

Université de Tlemcen Année Universitaire 2020-2021 Faculté des Sciences Département Informatique	Module Sécurité Informatique L3
--	---------------------------------

## Méthode RSA

### Exercice

Alice utilise le protocole RSA et publie sa clé publique  $N=187$  et  $e=3$

- Encoder le message  $m=14$  avec la clé publique d'Alice
- En utilisant le fait que  $\phi(N)=160$  trouver la clé privée d'Alice
- Pour assurer l'authenticité des messages, Alice signe chaque note avec sa clé privée et chiffre le résultat avec la clé publique de Bob (253, 13).  
Si Bob reçoit le message 20, alors quel le message clair envoyé par Alice ?

-----Corrigé-----

- $C = m^e \bmod N$   
 $C = 14^3 \bmod 187$   
 $C = 126$
- $e \cdot d = 1 \bmod \phi(N) \implies e \cdot d + k \cdot \phi(N) = 1$   
 $3 \cdot d + k \cdot 160 = 1$   
 En appliquant la méthode de division euclidienne étendue entre 160 et 3 :  
 $160 = 3 \cdot 53 + 1 \rightarrow 1 = 160 - 53 \cdot 3$   
  
 Donc  $d = -53 = -53 + 160 = 107$
- $M = (20^{d_B} \bmod 253)^3 \bmod 187$   
 $d_B$  est la clé privée de Bob  
 Bob déchiffre le message avec sa clé privée (le résultat est la signature d'Alice) ensuite déchiffre la signature avec la clé publique d'Alice pour trouver le message d'origine

Calcul de la clé privée de Bob

- Factoriser le  $N=253$  en produit de deux nombre premiers  
 $N=253=23 \cdot 11$
- Calculer  $\phi(N) = (23-1) \cdot (11-1) = 22 \cdot 10 = 220$
- $e \cdot d = 1 \bmod \phi(N) \rightarrow e \cdot d + k \cdot \phi(N) = 1$   
 $13d + k220 = 1$   
 Appliquer la division euclidienne étendue entre 220 et 13:  
 $220 = 13 \cdot 16 + 12 \rightarrow 12 = 220 - 13 \cdot 16$   
 $13 = 12 \cdot 1 + 1 \rightarrow 1 = 13 - 12 \cdot 1 \rightarrow 1 = 13 - (220 - 13 \cdot 16) \cdot 1 \rightarrow 1 = 17 \cdot 13 - 220$   
 $\rightarrow d = 17$

Université de Tlemcen Année Universitaire 2020-2021 Faculté des Sciences Département Informatique	Module Sécurité Informatique L3
--	---------------------------------

d)  $M = (20^{17} \bmod 253)^3 \bmod 187$

$$M = 191^3 \bmod 187 = 64$$