Крымский федеральный университет имени В. И. Вернадского
Физико-технический институт
Кафедра компьютерной инженерии и моделирования

Индивидуальные задания лабораторного практикума по учебной дисциплине «Алгоритмы и методы вычислений»

для обучающихся по направлению подготовки
09.03.01 – Информатика и вычислительная техника
09.03.04. – Программная инженерия

квалификация бакалавр

Симферополь, 2022

ТЕМЫ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

Содержат обязательные задания 7 работ и дополнительные задания, выполнение которых заменяет соответствующую обязательную работу или добавляет дополнительные баллы к баллам обязательных работ. Лабораторная работа № 8 содержит задания повышенной сложности и является дополнительным заданием, по результату выполнения которого начисляются дополнительные бонусные баллы.

№	Тема лабораторной работы	Обязательные задания компьютерная реализация (сумма до 90 баллов)	Дополнительные бонусные задания (компьютерная реализация с описанием)
1	Численное интегрирование	1)Метод Симпсона с контролем погрешности по формуле Рунге 2) Метод Гаусса - Кронрода, или Чебышева, или Монте-Карло	Адаптивный метод с использованием метода Симпсона, или Гаусса (10 баллов)
2	Решение СЛАУ	1) Метод Гаусса-Жордана с выбором ведущего элемента; 2) Итерационный метод (или Зейделя, или наискорейший спуск, или градиентный спуск, или случайных направлений)	Метод сопряженных направлений (например, Флетчера-Ривса, +10 баллов), Метод регуляризации Тихонова для решения плохо-обусловленных СЛАУ(+10 баллов)
3	Решение нелинейных уравнений	1) Методы дихотомии + Ньютона, или золотое сечение + Ньютона, или секущих; 2) Решение СНАУ методом Ньютона-Рафсона	Решение нелинейной системы из 6 уравнений с 6 неизвестными (10баллов) Обратная квадратичная интерполяция для поиска

			минимума функции (10баллов)
4	Аппроксимация и интерполяция	1) Компьютерная реализация полинома Лагранжа 2) Компьютерная реализация - кубический сплайн	1) Сплайн Эрмита (10баллов) 2) Кривые Безье (+5 баллов) 3) Устойчивый алгоритм численного дифференцирования (+5 баллов)
5	Аппроксимация тригонометрическими функциями. Ряды Фурье	1) Компьютерная реализация - разложение в ряд Фурье (коэффициенты разложения вычислять с помощью численного интегрирования)	Быстрое преобразование Фурье (+10 баллов)
6	Многомерная оптимизация непрерывных функций	1) Компьютерная реализация - задача линейного программирования 2) Компьютерная реализация - минимизация нелинейных функционалов без ограничений (один из методов нулевого или первого порядка)	Метод минимизации второго порядка (+10 баллов)
7	Многомерная дискретная оптимизация	1) Компьютерная реализация - задача коммивояжера, или задача о рюкзаке, или задача о расписании. 2) Компьютерная реализация - методы ветвей и границ, или муравьиный алгоритм, или жадный алгоритм, или метод перебора	Генетический алгоритм (+10 баллов)
8	Дифференциальные уравнения в частных производных Интегральные уравнения		Решение уравнения Лапласа на прямоугольнике, или одномерное уравнение теплопроводности (остывание шара, распространение тепла в стержне), или волновое уравнение (колебание струны) (+10 баллов) Электроемкость квадратной пластины, или синтез магнитного поля на оси соленоида (+10 баллов)

ВАРИАНТЫ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ ЛАБОРАТОРНОГО ПРАКТИКУМА ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ «АЛГОРИТМЫ И МЕТОДЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ»

Лабораторная работа №1
ЧИСЛЕННОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ

№ варианта	F(x)	Пределы		ε
		a	*b*	
1	$\cos^3 x \cdot \cos 3x$	0	1,6	10^{-4}
2	$\sin^{0,4} x \cdot \sin 0{,}4x$	0	1,6	10^{-4}
3	$\sqrt{\sin x} \cdot \cos 0{,}5x$	0	1,6	10^{-4}
4	$\cos 3x / (1 + 0{,}7\cos x)$	0	1,6	10^{-4}
5	$1/(0{,}5\sin x + 3\cos x)^2$	0	1,6	10^{-4}
6	$1/(1 - 0{,}49\sin^2 x)$	0	1,6	10^{-4}
7	$x \cdot \sin(e^x)/(1 + \cos^2 e^x)$	0	3	10^{-3}
8	$\sin^2 x/(9 + 0{,}3\cos x)$	0	3	10^{-3}
9	$1/(10 + 6\sin(x + e))$	0	1,6	10^{-4}
10	$1/(5 - 4\sin x) + x$	0	1,6	10^{-4}
11	$\sin^2 x/(13 - 12\cos x)$	0	3	10^{-3}
12	$x^4 \ln\left(x + \sqrt{x^2 - 0{,}36}\right)$	1,25	2,45	10^{-4}
13	$\ln\left(x + \sqrt{x^2 - 0{,}25}\right)/2x^2$	0,5	1,7	10^{-4}
14	$\ln \sin x - \frac{1}{x^2}$	0,32	1,52	10^{-4}
15	$\cos \ln x + \frac{1}{x^3}$	1,16	2,72	10^{-4}
16	$x \cdot e^x/(1 + x)^2$	0,3	1,1	10^{-4}
17	$x \cdot e^{0,4x}/(1 + 0{,}4x)^2$	0,3	1,5	10^{-4}
18	$1/\left(3{,}28 + 0{,}73 \cdot e^{-1,3x}\right)$	0,3	1,5	10^{-4}
19	$\frac{1}{x^4} \cdot \mathrm{arctg}\,\frac{x}{2{,}73}$	1,7	2,5	10^{-4}
20	$\left(\arccos\frac{x}{1{,}2}\right)^2 + \frac{1{,}44}{x^2}$	0,2	1,0	10^{-4}
21	$\sqrt{9 - x^2}/x^2$	1,7	2,9	10^{-4}
22	$\sqrt{1{,}1 + 0{,}7x}/\sqrt{0{,}93 + 1{,}3x}$	0,7	1,9	10^{-4}

23	$x^3/\left(\sqrt{2,5+x^2}\right)^3$	1,3	2,9	10^{-4}
24	$x^5/\left(\sqrt{0,36+x^2}\right)^5$	0,05	1,65	10^{-4}
25	$\ln(1,3x)/x^{1,3}$	0,1	1,7	10^{-4}
26	$\ln(1,3x)/x^{1,3}$	01	1,7	10^{-4}
27	$x^{0,2}\cdot\ln(0,7x)$	2/3	3/5	10^{-4}
28	$\ln\left(x+\sqrt{x^2+1,21}\right)/x^3$	2,3	3,5	10^{-4}
29	$\ln\left(x+\sqrt{x^2 2,25}\right)/x^2$	2,3	3,1	10^{-4}
30	$\frac{1}{x^2}\arcsin\frac{x}{9}$	1,5	3,1	10^{-4}
31	$\frac{1}{x^3}\arcsin\frac{x}{1,7}$	0,3	1,5	10^{-4}
32	$\cos x\cdot\sqrt{1-0,64\sin^2 x}$	1,35	2,95	10^{-4}
33	$\sin x/(\cos x(1+\cos x))$	0,45	1.25	10^{-4}
34	$1/\left(9\cos x^2+4\sin^2 x\right)$	0	1,6	10^{-4}
35	$1/\left(9\cos x^2-4\sin^2 x\right)$	0	1,6	10^{-4}
36	$\cos x/(\sin x+(1+\sin x))$	0,45	1,65	10^{-4}
37	$\cos x/(\sin x+(1+\cos x))$	0,25	1,45	10^{-4}
38	$\lg(x+2)/x$	1,2	2	10^{-4}
39	$\mathrm{tg}\,x^2/\left(x^2+1\right)$	0,2	1	10^{-4}
40	$\mathrm{tg}\left(x^2+0,5\right)/\left(1+2x^2\right)$	0,18	0,98	10^{-4}
41	$\sqrt{x+1}\cdot\cos\left(x^2\right)$	0,2	1,8	10^{-4}
42	$\lg\left(x^2+2\right)/(x+1)$	1,4	2,2	10^{-4}
43	$\left(x^2+1\right)\sin(x-0,5)$	0,8	1,6	10^{-4}
44	$x^2\cos x$	0,6	1,4	10^{-4}
45	$\lg\left(x^2+3\right)/2x$	1,2	2	10^{-4}
46	$\lg\left(x^2+0,8\right)/(x-1)$	2,5	3,3	10^{-4}
47	$\mathrm{tg}\left(x^2\right)/(x+1)$	0,5	1,2	10^{-4}
48	$\sin\left(x^2+1\right)/2\sqrt{x}$	1,3	2,1	10^{-4}
49	$(x+1)\cos\left(x^2\right)$	0,2	1,0	10^{-4}
50	$\sin\left(x^2-0,4\right)/(x+2)$	0,8	1,2	10^{-4}
51	$\sqrt{x+1}\cdot\lg(x+3)$	0,15	0,63	10^{-4}
52	$\lg\left(1+x^2\right)/(2x-1)$	1,2	2,8	10^{-4}
53	$\left(\sqrt{x}+1\right)\mathrm{tg}2x$	0,6	0,72	10^{-4}
54	$\cos x/\left(x^2+1\right)$	0,8	1,2	10^{-4}

Лабораторная работа №2

РЕШЕНИЕ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ (СЛАУ)

1. $A = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \\ -3 & 2 & 10 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 11 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix}$

2. $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & -1 & 4 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$

3. $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}$

4. $A = \begin{bmatrix} 5 & 1 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 4 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} -5 \\ 5 \\ 1 \end{bmatrix}$

5. $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ -2 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} -1 \\ 5 \\ -3 \end{bmatrix}$

6. $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & -1 & 3 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 9 \\ 4 \end{bmatrix}$

7. $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 2 & 5 & -2 \\ 1 & -1 & 3 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} -2 \\ -4 \\ 2 \end{bmatrix}$

8. $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 5 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -5 \end{bmatrix}$

9. $A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 0 \\ 1 & -1 & 5 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 7 \\ 7 \\ 11 \end{bmatrix}$

10. $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & -4 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ -5 \\ 6 \end{bmatrix}$

11. $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 5 & 2 \\ 1 & -1 & 3 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 7 \\ 4 \end{bmatrix}$

12. $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 1 & 5 & -1 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} -2 \\ 8 \\ 1 \end{bmatrix}$

13. $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 2 & -5 & 1 \\ 2 & -2 & 6 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} -4 \\ 9 \\ 8 \end{bmatrix}$

19. $A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} -6 \\ -1 \\ -5 \end{bmatrix}$

20. $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 4 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ -3 \\ -1 \end{bmatrix}$

21. $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 2 & 5 & 1 \\ 2 & 1 & -4 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} -5 \\ 2 \\ -7 \end{bmatrix}$

14. $$A=\begin{bmatrix}3&0&-1\\2&-5&1\\2&2&5\end{bmatrix},\qquad b=\begin{bmatrix}7\\-2\\1\end{bmatrix}$$

15. $$A=\begin{bmatrix}3&-1&1\\3&5&1\\-1&2&4\end{bmatrix},\qquad b=\begin{bmatrix}0\\12\\-1\end{bmatrix}$$

16. $$A=\begin{bmatrix}-4&2&1\\-1&5&1\\2&0&3\end{bmatrix},\qquad b=\begin{bmatrix}-5\\-5\\5\end{bmatrix}$$

17. $$A=\begin{bmatrix}5&-1&1\\-1&3&1\\2&1&4\end{bmatrix},\qquad b=\begin{bmatrix}-3\\-1\\1\end{bmatrix}$$

18. $$A=\begin{bmatrix}4&2&1\\3&5&-1\\2&1&-4\end{bmatrix},\qquad b=\begin{bmatrix}3\\4\\6\end{bmatrix}$$

22. $$A=\begin{bmatrix}5&0&1\\1&-3&1\\0&1&2\end{bmatrix},\qquad b=\begin{bmatrix}11\\3\\11\end{bmatrix}$$

23. $$A=\begin{bmatrix}5&-1&3\\1&-3&1\\0&1&2\end{bmatrix},\qquad b=\begin{bmatrix}0\\-6\\0\end{bmatrix}$$

24. $$A=\begin{bmatrix}5&-1&1\\-2&5&1\\3&-1&5\end{bmatrix},\qquad b=\begin{bmatrix}-6\\13\\0\end{bmatrix}$$

25. $$A=\begin{bmatrix}5&1&-1\\-1&3&1\\-1&0&2\end{bmatrix},\qquad b=\begin{bmatrix}8\\0\\-5\end{bmatrix}$$

26. $$A=\begin{bmatrix}5&0&1\\1&3&-1\\-3&2&10\end{bmatrix},\qquad b=\begin{bmatrix}11\\4\\6\end{bmatrix}$$

27. $$A=\begin{bmatrix}3&1&-1\\2&4&1\\1&-1&3\end{bmatrix},\qquad b=\begin{bmatrix}6\\9\\4\end{bmatrix}$$

28. $$A=\begin{bmatrix}2&0&-1\\-1&3&-1\\1&-1&4\end{bmatrix},\qquad b=\begin{bmatrix}-3\\2\\3\end{bmatrix}$$

29 $$A=\begin{bmatrix}2&-1&0\\2&5&-2\\1&-1&3\end{bmatrix},\qquad b=\begin{bmatrix}-2\\-4\\2\end{bmatrix}$$

30. $$A=\begin{bmatrix}2&0&1\\1&-3&1\\1&1&3\end{bmatrix},\qquad b=\begin{bmatrix}1\\2\\4\end{bmatrix}$$

31. $$A=\begin{bmatrix}3&-1&1\\0&2&-1\\-1&1&5\end{bmatrix},\qquad b=\begin{bmatrix}1\\3\\-5\end{bmatrix}$$

32. $$A=\begin{bmatrix}5&1&-1\\-1&3&-1\\1&-2&4\end{bmatrix},\qquad b=\begin{bmatrix}-5\\5\\1\end{bmatrix}$$

33. $$A=\begin{bmatrix}4&1&-1\\2&3&0\\1&-1&5\end{bmatrix},\qquad b=\begin{bmatrix}7\\7\\11\end{bmatrix}$$

34.
$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ -2 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -1 \\ 5 \\ -3 \end{bmatrix}$$

35.
$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & -4 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 1 \\ -5 \\ 6 \end{bmatrix}$$

36. $$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 5 & 2 \\ 1 & -1 & 3 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 7 \\ 4 \end{bmatrix}$$

37. $$A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -6 \\ -1 \\ -5 \end{bmatrix}$$

38. $$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 1 & 5 & -1 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -2 \\ 8 \\ 1 \end{bmatrix}$$

39. $$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 4 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 6 \\ -3 \\ -1 \end{bmatrix}$$

40. $$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 2 & -5 & 1 \\ 2 & -2 & 6 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -4 \\ 9 \\ 8 \end{bmatrix}$$

41. $$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 2 & 5 & 1 \\ 2 & 1 & -4 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -5 \\ 2 \\ -7 \end{bmatrix}$$

Лабораторная работа №3

РЕШЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ И СИСТЕМ (СНАУ)

Выделить графическим методом корни уравнения, решить уравнение комбинированным методом бисекции (или золотого сечения) и методом Ньютона (или секущих) с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$.

№	Уравнение	№	Уравнение
1	$2\ln(x) - 1/x = 0$	2	$2\lg(x) - x/2 + 1 = 0$
3	$\ln(x)/\ln(10) - 1/x^2 = 0$	4	$\ln(x)/\ln(10) - 7/(2x+6) = 0$
5	$e^{-x} + x^2 - 2 = 0$	6	$e^{-x^2} - (x-1)^2 = 0$
7	$e^x + x^2 - 2 = 0$	8	$e^x - 2(x-1)^2 = 0$
9	$2^x - 2x^2 + 1 = 0$	10	$(x-1)^2 - 2\sin(x) = 0$
11	$x - \mathrm{ctg}(x) = 0$	12	$x - \sin(2x) = 0$
13	$x^2 - \cos(x) = 0$	14	$e^x + e^{-3x} - 4 = 0$
15	$x - 2 + e^x = 0$	16	$2x - \ln(x) - 4 = 0$
17	$2^x - 4x = 0$	18	$8\sin(x) - x^2 = 0$
19	$\ln x + (x+1)^3 = 0$	20	$x \cdot 2^x - 1 = 0$
21	$3x + \cos x + 1 = 0$	22	$x + \lg x - 0{,}5 = 0$
23	$2 - x - \ln x = 0$	24	$x^2 + 4\sin x = 0$
25	$2x - \lg x - 7 = 0$	26	$\ln(x) - 1/x^2 = 0$
27	$x \cdot e^x - 2 = 0$	28	$3x\sin(x) - 1 = 0$
29	$4x - 7\sin(x) = 0$	30	$x^2 \cdot \mathrm{arctg}(x) - 1 = 0$
31	$x\sin(x) - 1 = 0$	32	$x\ln(x) - 0{,}8 = 0$
33	$1{,}8x^2 - \sin(10x) = 0$	34	$x\,\mathrm{arctg}x - 1 = 0$
35	$x\,\mathrm{arctg}x - 2 = 0$	36	$\sqrt{x} - 2\cos(\pi/2x) = 0$
37	$2^x - 2x^2 = 0$	38	$x\ln(x)/\ln(10) - 14 = 0$
39	$2^x - (x+0{,}5)^3 = 0$	40	$2^x - \sqrt{x+2} = 0$
41	$2^x - e^x - 1 = 0$	42	$\mathrm{tg}\,x - \sqrt{x} - 1 = 0$
43	$\cos(x) - x^2 + 0{,}3 = 0$	44	$x = \sqrt{\lg(x+2)}$
45	$x^2 - \ln(x+1) = 0$	46	$\sin 0{,}5x + 1 - x^2 = 0$
47	$0{,}5x + \lg(x-1) - 0{,}5 = 0$	48	$\sin(0{,}5+x) - 2x + 0{,}5 = 0$
49	$\lg(2+x) + 2x - 3 = 0$	50	$2\sin(x-0{,}6) - 1{,}5 + x = 0$

Решить систему нелинейных уравнений методом простой итерации и методом Ньютона (или минимизацией функционала) с точностью ε.

Варианты заданий

1 $\begin{cases}\sin(x+1)-y=1{,}2\\ 2x+\cos y=2\end{cases}$

2 $\begin{cases}\cos(x-1)+y=0{,}5\\ x-\cos y=3\end{cases}$

3 $\begin{cases}\sin x+2y=2\\ \cos(y-1)+x=0{,}7\end{cases}$

4 $\begin{cases}\cos x+y=1{,}5\\ 2x-\sin(y-0{,}5)=1\end{cases}$

5 $\begin{cases}\sin(x+0{,}5)-y=1\\ \cos(y-2)+x=0\end{cases}$

6 $\begin{cases}\cos(x+0{,}5)+y=0{,}8\\ \sin y+2x=1{,}6\end{cases}$

7 $\begin{cases}\sin(x-1)=1{,}3-y\\ x-\sin(y+1)=0{,}8\end{cases}$

8 $\begin{cases}2y-\cos(x+1)=0\\ x-\sin y=0{,}4\end{cases}$

9 $\begin{cases}\cos(x+0{,}5)-y=2\\ \sin y-2x=1\end{cases}$

10 $\begin{cases}\sin(x+2)-y=1{,}5\\ x+\cos(y-2)=0{,}5\end{cases}$

11 $\begin{cases}\sin(y+1)-x=1{,}2\\ 2y+\cos x=2\end{cases}$

12 $\begin{cases}\cos(y-1)+x=0{,}5\\ y-\cos x=3\end{cases}$

13 $\begin{cases}\sin y+2x=2\\ \cos(x-1)+y=0{,}7\end{cases}$

14 $\begin{cases}\cos y+x=1{,}5\\ 2y-\sin(x-0{,}5)=1\end{cases}$

15 $\begin{cases}\sin(y+0{,}5)-x=1\\ \cos(x-2)+y=0\end{cases}$

16 $\begin{cases}\cos(y+0{,}5)+x=0{,}8\\ \sin x-2y=1{,}6\end{cases}$

17 $\begin{cases}\sin(y-1)+x=1{,}3\\ y-\sin(x+1)=0{,}8\end{cases}$

18 $\begin{cases}2x-\cos(y+1)=0\\ y+\sin x=-0{,}4\end{cases}$

19 $\begin{cases}\cos(y+1)-x=1{,}5\\ \sin x-2y=1\end{cases}$

20 $\begin{cases}\sin(y+2)-x=1{,}5\\ y+\cos(x-2)=0{,}5\end{cases}$

21 $\begin{cases}\sin(x+1)-y=1\\ 2x+\cos y=2\end{cases}$

22 $\begin{cases}\cos(x+1)+y=0{,}8\\ x-\cos y=2\end{cases}$

23 $\begin{cases}\sin x+2y=1{,}6\\ \cos(y-1)+x=1\end{cases}$

24 $\begin{cases}\cos x+y=1{,}2\\ 2x-\sin(y-0{,}5)=2\end{cases}$

25 $\begin{cases}\sin(x+0{,}5)-y=1{,}2\\ \cos(y-2)+x=0\end{cases}$

26 $\begin{cases}\cos(x+0{,}5)+y=1\\ \sin y-2x=2\end{cases}$

27 $\begin{cases} \sin(x-1)+y=1{,}5 \\ x-\sin(y+1)=1 \end{cases}$

28 $\begin{cases} \sin(y+2)-x=1{,}5 \\ y+\cos(x-2)=0{,}5 \end{cases}$

29 $\begin{cases} \cos(y-1)+x=0{,}8 \\ y-\cos x=2 \end{cases}$

30 $\begin{cases} \cos(x-1)+y=1 \\ \sin y+2x=1{,}6 \end{cases}$

31. $\begin{cases} \mathrm{tg}(xy+0{,}4)=x^2 \\ 0{,}6x^2+2y^2=1,\ x>0,\ y>0 \end{cases}$

3 2. $\begin{cases} \sin(x+y)=1{,}5x-0{,}1 \\ x^2+y^2=1 \end{cases}$

33. $\begin{cases} \sin(x+y)=-1{,}6y=0 \\ x^2+y^2=1,\ x>0, y>0 \end{cases}$

3 4. $\begin{cases} \mathrm{tg}(xy+0{,}4)=x^2 \\ 0{,}8x^2+2y^2=1, \end{cases}$

35. $\begin{cases} \mathrm{tg}(xy+0{,}1)=x^2 \\ x^2+2y^2=1 \end{cases}$

36. $\begin{cases} \sin(x+y)=1{,}2x-6{,}1 \\ x^2+y^2=1 \end{cases}$

37. $\begin{cases} \sin(x+y)-1{,}2x=0{,}2 \\ x^2+y^2=1 \end{cases}$

38. $\begin{cases} \mathrm{tg}(xy+0{,}1)=x^2 \\ 0{,}9x^2+2y^2=1 \end{cases}$

39. $\begin{cases} \mathrm{tg}(xy+0{,}3)=x^2 \\ 0{,}9x^2+2y^2=1 \end{cases}$

40. $\begin{cases} \sin(x+y)-1{,}4x=0 \\ x^2+y^2=1 \end{cases}$

Лабораторная работа №4

ИНТЕРПОЛЯЦИЯ И АППРОКСИМАЦИЯ

Задание1:

- построить интерполяционный многочлен Лагранжа;

1

x_i	1	2	3	4	5
y_i	1,1	1,4	1,6	1,7	1,9

2

x_i	1	2	3	3	5
y_i	1.05	1,55	1,7	1,75	1,8

3

x_i	2	3	4	5	6
y_i	0,4	0,55	0,13	0,09	0,07

4.

x_i	1	2	3	4	5
y_i	7,5	6,2	5,5	3,5	3

5.

x_i	1	2	3	4	5
y_i	8,2	5,9	4,9	4	3,2

6.

x_i	1	2	3	4	5
y_i	7,2	5,9	4,9	4	3,2

7.

x_i	1	2	3	4	5
y_i	7,1	6,1	4,9	4	3,1

8.

x_i	1	2	3	4	5
y_i	0.55	0.7	0,77	0,82	0,85

9.

x_i	1	2	3	4	5
y_i	1,1	1,55	1,9	2,3	2,6

10.

x_i	1	2	3	4	5
y_i	1,1	1,55	1,9	2,25	2,5

11.

x_i	1	2	3	4	5
y_i	5,1	4.4	3.2	2,7	2,55

12.

x_i	1	2	3	4	5
y_i	5,1	3,4	3,2	2,7	2,55

13.

x_i	1	2	3	4	5
y_i	1,9	5.5	10	15	21

14.

x_i	1	2	3	4	5
y_i	3	3,5	3,67	3.75	3.8

15.

x_i	1	2	3	4	5
y_i	0,25	0,0	0,07	0,0	0,04

16.

x_i	1	2	3	4	5
y_i	0,25	0.111	0,071	0,053	0,042

17.

x_i	1	2	3	4	5
y_i	0,20	0.28	0.33	0.36	0,38

18.

x_i	1	2	3	4	5
y_i	4,8	5,76	6.91	8,29	9.95

19.

x_i	1	2	3	4	5
y_i	1	3,08	4.3	5,16	5,83

20.

x_i	1	2	3	4	5
y_i	0,33	0,5	0,6	0.67	0,71

21.

x_i	1	2	3	4	5
y_i	1,5	1,75	1.83	1,87	1.9

22.

x_i	1	2	3	4	5
y_i	1	0,2	0,11	0,07	0,05

23.

x_i	1	2	3	4	5
y_i	1	0,4	0,33	0,31	0,29

24.

x_i	1	2	3	4	5
y_i	2,25	3,37	5.06	7,59	11,4

25.

x_i	1	2	3	4	5
y_i	2	2,69	3,1	3,39	3,61

26

x_i	1	2	3	4	5
y_i	1,1	1,4	1,6	1,7	1,9

27

x_i	1	2	3	3	5
y_i	1.05	1,55	1,7	1,75	1,8

28

x_i	2	3	4	5	6
y_i	0,4	0,55	0,13	0,09	0,07

29

x_i	1	2	3	4	5
y_i	7,5	6,2	5,5	3,5	3

30

x_i	1	2	3	4	5
y_i	8,2	5,9	4,9	4	3,2

31

x_i	1	2	3	4	5
y_i	7,2	5,9	4,9	4	3,2

32

x_i	1	2	3	4	5
y_i	7,1	6,1	4,9	4	3,1

33

x_i	1	2	3	4	5
y_i	0.55	0.7	0,77	0,82	0,85

34

x_i	1	2	3	4	5
y_i	1,1	1,55	1,9	2,3	2,6

35

x_i	1	2	3	4	5
y_i	1,1	1,55	1,9	2,25	2,5

36

x_i	1	2	3	4	5
y_i	5,1	4.4	3.2	2,7	2,55

37

x_i	1	2	3	4	5
y_i	5,1	3,4	3,2	2,7	2,55

38

x_i	1	2	3	4	5
y_i	1,9	5.5	10	15	21

39

x_i	1	2	3	4	5
y_i	3	3,5	3,67	3.75	3.8

40

x_i	1	2	3	4	5
y_i	0,25	0,0	0,07	0,0	0,04

Задание 2:

Построить кубический сплайн, интерполирующий одну из фунций *y=f(x)* на отрезке [1.00; 1.20] для равномерного разбиения с шагом h=0,04. Функция *y=f(x)* определена аналитически: 1) e^x; 2) *sh(x)*; 3) *ch(x)*; 4) *sin (x);* 5) *cos (x);* 6) *ln(x)*; 7) e^{-x} .

Найти значение сплайна в точках 1.05; 1.09; 1.13; 1.15; 1.17.

x	e^x	e^{-x}	*sh(x)*	*ch(x)*	*sin (x)*	*cos (x)*	*ln(x*
1,00	2,7183	0,3679	1,1752	1,5431	0,8415	0,5403	0,000
1,01	2,7456	0,3642	1,1907	1,5549	0,8468	0,5319	0,0100
1,02	2,7732	0,3606	1,2063	1,5669	0,8521	0,5234	0,0198
1,03	2,8011	0,3570	1,2220	1,5790	0,8573	0,5148	0,0296
1,04	2,8292	0,3535	1,2379	1,5913	0,8624	0,5062	0,0392
1,05	2,8577	0,3499	1,2539	1,6038	0,8674	0,4976	0,0488
1,06	2,8864	0,3465	1,2700	1,6164	0,8724	0,4889	0,0583
1,07	2,9154	0,3430	1,2862	1,6292	0,8772	0,4801	0,0677
1,08	2,9447	0,3396	1,3025	1,6421	0,8820	0,4713	0,0770
1,09	2,9743	0,3362	1,3190	1,6552	0,8866	0,4625	0,0862
1,10	3,0042	0,3329	1,3356	1,6685	0,8912	0,4536	0,0953
1,11	3,0344	0,3296	1,3524	1,6820	0,8957	0,4447	0,1044
1,12	3,0649	0,3263	1,3693	1,6956	0,9001	0,4357	0,1133
1,13	3,0957	0,3230	1,3863	1,7093	0,9044	0,4267	0,1222
1,14	3,1268	0,3198	1,4035	1,7233	0,9086	0,4176	0,1310
1,15	3,1582	0,3166	1,4208	1,7374	0,9128	0,4085	0,1398
1,16	3,1899	0,3135	1,4382	1,7517	0,9168	0,3993	0,1484
1,17	3,2220	0,3104	1,4558	1,7662	0,9208	0,3902	0,570
1,18	3,2544	0,3073	1,4735	1,7808	0,9246	0,3809	0,1655
1,19	3,2871	0,3042	1,4914	1,7957	0,9284	0,3717	0,1740
1,20	3,3201	0,3012	1,5095	1,8107	0,9320	0,3624	0,1823

Лабораторная работа №5

АППРОКСИМАЦИЯ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИМИ ФУНКЦИЯМИ. РЯДЫ ФУРЬЕ

При выполнении работы необходимо:

1. Изучить и научиться использовать на практике алгоритмы, основанные на аппроксимации тригонометрическими функциями.
2. Написать программу, реализующую разложение функций в ряд Фурье. **Пример подготовить самостоятельно, обеспечив возможность изменения вида функций.**
3. Указание: коэффициенты разложения в ряд находить с помощью численного интегрирования, воспользоваться собственной программой из лаб. работы №1.

Лабораторная работа № 6

МНОГОМЕРНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ НЕПРЕРЫВНЫХ ФУНКЦИЙ

Задание 1. Методика поиска решения **задач линейного программирования** при помощи симплекс-метода описана в методических указаниях к выполнению лабораторных работ по курсу «Алгоритмы и методы вычислений».

При выполнении заданий необходимо указывать выбранную схему симплекс-метода и обосновывать этот выбор. Например, если для решения задачи требуется использовать двухэтапный метод, то необходимо указать, какие ограничения, имеющиеся в математической модели, делают необходимым использование этого метода.

Обязательным является описание математической модели задачи, ее приведение к стандартной форме, ход решения задачи с использованием симплекс-таблиц, результаты решения задачи. В описании хода решения задачи должны быть приведены все симплекс-таблицы, а также пояснения (например, о выборе ведущего элемента, о получении допустимого решения и т.д.). По окончании решения задачи должны быть указаны оптимальные значения всех переменных (включая остаточные и избыточные) и целевой функции, с указанием их содержательного смысла и размерности.

В отчете, для контроля полученного ответа, можно привести результаты решения задач с использованием программных средств, например, рабочий лист Excel с результатами решения задачи на основе базовой аналитической модели.

Вариант № 1

Из пункта А в пункт В ежедневно отправляются пассажирские и скорые поезда. Данные об организации перевозок приведены в таблице.

Поезда	**Количество вагонов в поезде**				
	багажный	**почтовый**	**плацкарт**	**купе**	**СВ**
скорый	1	1	5	6	3
пассажирский	1	-	8	4	1
число пассажиров	-	-	58	40	32
парк вагонов	12	8	81	70	26

Сколько должно быть сформировано скорых и пассажирских поездов, чтобы перевезти наибольшее количество пассажиров?

Вариант № 2

Четыре овощехранилища каждый день обеспечивают картофелем три магазина. Магазины подали заявки соответственно на 17, 12 и 32 тонны. Овощехранилища имеют соответственно 20, 20, 15 и 25 тонн. Тарифы (в д.е. за 1 тонну) указаны в таблице.

Овощехранилища	**Магазины**		
	1	**2**	**3**
1	2	7	4
2	3	2	1
3	5	6	2
4	3	4	7

Составьте план перевозок, минимизирующий суммарные транспортные расходы.

Вариант № 3

Хозяйство располагает следующими ресурсами: площадь – 100 ед., труд – 120 ед., тяга – 80 ед. Хозяйство производит четыре вида продукции: $П_1$, $П_2$, $П_3$ и $П_4$. Организация производства характеризуется следующей таблицей:

Продукция	**Затраты на 1 ед. продукции**			**Доход от единицы продукции**
	площадь	**труд**	**тяга**	
$П_1$	2	2	2	1
$П_2$	3	1	3	4
$П_3$	4	2	1	3
$П_4$	5	4	1	5

Составьте план выпуска продукции, обеспечивающий хозяйству максимальную прибыль.

Вариант № 4

В школе проводится конкурс на лучшую стенгазету. Одному школьнику дано следующее поручение:

– купить акварельной краски по цене 30 д.е. за коробку, цветные карандаши по цене 20 д.е. за коробку, линейки по цене 12 д.е., блокноты по цене 10 д.е.;

– красок нужно купить не менее трех коробок, блокнотов – столько, сколько коробок карандашей и красок вместе, линеек не более пяти. На покупки выделяется не менее 300 д.е.

В каком количестве школьник должен купить указанные предметы, чтобы общее число предметов было наименьшим?

Вариант № 5

В новом плановом году городские власти решили перейти к сооружению домов четырех типов: $Д_1$, $Д_2$, $Д_3$ и $Д_4$. Годовой план ввода жилой площади составляет соответственно 1800, 1300, 2300 и 5000 квартир указанных типов. Данные о количестве квартир разного типа в каждом из указанных типов домов, а также их плановая себестоимость приведены в таблице.

Тип квартиры:	**Тип дома**			
	$Д_1$	**$Д_2$**	**$Д_3$**	**$Д_4$**
Однокомнатная	14	20	22	13
Двухкомнатная: **- смежная**	-	42	18	-
- не смежная	-	-	-	19
Трехкомнатная	24	-	55	-
Четырехкомнатная	68	-	-	10
Плановая себестоимость, тыс. руб.	8300	9500	4200	3900

Исходя из необходимости выполнения плана ввода квартир (возможно, перевыполнения по всем показателям) постройте модель, на основании которой можно определить объемы жилищного строительства на плановый год.

Вариант № 6

С вокзала можно отправлять ежедневно курьерские и скорые поезда. Вместимость вагонов и наличный парк вагонов на станции указаны в таблице.

Характеристики парка вагонов	**Тип вагона**				
	Багажный	**Почтовый**	**Плацкартный**	**Купейный**	**Мягкий**
Число вагонов в поезде, шт.: **Курьерском**	1	-	5	6	3
Скором	1	1	8	4	1
Вместимость вагонов, чел.	-	-	58	40	32
Наличный парк вагонов, шт.	12	8	81	70	27

Постройте математическую модель задачи, на основании которой можно найти такое соотношение между числом курьерских и скорых поездов, чтобы число ежедневно отправляемых пассажиров достигло максимума.

Вариант № 7

Продукцией городского молочного завода являются молоко, кефир и сметана. На производство 1 т молока, кефира и сметаны требуется соответственно 1010, 1010 и 9450 кг молока. При этом затраты рабочего времени при разливе 1 т молока и кефира составляют 0,18 и 0,19 машино-часов. На расфасовке 1 т сметаны заняты специальные автоматы, работающие в течение 3,25 ч. Всего для производства цельномолочной продукции завод может использовать 136000 кг молока. Основное оборудование может быть занято в течение 21,4 машино-часов, а автоматы по расфасовке сметаны – в течение 16,25 ч. Прибыль от реализации 1 т молока, кефира и сметаны соответственно равна $30, 22 и 136. Завод должен ежедневно производить не менее 100 т молока.

Определите, какие объемы выпуска молочной продукции должен производить завод, чтобы получить наибольшую прибыль.

Вариант № 8

Совхоз отвел три земельных массива размером 5000, 8000 и 9000 га на посевы ржи, пшеницы, кукурузы. Средняя урожайность в центнерах на 1 га по массивам указана в таблице.

Посевы	**Массивы**		
	I	**II**	**III**
рожь	12	14	15
пшеница	14	14	22
кукуруза	30	35	25

За 1 центнер ржи совхоз получает 2 д.е., за 1 центнер пшеницы – 2,8 д.е., за 1 центнер кукурузы – 1,4 д.е. Сколько гектаров и на каких массивах совхоз должен отвести на каждую культуру, чтобы получить максимальную выручку, если по плану он обязан сдать не менее 1900 тонн ржи, 158000 тонн пшеницы и 30000 тонн кукурузы?

Вариант № 9

Из трех продуктов I, II, III составляется смесь. В состав смеси должно входить не менее 6 ед. химического вещества А, 8 ед. – вещества В и не менее 12 ед. вещества С. Структура химических веществ приведена в таблице.

Продукт	**Содержание химического вещества в 1 ед. продукции**			**Стоимость 1 ед. продукции**
	A	**B**	**C**	
I	2	1	3	2
II	1	2	4	3
III	3	1,5	2	2,5

Составьте наиболее дешевую смесь.

Вариант № 10

Из листового проката необходимо вырезать заготовки двух видов – А и В для производства 60 штук изделий. Для одного изделия требуется три заготовки типа А и восемь заготовок типа В. Размеры листа, а также размеры и конфигурация заготовок позволяют выбрать четыре рациональных варианта раскроя листа.

Заготовка	**Вариант раскроя**				**Потребность**
	1	**2**	**3**	**4**	
А	4	3	2	1	180
В	0	4	6	10	480
Отходы	12	5	3	0	

Постройте модель задачи раскроя, обеспечивающую минимум отходов.

Вариант № 11

Предприятие должно производить три вида продукции, используя при этом различное оборудование на каждой из трех операций. Мощность оборудования на первой операции – 80 часов, на второй – 50 часов, на третьей – 210 часов. Технические коэффициенты использования оборудования на первой операции для единицы каждой продукции равны соответственно: на I – 2; 5; 0; на II – 3; 1; 1; на III – 13; 4; 4. Прибыль предприятия от единицы продукции каждого вида равна соответственно $13; 8; 4. Определите, сколько продукции каждого вида должно выпустить предприятие, чтобы получить максимальную прибыль.

Вариант № 12

Проектировщикам автомобиля необходимо решить задачу: сконструировать самый дешевый кузов, используя листовой металл, стекло и пластмассу. Общая поверхность кузова должна составить 14 м^2, из них не менее 4 м^2 и не более 5 м^2 следует отвести под стекло. При этом масса кузова не должна превышать 150 кг. Основные характеристики материалов представлены в таблице.

Характеристики	**Материалы**		
	Металл	**Стекло**	**Пластмасса**
Стоимость ($/м^2)	25	20	40
Масса (к/м^2)	10	15	3

Сколько металла, стекла и пластмассы должен использовать наилучший проект?

Вариант № 13

Выполнить заказ по производству 32 изделий $И_1$ и 4 изделий $И_2$ взялись бригады $Б_1$ и $Б_2$. Производительность бригады $Б_1$ по производству изделий $И_1$ и $И_2$ составляет соответственно 4 и 2 изделия в час, фонд рабочего времени этой бригады – 9,5 ч. Производительность бригады $Б_2$ – соответственно 1 и 3 изделия час, а ее фонд рабочего времени – 4 ч. Затраты, связанные с производством единицы изделия, для бригады $Б_1$ равны соответственно 9 и 20 руб., для бригады $Б_2$ – 15 и 30 руб. Найдите оптимальный объем выпуска изделий, обеспечивающий минимальные затраты на выполнение заказа.

Вариант № 14

Служба снабжения завода получила от поставщиков 500 стальных прутков длиной 5 м. Их необходимо разрезать на детали А и В длиной соответственно 2 и 1,5 м, из которых затем составляются комплекты. В каждый комплект входят 3 детали А и 2 детали В. Характеристики возможных вариантов раскроя прутков представлены в таблице.

Вариант раскроя	**Количество деталей, штук**		**Отходы, м**
	А	**В**	
1	2	0	1
2	1	2	0
3	0	3	0,5
Комплектность	3	2	

Постройте математическую модель задачи, позволяющую найти план раскроя прутков, который гарантирует получение максимального количества комплектов. Примечание: в целевую функцию могут входить не все переменные задачи.

Вариант № 15

В металлургический цех в качестве сырья поступает латунь (сплав меди с цинком) четырех типов с содержанием цинка 10, 20. 25 и 40% по цене 10, 30, 40 и 60 ед. за 1 кг соответственно. В каких пропорциях следует переплавлять это сырье в цехе, чтобы получить сплав (латунь), содержащий 30% цинка и при этом самый дешевый?

Вариант № 16

Малое предприятие выпускает детали А и В. Для этого оно использует литье (т.е. покупает отлитые заготовки у другого предприятия), затем детали подвергаются токарной обработке, сверлению и шлифованию.

Производительность станочного парка предприятия по обработке деталей А и В приведена в таблице.

Станки	**Производительность, шт./ч**		**Стоимость станочного времени, руб./ч**
	А	**В**	
Токарные	25	40	20
Сверлильные	28	35	14
Шлифовальные	35	25	17,5
Цена детали, руб.:			
- покупная	2	3	
- продажная	5	6	

Предполагая, что спрос на любую комбинацию деталей А и В обеспечен, постройте математическую модель для нахождения плана их выпуска, максимизирующего прибыль.

Вариант № 17

В районе лесного массива имеются лесопильный завод и фанерная фабрика. Чтобы получить 2,5 м^3 коммерчески реализуемых комплектов пиломатериалов, необходимо израсходовать 2,5 м^3 еловых и 7,5 м^3 пихтовых лесоматериалов. Для изготовления листов фанеры по 100 м^2 требуется 5 м^3 еловых и 10 м^3 пихтовых лесоматериалов. Лесной массив содержит 80 м^3 еловых и 180 м^3 пихтовых лесоматериалов.

Согласно условиям поставок, в течение планируемого периода необходимо произвести по крайней мере 10 м^3 пиломатериалов и 1200 м^2 фанеры. Доход с 1 м^3 пиломатериалов составляет 160 руб., а со 100 м^2 фанеры – 600 руб.

Постройте математическую модель для нахождения плана производства, максимизирующего доход. При построении модели следует учесть тот факт, что пиломатериалы могут быть реализованы только в виде неделимого комплекта размером 2,5 м^3, а фанера – в виде неделимых листов по 100 м^2.

Вариант № 18

Участник экспедиции укладывает рюкзак, и ему требуется решить, какие положить продукты. В его распоряжении имеются мясо, мука, сухое молоко и сахар. В рюкзаке для продуктов осталось лишь 45 дм^3 объема, и нужно, чтобы суммарная масса продуктов не превосходила 35 кг. Врач экспедиции рекомендовал, чтобы мяса (по массе) было больше муки, по крайней мере, в два раза, муки не меньше молока, а молока не менее чем в восемь раз больше, чем сахара.

Сколько и каких продуктов нужно положить в рюкзак, чтобы суммарная калорийность продуктов была наибольшей? Характеристики продуктов приведены в таблице.

Характеристики	**Продукты**			
	Мясо	**Мука**	**Молоко**	**Сахар**
Объем (дм^3/кг)	1	1,5	2	1
Калорийность (ккал/кг)	1500	5000	5000	4000

Вариант № 19

Фирма, специализирующаяся на производстве полуфабрикатов, выпускает три различных продукта, каждый из которых получается путем определенной обработки картофеля. Фирма может закупить картофель у двух различных поставщиков. При этом объемы продуктов 1, 2, 3, которые можно получить из одной тонны картофеля первого поставщика, отличаются от объемов, получаемых из того же количества картофеля второго поставщика. Соответствующие показатели приведены в таблице.

Продукт	**Поставщик № 1**	**Поставщик № 2**	**Ограничения на объем выпускаемой продукции**
1	0,2	0,3	1,8
2	0,2	0,1	1,2
3	0,3	0,3	2,4
Относительная прибыль	5	6	

Какое количество картофеля следует купить у каждого из поставщиков?

Вариант № 20

Бригада приняла заказ на изготовление 50 шт. продукции $П_1$, 30 шт. продукции $П_2$ и 45 шт. продукции $П_3$. Продукция производится на станках А и В. Для изготовления на станке А единицы продукции $П_1$ требуется 4 мин, единицы продукции $П_2$ – 40 мин, единицы продукции $П_3$ – 10 мин. На станке В – соответственно 6, 8 и 20 мин. Сколько продукции и какого вида следует изготовить на станках А и В, чтобы заказ был выполнен за минимальное время?

Задание 2. Методика поиска решения **задач минимизации нелинейных функционалов без ограничений** описана в методических указаниях к выполнению лабораторных работ по курсу «Алгоритмы и методы вычислений».

Выбрав один из методов нулевого или первого порядка и **подобрав самостоятельно какую-либо задачу безусловной оптимизации**, выполнить компьютерную реализацию поиска решения данной задачи выбранным методом.

Лабораторная работа № 7

МНОГОМЕРНАЯ ДИСКРЕТНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ

Методы целочисленного программирования (многомерная дискретная оптимизация) предназначены для решения задач, в которых некоторые (или все) переменные по своему физическому смыслу должны принимать только целочисленные значения.

Задание 1. *Компьютерная реализация - задача коммивояжера, или задача о рюкзаке, или задача о расписании.* Задачу выбирать самостоятельно и реализовать алгоритм ее решения.

Задание 2. В соответствии с номером варианта, провести компьютерную реализацию одного из методов (методы ветвей и границ, или муравьиный алгоритм, или жадный алгоритм, или метод перебора).

1	$F = x_1 + 3x_2 \to \max;$ $\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 \le 12; \\ 3x_1 + 2x_2 \le 6; \\ 0 \le x_1 \le 4; \\ 0 \le x_2 \le 4; \\ x_1, x_2 \in Z. \end{cases}$	**2**	$F = 4x_1 + x_2 \to \max;$ $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 \le 6; \\ 4x_1 + 9x_2 \le 18; \\ 0 \le x_1 \le 2; \\ 0 \le x_2 \le 3; \\ x_1, x_2 \in Z. \end{cases}$
3	$F = x_1 - x_2 - 3x_3 \to \min;$ $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 \le 1; \\ -4x_1 + 2x_2 - x_3 \le 2; \\ 3x_1 + x_3 \le 5; \\ x_1 \in Z; \\ x_2 \in Z. \end{cases}$	**4**	$F = 2x_1 + x_2 \to \max;$ $\begin{cases} 7x_1 + 3x_2 \le 21; \\ x_1 + x_2 \le 5; \\ 0 \le x_1 \le 3; \\ 0 \le x_2 \le 5; \\ x_1, x_2 \in Z. \end{cases}$

5	$F = 2x_1 + 3x_2 \to \max;$ $\begin{cases} 2x_1 + x_2 \le \frac{19}{3}; \\ x_1 + 3x_2 \le 10; \\ x_1 \ge 0; \\ x_2 \ge 0; \\ x_1, x_2 \in Z. \end{cases}$	**6**	$F = 2.5x_1 + 4x_2 + 3x_3 \to \max;$ $\begin{cases} 4{,}5x_1 + 3x_2 + 5x_3 \le 14; \\ 2x_1 + 6x_2 + x_3 \le 11; \\ x_1, x_2 \ge 0; \\ x_1 \in Z; \\ x_2 \in Z. \end{cases}$
7	$F = x_1 - 3x_2 + 3x_3 \to \max;$ $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 \le 4; \\ 4x_1 - 3x_2 \le 2; \\ -3x_1 + 2x_2 + x_3 \le 3; \\ x_1, x_2 \ge 0; \\ x_1, x_2 \in Z. \end{cases}$	**8**	$F = 2x_1 + x_2 \to \max;$ $\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 \le 30; \\ 3x_1 + 8x_2 \le 48; \\ 0 \le x_1 \le 60; \\ 0 \le x_2 \le 6; \\ x_1, x_2 \in Z. \end{cases}$
9	$F = 19x_1 + 2x_2 \to \min$ $\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 \ge 15; \\ x_1 + 2x_2 \ge 4; \\ 2x_1 + 2x_2 \le 11; \\ x_1, x_2 \ge 0; \\ x_1, x_2 \in Z. \end{cases}$	**10**	$F = x_1 + 2x_2 \to \max$ $\begin{cases} 5x_1 + 9x_2 \le 45; \\ x_1 + 3x_2 \le 12; \\ 0 \le x_1 \le 9; \\ 0 \le x_2 \le 4; \\ x_1, x_2 \in Z. \end{cases}$;
11	$F = 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 \to \min;$ $\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 \ge 4; \\ 3x_1 + x_2 - 4x_3 \le 2; \\ x_1 \ge 0; \\ x_2 \ge 0; \\ x_1, x_2 \in Z. \end{cases}$	**12**	$F = 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 \to \max;$ $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \le 1; \\ 5x_1 + 3x_2 + 10x_3 \le 10; \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 \le 3; \\ x_1, x_2 \ge 0; \\ x_1, x_2 \in Z. \end{cases}$

13	$F = x_1 + 2x_2 \to \max;$ $\begin{cases} x_1 + x_2 \le 5; \\ 3x_1 + 8x_2 \le 24; \\ 0 \le x_1 \le 5; \\ 0 \le x_2 \le 3; \\ x_1, x_2 \in Z. \end{cases}$	**14**	$F = 3x_1 + 2x_2 \to \max;$ $\begin{cases} 3x_1 + 7x_2 \le 21; \\ x_1 + x_2 \le 4; \\ 0 \le x_1 \le 4; \\ 0 \le x_2 \le 3; \\ x_1, x_2 \in Z. \end{cases}$
15	$F = 3x_1 + 2x_2 \to \max$ $\begin{cases} 2x_1 + x_2 \ge 6; \\ 4x_1 + 3x_2 \ge 6; \\ 0 \le x_1 \le 3; \\ 1 \le x_2 \le 2; \\ x_1, x_2 \in Z. \end{cases}$	**16**	$F = 3x_1 + x_2 \to \max;$ $\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 \le 18; \\ x_1 + 2x_2 \le 6; \\ 0 \le x_1 \le 5; \\ 0 \le x_2 \le 3; \\ x_1, x_2 \in Z. \end{cases}$
17	$F = x_1 + 2x_2 \to \min;$ $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 3; \\ 2x_1 - 7x_2 \le 1; \\ 2x_1 + 3x_2 \ge 6; \\ x_1, x_2 \ge 0; \\ x_1, x_2 \in Z. \end{cases}$	**18**	$F = 5x_1 + 4x_2 \to \max;$ $\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 + x_3 = 24; \\ 3x_1 + 4x_2 \le 24; \\ x_1 \ge 0; \\ x_2 \ge 0; \\ x_1, x_2 \in Z. \end{cases}$
19	$F = 5x_1 + 7x_2 \to \min;$ $\begin{cases} -3x_1 + 14x_2 \le 78; \\ 5x_1 - 6x_2 + x_4 = 26; \\ x_1 + 4x_2 \ge 25; \\ x_1, x_2 \ge 0; \\ x_1, x_2 \in Z. \end{cases}$	**20**	$F = 3x_1 + 2x_2 \to \min;$ $\begin{cases} 7x_1 + 2x_2 - x_3 = 14; \\ 4x_1 + 5x_2 \ge 20; \\ x_1 \ge 0; \\ x_2 \ge 0; \\ x_1, x_2 \in Z. \end{cases}$