

Nhập môn Lý thuyết Tính Toán
Bài tập 5 & 6

Bài tập

1. Xét văn phạm sau

$$E \rightarrow E + T \mid T$$

$$T \rightarrow T * F \mid F$$

$$F \rightarrow (E) \mid a$$

Hãy vẽ cây cú pháp và các dẫn xuất cho mỗi xâu dưới đây.

a. a

c. a + a + a

b. a+a

d. ((a))

2. a. Dùng ngôn ngữ $A = \{a^m b^n c^n \mid m, n \geq 0\}$ và $B = \{a^n b^n c^m \mid m, n \geq 0\}$ cùng với Ví dụ 2.36 chỉ ra rằng lớp ngôn ngữ phi ngữ cảnh không đóng với phép giao.
- b. Dùng phần 2a và luật DeMorgan chỉ ra rằng lớp ngôn ngữ phi ngữ cảnh là không đóng với phép lấy phần bù.
3. Hãy trả lời các câu hỏi dưới đây với văn phạm G sau.

$$R \rightarrow XRX \mid S$$

$$S \rightarrow aTb \mid bTa$$

$$T \rightarrow XTX \mid X \mid \varepsilon$$

$$X \rightarrow a \mid b$$

- a. Các biến của G là gì?
- b. Các ký hiệu kết thúc của G là gì?
- c. Biến bắt đầu của G là gì?
- d. Đưa ra ba xâu thuộc G .
- e. Đưa ra ba xâu *không* thuộc G .
- f. Đúng hay sai: $T \Rightarrow aba$.
- g. Đúng hay sai: $T \overset{*}{\Rightarrow} aba$.
- h. Đúng hay sai: $T \Rightarrow T$.
- i. Đúng hay sai: $T \overset{*}{\Rightarrow} T$.
- j. Đúng hay sai: $XXX \overset{*}{\Rightarrow} aba$.
- k. Đúng hay sai: $X \overset{*}{\Rightarrow} aba$.
- l. Đúng hay sai: $T \overset{*}{\Rightarrow} XX$.
- m. Đúng hay sai: $T \overset{*}{\Rightarrow} XXX$.
- n. Đúng hay sai: $S \overset{*}{\Rightarrow} \varepsilon$.
- o. Đưa ra một mô tả bằng Tiếng Việt của $L(G)$.
4. Hãy xây dựng văn phạm phi ngữ cảnh sinh ra các ngôn ngữ dưới đây. Giả sử bảng chữ $\Sigma = \{0, 1\}$.
- a. $\{w \mid w \text{ chứa ít nhất ba ký hiệu } 1\}$
- b. $\{w \mid w \text{ bắt đầu và kết thúc cùng một ký hiệu}\}$

- c. $\{w \mid \text{độ dài } w \text{ là số lẻ}\}$
- d. $\{w \mid \text{độ dài } w \text{ là số lẻ và ký hiệu ở giữa là } 0\}$
- e. $\{w \mid w = w^R\}$
- f. tập rỗng

5. Đưa ra một mô tả không hình thức và sơ đồ trạng thái của otomat đẩy xuống cho các ngôn ngữ trong Bài tập 4.
6. Xây dựng văn phạm phi ngữ cảnh sinh ra các ngôn ngữ dưới đây.
 - a. Tập các xâu trên bảng chữ $\{a, b\}$ với số lượng a nhiều hơn số lượng b
 - b. Phần bù của ngôn ngữ $\{a^n b^n \mid n \geq 0\}$
 - c. $\{w \# x \mid w^R \text{ là một xâu con của } x \text{ với } w, x \in \{0, 1\}^*\}$
 - d. $\{x_1 \# x_2 \# \dots \# x_k \mid k \geq 1, \text{ mỗi } x_i \in \{a, b\}^*, \text{ và tồn tại } i \text{ và } j, x_i = x_j^R\}$
7. Đưa ra một mô tả không hình thức bằng tiếng Việt của các PDA cho mỗi ngôn ngữ trong Bài tập 6.
8. Chỉ ra rằng xâu the girl touches the boy with the flower có hai dẫn xuất trái nhất khác nhau trong văn phạm G_2 trong trang 103. Mô tả bằng Tiếng Việt ý nghĩa của hai dẫn xuất khác nhau này.
9. Xây dựng CFG sinh ra ngôn ngữ

$$A = \{a^i b^j c^k \mid i = j \text{ hoặc } j = k \text{ với } i, j, k \geq 0\}$$

Văn phạm anh/chị vừa xây dựng có nhập nhằng không? Tại sao?

10. Đưa ra một mô tả không hình thức bằng tiếng Việt của PDA cho ngôn ngữ A trong Bài tập 9.
11. Xây dựng một PDA tương đương với CFG G_4 trong Bài tập 1, dùng thuật toán trong Định lý 2.20.
12. Xây dựng một PDA tương đương với CFG G trong Bài tập 3, dùng thuật toán trong Định lý 2.20.
13. Xét văn phạm $G = (V, \Sigma, R, S)$ trong đó $V = \{S, T, U\}$; $\Sigma = \{0, \#\}$; và R là tập luật:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow TT \mid U \\ T &\rightarrow 0T \mid T0 \mid \# \\ U &\rightarrow 0U00 \mid \# \end{aligned}$$

(a) Mô tả $L(G)$ bằng Tiếng Việt.

(b) Chứng minh rằng $L(G)$ không chính quy.

14. Biến đổi văn phạm phi ngữ cảnh dưới đây về dạng chuẩn Chomsky tương đương với nó, dùng thuật toán đưa ra trong Định lý 2.9.

$$\begin{aligned} A &\rightarrow BAB \mid B \mid \varepsilon \\ B &\rightarrow 00 \mid \varepsilon \end{aligned}$$

15. Đưa ra một phản ví dụ để chỉ ra rằng cách xây dựng sau đây để chứng minh lớp ngôn ngữ phi ngữ cảnh đóng phép sao là sai. Xét A là CFL sinh bởi CFG $G = (V, \Sigma, R, S)$. Tạo ra văn phạm G' từ G bằng cách thêm vào luật mới $S \rightarrow SS$. Văn phạm này được giả sử là sinh ra A^* .

16. Chứng minh rằng lớp ngôn ngữ phi ngữ cảnh là đóng dưới phép toán chính quy, hợp, ghép, và sao.
17. Dùng kết quả của Bài tập 16 để chứng minh rằng mọi ngôn ngữ chính quy là phi ngữ cảnh, bằng cách chỉ ra cách chuyển trực tiếp một biểu thức chính quy thành một văn phạm phi ngữ cảnh tương đương.

Bài toán

18. a. Xét C là một CFL và R là một ngôn ngữ chính quy. Chứng minh rằng ngôn ngữ $C \cap R$ là phi ngữ cảnh.
- b. Dùng phần a. để chứng minh ngôn ngữ

$$A = \{w \mid w \in \{a, b, c\}^* \text{ và } |w|_a = |w|_b = |w|_c\}$$

không là phi ngữ cảnh.

19. Xét CFG G là văn phạm sau.

$$S \rightarrow aSb \mid bY \mid Ya$$

$$Y \rightarrow bY \mid aY \mid \varepsilon$$

Đưa ra một mô tả đơn giản bằng tiếng Việt của $L(G)$. Dùng mô tả này để xây dựng CFG cho $\overline{L(G)}$

20. Let $A/B = \{w \mid wx \in A \text{ với một } x \in B\}$. Chứng minh rằng nếu A là phi ngữ cảnh và B là chính quy, thì A/B là phi ngữ cảnh.
21. * Xét $\Sigma = \{a, b\}$. Đưa ra một CFG sinh ngôn ngữ gồm các xâu với số a gấp hai lần số b . Chứng minh rằng văn phạm của bạn là đúng.
22. * Xét $C = \{x\#y \mid x, y \in \{0, 1\}^* \text{ và } x \neq y\}$. Chứng minh rằng C là phi ngữ cảnh.
23. * Xét $D = \{xy \mid x, y \in \{0, 1\}^* \text{ và } |x| = |y| \text{ nhưng } x \neq y\}$. Chứng minh rằng C là phi ngữ cảnh.
24. * Xét $E = \{a^i b^j \mid i \neq j \text{ và } 2i \neq j\}$. Chứng minh rằng E là phi ngữ cảnh.
25. Với mỗi ngôn ngữ A , đặt $SUFFIX(A) = \{v \mid \text{tồn tại } u \text{ để } uv \in A\}$. Chứng minh rằng lớp ngôn ngữ phi ngữ cảnh đóng với phép toán $SUFFIX$.
26. Chứng minh rằng nếu G là CFG trong dạng chuẩn Chomsky, thì với mọi xâu $w \in L(G)$ có độ dài $n \geq 1$, cần đúng $2n - 1$ bước dẫn xuất cho mọi dẫn xuất của w .