \to q_6 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \wedge \\ \wedge \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$q_4 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{pmatrix} \to q_4^1 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ +1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$q_4^1 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \wedge \\ \alpha_3 \end{pmatrix} \to q_4^2 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \wedge \\ \alpha_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$q_4^2 \begin{pmatrix}\alpha_1\\ \wedge\\ \alpha_3\end{pmatrix} \to q_4^2 \begin{pmatrix}\alpha_1\\ \wedge\\ \wedge\end{pmatrix} \begin{pmatrix}0\\ 0\\ -1\end{pmatrix}$$

$$q_4^2 \begin{pmatrix}\alpha_1\\ \wedge\\ \#\end{pmatrix} \to q_1 \begin{pmatrix}\alpha_1\\ \wedge\\ \#\end{pmatrix} \begin{pmatrix}0\\ 0\\ +1\end{pmatrix}$$

$$q_5 \begin{pmatrix}\alpha_1\\ \wedge\\ \alpha_3\end{pmatrix} \to q_5 \begin{pmatrix}\alpha_1\\ \wedge\\ \alpha_3\end{pmatrix} \begin{pmatrix}0\\ +1\\ +1\end{pmatrix}$$

$$q_5 \begin{pmatrix}\alpha_1\\ \wedge\\ \wedge\end{pmatrix} \to q_5^1 \begin{pmatrix}\alpha_1\\ \wedge\\ \wedge\end{pmatrix} \begin{pmatrix}0\\ -1\\ -1\end{pmatrix}$$

$$q_5^1 \begin{pmatrix}\alpha_1\\ \wedge\\ \alpha_3\end{pmatrix} \to q_5^1 \begin{pmatrix}\alpha_1\\ \alpha_3\\ \alpha_3\end{pmatrix} \begin{pmatrix}0\\ -1\\ -1\end{pmatrix}$$

$$q_5^1 \begin{pmatrix}\alpha_1\\ \alpha_2\\ \alpha_3\end{pmatrix} \to q_5^1 \begin{pmatrix}\alpha_1\\ \alpha_3\\ \alpha_3\end{pmatrix} \begin{pmatrix}0\\ -1\\ -1\end{pmatrix}$$

$$q_5^1 \begin{pmatrix}\alpha_1\\ \#\\ \#\end{pmatrix} \to q_5^2 \begin{pmatrix}\alpha_1\\ \#\\ \#\end{pmatrix} \begin{pmatrix}0\\ +1\\ +1\end{pmatrix}$$

$$q_5^2 \begin{pmatrix}\alpha_1\\ \alpha_2\\ \alpha_3\end{pmatrix} \to q_5^2 \begin{pmatrix}\alpha_1\\ \alpha_2\\ \wedge\end{pmatrix} \begin{pmatrix}0\\ +1\\ +1\end{pmatrix}$$

$$q_5^2 \begin{pmatrix}\alpha_1\\ \wedge\\ \wedge\end{pmatrix} \to q_5^3 \begin{pmatrix}\alpha_1\\ \wedge\\ \wedge\end{pmatrix} \begin{pmatrix}0\\ 0\\ -1\end{pmatrix}$$

$$q_5^3 \begin{pmatrix}\alpha_1\\ \alpha_2\\ \wedge\end{pmatrix} \to q_5^3 \begin{pmatrix}\alpha_1\\ \alpha_2\\ \wedge\end{pmatrix} \begin{pmatrix}0\\ 0\\ -1\end{pmatrix}$$

$$q_5^3 \begin{pmatrix}\alpha_1\\ \alpha_2\\ \#\end{pmatrix} \to q_1 \begin{pmatrix}\alpha_1\\ \alpha_2\\ \#\end{pmatrix} \begin{pmatrix}0\\ 0\\ +1\end{pmatrix}$$

$$q_6 \begin{pmatrix}\alpha_1\\ \alpha\\ \alpha\end{pmatrix} \to q_6 \begin{pmatrix}\alpha_1\\ \alpha\\ \alpha\end{pmatrix} \begin{pmatrix}0\\ -1\\ -1\end{pmatrix}$$

$$q_6 \begin{pmatrix}\alpha_1\\ 1\\ 0\end{pmatrix} \to q_6^1 \begin{pmatrix}\alpha_1\\ 1\\ 0\end{pmatrix} \begin{pmatrix}0\\ 0\\ 0\end{pmatrix}$$

$$q_6^1 \begin{pmatrix}\alpha_1\\ \alpha_2\\ \alpha_3\end{pmatrix} \to q_6^1 \begin{pmatrix}\alpha_1\\ \alpha_2\\ \alpha_3\end{pmatrix} \begin{pmatrix}0\\ +1\\ +1\end{pmatrix}$$

$$q_6^1 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \wedge \\ \wedge \end{pmatrix} \to q_4^2 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \wedge \\ \wedge \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$q_6 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \to q_5^1 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$q_6 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \# \\ \# \end{pmatrix} \to q_5^1 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \# \\ \# \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

	#	α_{1_1}	...	α_{n_1}	*	...	*	α_{1_m}	...	α_{n_m}	$q\wedge$	$\wedge$	
	#	$\alpha_{1_{max}}$	...	$\alpha_{n_{max}}$	$q\wedge$	$\wedge$	...						
	#	q$\wedge$	...										

3. Использованно 3 ленты. Первая и вторая - входные ленты, третья - хранит результат. Примечания:

   (a) Число записано от младшего разряда к старшему.

   (b) $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2 \in \{0, 1, \wedge\}$.
   $\alpha_1 = \alpha_2 \neq \wedge$ (Если α_1, α_2 равны, то они обязательно не пустышки.) Для β_1, β_2 аналогично.

   (c) Так как чила записаны в таком виде, то логично полагать, что они выравнены по правому краю.(Иначе, дальше можно не смотреть.)

   (d) $\xi \in \{0, \wedge\}$

   Используемые состояния:
   q_0 - сдвиг чисел на одну клетку вправо.
   q_1 - сложение.

$$q_0 \begin{pmatrix} \# \\ \# \\ \# \end{pmatrix} \to q_0 \begin{pmatrix} \# \\ \# \\ \# \end{pmatrix} \begin{pmatrix} +1 \\ +1 \\ +1 \end{pmatrix}$$

$$q_0 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \wedge \end{pmatrix} \to q_0^{\alpha_1\alpha_2} \begin{pmatrix} \wedge \\ \wedge \\ \wedge \end{pmatrix} \begin{pmatrix} +1 \\ +1 \\ +1 \end{pmatrix}$$

$$q_0^{\alpha_1\alpha_2} \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \wedge \end{pmatrix} \to q_0^{\beta_1\beta_2} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \wedge \end{pmatrix} \begin{pmatrix} +1 \\ +1 \\ +1 \end{pmatrix}$$

$$q_0^{\alpha_1\alpha_2} \begin{pmatrix} \wedge \\ \wedge \\ \wedge \end{pmatrix} \to q_1 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \wedge \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$q_1 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \wedge \end{pmatrix} \to q_1 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$q_1 \begin{pmatrix} 1 \\ \xi \\ \wedge \end{pmatrix} \to q_1 \begin{pmatrix} 1 \\ \xi \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$q_1 \begin{pmatrix} \xi \\ 1 \\ \wedge \end{pmatrix} \to q_1 \begin{pmatrix} \xi \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$q_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \wedge \end{pmatrix} \to q_1^p \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$q_1^p \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \wedge \end{pmatrix} \to q_1 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$q_1^p \begin{pmatrix} 1 \\ \xi \\ \wedge \end{pmatrix} \to q_1^p \begin{pmatrix} 1 \\ \xi \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$q_1^p \begin{pmatrix} \xi \\ 1 \\ \wedge \end{pmatrix} \to q_1^p \begin{pmatrix} \xi \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$q_1^p \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \wedge \end{pmatrix} \to q_1^p \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$q_1 \begin{pmatrix} \wedge \\ \wedge \\ \wedge \end{pmatrix} \to ! \begin{pmatrix} \wedge \\ \wedge \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$q_1^p \begin{pmatrix} \wedge \\ \wedge \\ \wedge \end{pmatrix} \to ! \begin{pmatrix} \wedge \\ \wedge \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$$