

*Задание:*

$$\Sigma = \{0, 1, \wedge, \#\}$$

1. Распознавание слов полиндромов.
2. Выписать на результативную ленту максимальное из чисел входной ленты, которые разделены '\*'.
3. Сумма чисел (число записано от старшего разряда к младшему).

*Решение:*

1. Использованно 2 ленты.

$$\alpha, \beta \in \{0, 1\}. (\alpha \neq \beta)$$

Используемые состояния:

$q_0$  - копирование слова на вторую ленту.

$q_1$  - возвращение головки первой ленты в начало.

$q_2$  - проверка на полиндром.

$!_0, !_1$  - ошибка и допуск соответственно.

$$q_0 \begin{pmatrix} \# \\ \# \end{pmatrix} \rightarrow q_0 \begin{pmatrix} \# \\ \# \end{pmatrix} \begin{pmatrix} +1 \\ +1 \end{pmatrix}$$

$$q_0 \begin{pmatrix} \alpha \\ \wedge \end{pmatrix} \rightarrow q_0 \begin{pmatrix} \alpha \\ \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} +1 \\ +1 \end{pmatrix}$$

$$q_0 \begin{pmatrix} \wedge \\ \wedge \end{pmatrix} \rightarrow q_1 \begin{pmatrix} \wedge \\ \wedge \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$q_1 \begin{pmatrix} \alpha \\ \wedge \end{pmatrix} \rightarrow q_1 \begin{pmatrix} \alpha \\ \wedge \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$q_1 \begin{pmatrix} \# \\ \wedge \end{pmatrix} \rightarrow q_2 \begin{pmatrix} \# \\ \wedge \end{pmatrix} \begin{pmatrix} +1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$q_2 \begin{pmatrix} \alpha \\ \alpha \end{pmatrix} \rightarrow q_2 \begin{pmatrix} \alpha \\ \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} +1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$q_2 \begin{pmatrix} \wedge \\ \# \end{pmatrix} \rightarrow !_1 \begin{pmatrix} \wedge \\ \# \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$q_2 \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} \rightarrow !_0 \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

2. Использованно 3 ленты. Первая лента - входная, вторая - хранит результат.

Примечание: число записано от младшего разряда к старшему.

$q_0$  - копирование 1-го числа на вторую ленту.

$q_1$  - копирование 2-го числа на третью ленту.

$q_2$  - возвращает головки 2-ой и 3-ей ленты в начало.

$q_3$  - сравнение чисел на 2-ой и 3-ей ленте.

$q_4$  - число на второй ленте больше.

$q_5$  - число на третьей ленте больше.

$q_6$  - сравниваем числа по цифрам.

	q#	$\alpha_{1_1}$	...	$\alpha_{n_1}$	*	...	*	$\alpha_{1_m}$	...	$\alpha_{n_m}$	$\wedge$
	q#	$\wedge$	...								
	q#	$\wedge$	...								

$$q_0 \begin{pmatrix} \# \\ \# \\ \# \end{pmatrix} \rightarrow q_0 \begin{pmatrix} \# \\ \# \\ \# \end{pmatrix} \begin{pmatrix} +1 \\ +1 \\ +1 \end{pmatrix}$$

	#	$q\alpha_{1_1}$	...	$\alpha_{n_1}$	*	...	*	$\alpha_{1_m}$	...	$\alpha_{n_m}$	$\wedge$
	#	$q\wedge$	$\wedge$	...							
	#	$q\wedge$	$\wedge$	...							

$$\begin{aligned} q_0 \begin{pmatrix} \alpha \\ \wedge \\ \wedge \end{pmatrix} &\rightarrow q_0 \begin{pmatrix} \alpha \\ \wedge \\ \wedge \end{pmatrix} \begin{pmatrix} +1 \\ +1 \\ 0 \end{pmatrix} \\ q_0 \begin{pmatrix} * \\ \wedge \\ \wedge \end{pmatrix} &\rightarrow q_1 \begin{pmatrix} * \\ \wedge \\ \wedge \end{pmatrix} \begin{pmatrix} +1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

	#	$\alpha_{1_1}$	...	$\alpha_{n_1}$	*	$q\alpha_{1_2}$	...	*	$\alpha_{1_m}$	...	$\alpha_{n_m}$	$\wedge$
	#	$\alpha_{1_1}$	...	$\alpha_{n_1}$	$q\wedge$	$\wedge$	...					
	#	$q\wedge$	$\wedge$	...								

$$\begin{aligned} q_1 \begin{pmatrix} \wedge \\ \wedge \\ \wedge \end{pmatrix} &\rightarrow! \begin{pmatrix} \wedge \\ \wedge \\ \wedge \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\ q_1 \begin{pmatrix} \alpha \\ \wedge \\ \wedge \end{pmatrix} &\rightarrow q_1 \begin{pmatrix} \alpha \\ \wedge \\ \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} +1 \\ 0 \\ +1 \end{pmatrix} \\ q_1 \begin{pmatrix} * \\ \wedge \\ \wedge \end{pmatrix} &\rightarrow q_2 \begin{pmatrix} * \\ \wedge \\ \wedge \end{pmatrix} \begin{pmatrix} +1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

	#	...	*	$\alpha_{1_2}$	...	$\alpha_{n_2}$	*	...	*	$q\alpha_{1_{i+1}}$	...	$\alpha_{n_m}$	$\wedge$
	#	$\alpha_{1_1}$	...	$\alpha_{n_1}$	$q\wedge$	$\wedge$	...						
	#	$\alpha_{1_i}$	...	$\alpha_{n_i}$	$q\wedge$	$\wedge$	...						

$$\begin{aligned} q_2 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{pmatrix} &\rightarrow q_2 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \\ q_2 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \# \\ \alpha_3 \end{pmatrix} &\rightarrow q_2 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \# \\ \alpha_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
q_2 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \# \end{pmatrix} &\rightarrow q_2 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \# \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \\
q_2 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \# \\ \# \end{pmatrix} &\rightarrow q_3 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \# \\ \# \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ +1 \\ +1 \end{pmatrix} \\
q_3 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{pmatrix} &\rightarrow q_3 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ +1 \\ +1 \end{pmatrix} \\
q_3 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \wedge \end{pmatrix} &\rightarrow q_4 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \wedge \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \\
q_3 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \wedge \\ \alpha_3 \end{pmatrix} &\rightarrow q_5 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \wedge \\ \alpha_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\
q_3 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \wedge \\ \wedge \end{pmatrix} &\rightarrow q_6 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \wedge \\ \wedge \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \\
q_4 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{pmatrix} &\rightarrow q_4^1 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ +1 \\ 0 \end{pmatrix} \\
q_4^1 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \wedge \\ \alpha_3 \end{pmatrix} &\rightarrow q_4^2 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \wedge \\ \alpha_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\
q_4^2 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \wedge \\ \alpha_3 \end{pmatrix} &\rightarrow q_4^2 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \wedge \\ \wedge \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \\
q_4^2 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \wedge \\ \# \end{pmatrix} &\rightarrow q_1 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \wedge \\ \# \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ +1 \end{pmatrix} \\
q_5 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \wedge \\ \alpha_3 \end{pmatrix} &\rightarrow q_5 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \wedge \\ \alpha_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ +1 \\ +1 \end{pmatrix} \\
q_5 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \wedge \\ \wedge \end{pmatrix} &\rightarrow q_5^1 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \wedge \\ \wedge \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \\
q_5^1 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \wedge \\ \alpha_3 \end{pmatrix} &\rightarrow q_5^1 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_3 \\ \alpha_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \\
q_5^1 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{pmatrix} &\rightarrow q_5^1 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_3 \\ \alpha_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
q_5^1 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \# \\ \# \end{pmatrix} &\rightarrow q_5^2 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \# \\ \# \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ +1 \\ +1 \end{pmatrix} \\
q_5^2 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{pmatrix} &\rightarrow q_5^2 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \wedge \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ +1 \\ +1 \end{pmatrix} \\
q_5^2 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \wedge \\ \wedge \end{pmatrix} &\rightarrow q_5^3 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \wedge \\ \wedge \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \\
q_5^3 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \wedge \end{pmatrix} &\rightarrow q_5^3 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \wedge \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \\
q_5^3 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \# \end{pmatrix} &\rightarrow q_1 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \# \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ +1 \end{pmatrix} \\
q_6 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha \\ \alpha \end{pmatrix} &\rightarrow q_6 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha \\ \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \\
q_6 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} &\rightarrow q_6^1 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\
q_6^1 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{pmatrix} &\rightarrow q_6^1 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ +1 \\ +1 \end{pmatrix} \\
q_6^1 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \wedge \\ \wedge \end{pmatrix} &\rightarrow q_4^2 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \wedge \\ \wedge \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \\
q_6 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} &\rightarrow q_5^1 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\
q_6 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \# \\ \# \end{pmatrix} &\rightarrow q_5^1 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \# \\ \# \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

	#	$\alpha_{1_1}$	...	$\alpha_{n_1}$	*	...	*	$\alpha_{1_m}$	...	$\alpha_{n_m}$	$q\wedge$	$\wedge$
	#	$\alpha_{1_{max}}$	...	$\alpha_{n_{max}}$	$q\wedge$	$\wedge$	...					
	#	$q\wedge$	...									

3. Использовано 3 ленты. Первая и вторая - входные ленты, третья - хранит результат.  
 Примечание: число записано от младшего разряда к старшему.  
 $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2 \in \{0, 1, \wedge\}$ .  
 Важно:  $\alpha_1 = \alpha_2 \neq \wedge$  (Если  $\alpha_1, \alpha_2$  равны, то они обязательно не пустышки.) Для  $\beta_1, \beta_2$  аналогично.  
 Используемые состояния:

$q_0 \vdash .$  $q_1 \vdash .$  $q_2 \vdash .$  $q_3 \vdash .$  $q_4 \vdash .$  $q_5 \vdash .$  $q_6 \vdash .$ 

$$\begin{aligned}
& q_0 \begin{pmatrix} \# \\ \# \\ \# \end{pmatrix} \rightarrow q_0 \begin{pmatrix} \# \\ \# \\ \# \end{pmatrix} \begin{pmatrix} +1 \\ +1 \\ +1 \end{pmatrix} \\
& q_0 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \wedge \end{pmatrix} \rightarrow q_0^{\alpha_1 \alpha_2} \begin{pmatrix} \wedge \\ \wedge \\ \wedge \end{pmatrix} \begin{pmatrix} +1 \\ +1 \\ +1 \end{pmatrix} \\
& q_0^{\alpha_1 \alpha_2} \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \wedge \end{pmatrix} \rightarrow q_0^{\beta_1 \beta_2} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \wedge \end{pmatrix} \begin{pmatrix} +1 \\ +1 \\ +1 \end{pmatrix} \\
& q_0^{\alpha_1 \alpha_2} \begin{pmatrix} \wedge \\ \wedge \\ \wedge \end{pmatrix} \rightarrow q_1 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \wedge \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\
& q_1 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \wedge \end{pmatrix} \rightarrow q_1 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \\
& q_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \wedge \end{pmatrix} \rightarrow q_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \\
& q_1 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \wedge \end{pmatrix} \rightarrow q_1 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \\
& q_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \wedge \end{pmatrix} \rightarrow q_1^p \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \\
& q_1^p \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \wedge \end{pmatrix} \rightarrow q_1 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \\
& q_1^p \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \wedge \end{pmatrix} \rightarrow q_1^p \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \\
& q_1^p \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \wedge \end{pmatrix} \rightarrow q_1^p \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \\
& q_1^p \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \wedge \end{pmatrix} \rightarrow q_1^p \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

$$q_1 \begin{pmatrix} \wedge \\ \wedge \\ \wedge \end{pmatrix} \rightarrow! \begin{pmatrix} \wedge \\ \wedge \\ \wedge \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$q_1^p \begin{pmatrix} \wedge \\ \wedge \\ \wedge \end{pmatrix} \rightarrow! \begin{pmatrix} \wedge \\ \wedge \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$$