

## Phần (a)

Cho trước ma trận  $A$ , vector  $x$  và vector  $b$  như sau:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, x = \begin{bmatrix} 1000 \\ 500 \\ 350 \\ 400 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 3500 \\ 2700 \\ 900 \end{bmatrix}$$

Để xác định xem có đủ thức ăn để đáp ứng nhu cầu tiêu thụ hàng ngày hay không, chúng ta cần kiểm tra xem  $A \cdot x = b$  có thỏa mãn không.

Tính  $A \cdot x$ :

$$A \cdot x = \begin{bmatrix} 1 \cdot 1000 + 2 \cdot 500 + 0 \cdot 350 + 3 \cdot 400 \\ 1 \cdot 1000 + 0 \cdot 500 + 2 \cdot 350 + 2 \cdot 400 \\ 0 \cdot 1000 + 0 \cdot 500 + 1 \cdot 350 + 1 \cdot 400 \end{bmatrix}$$

Tính từng phần tử:

- Hàng đầu tiên:  $1 \cdot 1000 + 2 \cdot 500 + 3 \cdot 400 = 1000 + 1000 + 1200 = 3200$
- Hàng thứ hai:  $1 \cdot 1000 + 2 \cdot 350 + 2 \cdot 400 = 1000 + 700 + 800 = 2500$
- Hàng thứ ba:  $1 \cdot 350 + 1 \cdot 400 = 350 + 400 = 750$

Vậy,

$$A \cdot x = \begin{bmatrix} 3200 \\ 2500 \\ 750 \end{bmatrix}$$

So sánh  $A \cdot x$  với  $b$ :

$$b = \begin{bmatrix} 3500 \\ 2700 \\ 900 \end{bmatrix}$$

Vì  $A \cdot x \neq b$ , dân số hiện tại  $x$  không thỏa mãn nguồn cung cấp hàng ngày  $b$ . Do đó, không có đủ thức ăn để đáp ứng nhu cầu tiêu thụ trung bình hàng ngày.

## Phần (b)

Để xác định số lượng động vật tối đa của mỗi loài có thể thêm vào hệ thống mà nguồn cung cấp thức ăn vẫn đáp ứng tiêu thụ, chúng ta cần giải hệ  $A \cdot (x + \delta x) = b$ , trong đó  $\delta x$  là sự gia tăng dân số cho mỗi

loài.

Vì  $A \cdot x$  đã biết, nguồn cung cấp thức ăn còn lại là:

$$b' = b - A \cdot x = \begin{bmatrix} 3500 - 3200 \\ 2700 - 2500 \\ 900 - 750 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 300 \\ 200 \\ 150 \end{bmatrix}$$

Hệ phương trình trở thành:

$$A \cdot \delta x = b'$$

### Phần (c)

Nếu loài thứ nhất tuyệt chủng, hệ thống sẽ loại bỏ hàng đầu tiên và cột đầu tiên của  $A$ , và vector  $b$  sẽ được điều chỉnh:

$$A' = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, x' = \begin{bmatrix} 500 \\ 350 \\ 400 \end{bmatrix}, b' = \begin{bmatrix} 3500 \\ 1700 \\ 900 \end{bmatrix}$$

Giải hệ  $A' \cdot \delta x' = b'$ .

### Phần (d)

Nếu loài thứ hai tuyệt chủng, hệ thống sẽ loại bỏ hàng thứ hai và cột thứ hai của  $A$ , và vector  $b$  sẽ được điều chỉnh:

$$A'' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, x'' = \begin{bmatrix} 1000 \\ 350 \\ 400 \end{bmatrix}, b'' = \begin{bmatrix} 3000 \\ 2700 \\ 900 \end{bmatrix}$$

Giải hệ  $A'' \cdot \delta x'' = b''$ .