Nhập môn Lý thuyết Tính Toán
Bài tập 3 & 4

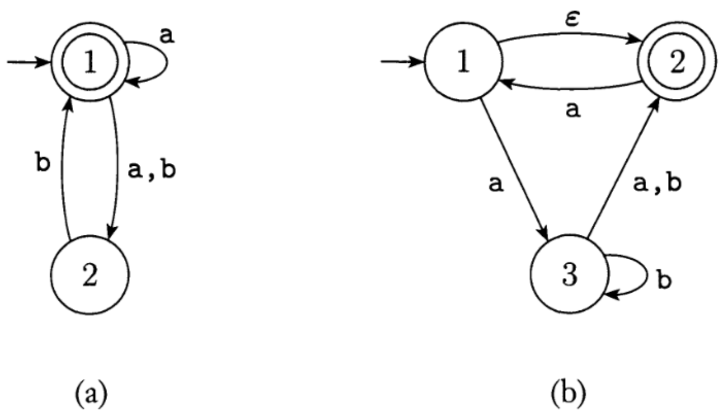
Biểu thức chính quy

1. Hãy đưa ra hai xâu thuộc và hai xâu *không* thuộc mỗi ngôn ngữ dưới đây – bốn xâu cho mỗi ngôn ngữ. Giả sử bộ chữ là $\Sigma = \{a, b\}$.

- **a.** a^*b^*
- **b.** $a(ba)^*b$
- **c.** $a^* \cup b^*$
- **d.** $(aaa)^*$
- **e.** $\Sigma^*a\Sigma^*b\Sigma^*a\Sigma^*$
- **f.** $aba \cup bab$
- **g.** $(\varepsilon \cup a)b$
- **h.** $(a \cup ba \cup bb)\Sigma^*$

2. Xét $D = \{w \mid w$ có chứa một số chẵn a và một số lẻ b và không chứa xâu con ab$\}$. Hãy đưa ra một biểu thức chính quy mô tả D.

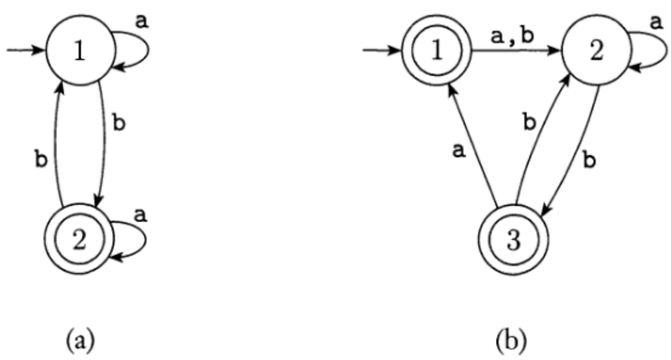
3. Hãy đưa ra biểu thức chính quy cho mỗi ngôn ngữ đoán nhận bởi NFA dưới đây.



4. Hãy chuyển mỗi biểu thức chính quy dưới đây thành NFA.

- **a.** $(0 \cup 1)^*000(0 \cup 1)$
- **b.** $(((00)^*(11)) \cup 01)^*$
- **c.** $\emptyset^*$

5. Hãy chuyển mỗi FA sau đây thành biểu biểu thức chính quy.



6. Trong một số ngôn ngữ lập trình, chú thích xuất hiện giữa các ký hiệu ngăn cách `/#` và `#/`. Xét C là ngôn ngữ bao gồm mọi chú thích đúng: Một xâu trong C phải bắt đầu với `/#` và kết thúc với `#/` nhưng ở giữa không xuất hiện `#/`. Để đơn giản, ta giả sử rằng mọi chú thích chỉ được viết trên ký hiệu `a` và `b`; vậy bộ chữ của C là $\Sigma = \{\mathtt{a}, \mathtt{b}, /, \#\}$. Hãy đưa ra một biểu thức chính quy mô tả C.

7. Chuyển các biểu thức chính quy sau thành NFA. Giả sử bộ chữ là $\Sigma = \{a, b\}$.

   a. $a(abb)^* \cup b$

   b. $a^+ \cup (ab)^+$

   c. $(a \cup b^+)a^+b^+$

Bổ đề bơm

Hãy dùng bổ đề bơm để chứng minh những ngôn ngữ sau đây không chính quy.

1. $A_1 = \{0^n 1^n 2^n \mid n \geq 0\}$
2. $A_2 = \{www \mid w \in \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}^*\}$
3. $A_3 = \{\mathtt{a}^{2^n} \mid n \geq 0\}$ (Ở đây, $\mathtt{a}^{2^n}$ là xâu gồm 2^n chữ `a`).

Ôn tập phần Ngôn ngữ chính quy

1. Với $w = w_1 w_2 \ldots w_n$, ảnh gương của w, ký hiệu là w^R, có nghĩa rằng $w^R = w_n w_{n-1} \ldots w_1$. Với mọi ngôn ngữ A, đặt $A^R = \{w^R \mid w \in A\}$. Chứng minh rằng nếu A là chính quy thì A^R cũng là chính quy.

2. Xét

$$\Sigma_3 = \left\{ \begin{bmatrix}0\\0\\0\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0\\1\\0\end{bmatrix}, \cdots, \begin{bmatrix}1\\1\\1\end{bmatrix} \right\}$$

   Σ_3 chứa mọi vectơ cột 3 phần tử 0 hoặc 1. Mỗi xâu ký hiệu trên Σ_3 cho ta ba dòng của các chữ 0 và 1. Xét mỗi dòng như một số nhị phân và đặt

$$B = \{w \in {\Sigma_3}^* \mid \text{ dòng cuối của } w \text{ là tổng hai dòng trên}\}.$$

   Ví dụ,

$$\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\1\\0\end{bmatrix} \in B, \quad \text{nhưng} \quad \begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\0\\1\end{bmatrix} \notin B.$$

   Chứng minh rằng B chính quy. (Gợi ý: Chứng minh B^R chính quy có thể sẽ dễ hơn. Bạn có thể dùng lại kết quả của bài 1.)

3. Xét $C_n = \{x \mid x$ là số nhị phân chia hết cho $n\}$. Chứng minh rằng với mọi $n \geq 1$, ngôn ngữ C_n là chính quy.