

Cryptographie classique

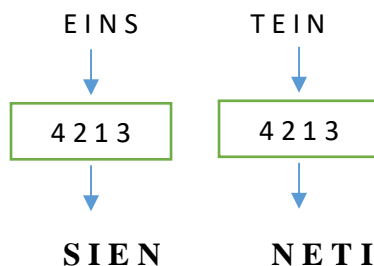
Exercice n° 1

1. Dans un chiffrement basé sur la transposition par colonnes utilisant une matrice dont la dimension 2x4 (2 lignes et 4 colonnes) et la clé (4 2 1 3), quel est le chiffrement du message "EINSTEIN" ?

1	2	3	4
E	I	N	S
T	E	I	N

Le message chiffré : SNIEETNI

2. Quel est le résultat du chiffrement du message "EINSTEIN" si on utilise des transpositions périodiques dont la taille du bloc est 4 et la clé (4 2 1 3) ?



Le chiffré : SIENNETI

Exercice n° 2

En utilisant la numérotation des lettres de l'alphabet suivante :

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

1. Coder le message "EINSTEIN" à l'aide du chiffrement par décalage dont la clé $K=5$.

$$C=(M+K) \bmod 26$$

$$C1=(E+5) \bmod 26= (4+5) \bmod 26=9=J$$

$$C2=(I+5) \bmod 26=(8+5) \bmod 26=13=N$$

$$C3=(N+5) \bmod 26=(13+5) \bmod 26=18=S$$

$$C4=(S+5) \bmod 26=(18+5) \bmod 26=23=X$$

$$C5=(T+5) \bmod 26=(19+5) \bmod 26=24=Y$$

$C6 = (E+5) \bmod 26 = J$
 $C7 = (I+5) \bmod 26 = N$
 $C8 = (N+5) \bmod 26 = S$
 EINSTEIN-----→ JNSXYJNS

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

2. Déchiffrer le message “ SJBYTS” sachant qu’il a été créé par un chiffrement par décalage dont la clé K=5.

$M = m_1 m_2 m_3 m_4 m_5 m_6 m_7 m_8$

$C = c_1 c_2 c_3 c_4 c_5 c_6 c_7 c_8$

$C = (M + k) \bmod 26$ chiffrement

$M = (C - K) \bmod 26$ déchiffrement

$M1 = (S-5) \bmod 26 = (18-5) \bmod 26 = 13 = N$

$M2 = (J-5) \bmod 26 = (9-5) \bmod 26 = 4 = E$

$M3 = (B-5) \bmod 26 = (1-5) \bmod 26 = -4 \bmod 26 = (-4+26) \bmod 26 = 22 = W$

$M4 = (Y-5) \bmod 26 = (24-5) \bmod 26 = 19 = T$

$M5 = (T-5) \bmod 26 = (19-5) \bmod 26 = 14 = O$

$M6 = (S-5) \bmod 26 = (18-5) \bmod 26 = 13 = N$

SJBYTS-----→ NEWTON

Exercice n° 3

On considère un chiffrement de Hill s'effectuant par bloc de 2 lettres à l'aide d'une clé de chiffrement qui est la matrice carrée d'ordre 2 : $K = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$

On cherche à chiffrer le message $M = \text{'CODAGE'}$ par le chiffrement de Hill

1. A l'aide la grille utilisée dans l'exercice n°2 :
 - a. Calculer les matrices $Y_1 = K * X_1$, $Y_2 = K * X_2$, $Y_3 = K * X_3$ tel que $M = X_1 X_2 X_3$
 - b. A l'aide du tableau précédent, en associant les éléments des matrices Y_1 , Y_2 et Y_3 quel est le résultat de chiffrement du message 'CODAGE'?
2. Déterminer K^{-1} la matrice inverse de K
3. Déchiffrer le message 'WGGDGW' en utilisant la même clé K pour vérifier que ça redonne le message d'origine

Chiffrement : $C = K * M$

$M = m_1 m_2 m_3 m_4$

$C = c_1 c_2 c_3 c_4$

$$\begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} = K * \begin{pmatrix} m_1 \\ m_2 \end{pmatrix} \mod 26$$

$M = \text{CODAGE}$

$M = X_1 X_2 X_3$

$X_1 = \text{CO}, X_2 = \text{DA}, X_3 = \text{GE}$

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

$$Y_1 = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 2 \\ 14 \end{pmatrix} \mod 26 = \begin{pmatrix} 22 \\ 6 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{matrix} W \\ G \end{matrix}$$

$$Y_2 = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix} \mod 26 = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{matrix} G \\ D \end{matrix}$$

$$Y_3 = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix} \mod 26 = \begin{pmatrix} 6 \\ 22 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{matrix} G \\ W \end{matrix}$$

Codage -----→WGGDGW

Chiffrement : $C = K * M$

Déchiffrement : $M = K^{-1} * C$ / K^{-1} est la matrice inverse de K

$$K = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$K^{-1} = ?$$

$$K = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

$$K^{-1} = \frac{1}{\det(k)} * \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

$$\det(k) = a*d - b*c = 2*4 - 1*5 = 8 - 5 = 3$$

$$K^{-1} = \frac{1}{3} * \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$K^{-1} = 3^{-1} * \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

On doit calculer le modulo inverse de 3 mod 26

On suppose u est le modulo inverse de 3 mod 26

$$\rightarrow U * 3 = 1 \text{ mod } 26 \Leftrightarrow 3u + 26v = 1$$

Pour calculer le modulo inverse d'un nombre on utilise la division euclidienne étendue

$$D = 26$$

$$d = 3$$

$$r \neq 1$$

$$D = d$$

$$d = r$$

$$D=26, d=3$$

$$26/3=8, r=2 \neq 1$$

$$D=d=3$$

$$d=2$$

$$26=8*3+2 \rightarrow 2=26-3*8$$

$$3=2*1+1 \rightarrow 1=3-2*1$$

$$1=3-(26-3*8)*1$$

$$1=3-26*1+3*8$$

$$1=3*9-26*1$$

$$1=3*u+26*v$$

$$U=9$$

L'inverse modulaire de 3 mod 26 =9

$$K^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \text{ mod } 26$$

$$K^{-1} = \begin{pmatrix} 9 & 4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \text{ mod } 26$$

$$K^{-1} = \begin{pmatrix} 36 & -45 \\ -9 & 18 \end{pmatrix} \text{ mod } 26$$

$$K^{-1} = \begin{pmatrix} 10 & 7 \\ 17 & 18 \end{pmatrix}$$

4. Déchiffrer le message 'WGGDGW' en utilisant la même clé K pour vérifier que ça redonne le message d'origine

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

Université de Tlemcen Année Universitaire 2020-2021 Faculté des Sciences Département Informatique	Module Sécurité Informatique L3
------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------

$$M1 = \begin{matrix} 10 & 7 \\ 17 & 18 \end{matrix} * \begin{matrix} W \\ G \end{matrix} \bmod 26 = \begin{matrix} 10 & 7 \\ 17 & 18 \end{matrix} * \begin{matrix} 22 \\ 6 \end{matrix} \bmod 26 = \begin{matrix} 2 \\ 14 \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} C \\ O \end{matrix}$$

$$M2 = \begin{matrix} 10 & 7 \\ 17 & 18 \end{matrix} * \begin{matrix} G \\ D \end{matrix} \bmod 26 = M2 = \begin{matrix} 10 & 7 \\ 17 & 18 \end{matrix} * \begin{matrix} 6 \\ 3 \end{matrix} \bmod 26 = \begin{matrix} 3 \\ 0 \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} D \\ A \end{matrix}$$

$$M3 = \begin{matrix} 10 & 7 \\ 17 & 18 \end{matrix} * \begin{matrix} G \\ W \end{matrix} \bmod 26 = M2 = \begin{matrix} 10 & 7 \\ 17 & 18 \end{matrix} * \begin{matrix} 6 \\ 22 \end{matrix} \bmod 26 = \begin{matrix} 6 \\ 4 \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} G \\ E \end{matrix}$$

WG GDGW -----> CODAGE