Дисклеймер.

Автор не несет ответственности за любой ущерб, причиненный Вам при использовании данного документа. Автор напоминает, что данный документ может содержать ошибки и опечатки, недостоверную и/или непроверенную информацию. Если Вы желаете помочь в развитии проекта или сообщить об ошибке/опечатке/неточности:

GitHub проекта

Автор в ВК

Содержание

Давайте рассмотрим классическое уравнение: Второй закон Ньютона $\vec{F} = m\vec{a}$. Вопрос: правильный ли он? Ответ: да, правильный, если сделаны определенные предположения. В более общем случае он неправильный. Более полное: $F = \frac{dP}{dt}$, где P — импульс. Это уравнение можно рассматривать в две стороны. Пусть имеется тело массой m и ускорением $\vec{a}$. То есть она вызывает силу $\vec{F}$. И наоборот.

Так все же, где верно это уравнение? Как и любая дифференциальная запись этот закон локален, то есть справедлив в бесконечно малой окрестности точки (в данном случае зависящей от t). То есть нам нужно распространить этот закон на некую конечную область. Для этого нам требуется, чтобы наша функция была непрерывно дифференцируема.

Итак, все дифференциальные и прочие интересные нам уравнения справедливы в некоторой бесконечно малой окрестности точки. Еще раз: дифференциальные уравнения — уравнения в окрестности точки. Если мы подразумеваем нечто большее (к примеру траекторию полета), ...

Бывают два типа уравнений: с локализованными и распределенными параметрами. Первая задача зависит от параметров, действующих в бесконечно малой окрестности, вторая — от параметров, «разбросанных» по траектории движения.

Рассмотрим еще раз:

$$\frac{dm\vec{v}}{dt} = \vec{F}$$

Окей. Мы здесь немного отвлеклись на небесную механику.

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

где $\vec{a} = \vec{a}(t, x)$. Соответственно, $m = m(x, t)$, и $F(t, x)$. Теперь возникает вопрос: как решить уравнение. Наша задача: построить траекторию вида $\vec{x}(t) = \vec{x}_0 + ...$, которая задается определенными силами. Собственно: $\frac{d\vec{x}}{dt} = \vec{F}(\vec{x}, \vec{u}, t)$, где $\vec{u}$ — управляющие воздействия.

Если уравнение записано в обыкновенном виде или в форме частных производных, как

$$ih\frac{\partial\Psi}{\partial t} = \hat{H}\Psi$$

— уравнение Шредингера. По сути дела, это очень простое уравнение, похожее на предыдущее, но оно (кажется) не работает в ньютоновской механике. Это квантовая механика.

В следующий раз мы начнем со стандартных определений, но изредка у нас будут экскурсы во что-то более компьютерное.