

Отчёт по задаче "Решение систем обыкновенных дифференциальных уравнений методами Рунге–Кутты".

Постановка задачи. Пусть дана задача Коши для системы m обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка

$$y' = f(x, y), \quad x_0 \leq x \leq x_0 + X. \quad (1)$$

которая имеет на заданном отрезке $[x_0, x_0 + X]$ единственное решение. Требуется найти приближенное решение этой задачи с заданной точностью при помощи явных методов Рунге–Кутты.

При решении указанной задачи применяются различные способы оценки погрешности приближенного решения, также различные способы автоматического выбора шага интегрирования. В данном случае, требуется реализовать схему:

$$\begin{aligned} y_1 &= y_0 + \frac{1}{6}(k_1 + 4k_4 + k_5), \\ k_1 &= hf(x_0, y_0), \\ k_2 &= hf\left(x_0 + \frac{1}{3}h, y_0 + \frac{1}{3}k_1\right), \\ k_3 &= hf\left(x_0 + \frac{1}{3}h, y_0 + \frac{1}{6}k_1 + \frac{1}{6}k_2\right), \\ k_4 &= hf\left(x_0 + \frac{1}{2}h, y_0 + \frac{1}{8}k_1 + \frac{3}{8}k_3\right), \\ k_5 &= hf\left(x_0 + h, y_0 + \frac{1}{2}k_1 - \frac{3}{2}k_3 + 2k_4\right). \end{aligned}$$