

Задание:

$$\Sigma = \{0, 1, \wedge, \#\}$$

1. Распознавание слов полиндромов.
2. Выписать на результативную ленту максимальное из чисел входной ленты, которые разделены '*'.
3. Сумма чисел (число записано от старшего разряда к младшему).

Краткое описание алгоритмов:

1. Копируем слово на вторую ленту и проверяем с разных концов. Если хоть раз символы не совпали - то дело плохо. Иначе дойдем до конца на одной и начала на другой и перейдем в хорошее окончательное состояние.
2. Копируем первое число на вторую ленту, а все остальные на 3-ю, так как после проверки максимальное число всегда будем переносить на вторую ленту (если требуется). После копирования чисел возвращаемся влево, так как сначала сравним их длины и если они оказались равными, то уже проверяем по цифрам справа (где мы и находимся в этом случае, так мы делаем потому-что см. форму записи числа).
Если число на второй ленте больше, то мы стираем число с третьей и копируем туда новое. Иначе переносим с третьей ленты на вторую, затирая третьью.
Машина остановится только тогда, когда ей нечего будет копировать. В этот момент на второй ленте будет находиться заветное число.
3. Идем до правого края чисел, а на итоговой ленте на одну клетку вправо (для случая когда сумма содержит больше цифр, чем любое из слагаемых). И начинаем складывать тривиальным способом. Если сдвиг делался зря, то просто дописываем незначащий 0 (чтобы результат был записан сразу после '#'), иначе все хорошо.

Решение:

1. Использованно 2 ленты.

$$\alpha, \beta \in \{0, 1\}. (\alpha \neq \beta)$$

Используемые состояния:

q_0 - копирование слова на вторую ленту.

q_1 - возвращение головки первой ленты в начало.

q_2 - проверка на полиндром.

$!_0, !_1$ - ошибка и допуск соответственно.

$$q_0 \begin{pmatrix} \# \\ \# \end{pmatrix} \rightarrow q_0 \begin{pmatrix} \# \\ \# \end{pmatrix} \begin{pmatrix} +1 \\ +1 \end{pmatrix}$$

$$q_0 \begin{pmatrix} \alpha \\ \wedge \end{pmatrix} \rightarrow q_0 \begin{pmatrix} \alpha \\ \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} +1 \\ +1 \end{pmatrix}$$

$$q_0 \begin{pmatrix} \wedge \\ \wedge \end{pmatrix} \rightarrow q_1 \begin{pmatrix} \wedge \\ \wedge \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$q_1 \begin{pmatrix} \alpha \\ \wedge \end{pmatrix} \rightarrow q_1 \begin{pmatrix} \alpha \\ \wedge \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} q_1 \left(\begin{array}{c} \# \\ \wedge \end{array} \right) &\rightarrow q_2 \left(\begin{array}{c} \# \\ \wedge \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} +1 \\ -1 \end{array} \right) \\ q_2 \left(\begin{array}{c} \alpha \\ \alpha \end{array} \right) &\rightarrow q_2 \left(\begin{array}{c} \alpha \\ \alpha \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} +1 \\ -1 \end{array} \right) \\ q_2 \left(\begin{array}{c} \wedge \\ \# \end{array} \right) &\rightarrow !_1 \left(\begin{array}{c} \wedge \\ \# \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} 0 \\ 0 \end{array} \right) \\ q_2 \left(\begin{array}{c} \alpha \\ \beta \end{array} \right) &\rightarrow !_0 \left(\begin{array}{c} \alpha \\ \beta \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} 0 \\ 0 \end{array} \right) \end{aligned}$$

2. Использовано 3 ленты. Первая лента - входная, вторая - хранит результат.

Примечание: число записано от младшего разряда к старшему.

Используемые состояния:

q_0 - копирование 1-го числа на вторую ленту.

q_1 - копирование некоторого числа на третью ленту.

q_2 - возвращает головки 2-ой и 3-ей ленты в начало.

q_3 - сравнение чисел на 2-ой и 3-ей ленте.

q_4 - число на второй ленте больше.

q_5 - число на третьей ленте больше.

q_6 - сравниваем числа по цифрам.

$$q_0 \begin{pmatrix} \# \\ \# \\ \# \end{pmatrix} \rightarrow q_0 \begin{pmatrix} \# \\ \# \\ \# \end{pmatrix} \begin{pmatrix} +1 \\ +1 \\ +1 \end{pmatrix}$$

	#	$q\alpha_{1_1}$...	α_{n_1}	*	...	*	α_{1_m}	...	α_{n_m}	\wedge
	#	$q\wedge$	\wedge	...							
	#	$q\wedge$	\wedge	...							

$$q_0 \begin{pmatrix} \alpha \\ \wedge \\ \wedge \\ * \\ \wedge \\ \wedge \end{pmatrix} \rightarrow q_0 \begin{pmatrix} \alpha \\ \alpha \\ \wedge \\ * \\ \wedge \\ \wedge \end{pmatrix} \begin{pmatrix} +1 \\ +1 \\ 0 \\ +1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$q_0 \begin{pmatrix} \alpha \\ \wedge \\ \wedge \\ * \\ \wedge \\ \wedge \end{pmatrix} \rightarrow q_1 \begin{pmatrix} \alpha \\ \alpha \\ \wedge \\ * \\ \wedge \\ \wedge \end{pmatrix} \begin{pmatrix} +1 \\ +1 \\ 0 \\ +1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}
q_1 \begin{pmatrix} \wedge \\ \wedge \\ \wedge \\ \alpha \end{pmatrix} &\rightarrow ! \begin{pmatrix} \wedge \\ \wedge \\ \wedge \\ \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\
q_1 \begin{pmatrix} \wedge \\ \wedge \\ \wedge \\ * \end{pmatrix} &\rightarrow q_1 \begin{pmatrix} \alpha \\ \wedge \\ \alpha \\ * \end{pmatrix} \begin{pmatrix} +1 \\ 0 \\ +1 \\ +1 \end{pmatrix} \\
q_1 \begin{pmatrix} \wedge \\ \wedge \\ \wedge \end{pmatrix} &\rightarrow q_2 \begin{pmatrix} \wedge \\ \wedge \\ \wedge \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

	#	...	*	α_{1_2}	...	α_{n_2}	*	...	*	$q\alpha_{1_{i+1}}$...	α_{n_m}	\wedge
	#	α_{1_1}	...	α_{n_1}	$q\wedge$	\wedge	...						
	#	α_{1_i}	...	α_{n_i}	$q\wedge$	\wedge	...						

$$\begin{aligned}
q_2 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{pmatrix} &\rightarrow q_2 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \\
q_2 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \# \\ \alpha_3 \end{pmatrix} &\rightarrow q_2 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \# \\ \alpha_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \\
q_2 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \# \end{pmatrix} &\rightarrow q_2 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \# \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \\
q_2 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \# \\ \# \end{pmatrix} &\rightarrow q_3 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \# \\ \# \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ +1 \\ +1 \end{pmatrix} \\
q_3 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{pmatrix} &\rightarrow q_3 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ +1 \\ +1 \end{pmatrix} \\
q_3 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \wedge \end{pmatrix} &\rightarrow q_4 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \wedge \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \\
q_3 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \wedge \\ \alpha_3 \end{pmatrix} &\rightarrow q_5 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \wedge \\ \alpha_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\
q_3 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \wedge \\ \wedge \end{pmatrix} &\rightarrow q_6 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \wedge \\ \wedge \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \\
q_4 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{pmatrix} &\rightarrow q_4^1 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ +1 \\ 0 \end{pmatrix} \\
q_4^1 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \wedge \\ \alpha_3 \end{pmatrix} &\rightarrow q_4^2 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \wedge \\ \alpha_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
q_4^2 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \wedge \\ \alpha_3 \end{pmatrix} &\rightarrow q_4^2 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \wedge \\ \wedge \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \\
q_4^2 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \wedge \\ \# \end{pmatrix} &\rightarrow q_1 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \wedge \\ \# \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ +1 \end{pmatrix} \\
q_5 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \wedge \\ \alpha_3 \end{pmatrix} &\rightarrow q_5 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \wedge \\ \alpha_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ +1 \\ +1 \end{pmatrix} \\
q_5 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \wedge \\ \wedge \end{pmatrix} &\rightarrow q_5^1 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \wedge \\ \wedge \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \\
q_5^1 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \wedge \\ \alpha_3 \end{pmatrix} &\rightarrow q_5^1 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_3 \\ \alpha_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \\
q_5^1 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{pmatrix} &\rightarrow q_5^1 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_3 \\ \alpha_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \\
q_5^1 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \# \\ \# \end{pmatrix} &\rightarrow q_5^2 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \# \\ \# \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ +1 \\ +1 \end{pmatrix} \\
q_5^2 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{pmatrix} &\rightarrow q_5^2 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \wedge \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ +1 \\ +1 \end{pmatrix} \\
q_5^2 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \wedge \\ \wedge \end{pmatrix} &\rightarrow q_5^3 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \wedge \\ \wedge \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \\
q_5^3 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \wedge \end{pmatrix} &\rightarrow q_5^3 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \wedge \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \\
q_5^3 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \# \end{pmatrix} &\rightarrow q_1 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \# \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ +1 \end{pmatrix} \\
q_6 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha \\ \alpha \end{pmatrix} &\rightarrow q_6 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha \\ \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \\
q_6 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} &\rightarrow q_6^1 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\
q_6^1 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{pmatrix} &\rightarrow q_6^1 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ +1 \\ +1 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
q_6^1 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \wedge \\ \wedge \end{pmatrix} &\rightarrow q_4^2 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \wedge \\ \wedge \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \\
q_6 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} &\rightarrow q_5^1 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\
q_6 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \# \\ \# \end{pmatrix} &\rightarrow q_5^1 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \# \\ \# \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

	#	α_{1_1}	...	α_{n_1}	*	...	*	α_{1_m}	...	α_{n_m}	$q \wedge$	\wedge	
	#	$\alpha_{1_{max}}$...	$\alpha_{n_{max}}$	$q \wedge$	\wedge	...						
	#	$q \wedge$...										

3. Использованно 3 ленты. Первая и вторая - входные ленты, третья - хранит результат.
Примечание: число записано от младшего разряда к старшему.

Используемые состояния:

q_0 - сдвиг чисел на одну клетку вправо.

q_1 - сложение.

$$\begin{aligned}
q_0 \begin{pmatrix} \# \\ \# \\ \# \end{pmatrix} &\rightarrow q_0 \begin{pmatrix} \# \\ \# \\ \# \end{pmatrix} \begin{pmatrix} +1 \\ +1 \\ +1 \end{pmatrix} \\
q_0 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \wedge \end{pmatrix} &\rightarrow q_0 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \wedge \end{pmatrix} \begin{pmatrix} +1 \\ +1 \\ +1 \end{pmatrix} \\
q_0 \begin{pmatrix} \wedge \\ \alpha_2 \\ \wedge \end{pmatrix} &\rightarrow q_0 \begin{pmatrix} \wedge \\ \alpha_2 \\ \wedge \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ +1 \\ +1 \end{pmatrix} \\
q_0 \begin{pmatrix} \wedge \\ \wedge \\ \alpha_1 \end{pmatrix} &\rightarrow q_0 \begin{pmatrix} \wedge \\ \wedge \\ \alpha_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} +1 \\ 0 \\ +1 \end{pmatrix} \\
q_0 \begin{pmatrix} \wedge \\ \wedge \\ \wedge \end{pmatrix} &\rightarrow q_1 \begin{pmatrix} \wedge \\ \wedge \\ \wedge \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \\
q_1 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \wedge \end{pmatrix} &\rightarrow q_1 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \wedge \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \\
q_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \wedge \end{pmatrix} &\rightarrow q_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \wedge \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \\
q_1 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \wedge \end{pmatrix} &\rightarrow q_1 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \wedge \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& q_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \wedge \end{pmatrix} \rightarrow q_1^p \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \\
& q_1 \begin{pmatrix} \# \\ \alpha \\ \wedge \end{pmatrix} \rightarrow q_1 \begin{pmatrix} \# \\ \alpha \\ \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \\
& q_1 \begin{pmatrix} \# \\ \alpha \\ \wedge \end{pmatrix} \rightarrow q_1 \begin{pmatrix} \# \\ \alpha \\ \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \\
& q_1 \begin{pmatrix} \# \\ \# \\ \wedge \end{pmatrix} \rightarrow q_1^p \begin{pmatrix} \# \\ \alpha \\ \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \\
& q_1^p \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \wedge \end{pmatrix} \rightarrow q_1 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \\
& q_1^p \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \wedge \end{pmatrix} \rightarrow q_1^p \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \\
& q_1^p \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \wedge \end{pmatrix} \rightarrow q_1^p \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \\
& q_1^p \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \wedge \end{pmatrix} \rightarrow q_1^p \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \\
& q_1^p \begin{pmatrix} \# \\ \wedge \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow q_1 \begin{pmatrix} \# \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \\
& q_1^p \begin{pmatrix} \# \\ \wedge \\ 1 \end{pmatrix} \rightarrow q_1 \begin{pmatrix} \# \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \\
& q_1^p \begin{pmatrix} \# \\ \wedge \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow q_1 \begin{pmatrix} \# \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \\
& q_1^p \begin{pmatrix} \# \\ \wedge \\ 1 \end{pmatrix} \rightarrow q_1^p \begin{pmatrix} \# \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \\
& q_1 \begin{pmatrix} \# \\ \# \\ \wedge \end{pmatrix} \rightarrow ! \begin{pmatrix} \# \\ \# \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \\
& q_1^p \begin{pmatrix} \wedge \\ \wedge \\ \wedge \end{pmatrix} \rightarrow ! \begin{pmatrix} \# \\ \# \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$