

Национальный исследовательский Университет ИТМО
Мегафакультет информационных и трансляционных технологий
Факультет инфокоммуникационных технологий

Математика

Типовая работа №4а

Работу
выполнил:
В.Д. Козлов
Группа: К3120
Преподаватель:
С.А.
Александрова

Санкт-Петербург
2020

Содержание

1. Дано	3
2. Решение	3
2.1. Область определения	3
2.2. Тип функции	3
2.3. Рост функции	3
2.4. Выпуклость функции	4
2.5. Нахождение асимптот	4
2.5.1. Вертикальные асимптоты	4
2.5.2. Горизонтальные асимптоты	5
2.6. Найдем точки пересечения ф-ции с координатными осями	5
2.7. Найдем дополнительные точки	5
2.8. Начертим график	5
3. Листинг	6
Заключение	7
Список использованных источников	8

1. Дано

Проанализировать функцию

$$y = \frac{5x}{4 - x^2} \quad (1)$$

2. Решение

2.1. Область определения

Ф-ция определена при $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$

2.2. Тип функции

Ф-ция не является периодической. Проверим ф-цию на четность четность/нечетность:
 $f(-x) = \frac{-5x}{4-x^2} \Rightarrow (f(-x) \neq f(x)) \cap (f(-x) = -f(x)) \Rightarrow$ ф-ция является нечетной

2.3. Рост функции

$$f' = \frac{(5x)'(4 - x^2) - 5x(4 - x^2)'}{(4 - x^2)^2} = \frac{5(4 - x^2) - 5x(-2x)}{(4 - x^2)^2} = \frac{20 - 5x^2 + 10x^2}{(4 - x^2)^2} = \frac{5(x^2 + 4)}{(4 - x^2)^2}$$

Таким образом,

$$f' = \frac{5(x^2 + 4)}{(4 - x^2)^2}$$

График Данной функции будет выглядеть следующим образом [1]

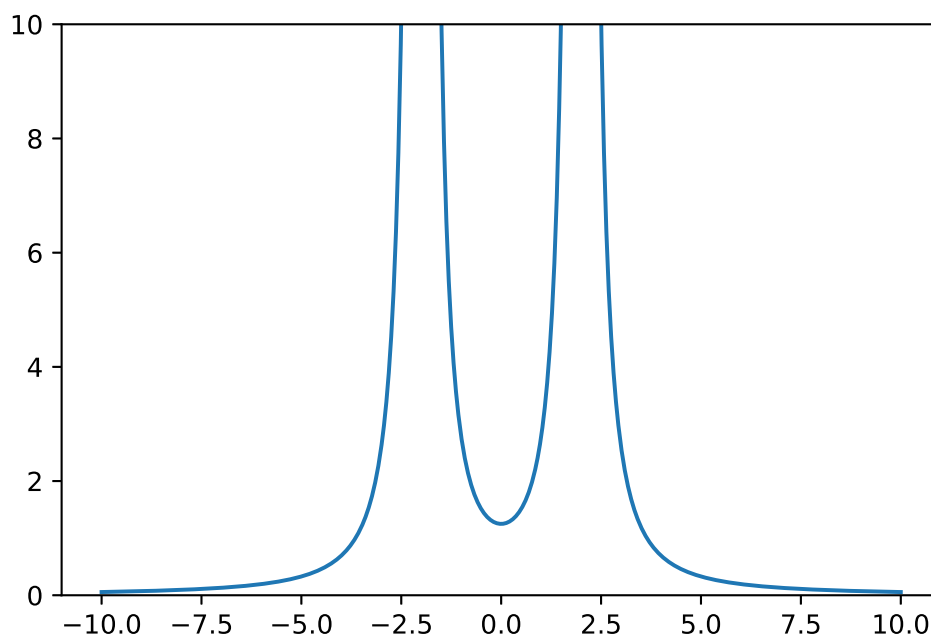


Рисунок 2.1. График производной

Как видно из рис. 2.1, так и из самой функции производной можно с легкостью сделать вывод, что функция возрастает на всей области определения

2.4. Выпуклость функции

Возьмем вторую производную, чтобы узнать промежутки, в которых функция выпукла вверх/вниз

$$y'' = \frac{5((x^2 + 4)'(4 - x^2)^2 - (x^2 + 4)((4 - x^2)^2)')}{(4 - x^2)^4} = \frac{10x(x^2 + 12)}{4 - x^2}$$

$$y'' = \frac{10x(x^2 + 12)}{4 - x^2}$$

График данной функции будет выглядеть следующим образом [1]

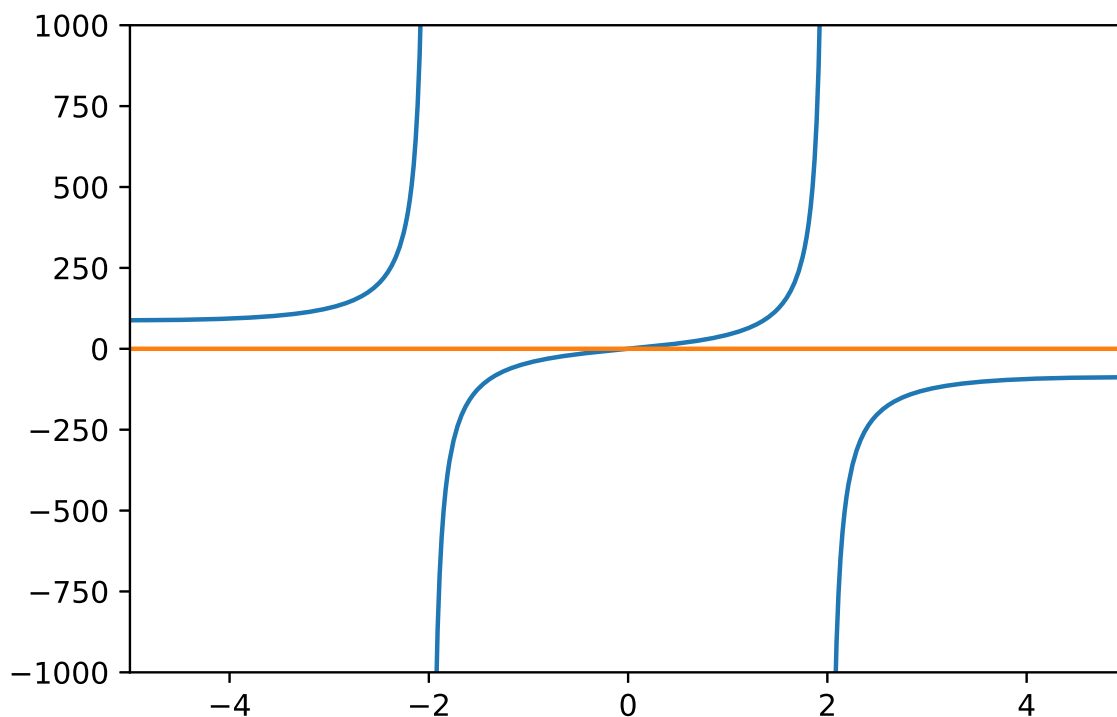


Рисунок 2.2. График второй производной

Из этого можно сделать вывод, что функция выпукла вверх при $x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$, а вниз во всех остальных точках определения функции

2.5. Нахождение асимптот

2.5.1. Вертикальные асимптоты

Т.к. функция не определена при $x = \pm 2$, то целесообразно проверить эти точки на наличие асимптот:

$$\lim_{x \rightarrow -2-0} \frac{5x}{4 - x^2} = +\infty$$

(2)

$$\lim_{x \rightarrow 2+0} \frac{5x}{4 - x^2} = -\infty$$

(3)

Из (2) и (3) следует, что $x = 2$ - вертикальная асимптота.[2]

$$\lim_{x \rightarrow -2-0} \frac{5x}{4-x^2} = +\infty \quad (4) \quad \lim_{x \rightarrow -2+0} \frac{5x}{4-x^2} = -\infty \quad (5)$$

Из (4) и (6) следует, что $x = -2$ - вертикальная асимптота.

2.5.2. Горизонтальные асимптоты

Проверим существование(найдем) горизонтальных асимптот:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x}{4-x^2} = \frac{5}{\infty} = 0 \quad (6)$$

Из (6) следует, что $y=0$ - горизонтальная асимптота

2.6. Найдем точки пересечения ф-ции с координатными осями

$$Ox : \frac{5x}{4-x^2} = 0 \Rightarrow x = 0 \quad Oy : y(0) = 0$$

2.7. Найдем дополнительные точки

X	1	1.5	3	5
Y	$\frac{5}{3}$	$\frac{30}{7}$	-3	$-\frac{25}{21}$

Нам этих точек хватит, так как ф-ция нечетная, что мы выяснили в секции 2.2

2.8. Начертим график

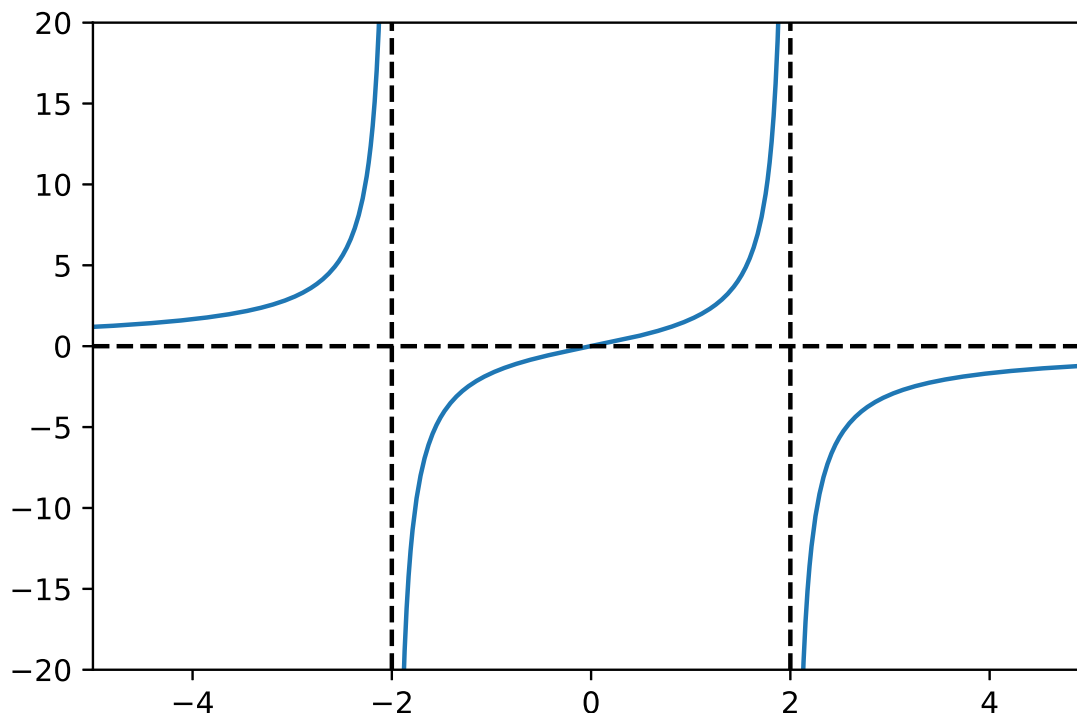


Рисунок 2.3. график для (1)

3. Листинг

Это код, который был использован для создания рис. 2.3

```
1  def f(x):
2      return (5*x / (4-x**2))
3
4  def main():
5      #init figure
6      fig = plt.figure()
7      y = f(x)
8      #clear vert. asymptots
9      y[y>30] = np.inf
10     y[y<-30] = -np.inf
11     #plot main graphic
12     plt.plot(x, y)
13     #plot horizontal asymptots
14     for i in [-2, 2]:
15         plt.axvline(x=i, linestyle='dashed', color="black")
16     #plot vertical asymptots
17     plt.axhline(0, linestyle='dashed', color="black")
18     #configuring plot size
19     plt.xlim(-5, 5)
20     plt.ylim(-20, 20)
21     #saving picture
22     fig.savefig("mainPlot.eps", format = "eps", dpi = 1200)
23
24
25 if __name__ == '__main__':
26     main()
```

Листинг 1: Питон - в массы)))

Заключение

В ходе проделанной типовой работы я смог проанализировать поведение ф-ции и построить её график, используя matplotlib

Список использованных источников

1. Matplotlib Documentations. — URL: <https://matplotlib.org/3.3.3/contents.html/>.
2. *Антонович З. В.* Математический анализ. Часть I. — 2012. — (Учебники. Математика. Высшая школа). — ISBN 5940578926.