

*Задание:*

$\vdash (\forall y)(x + y \approx y + x \rightarrow x + s(y) \approx s(y) + x)$ , т.е. индукционный шаг для  $x \approx y \vdash y \approx x$

*Решение:*

Отметим, что будет использоваться:

1.  $\vdash s(x) + y \approx s(x + y)$
2.  $t \approx s \vdash s \approx t$ , где  $t$  и  $s$  - термы.

Первое доказывалось в прошлом домашнем задании. Второе же легко доказывается, и это достаточно сделать для переменных.

$$\frac{\frac{\vdash x \approx x}{x \approx y \vdash x \approx x} \quad \frac{\frac{x \approx x, x \approx y \vdash y \approx x}{x \approx y, x \approx x \vdash y \approx x}}{x \approx y \vdash x \approx x \rightarrow y \approx x}}{x \approx y \vdash y \approx x}$$

$$\frac{\begin{array}{c} \text{(уточн.)} \frac{\vdash x + s(y) \approx s(x + y)}{x + y \approx y + x \vdash x + s(y) \approx s(x + y)} \\ \hline x + y \approx y + x \vdash s(x + y) \approx x + s(y) \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{(уточн.)} \frac{\vdash s(y) + x \approx s(x + y)}{x + y \approx y + x \vdash s(y) + x \approx s(x + y)} \\ \hline x + y \approx y + x \vdash s(x + y) \approx s(y) + x \end{array} \quad \frac{\vdash s(x + y) \approx s(x + y)}{x + y \approx y + x \vdash s(x + y) \approx s(x + y)} \text{(уточн.)}}{\frac{\vdash x + y \approx y + x \rightarrow x + s(y) \approx s(y) + x}{\vdash (\forall y)(x + y \approx y + x \rightarrow x + s(y) \approx s(y) + x)} \text{(\forall введ.)}} \text{(\rightarrow введ.)}$$