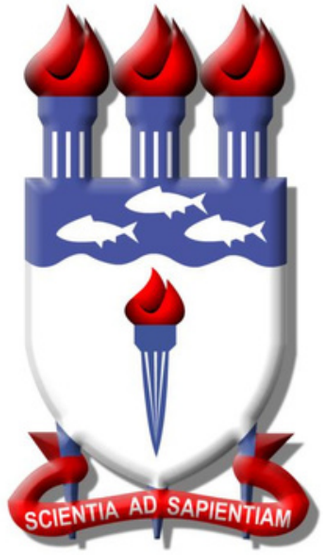


Union-Find

Equipe

Christian Gabriel da Silva Sabino
Felipe Gabriel Marques dos Santos
José Cristovão Vieira dos Santos Junior
Vítor Gabriel dos Santos Oliveira

Motivação

- Podemos supor o seguinte problema:

- Exemplo:

Hão n ilhas onde algumas estão conectadas por pontes. É necessário identificar as ilhas nas quais estão conectadas e as que não estão. Com a identificação das que não estão, iremos conectá-las.

Union-Find - O que é?

- O algoritmo Union-Find é uma estrutura de dados que gerencia e rastreia um conjunto de elementos divididos em conjuntos, podendo ser unitários, disjuntos, permitindo combinar dois conjuntos em um só e determinar qual conjunto um elemento pertence e, também, verificar se dois elementos pertencem ao mesmo conjunto.

Union-Find - Para que serve?

- Ele é usado para resolver problemas de conectividade, onde é necessário agrupar elementos e checar rapidamente se pertencem ao mesmo grupo. Como no exemplo das ilhas conectadas por pontes.

Union-Find - Definições

- **Set:** Um grupo de elementos que não se sobrepõem a outros conjuntos. Cada elemento pertence a um único conjunto.

- **Operação Find:** Uma operação que retorna o representante (ou "raiz") do conjunto ao qual um elemento pertence. Essa raiz serve como identificador único do conjunto.

- **Operação Union**: Uma operação que une dois conjuntos em um só, atualizando o representante dos elementos para que passem a compartilhar o mesmo conjunto.

Union-Find - Definições

- **Representante**: Um elemento especial que atua como o identificador principal do conjunto. Todos os elementos de um conjunto compartilham o mesmo representante.

- **Union by Rank**: Técnica de otimização que une o conjunto menor ao maior para manter a estrutura de dados balanceada e reduzir a profundidade da árvore.

- **Path Compression (Compactação de Caminho)**: Técnica de otimização que encurta o caminho dos elementos ao representante, fazendo com que cada elemento aponte diretamente para a raiz, tornando as próximas buscas mais rápidas.

Union

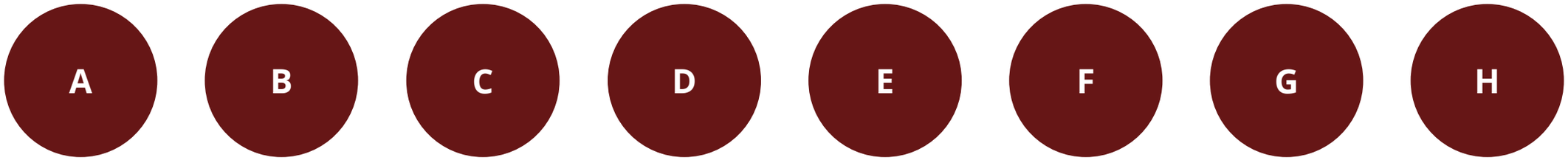
```
void unir(UnionFind *uf, int elemento1, int elemento2) {

  int raiz1 = find(uf, elemento1);
  int raiz2 = find(uf, elemento2);

  if (raiz1 == raiz2) return;

  if (uf->altura[raiz1] > uf->altura[raiz2]) {
    uf->raiz[raiz2] = raiz1;
  } else if (uf->altura[raiz1] < uf->altura[raiz2]) {
    uf->raiz[raiz1] = raiz2;
  } else {
    uf->raiz[raiz2] = raiz1;
    uf->altura[raiz1] += 1;
  }
}
```

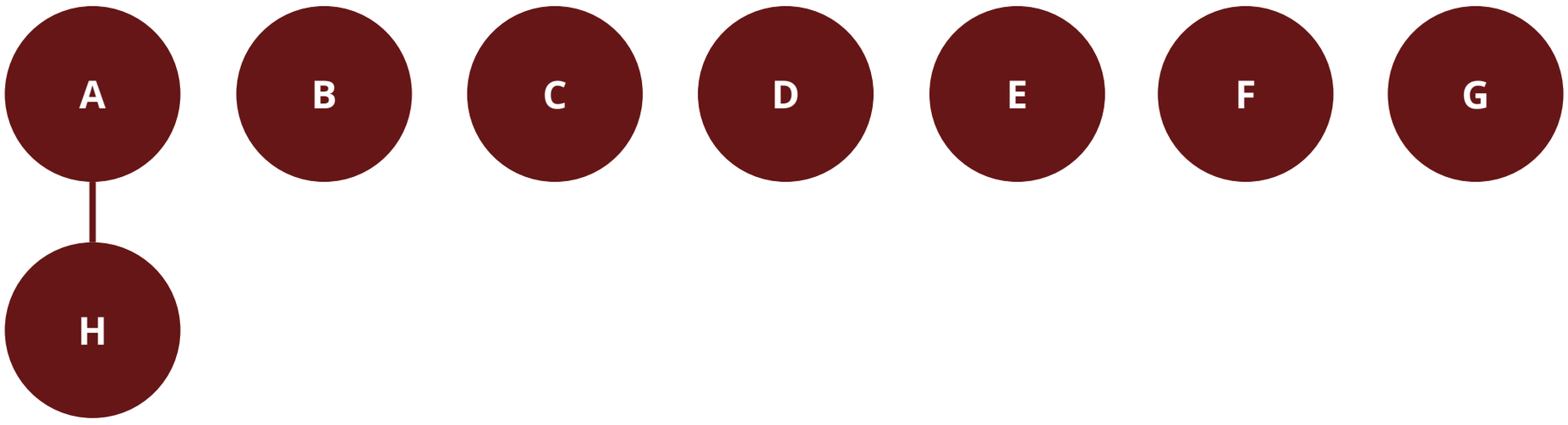
Animação - União (sem Path Compression/Union by Rank)



union(A, H)

Animação - União (sem Path Compression/Union by Rank)

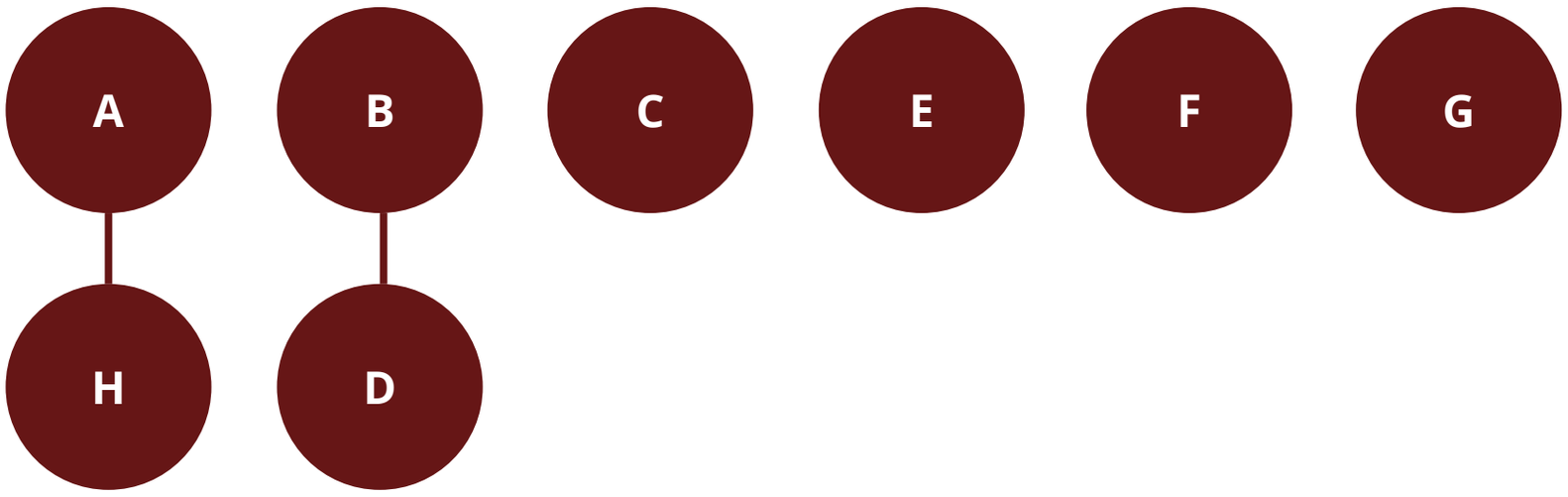
union(A, H)



union(B, D)

Animação - União (sem Path Compression/Union by Rank)

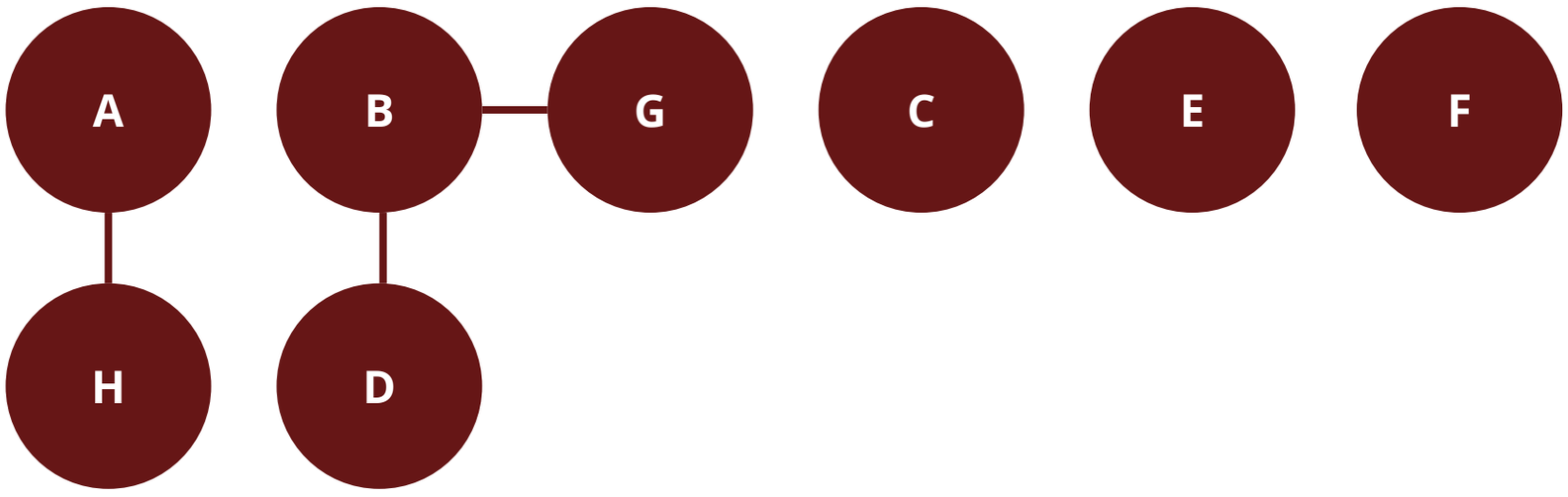
union(B, D)



union(G, D)

Animação - União (sem Path Compression/Union by Rank)

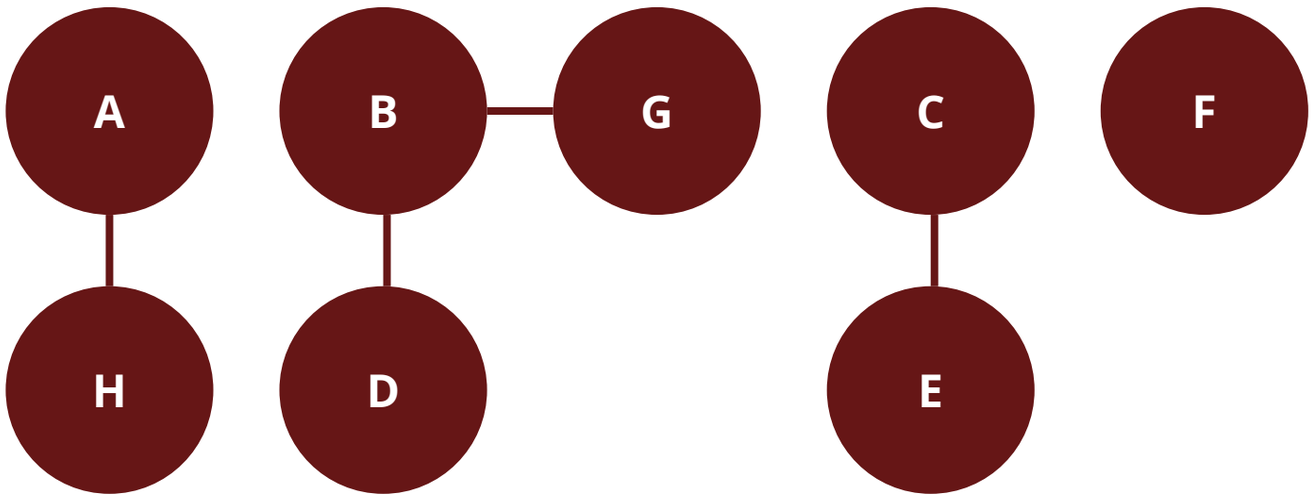
union(G, D)



union(E, C)

Animação - União (sem Path Compression/Union by Rank)

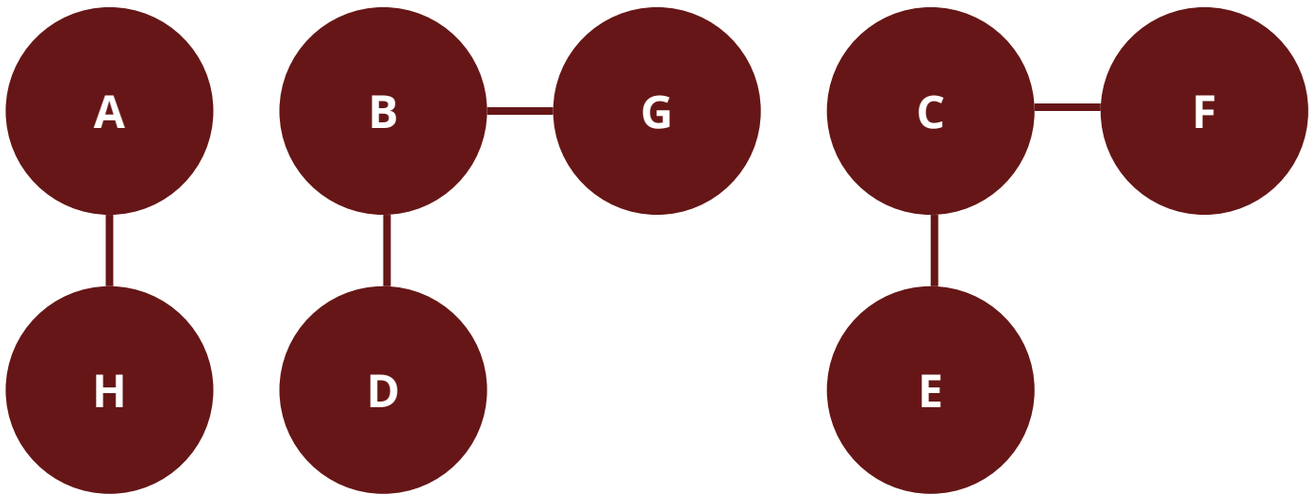
union(E, C)



union(E, F)

Animação - União (sem Path Compression/Union by Rank)

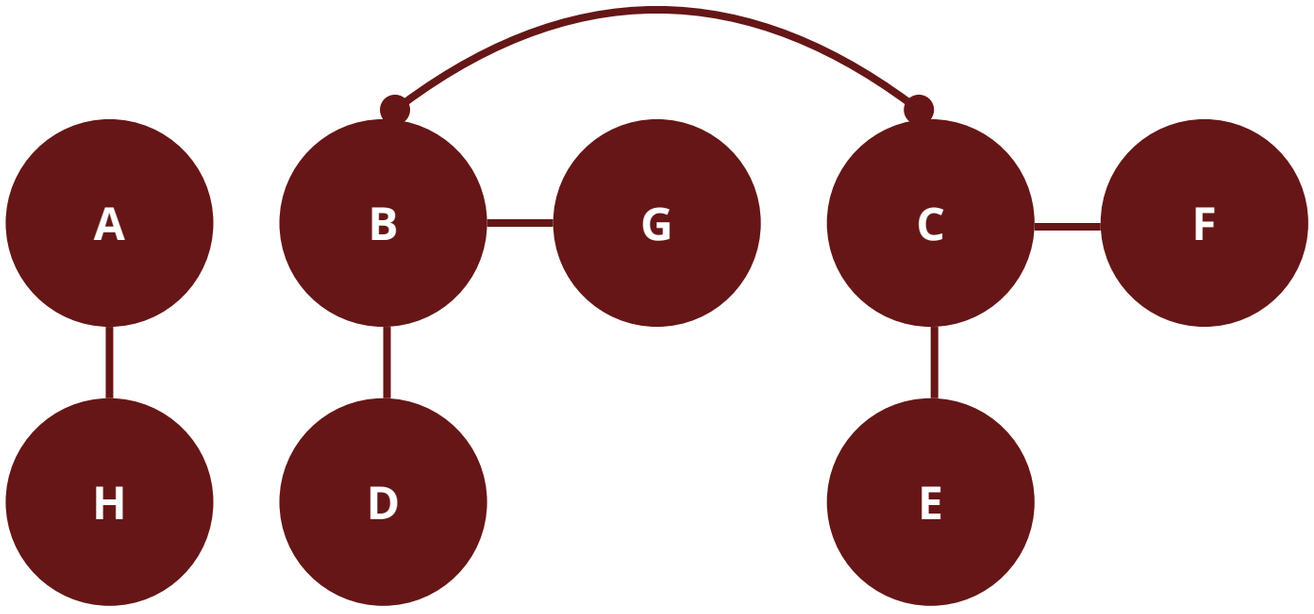
union(E, F)



union(D, F)

Animação - União (sem Path Compression/Union by Rank)

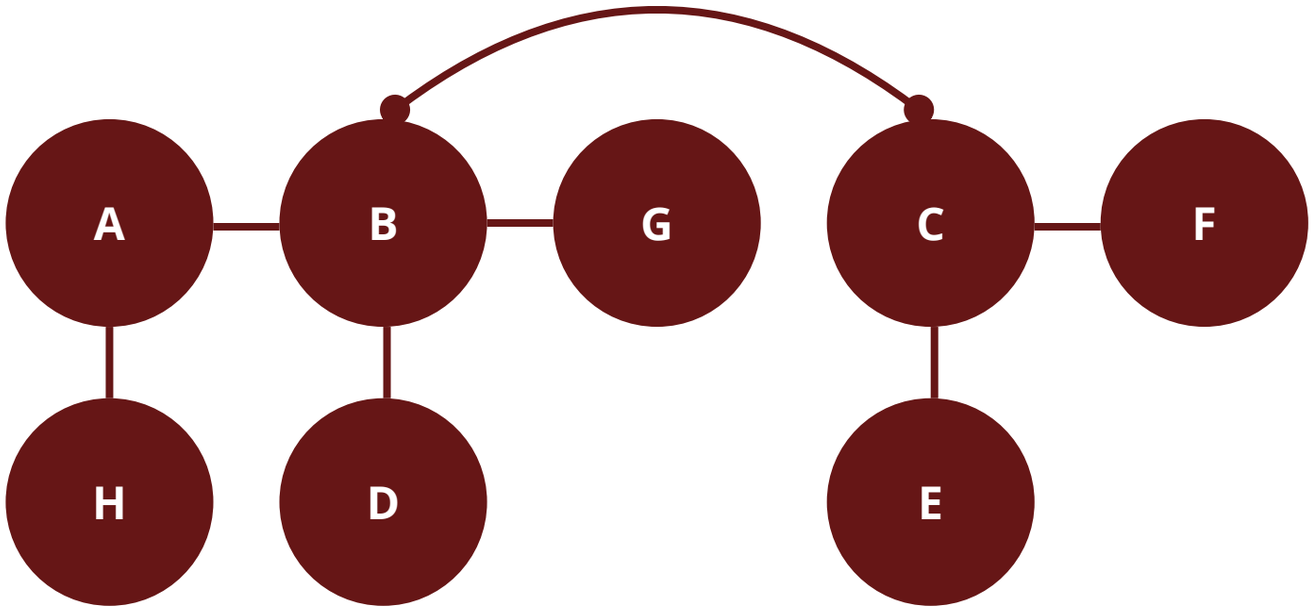
union(D, F)



union(A, B)

Animação - União (sem Path Compression/Union by Rank)

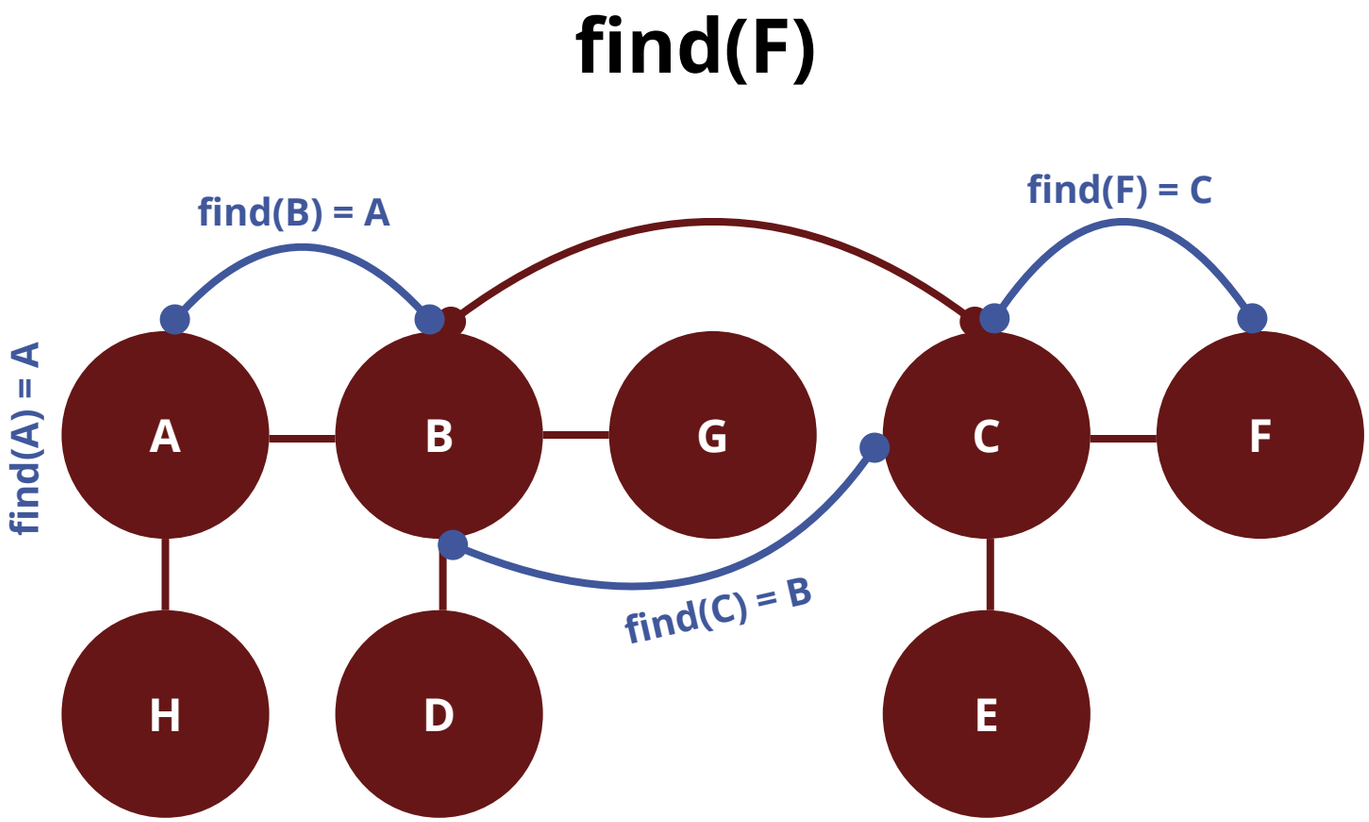
union(A, B)



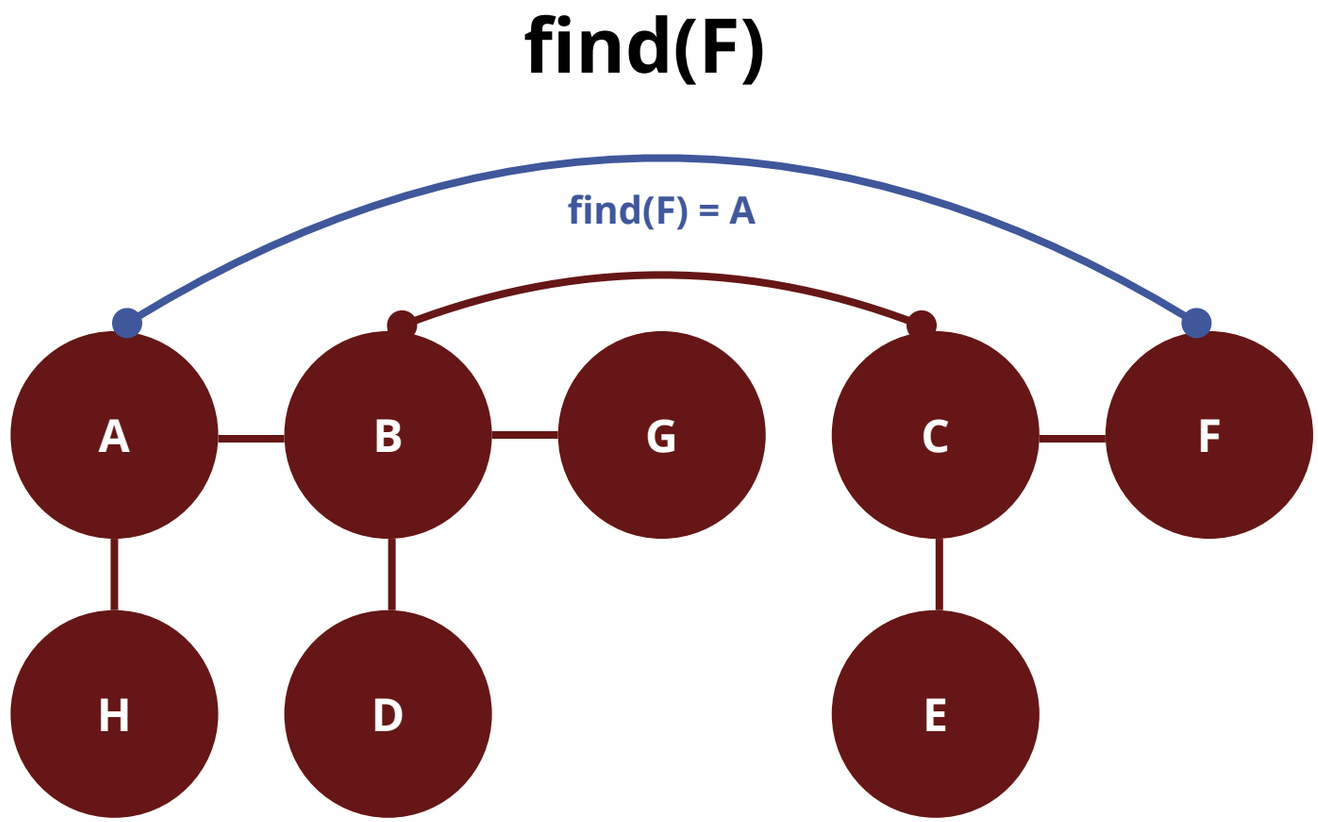
Find

```
int find(UnionFind *uf, int elemento) {
  if (uf->raiz[elemento] != elemento) {
    uf->raiz[elemento] = find(uf, uf->raiz[elemento]);
  }
  return uf->raiz[elemento];
}
```

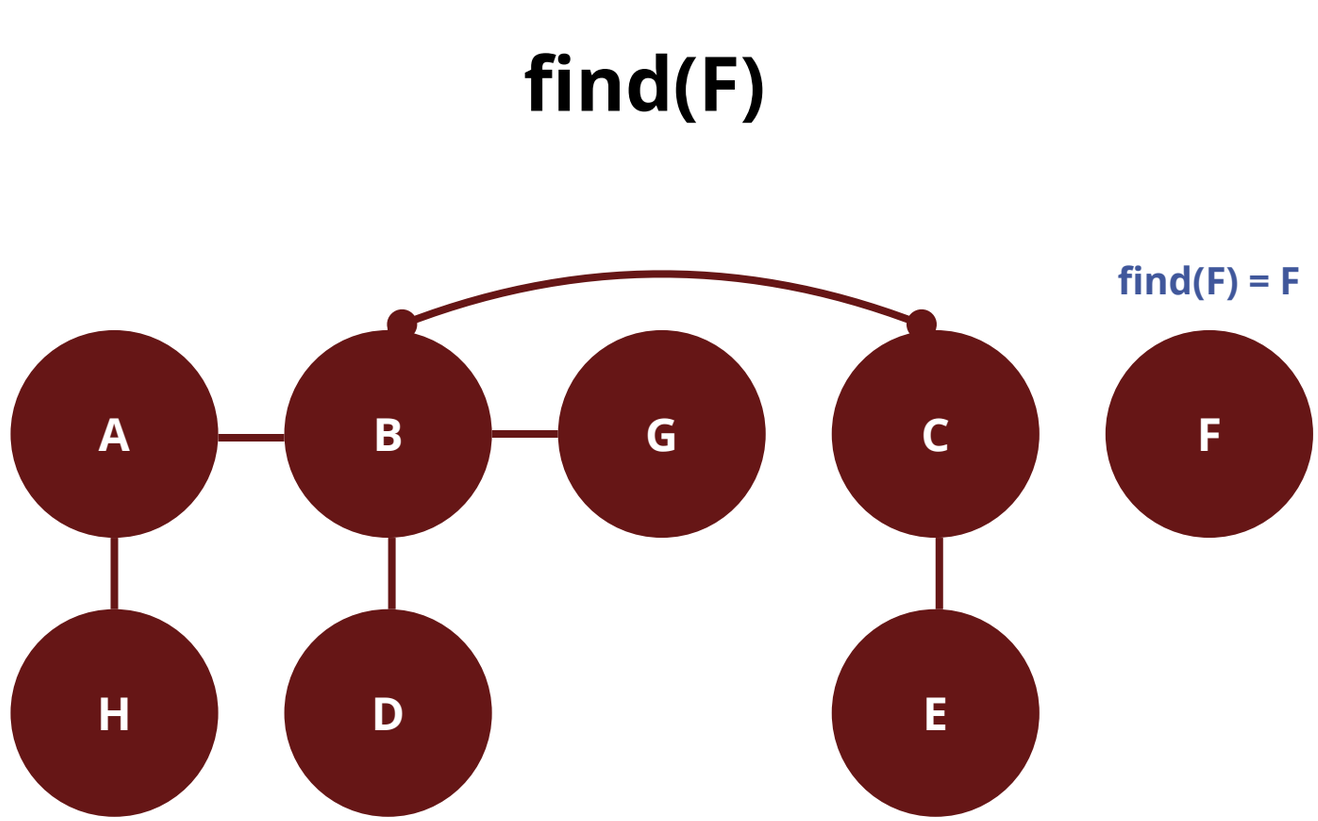
Animação - Find (sem Path Compression)



Animação - Find (sem Path Compression)



Animação - Find (sem Path Compression)

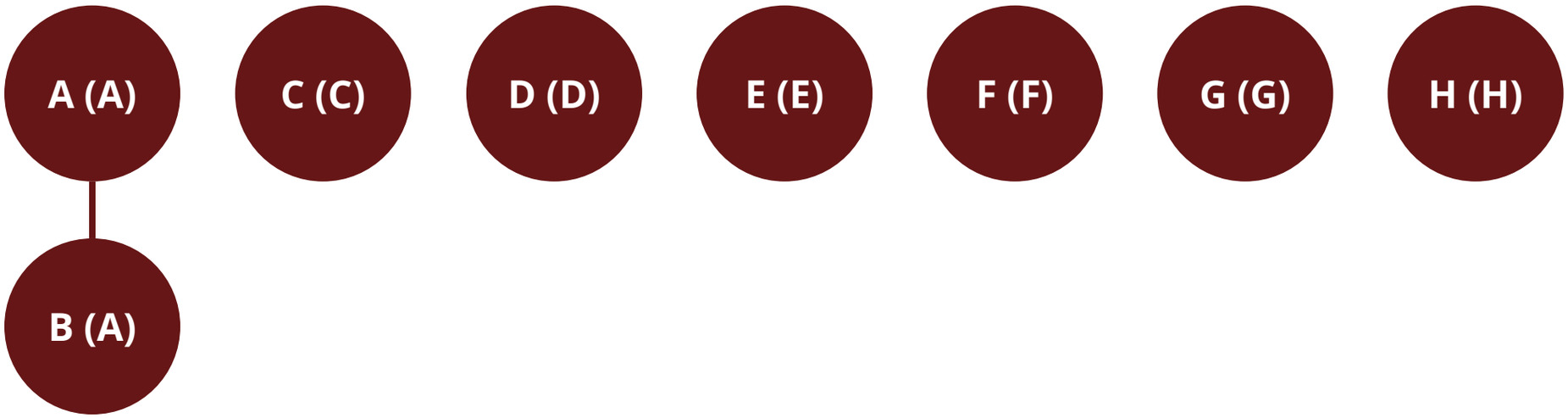


Animação - União (c/ Path Compression/Union by Rank)

union(A, B)

Animação - União (c/ Path Compression/Union by Rank)

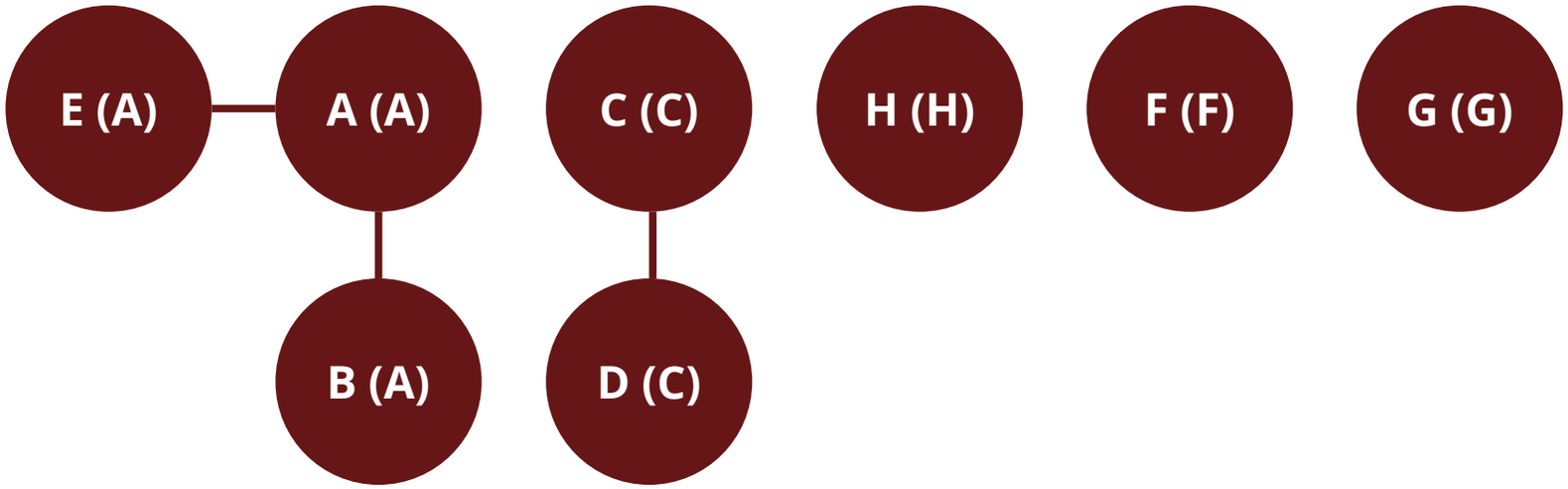
union(A, B)



union(C, D) e union(B, E)

Animação - União (c/ Path Compression/Union by Rank)

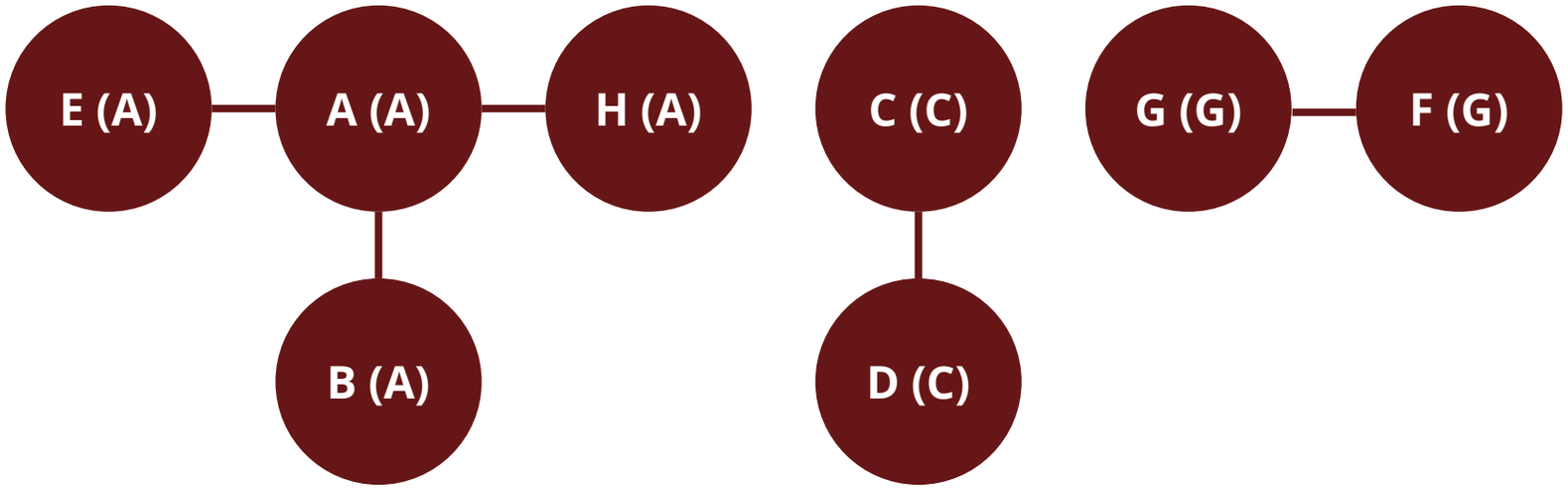
union(C, D) e union(B, E)



union(H, A) e union(F, G)

Animação - União (c/ Path Compression/Union by Rank)

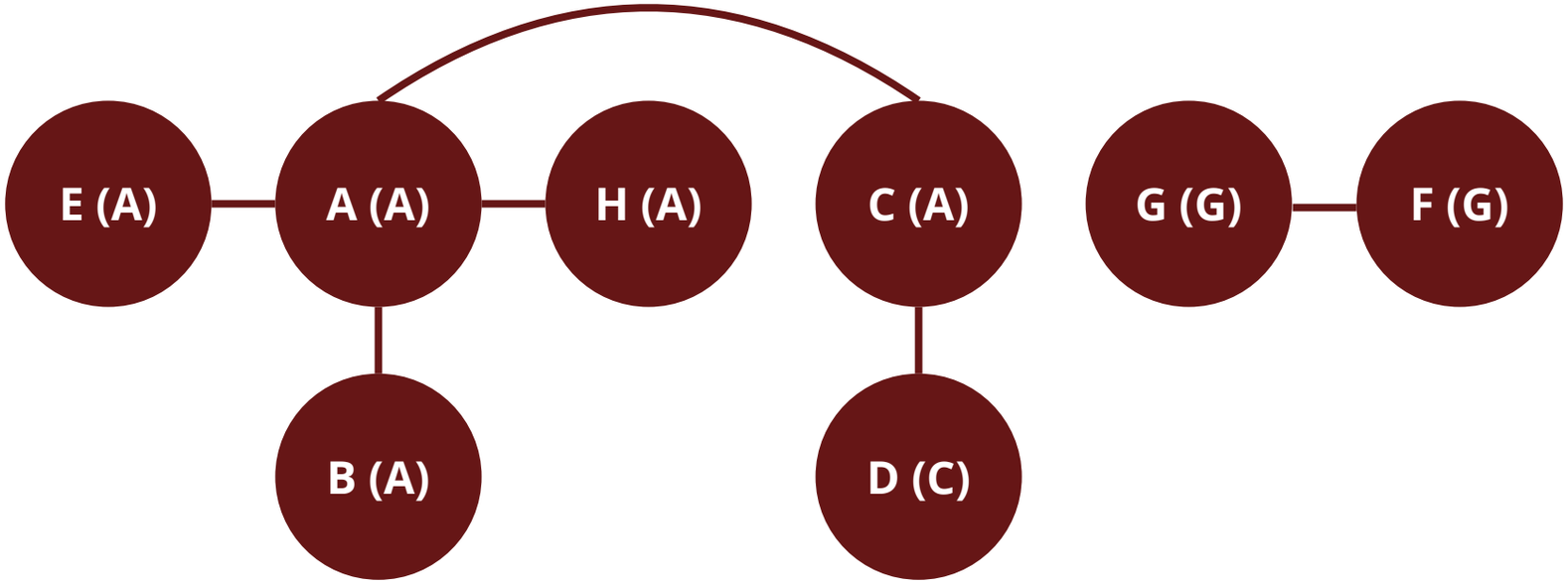
union(H, A) e union(F, G)



union(C, A)

Animação - União (c/ Path Compression/Union by Rank)

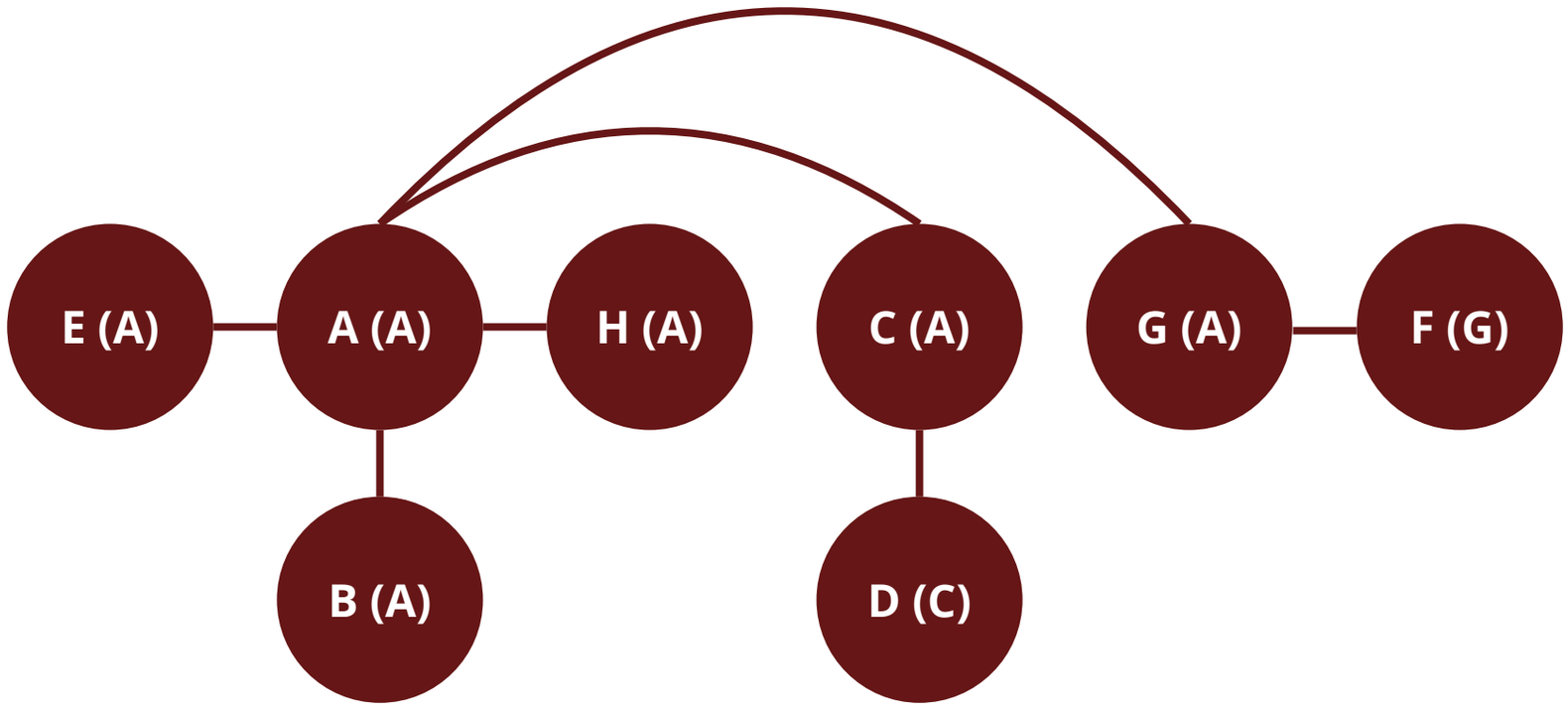
union(C, A)



union(E, F)

Animação - União (c/ Path Compression/Union by Rank)

union(E, F)



De volta à Motivação...

• O problema das ilhas conectadas por pontes pode ser efetivamente resolvido utilizando a estrutura de dados chamada Union-Find devido à sua capacidade de agrupar elementos em conjuntos disjuntos e verificar se dois elementos pertencem ao mesmo conjunto.