Chương 1. Các khái niệm cơ bản về xác suất

Bài 1: Phép thử ngẫu nhiên, biến cố

Chương 1. Các khái niệm cơ bản về xác suất

Bài 1: Phép thử ngẫu nhiên, biến cố

1) Phép thử ngẫu nhiên

Bài 1: Phép thử ngẫu nhiên, biến cố

1) Phép thử ngẫu nhiên

• Phép thử ngẫu nhiên là một thí nghiệm hay một quan sát nào đó mà ta biết tất cả các kết quả có thể xảy ra. Tuy nhiên ta không biết kết quả nào sẽ xảy ra.

Bài 1: Phép thử ngẫu nhiên, biến cố

1) Phép thử ngẫu nhiên

- Phép thử ngẫu nhiên là một thí nghiệm hay một quan sát nào đó mà ta biết tất cả các kết quả có thể xảy ra. Tuy nhiên ta không biết kết quả nào sẽ xảy ra.
- Không gian mẫu là tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra khi thực hiện phép thử ngẫu nhiên và được ký hiệu là Ω .

Tung một đồng xu cân đối đồng chất là một phép thử ngẫu nhiên với không gian mẫu

$$\Omega = \{S, N\},\$$

Tung một đồng xu cân đối đồng chất là một phép thử ngẫu nhiên với không gian mẫu

$$\Omega = \{S, N\},\$$

trong đó S là kết quả: "Mặt sấp xuất hiện" và N là kết quả: "Mặt ngửa xuất hiện".

Tung một con xúc xắc cân đối đồng chất là một phép thử ngẫu nhiên với không gian mẫu

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\},\$$

Tung một con xúc xắc cân đối đồng chất là một phép thử ngẫu nhiên với không gian mẫu

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\},\$$

trong đó i là kết quả: "Con xúc xắc xuất hiện mặt i chấm", i = 1, 2, 3, 4, 5, 6.



2) Biến cố

• Gọi Ω_A là tập hợp các kết quả làm cho sự kiện A xảy ra. Ta đồng nhất A với Ω_A và gọi A là một biến cố.

2) Biến cố

- Gọi Ω_A là tập hợp các kết quả làm cho sự kiện A xảy ra. Ta đồng nhất A với Ω_A và gọi A là một biến cố.
- ullet Biến cố A là tập hợp các kết quả làm cho A xảy ra.

2) Biến cố

- Gọi Ω_A là tập hợp các kết quả làm cho sự kiện A xảy ra. Ta đồng nhất A với Ω_A và gọi A là một biến cố.
- ullet Biến cố A là tập hợp các kết quả làm cho A xảy ra.
- \bullet Ta thường dùng các chữ cái in hoa A, B, C, \ldots để ký hiệu biến cố.

Tung một con xúc xắc cân đối và đồng chất hai lần. Đây là một phép thử ngẫu nhiên với không gian mẫu

$$\Omega = \{(i, j) : 1 \le i, j \le 6\},\$$

Tung một con xúc xắc cân đối và đồng chất hai lần. Đây là một phép thử ngẫu nhiên với không gian mẫu

$$\Omega = \{(i, j) : 1 \le i, j \le 6\},\$$

trong đó (i, j) là kết quả: "Lần thứ nhất xuất hiện mặt i chấm, lần thứ hai xuất hiện mặt j chấm".

Tung một con xúc xắc cân đối và đồng chất hai lần. Đây là một phép thử ngẫu nhiên với không gian mẫu

$$\Omega = \{(i, j) : 1 \le i, j \le 6\},\$$

trong đó (i,j) là kết quả: "Lần thứ nhất xuất hiện mặt i chấm, lần thứ hai xuất hiện mặt j chấm".

Gọi A là biến cố: "Tổng số chấm trên hai lần tung bằng 8".

Tung một con xúc xắc cân đối và đồng chất hai lần. Đây là một phép thử ngẫu nhiên với không gian mẫu

$$\Omega = \{(i, j) : 1 \le i, j \le 6\},\$$

trong đó (i,j) là kết quả: "Lần thứ nhất xuất hiện mặt i chấm, lần thứ hai xuất hiện mặt j chấm".

Gọi A là biến cố: "Tổng số chấm trên hai lần tung bằng 8". Khi đó A xảy ra khi một trong các kết quả (2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2) xảy ra.

Tung một con xúc xắc cân đối và đồng chất hai lần. Đây là một phép thử ngẫu nhiên với không gian mẫu

$$\Omega = \{(i, j) : 1 \le i, j \le 6\},\$$

trong đó (i,j) là kết quả: "Lần thứ nhất xuất hiện mặt i chấm, lần thứ hai xuất hiện mặt j chấm".

Gọi A là biến cố: "Tổng số chấm trên hai lần tung bằng 8". Khi đó A xảy ra khi một trong các kết quả (2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2) xảy ra.

Do đó

$$A = \{(2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2)\}.$$

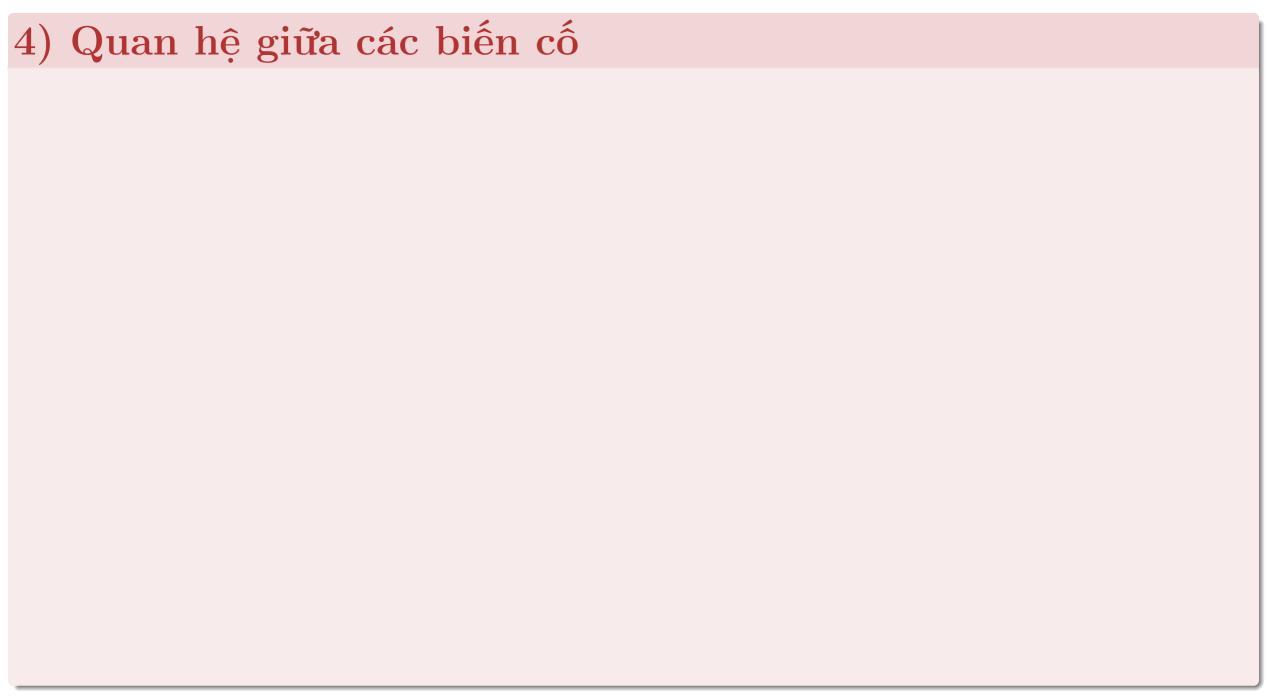


3) Các loại biến cố

 \bullet Biến cố chắc chắn là biến cố luôn luôn xảy ra khi thực hiện phép thử ngẫu nhiên, biến cố này trùng với không gian mẫu Ω .

3) Các loại biến cố

- \bullet Biến cố chắc chắn là biến cố luôn luôn xảy ra khi thực hiện phép thử ngẫu nhiên, biến cố này trùng với không gian mẫu Ω .
- \bullet Biến cố không thể là biến cố không bao giờ xảy ra khi thực hiện phép thử ngẫu nhiên. Biến cố không thể được ký hiệu là \emptyset .



 \bullet Biến cố Ađược gọi là biến cố đối của biến cố B

 \bullet Biến cố A được gọi là biến cố đối của biến cố B nếu A xảy ra $\Leftrightarrow B$ không xảy ra.

 \bullet Biến cố A được gọi là biến cố đối của biến cố B nếu A xảy ra $\Leftrightarrow B$ không xảy ra. Ta viết $A=\overline{B}.$

- \bullet Biến cố A được gọi là biến cố đối của biến cố B nếu A xảy ra $\Leftrightarrow B$ không xảy ra. Ta viết $A=\overline{B}.$
- ullet Biến cố A được gọi là tổng của các biến cố A_1,A_2,\ldots,A_n

- \bullet Biến cố A được gọi là biến cố đối của biến cố B nếu A xảy ra $\Leftrightarrow B$ không xảy ra. Ta viết $A=\overline{B}.$
- Biến cố A được gọi là tổng của các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n nếu A xảy ra \Leftrightarrow có ít nhất một biến cố nào đó trong các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n xảy ra.

- \bullet Biến cố A được gọi là biến cố đối của biến cố B nếu A xảy ra $\Leftrightarrow B$ không xảy ra. Ta viết $A=\overline{B}.$
- Biến cố A được gọi là tổng của các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n nếu A xảy ra \Leftrightarrow có ít nhất một biến cố nào đó trong các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n xảy ra. Ta viết $A = A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n$ hoặc $A = A_1 + A_2 + \cdots + A_n$.

- \bullet Biến cố A được gọi là biến cố đối của biến cố B nếu A xảy ra $\Leftrightarrow B$ không xảy ra. Ta viết $A=\overline{B}.$
- Biến cố A được gọi là tổng của các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n nếu A xảy ra \Leftrightarrow có ít nhất một biến cố nào đó trong các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n xảy ra. Ta viết $A = A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n$ hoặc $A = A_1 + A_2 + \cdots + A_n$.
- Biến cố A được gọi là tích của các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n

- \bullet Biến cố A được gọi là biến cố đối của biến cố B nếu A xảy ra $\Leftrightarrow B$ không xảy ra. Ta viết $A=\overline{B}.$
- Biến cố A được gọi là tổng của các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n nếu A xảy ra \Leftrightarrow có ít nhất một biến cố nào đó trong các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n xảy ra. Ta viết $A = A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n$ hoặc $A = A_1 + A_2 + \cdots + A_n$.
- Biến cố A được gọi là tích của các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n nếu A xảy ra \Leftrightarrow tất cả các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n cùng xảy ra.

- \bullet Biến cố A được gọi là biến cố đối của biến cố B nếu A xảy ra $\Leftrightarrow B$ không xảy ra. Ta viết $A=\overline{B}.$
- Biến cố A được gọi là tổng của các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n nếu A xảy ra \Leftrightarrow có ít nhất một biến cố nào đó trong các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n xảy ra.
- Ta viết $A = A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n$ hoặc $A = A_1 + A_2 + \cdots + A_n$.
- Biến cố A được gọi là tích của các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n nếu A xảy ra \Leftrightarrow tất cả các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n cùng xảy ra. Ta viết $A = A_1 A_2 \ldots A_n$ hoặc $A = A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n$.

- \bullet Biến cố A được gọi là biến cố đối của biến cố B nếu A xảy ra $\Leftrightarrow B$ không xảy ra. Ta viết $A=\overline{B}.$
- Biến cố A được gọi là tổng của các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n nếu A xảy ra \Leftrightarrow có ít nhất một biến cố nào đó trong các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n xảy ra. Ta viết $A = A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n$ hoặc $A = A_1 + A_2 + \cdots + A_n$.
- Biến cố A được gọi là tích của các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n nếu A xảy ra \Leftrightarrow tất cả các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n cùng xảy ra. Ta viết $A = A_1 A_2 \ldots A_n$ hoặc $A = A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n$.
- ullet Hai biến cố A và B được gọi là xung khắc nếu A và B không bao giờ cùng xảy ra,

- \bullet Biến cố A được gọi là biến cố đối của biến cố B nếu A xảy ra $\Leftrightarrow B$ không xảy ra. Ta viết $A=\overline{B}.$
- Biến cố A được gọi là tổng của các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n nếu A xảy ra \Leftrightarrow có ít nhất một biến cố nào đó trong các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n xảy ra. Ta viết $A = A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n$ hoặc $A = A_1 + A_2 + \cdots + A_n$.
- Biến cố A được gọi là tích của các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n nếu A xảy ra \Leftrightarrow tất cả các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n cùng xảy ra. Ta viết $A = A_1 A_2 \ldots A_n$ hoặc $A = A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n$.
- Hai biến cố A và B được gọi là xung khắc nếu A và B không bao giờ cùng xảy ra, nghĩa là $AB = \emptyset$.

- \bullet Biến cố A được gọi là biến cố đối của biến cố B nếu A xảy ra $\Leftrightarrow B$ không xảy ra. Ta viết $A=\overline{B}.$
- Biến cố A được gọi là tổng của các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n nếu A xảy ra \Leftrightarrow có ít nhất một biến cố nào đó trong các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n xảy ra. Ta viết $A = A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n$ hoặc $A = A_1 + A_2 + \cdots + A_n$.
- Biến cố A được gọi là tích của các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n nếu A xảy ra \Leftrightarrow tất cả các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n cùng xảy ra. Ta viết $A = A_1 A_2 \ldots A_n$ hoặc $A = A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n$.
- Hai biến cố A và B được gọi là xung khắc nếu A và B không bao giờ cùng xảy ra, nghĩa là $AB = \emptyset$.
- Nếu hai biến cố đối nhau thì sẽ xung khắc với nhau.

- \bullet Biến cố A được gọi là biến cố đối của biến cố B nếu A xảy ra $\Leftrightarrow B$ không xảy ra. Ta viết $A=\overline{B}.$
- Biến cố A được gọi là tổng của các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n nếu A xảy ra \Leftrightarrow có ít nhất một biến cố nào đó trong các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n xảy ra.
- Ta viết $A = A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n$ hoặc $A = A_1 + A_2 + \cdots + A_n$.
- Biến cố A được gọi là tích của các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n nếu A xảy ra \Leftrightarrow tất cả các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n cùng xảy ra. Ta viết $A = A_1 A_2 \ldots A_n$ hoặc $A = A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n$.
- Hai biến cố A và B được gọi là xung khắc nếu A và B không bao giờ cùng xảy ra, nghĩa là $AB = \emptyset$.
- Nếu hai biến cố đối nhau thì sẽ xung khắc với nhau. Ngược lại không đúng.



Ví dụ: Tung một con xúc xắc cân đối và đồng chất,

Ví dụ: Tung một con xúc xắc cân đối và đồng chất, gọi A là biến cố: "Con xúc xắc xuất hiện mặt có số chấm ≥ 4 ",

Ví dụ: Tung một con xúc xắc cân đối và đồng chất, gọi A là biến cố: "Con xúc xắc xuất hiện mặt có số chấm ≥ 4 ", B là biến cố: "Con xúc xắc xuất hiện mặt có số chấm ≤ 2 ".

Ví dụ: Tung một con xúc xắc cân đối và đồng chất, gọi A là biến cố: "Con xúc xắc xuất hiện mặt có số chấm ≥ 4 ", B là biến cố: "Con xúc xắc xuất hiện mặt có số chấm ≤ 2 ". Ta thấy hai biến cố A và B xung khắc nhưng không đối nhau.

ullet Các biến cố A_1,A_2,\ldots,A_n được gọi là độc lập

ullet Các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n được gọi là độc lập nếu việc xảy ra hay không xảy ra của một biến cố bất kỳ không làm ảnh hưởng tới việc xảy ra hay không xảy ra của các biến cố còn lại.

- ullet Các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n được gọi là độc lập nếu việc xảy ra hay không xảy ra của một biến cố bất kỳ không làm ảnh hưởng tới việc xảy ra hay không xảy ra của các biến cố còn lại.
- Nếu các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n là độc lập thì các biến cố B_1, B_2, \ldots, B_n cũng độc lập, trong đó B_k là A_k hoặc $\overline{A_k}$ với mọi $k = 1, 2, \ldots, n$.

- ullet Các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n được gọi là độc lập nếu việc xảy ra hay không xảy ra của một biến cố bất kỳ không làm ảnh hưởng tới việc xảy ra hay không xảy ra của các biến cố còn lại.
- Nếu các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n là độc lập thì các biến cố B_1, B_2, \ldots, B_n cũng độc lập, trong đó B_k là A_k hoặc $\overline{A_k}$ với mọi $k = 1, 2, \ldots, n$. Nếu 2 biến cố A_1, A_2 độc lập thì

- ullet Các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n được gọi là độc lập nếu việc xảy ra hay không xảy ra của một biến cố bất kỳ không làm ảnh hưởng tới việc xảy ra hay không xảy ra của các biến cố còn lại.
- Nếu các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n là độc lập thì các biến cố B_1, B_2, \ldots, B_n cũng độc lập, trong đó B_k là A_k hoặc $\overline{A_k}$ với mọi $k = 1, 2, \ldots, n$. Nếu 2 biến cố A_1, A_2 độc lập thì
- $\overline{A_1}, A_2$ độc lập,

- ullet Các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n được gọi là độc lập nếu việc xảy ra hay không xảy ra của một biến cố bất kỳ không làm ảnh hưởng tới việc xảy ra hay không xảy ra của các biến cố còn lại.
- Nếu các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n là độc lập thì các biến cố B_1, B_2, \ldots, B_n cũng độc lập, trong đó B_k là A_k hoặc $\overline{A_k}$ với mọi $k = 1, 2, \ldots, n$. Nếu 2 biến cố A_1, A_2 độc lập thì

 $\overline{A_1}$, A_2 độc lập, A_1 , $\overline{A_2}$ độc lập,

- ullet Các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n được gọi là độc lập nếu việc xảy ra hay không xảy ra của một biến cố bất kỳ không làm ảnh hưởng tới việc xảy ra hay không xảy ra của các biến cố còn lại.
- Nếu các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n là độc lập thì các biến cố B_1, B_2, \ldots, B_n cũng độc lập, trong đó B_k là A_k hoặc $\overline{A_k}$ với mọi $k=1,2,\ldots,n$. Nếu 2 biến cố A_1, A_2 độc lập thì

 $\overline{A_1}$, A_2 độc lập, A_1 , $\overline{A_2}$ độc lập,

 $\overline{A_1}, \overline{A_2}$ độc lập.

Nếu 3 biến cố A_1, A_2, A_3 độc lập thì $\overline{A_1}, A_2, A_3$ độc lập,

 $\overline{A_1}, A_2, A_3$ độc lập,

 $A_1, \overline{A_2}, A_3$ độc lập,

 $\overline{A_1}, A_2, A_3$ độc lập,

 $A_1, \overline{A_2}, A_3$ độc lập,

 $A_1, A_2, \overline{A_3}$ độc lập,

 $\overline{A_1}, A_2, A_3$ độc lập,

 $A_1, \overline{A_2}, A_3$ độc lập,

 $A_1, A_2, \overline{A_3}$ độc lập,

 $\overline{A_1}, \overline{A_2}, A_3$ độc lập,

 $\overline{A_1}, A_2, A_3$ độc lập,

 $A_1, \overline{A_2}, A_3$ độc lập,

 $A_1, A_2, \overline{A_3}$ độc lập,

 $\overline{A_1}, \overline{A_2}, A_3$ độc lập,

 $\overline{A_1}, A_2, \overline{A_3}$ độc lập,

 $\overline{A_1}, A_2, A_3$ độc lập,

 $A_1, \overline{A_2}, A_3$ độc lập,

 $A_1, A_2, \overline{A_3}$ độc lập,

 $\overline{A_1}, \overline{A_2}, A_3$ độc lập,

 $\overline{A_1}, A_2, \overline{A_3}$ độc lập,

 $A_1, \overline{A_2}, \overline{A_3}$ độc lập,

Nếu 3 biến cố A_1, A_2, A_3 độc lập thì $\overline{A_1}, A_2, A_3$ độc lập, $A_1, \overline{A_2}, A_3$ độc lập,

 $A_1, A_2, \overline{A_3}$ độc lập,

 $\overline{A_1}, \overline{A_2}, A_3$ độc lập,

 $\overline{A_1}, A_2, \overline{A_3}$ độc lập,

 $A_1, \overline{A_2}, \overline{A_3}$ độc lập,

 $\overline{A_1}, \overline{A_2}, \overline{A_3}$ độc lập.

Ví dụ 4

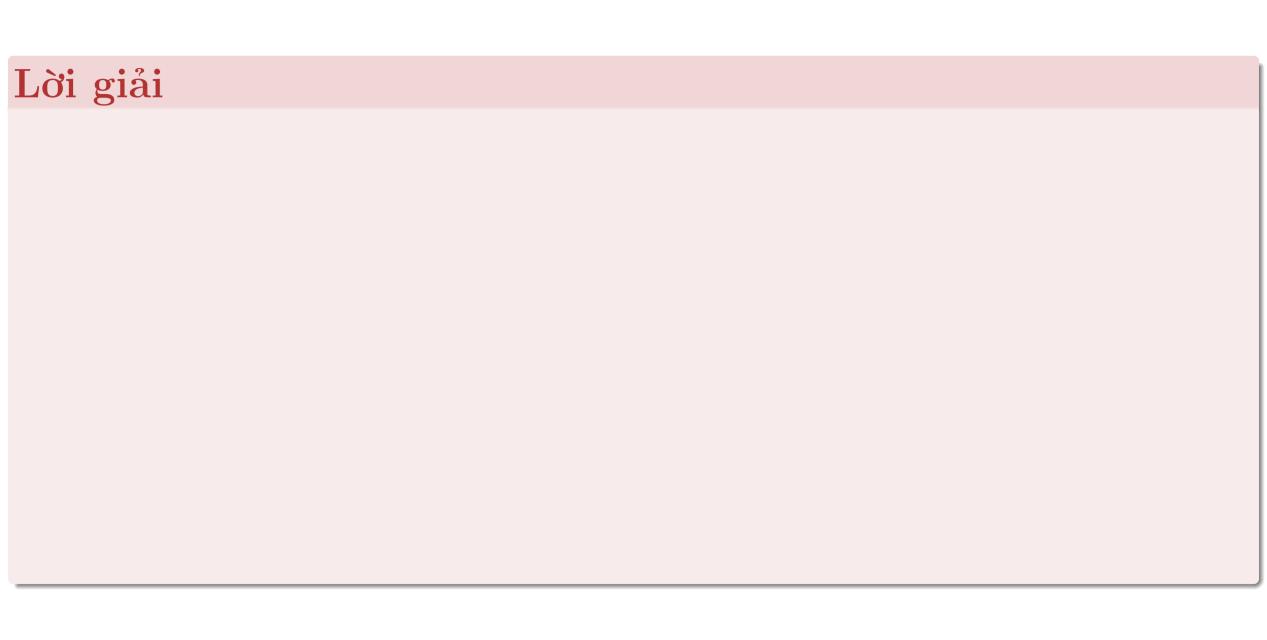
Hai xạ thủ cùng bắn vào bia. Ký hiệu A_k là biến cố: "Người thứ k bắn trúng", k = 1, 2. Hãy biểu diễn các biến cố sau qua các biến cố A_1, A_2 :

A: "Không ai bắn trúng";

B: "Cả hai đều bắn trúng";

C: "Có đúng một người bắn trúng";

D: "Có ít nhất một người bắn trúng".



 $\overline{A_1}$ là biến cố: "Người thứ nhất không bắn trúng",

 $\overline{A_1}$ là biến cố: "Người thứ nhất không bắn trúng", $\overline{A_2}$ là biến cố: "Người thứ hai không bắn trúng".

 \bullet Biến cố A xảy ra khi và chỉ khi hai biến cố $\overline{A_1}$, $\overline{A_2}$ cùng xảy ra.

 $\overline{A_1}$ là biến cố: "Người thứ nhất không bắn trúng", $\overline{A_2}$ là biến cố: "Người thứ hai không bắn trúng".

• Biến cố A xảy ra khi và chỉ khi hai biến cố $\overline{A_1}, \overline{A_2}$ cùng xảy ra. Do đó $A = \overline{A_1}.\overline{A_2}$.

- Biến cố A xảy ra khi và chỉ khi hai biến cố $\overline{A_1}, \overline{A_2}$ cùng xảy ra. Do đó $A = \overline{A_1}.\overline{A_2}$.
- \bullet Biến cố B xảy ra khi và chỉ khi hai biến cố A_1, A_2 cùng xảy ra.

- Biến cố A xảy ra khi và chỉ khi hai biến cố $\overline{A_1}, \overline{A_2}$ cùng xảy ra. Do đó $A = \overline{A_1}.\overline{A_2}$.
- Biến cố B xảy ra khi và chỉ khi hai biến cố A_1, A_2 cùng xảy ra. Do đó $B = A_1 A_2$.

- Biến cố A xảy ra khi và chỉ khi hai biến cố $\overline{A_1}, \overline{A_2}$ cùng xảy ra. Do đó $A = \overline{A_1}.\overline{A_2}$.
- ullet Biến cố B xảy ra khi và chỉ khi hai biến cố A_1,A_2 cùng xảy ra. Do đó $B=A_1A_2.$
- Biến cố: "Chỉ có người thứ nhất bắn trúng" là $A_1\overline{A_2}$,

- Biến cố A xảy ra khi và chỉ khi hai biến cố $\overline{A_1}, \overline{A_2}$ cùng xảy ra. Do đó $A = \overline{A_1}.\overline{A_2}$.
- ullet Biến cố B xảy ra khi và chỉ khi hai biến cố A_1,A_2 cùng xảy ra. Do đó $B=A_1A_2.$
- Biến cố: "Chỉ có người thứ nhất bắn trúng" là $A_1\overline{A_2}$, biến cố: "Chỉ có người thứ hai bắn trúng" là $\overline{A_1}A_2$

- Biến cố A xảy ra khi và chỉ khi hai biến cố $\overline{A_1}, \overline{A_2}$ cùng xảy ra. Do đó $A = \overline{A_1}.\overline{A_2}$.
- ullet Biến cố B xảy ra khi và chỉ khi hai biến cố A_1,A_2 cùng xảy ra. Do đó $B=A_1A_2$.
- \bullet Biến cố: "Chỉ có người thứ nhất bắn trúng" là $A_1\overline{A_2}$, biến cố: "Chỉ có người thứ hai bắn trúng" là $\overline{A_1}A_2$

$$\Rightarrow C = A_1 \overline{A_2} \cup \overline{A_1} A_2.$$

$$\Rightarrow D = A_1 \cup A_2$$
.

$$\Rightarrow D = A_1 \cup A_2.$$

• Biến cố D xảy ra \Leftrightarrow có ít nhất một biến cố nào đó trong ba biến cố $A_1\overline{A_2}, \overline{A_1}A_2, A_1A_2$ xảy ra

$$\Rightarrow D = A_1 \cup A_2.$$

• Biến cố D xảy ra \Leftrightarrow có ít nhất một biến cố nào đó trong ba biến cố $A_1\overline{A_2}, \overline{A_1}A_2, A_1A_2$ xảy ra

$$\Rightarrow D = A_1 \overline{A_2} \cup \overline{A_1} A_2 \cup A_1 A_2.$$

$$\Rightarrow D = A_1 \cup A_2$$
.

• Biến cố D xảy ra \Leftrightarrow có ít nhất một biến cố nào đó trong ba biến cố $A_1\overline{A_2}, \overline{A_1}A_2, A_1A_2$ xảy ra

$$\Rightarrow D = A_1 \overline{A_2} \cup \overline{A_1} A_2 \cup A_1 A_2.$$

 \bullet Biến cố D xảy ra $\Leftrightarrow A$ không xảy ra

$$\Rightarrow D = A_1 \cup A_2.$$

 \bullet Biến cố D xảy ra \Leftrightarrow có ít nhất một biến cố nào đó trong ba biến cố $A_1\overline{A_2}, \overline{A_1}A_2, A_1A_2$ xảy ra

$$\Rightarrow D = A_1 \overline{A_2} \cup \overline{A_1} A_2 \cup A_1 A_2.$$

 \bullet Biến cố D xảy ra $\Leftrightarrow A$ không xảy ra

$$\Rightarrow D = \overline{A}$$

$$\Rightarrow D = A_1 \cup A_2.$$

 \bullet Biến cố D xảy ra \Leftrightarrow có ít nhất một biến cố nào đó trong ba biến cố $A_1\overline{A_2}, \overline{A_1}A_2, A_1A_2$ xảy ra

$$\Rightarrow D = A_1 \overline{A_2} \cup \overline{A_1} A_2 \cup A_1 A_2.$$

 \bullet Biến cố D xảy ra $\Leftrightarrow A$ không xảy ra

$$\Rightarrow D = \overline{A}$$
$$= \overline{\overline{A_1}.\overline{A_2}}.$$

Ví dụ 5

Có 3 bệnh nhân điều trị. Gọi A_k là biến cố: "Bệnh nhân thứ k phải cấp cứu", k=1,2,3. Hãy biểu diễn các biến cố sau qua các biến cố A_1,A_2,A_3 :

A: "Cả ba bệnh nhân đều phải cấp cứu";

B: "Chỉ có một bệnh nhân phải cấp cứu";

C: "Có ít nhất một bệnh nhân phải cấp cứu".



ullet Biến cố A xảy ra \Leftrightarrow tất cả các biến cố A_1, A_2, A_3 cùng xảy ra

ullet Biến cố A xảy ra \Leftrightarrow tất cả các biến cố A_1, A_2, A_3 cùng xảy ra

$$\Rightarrow A = A_1 A_2 A_3$$
.

- ullet Biến cố A xảy ra \Leftrightarrow tất cả các biến cố A_1, A_2, A_3 cùng xảy ra
- $\Rightarrow A = A_1 A_2 A_3$.
- Biến cố: "Chỉ có bệnh nhân thứ nhất phải cấp cứu" là $A_1.\overline{A_2}.\overline{A_3}$,

- ullet Biến cố A xảy ra \Leftrightarrow tất cả các biến cố A_1, A_2, A_3 cùng xảy ra
- $\Rightarrow A = A_1 A_2 A_3$.
- Biến cố: "Chỉ có bệnh nhân thứ nhất phải cấp cứu" là $A_1.\overline{A_2}.\overline{A_3}$, biến cố: "Chỉ có bệnh nhân thứ hai phải cấp cứu" là $\overline{A_1}.A_2.\overline{A_3}$,

- ullet Biến cố A xảy ra \Leftrightarrow tất cả các biến cố A_1, A_2, A_3 cùng xảy ra
- $\Rightarrow A = A_1 A_2 A_3$.
- Biến cố: "Chỉ có bệnh nhân thứ nhất phải cấp cứu" là $A_1.\overline{A_2}.\overline{A_3}$, biến cố: "Chỉ có bệnh nhân thứ hai phải cấp cứu" là $\overline{A_1}.A_2.\overline{A_3}$, biến cố: "Chỉ có bệnh nhân thứ ba phải cấp cứu" là $\overline{A_1}.\overline{A_2}.A_3$

- ullet Biến cố A xảy ra \Leftrightarrow tất cả các biến cố A_1, A_2, A_3 cùng xảy ra
- $\Rightarrow A = A_1 A_2 A_3$.
- Biến cố: "Chỉ có bệnh nhân thứ nhất phải cấp cứu" là $A_1.\overline{A_2}.\overline{A_3}$, biến cố: "Chỉ có bệnh nhân thứ hai phải cấp cứu" là $\overline{A_1}.A_2.\overline{A_3}$, biến cố: "Chỉ có bệnh nhân thứ ba phải cấp cứu" là $\overline{A_1}.\overline{A_2}.A_3$
 - $\Rightarrow B = A_1.\overline{A_2}.\overline{A_3} \cup \overline{A_1}.A_2.\overline{A_3} \cup \overline{A_1}.\overline{A_2}.A_3.$

- ullet Biến cố A xảy ra \Leftrightarrow tất cả các biến cố A_1, A_2, A_3 cùng xảy ra
- $\Rightarrow A = A_1 A_2 A_3$.
- Biến cố: "Chỉ có bệnh nhân thứ nhất phải cấp cứu" là $A_1.\overline{A_2}.\overline{A_3}$, biến cố: "Chỉ có bệnh nhân thứ hai phải cấp cứu" là $\overline{A_1}.A_2.\overline{A_3}$, biến cố: "Chỉ có bệnh nhân thứ ba phải cấp cứu" là $\overline{A_1}.\overline{A_2}.A_3$

$$\Rightarrow B = A_1.\overline{A_2}.\overline{A_3} \cup \overline{A_1}.A_2.\overline{A_3} \cup \overline{A_1}.\overline{A_2}.A_3.$$

• Biến cố C xảy ra \Leftrightarrow có ít nhất một biến cố nào đó trong ba biến cố A_1, A_2, A_3 xảy ra

- ullet Biến cố A xảy ra \Leftrightarrow tất cả các biến cố A_1, A_2, A_3 cùng xảy ra
- $\Rightarrow A = A_1 A_2 A_3$.
- Biến cố: "Chỉ có bệnh nhân thứ nhất phải cấp cứu" là $A_1.\overline{A_2}.\overline{A_3}$, biến cố: "Chỉ có bệnh nhân thứ hai phải cấp cứu" là $\overline{A_1}.A_2.\overline{A_3}$, biến cố: "Chỉ có bệnh nhân thứ ba phải cấp cứu" là $\overline{A_1}.\overline{A_2}.A_3$

$$\Rightarrow B = A_1.\overline{A_2}.\overline{A_3} \cup \overline{A_1}.A_2.\overline{A_3} \cup \overline{A_1}.\overline{A_2}.A_3.$$

• Biến cố C xảy ra \Leftrightarrow có ít nhất một biến cố nào đó trong ba biến cố A_1, A_2, A_3 xảy ra $\Rightarrow C = A_1 \cup A_2 \cup A_3$.

- ullet Biến cố A xảy ra \Leftrightarrow tất cả các biến cố A_1, A_2, A_3 cùng xảy ra
- $\Rightarrow A = A_1 A_2 A_3$.
- Biến cố: "Chỉ có bệnh nhân thứ nhất phải cấp cứu" là $A_1.\overline{A_2}.\overline{A_3}$, biến cố: "Chỉ có bệnh nhân thứ hai phải cấp cứu" là $\overline{A_1}.A_2.\overline{A_3}$, biến cố: "Chỉ có bệnh nhân thứ ba phải cấp cứu" là $\overline{A_1}.\overline{A_2}.\overline{A_3}$

$$\Rightarrow B = A_1.\overline{A_2}.\overline{A_3} \cup \overline{A_1}.A_2.\overline{A_3} \cup \overline{A_1}.\overline{A_2}.A_3.$$

- Biến cố C xảy ra \Leftrightarrow có ít nhất một biến cố nào đó trong ba biến cố A_1, A_2, A_3 xảy ra $\Rightarrow C = A_1 \cup A_2 \cup A_3$.
- \bullet Biến cố C là biến cố đối của biến cố: "Không bệnh nhân nào phải cấp cứu".

- ullet Biến cố A xảy ra \Leftrightarrow tất cả các biến cố A_1, A_2, A_3 cùng xảy ra
- $\Rightarrow A = A_1 A_2 A_3$.
- Biến cố: "Chỉ có bệnh nhân thứ nhất phải cấp cứu" là $A_1.\overline{A_2}.\overline{A_3}$, biến cố: "Chỉ có bệnh nhân thứ hai phải cấp cứu" là $\overline{A_1}.A_2.\overline{A_3}$, biến cố: "Chỉ có bệnh nhân thứ ba phải cấp cứu" là $\overline{A_1}.\overline{A_2}.A_3$

$$\Rightarrow B = A_1.\overline{A_2}.\overline{A_3} \cup \overline{A_1}.A_2.\overline{A_3} \cup \overline{A_1}.\overline{A_2}.A_3.$$

- Biến cố C xảy ra \Leftrightarrow có ít nhất một biến cố nào đó trong ba biến cố A_1, A_2, A_3 xảy ra $\Rightarrow C = A_1 \cup A_2 \cup A_3$.
- Biến cố C là biến cố đối của biến cố: "Không bệnh nhân nào phải cấp cứu". Biến cố: "Không bệnh nhân nào phải cấp cứu" là $\overline{A_1}.\overline{A_2}.\overline{A_3}$

- ullet Biến cố A xảy ra \Leftrightarrow tất cả các biến cố A_1, A_2, A_3 cùng xảy ra
- $\Rightarrow A = A_1 A_2 A_3$.
- Biến cố: "Chỉ có bệnh nhân thứ nhất phải cấp cứu" là $A_1.\overline{A_2}.\overline{A_3}$, biến cố: "Chỉ có bệnh nhân thứ hai phải cấp cứu" là $\overline{A_1}.A_2.\overline{A_3}$, biến cố: "Chỉ có bệnh nhân thứ ba phải cấp cứu" là $\overline{A_1}.\overline{A_2}.A_3$

$$\Rightarrow B = A_1.\overline{A_2}.\overline{A_3} \cup \overline{A_1}.A_2.\overline{A_3} \cup \overline{A_1}.\overline{A_2}.A_3.$$

- Biến cố C xảy ra \Leftrightarrow có ít nhất một biến cố nào đó trong ba biến cố A_1, A_2, A_3 xảy ra $\Rightarrow C = A_1 \cup A_2 \cup A_3$.
- Biến cố C là biến cố đối của biến cố: "Không bệnh nhân nào phải cấp cứu". Biến cố: "Không bệnh nhân nào phải cấp cứu" là $\overline{A_1}.\overline{A_2}.\overline{A_3}$

$$\Rightarrow C = \overline{A_1}.\overline{A_2}.\overline{A_3}.$$

Bài 2: Xác suất của biến cố

1) Xác suất của biến cố

• Trong cuộc sống hằng ngày, ta cần đo khả năng xảy ra cao hay thấp của một biến cố (sự kiện).

- Trong cuộc sống hằng ngày, ta cần đo khả năng xảy ra cao hay thấp của một biến cố (sự kiện).
- Xác suất của biến cố A là một số được ký hiệu là $\mathbb{P}(A)$, dùng để đo khả năng xảy ra cao hay thấp của biến cố A.

- Trong cuộc sống hằng ngày, ta cần đo khả năng xảy ra cao hay thấp của một biến cố (sự kiện).
- Xác suất của biến cố A là một số được ký hiệu là $\mathbb{P}(A)$, dùng để đo khả năng xảy ra cao hay thấp của biến cố A. Nếu $\mathbb{P}(A)$ càng lớn thì khả năng xảy ra của biến cố A càng cao và ngược lại

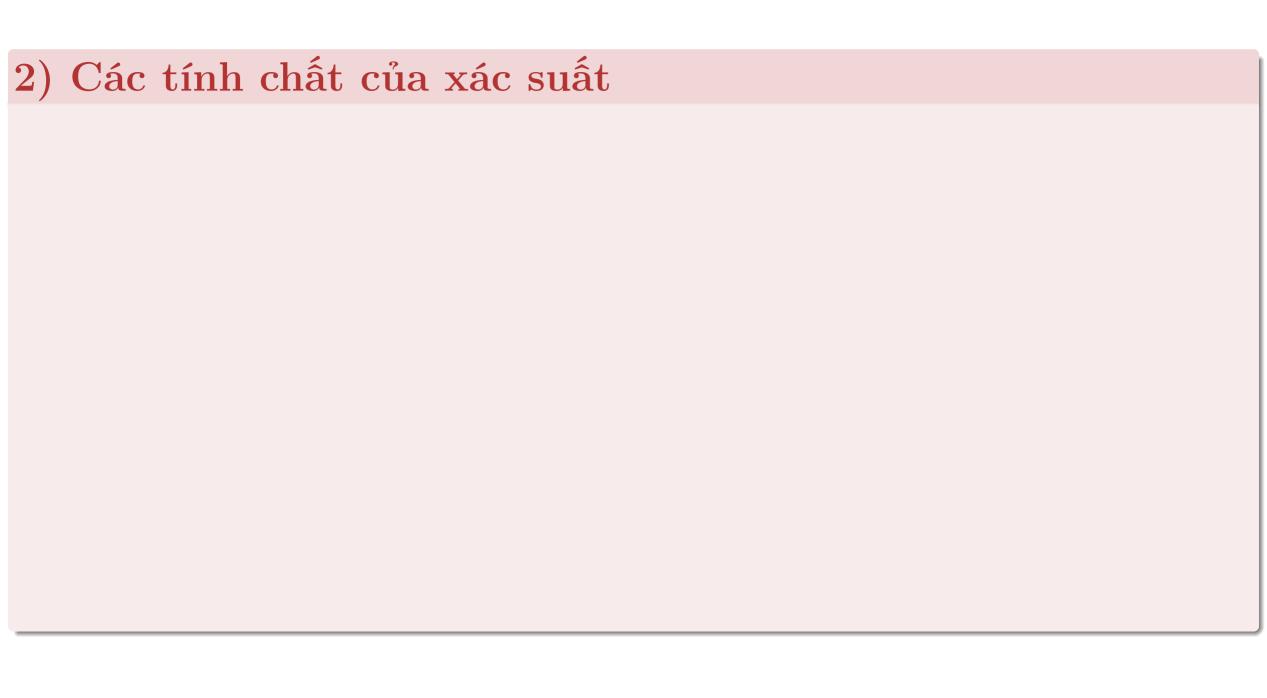
- Trong cuộc sống hằng ngày, ta cần đo khả năng xảy ra cao hay thấp của một biến cố (sự kiện).
- Xác suất của biến cố A là một số được ký hiệu là $\mathbb{P}(A)$, dùng để đo khả năng xảy ra cao hay thấp của biến cố A. Nếu $\mathbb{P}(A)$ càng lớn thì khả năng xảy ra của biến cố A càng cao và ngược lại nếu $\mathbb{P}(A)$ càng nhỏ thì khả năng xảy ra của biến cố A càng thấp.

- Trong cuộc sống hằng ngày, ta cần đo khả năng xảy ra cao hay thấp của một biến cố (sự kiện).
- Xác suất của biến cố A là một số được ký hiệu là $\mathbb{P}(A)$, dùng để đo khả năng xảy ra cao hay thấp của biến cố A. Nếu $\mathbb{P}(A)$ càng lớn thì khả năng xảy ra của biến cố A càng cao và ngược lại nếu $\mathbb{P}(A)$ càng nhỏ thì khả năng xảy ra của biến cố A càng thấp.
- Ta có $\mathbb{P}(A) = \frac{n_A}{N}$,

- Trong cuộc sống hằng ngày, ta cần đo khả năng xảy ra cao hay thấp của một biến cố (sự kiện).
- Xác suất của biến cố A là một số được ký hiệu là $\mathbb{P}(A)$, dùng để đo khả năng xảy ra cao hay thấp của biến cố A. Nếu $\mathbb{P}(A)$ càng lớn thì khả năng xảy ra của biến cố A càng cao và ngược lại nếu $\mathbb{P}(A)$ càng nhỏ thì khả năng xảy ra của biến cố A càng thấp.
- Ta có $\mathbb{P}(A) = \frac{n_A}{N}$, trong đó n_A là số các kết quả làm cho A xảy ra,

- Trong cuộc sống hằng ngày, ta cần đo khả năng xảy ra cao hay thấp của một biến cố (sự kiện).
- Xác suất của biến cố A là một số được ký hiệu là $\mathbb{P}(A)$, dùng để đo khả năng xảy ra cao hay thấp của biến cố A. Nếu $\mathbb{P}(A)$ càng lớn thì khả năng xảy ra của biến cố A càng cao và ngược lại nếu $\mathbb{P}(A)$ càng nhỏ thì khả năng xảy ra của biến cố A càng thấp.
- Ta có $\mathbb{P}(A) = \frac{n_A}{N}$, trong đó n_A là số các kết quả làm cho A xảy ra, N là số các kết quả của phép thử ngẫu nhiên.

- Trong cuộc sống hằng ngày, ta cần đo khả năng xảy ra cao hay thấp của một biến cố (sự kiện).
- Xác suất của biến cố A là một số được ký hiệu là $\mathbb{P}(A)$, dùng để đo khả năng xảy ra cao hay thấp của biến cố A. Nếu $\mathbb{P}(A)$ càng lớn thì khả năng xảy ra của biến cố A càng cao và ngược lại nếu $\mathbb{P}(A)$ càng nhỏ thì khả năng xảy ra của biến cố A càng thấp.
- Ta có $\mathbb{P}(A) = \frac{n_A}{N}$, trong đó n_A là số các kết quả làm cho A xảy ra, N là số các kết quả của phép thử ngẫu nhiên. Ta giả thiết rằng N kết quả này có cùng khả năng xảy ra như nhau.



 $\bullet \ \mathbb{P}(\emptyset) = 0, \ \mathbb{P}(\Omega) = 1.$

- $\mathbb{P}(\emptyset) = 0, \ \mathbb{P}(\Omega) = 1.$
- $0 \le \mathbb{P}(A) \le 1$.

- $\mathbb{P}(\emptyset) = 0, \, \mathbb{P}(\Omega) = 1.$
- $0 \leq \mathbb{P}(A) \leq 1$.
- $\bullet \ \mathbb{P}(\overline{A}) = 1 \mathbb{P}(A).$

- $\mathbb{P}(\emptyset) = 0$, $\mathbb{P}(\Omega) = 1$.
- \bullet $0 \leq \mathbb{P}(A) \leq 1.$
- $\bullet \ \mathbb{P}(\overline{A}) = 1 \mathbb{P}(A).$
- \bullet Với hai biến cố A,B bất kỳ, ta có

$$\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) - \mathbb{P}(AB).$$

Khi A, B xung khắc tức là $AB = \emptyset$, khi đó

$$\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B).$$

- $\bullet \mathbb{P}(\emptyset) = 0, \mathbb{P}(\Omega) = 1.$
- $\bullet \ 0 \leq \mathbb{P}(A) \leq 1.$
- $\bullet \ \mathbb{P}(\overline{A}) = 1 \mathbb{P}(A).$
- ullet Với hai biến cố A,B bất kỳ, ta có

$$\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) - \mathbb{P}(AB).$$

Khi A, B xung khắc tức là $AB = \emptyset$, khi đó

$$\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B).$$

 \bullet Với ba biến cố A,B,C bất kỳ, ta có

$$\mathbb{P}(A \cup B \cup C) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) + \mathbb{P}(C) - \mathbb{P}(AB) - \mathbb{P}(AC) - \mathbb{P}(BC) + \mathbb{P}(ABC).$$

• Khi A,B,C là các biến cố xung khắc từng đôi, ta có $\mathbb{P}(A\cup B\cup C)=\mathbb{P}(A)+\mathbb{P}(B)+\mathbb{P}(C).$

 \bullet Khi A,B,C là các biến cố xung khắc từng đôi, ta có

$$\mathbb{P}(A \cup B \cup C) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) + \mathbb{P}(C).$$

• Nếu A_1, A_2, \ldots, A_n là các biến cố xung khắc từng đôi thì

$$\mathbb{P}(A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n) = \mathbb{P}(A_1) + \mathbb{P}(A_2) + \cdots + \mathbb{P}(A_n).$$

ullet Khi A,B,C là các biến cố xung khắc từng đôi, ta có

$$\mathbb{P}(A \cup B \cup C) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) + \mathbb{P}(C).$$

 \bullet Nếu A_1, A_2, \ldots, A_n là các biến cố xung khắc từng đôi thì

$$\mathbb{P}(A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n) = \mathbb{P}(A_1) + \mathbb{P}(A_2) + \cdots + \mathbb{P}(A_n).$$

ullet Nếu A,B là hai biến cố độc lập thì

$$\mathbb{P}(AB) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B).$$

 \bullet Khi A,B,C là các biến cố xung khắc từng đôi, ta có

$$\mathbb{P}(A \cup B \cup C) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) + \mathbb{P}(C).$$

 \bullet Nếu A_1, A_2, \ldots, A_n là các biến cố xung khắc từng đôi thì

$$\mathbb{P}(A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n) = \mathbb{P}(A_1) + \mathbb{P}(A_2) + \cdots + \mathbb{P}(A_n).$$

ullet Nếu A,B là hai biến cố độc lập thì

$$\mathbb{P}(AB) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B).$$

• Nếu A_1, A_2, \ldots, A_n là các biến cố độc lập thì

$$\mathbb{P}(A_1 A_2 \dots A_n) = \mathbb{P}(A_1) \mathbb{P}(A_2) \dots \mathbb{P}(A_n).$$

Ví dụ 1

Có hai cái hộp đựng viên bi, hộp thứ nhất có 3 bi trắng và 7 bi đen, hộp thứ hai có 4 bi trắng và 6 bi đen. Từ mỗi hộp ta lấy ra ngẫu nhiên ra một viên bi, tính xác suất để lấy được ít nhất một viên bi trắng.



Gọi A là biến cố: "Lấy được ít nhất một viên bi trắng",

Gọi A là biến cố: "Lấy được ít nhất một viên bi trắng", khi đó \overline{A} là biến cố: "Lấy được hai viên bi đen".

Gọi A là biến cố: "Lấy được ít nhất một viên bi trắng", khi đó \overline{A} là biến cố: "Lấy được hai viên bi đen".

Gọi A_1 là biến cố: "Lấy được bi đen từ hộp thứ nhất",

Gọi A là biến cố: "Lấy được ít nhất một viên bi trắng", khi đó \overline{A} là biến cố: "Lấy được hai viên bi đen".

Gọi A_1 là biến cố: "Lấy được bi đen từ hộp thứ nhất", A_2 là biến cố: "Lấy được bi đen từ hộp thứ hai",

Gọi A là biến cố: "Lấy được ít nhất một viên bi trắng", khi đó \overline{A} là biến cố: "Lấy được hai viên bi đen".

Gọi A_1 là biến cố: "Lấy được bi đen từ hộp thứ nhất", A_2 là biến cố: "Lấy được bi đen từ hộp thứ hai", khi đó $\overline{A} = A_1 A_2$.

Gọi A là biến cố: "Lấy được ít nhất một viên bi trắng", khi đó \overline{A} là biến cố: "Lấy được hai viên bi đen".

Gọi A_1 là biến cố: "Lấy được bi đen từ hộp thứ nhất", A_2 là biến cố: "Lấy được bi đen từ hộp thứ hai", khi đó $\overline{A} = A_1 A_2$.

$$\mathbb{P}(\overline{A}) = \mathbb{P}(A_1 A_2)$$

Gọi A là biến cố: "Lấy được ít nhất một viên bi trắng", khi đó \overline{A} là biến cố: "Lấy được hai viên bi đen".

Gọi A_1 là biến cố: "Lấy được bi đen từ hộp thứ nhất", A_2 là biến cố: "Lấy được bi đen từ hộp thứ hai", khi đó $\overline{A} = A_1 A_2$.

$$\mathbb{P}(\overline{A}) = \mathbb{P}(A_1 A_2)$$
$$= \mathbb{P}(A_1) \mathbb{P}(A_2)$$

Gọi A là biến cố: "Lấy được ít nhất một viên bi trắng", khi đó \overline{A} là biến cố: "Lấy được hai viên bi đen".

Gọi A_1 là biến cố: "Lấy được bi đen từ hộp thứ nhất", A_2 là biến cố: "Lấy được bi đen từ hộp thứ hai", khi đó $\overline{A} = A_1 A_2$.

$$\mathbb{P}(\overline{A}) = \mathbb{P}(A_1 A_2)$$

$$= \mathbb{P}(A_1) \mathbb{P}(A_2)$$

$$= \frac{C_7^1}{C_{10}^1} \cdot \frac{C_6^1}{C_{10}^1}$$

Gọi A là biến cố: "Lấy được ít nhất một viên bi trắng", khi đó \overline{A} là biến cố: "Lấy được hai viên bi đen".

Gọi A_1 là biến cố: "Lấy được bi đen từ hộp thứ nhất", A_2 là biến cố: "Lấy được bi đen từ hộp thứ hai", khi đó $\overline{A} = A_1 A_2$.

$$\mathbb{P}(\overline{A}) = \mathbb{P}(A_1 A_2)$$

$$= \mathbb{P}(A_1) \mathbb{P}(A_2)$$

$$= \frac{C_7^1}{C_{10}^1} \cdot \frac{C_6^1}{C_{10}^1} = 0, 42.$$

Gọi A là biến cố: "Lấy được ít nhất một viên bi trắng", khi đó \overline{A} là biến cố: "Lấy được hai viên bi đen".

Gọi A_1 là biến cố: "Lấy được bi đen từ hộp thứ nhất", A_2 là biến cố: "Lấy được bi đen từ hộp thứ hai", khi đó $\overline{A} = A_1 A_2$.

Vì hai biến cố A_1 , A_2 là độc lập nên

$$\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(A_1 A_2)$$

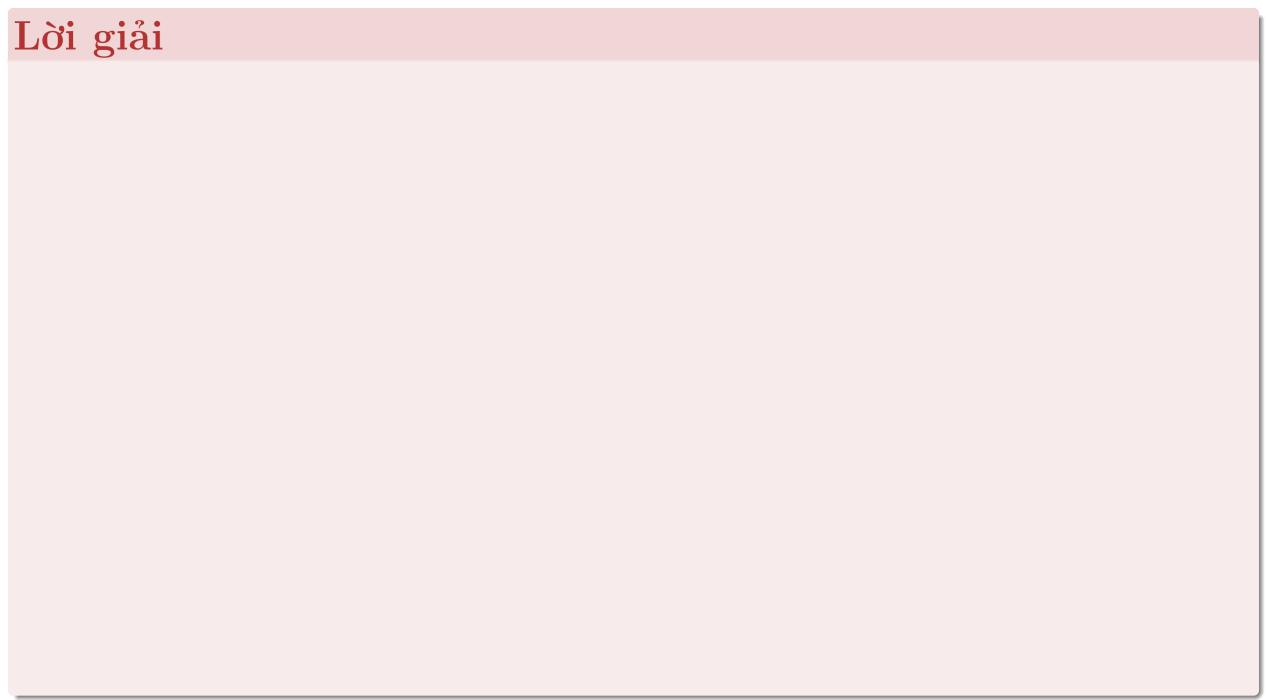
$$= \mathbb{P}(A_1) \mathbb{P}(A_2)$$

$$= \frac{C_7^1}{C_{10}^1} \cdot \frac{C_6^1}{C_{10}^1} = 0, 42.$$

$$\mathbb{P}(A) = 1 - \mathbb{P}(\overline{A}) = 1 - 0,42 = 0,58.$$

Ví dụ 2

Trên một bảng quảng cáo người ta mắc một hệ thống bóng đèn gồm 2 bóng mắc nối tiếp. Khả năng bị hỏng của mỗi bóng đèn sau 6 giờ thắp sáng liên tục là 15%, việc hỏng bóng coi như độc lập. Tính xác suất để hệ thống bị hỏng.



Lời giải Gọi A là biến cố: "Hệ thống bị hỏng",

Gọi A là biến cố: "Hệ thống bị hỏng", A_1 là biến cố: "Bóng đèn thứ nhất bị hỏng",

Gọi A là biến cố: "Hệ thống bị hỏng", A_1 là biến cố: "Bóng đèn thứ nhất bị hỏng", A_2 là biến cố: "Bóng đèn thứ hai bị hỏng".

Gọi A là biến cố: "Hệ thống bị hỏng", A_1 là biến cố: "Bóng đèn thứ nhất bị hỏng", A_2 là biến cố: "Bóng đèn thứ hai bị hỏng". Vì hệ thống gồm 2 bóng đèn mắc nối tiếp nên hệ thống bị hỏng \Leftrightarrow có ít nhất một bóng đèn bị hỏng.

Gọi A là biến cố: "Hệ thống bị hỏng", A_1 là biến cố: "Bóng đèn thứ nhất bị hỏng", A_2 là biến cố: "Bóng đèn thứ hai bị hỏng". Vì hệ thống gồm 2 bóng đèn mắc nối tiếp nên hệ thống bị hỏng \Leftrightarrow có ít nhất một bóng đèn bị hỏng. Vậy A xảy ra \Leftrightarrow có ít nhất một biến cố nào đó trong hai biến cố A_1, A_2 xảy ra.

Gọi A là biến cố: "Hệ thống bị hỏng", A_1 là biến cố: "Bóng đèn thứ nhất bị hỏng", A_2 là biến cố: "Bóng đèn thứ hai bị hỏng". Vì hệ thống gồm 2 bóng đèn mắc nối tiếp nên hệ thống bị hỏng \Leftrightarrow có ít nhất một bóng đèn bị hỏng. Vậy A xảy ra \Leftrightarrow có ít nhất một biến cố nào đó trong hai biến cố A_1, A_2 xảy ra. Do đó $A = A_1 \cup A_2$.

Gọi A là biến cố: "Hệ thống bị hỏng", A_1 là biến cố: "Bóng đèn thứ nhất bị hỏng", A_2 là biến cố: "Bóng đèn thứ hai bị hỏng". Vì hệ thống gồm 2 bóng đèn mắc nối tiếp nên hệ thống bị hỏng \Leftrightarrow có ít nhất một bóng đèn bị hỏng. Vậy A xảy ra \Leftrightarrow có ít nhất một biến cố nào đó trong hai biến cố A_1, A_2 xảy ra. Do đó $A = A_1 \cup A_2$.

Hai biến cố A_1, A_2 độc lập và $\mathbb{P}(A_1) = \mathbb{P}(A_2) = 0, 15$.

Gọi A là biến cố: "Hệ thống bị hỏng", A_1 là biến cố: "Bóng đèn thứ nhất bị hỏng", A_2 là biến cố: "Bóng đèn thứ hai bị hỏng". Vì hệ thống gồm 2 bóng đèn mắc nối tiếp nên hệ thống bị hỏng \Leftrightarrow có ít nhất một bóng đèn bị hỏng. Vậy A xảy ra \Leftrightarrow có ít nhất một biến cố nào đó trong hai biến cố A_1, A_2 xảy ra. Do đó $A = A_1 \cup A_2$.

Hai biến cố A_1, A_2 độc lập và $\mathbb{P}(A_1) = \mathbb{P}(A_2) = 0, 15$.

Vây

$$\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(A_1 \cup A_2)$$

Gọi A là biến cố: "Hệ thống bị hỏng", A_1 là biến cố: "Bóng đèn thứ nhất bị hỏng", A_2 là biến cố: "Bóng đèn thứ hai bị hỏng". Vì hệ thống gồm 2 bóng đèn mắc nối tiếp nên hệ thống bị hỏng \Leftrightarrow có ít nhất một bóng đèn bị hỏng. Vậy A xảy ra \Leftrightarrow có ít nhất một biến cố nào đó trong hai biến cố A_1, A_2 xảy ra. Do đó $A = A_1 \cup A_2$.

Hai biến cố A_1, A_2 độc lập và $\mathbb{P}(A_1) = \mathbb{P}(A_2) = 0, 15$.

Vây

$$\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(A_1 \cup A_2)$$

$$= \mathbb{P}(A_1) + \mathbb{P}(A_2) - \mathbb{P}(A_1 A_2)$$

Gọi A là biến cố: "Hệ thống bị hỏng", A_1 là biến cố: "Bóng đèn thứ nhất bị hỏng", A_2 là biến cố: "Bóng đèn thứ hai bị hỏng". Vì hệ thống gồm 2 bóng đèn mắc nối tiếp nên hệ thống bị hỏng \Leftrightarrow có ít nhất một bóng đèn bị hỏng. Vậy A xảy ra \Leftrightarrow có ít nhất một biến cố nào đó trong hai biến cố A_1, A_2 xảy ra. Do đó $A = A_1 \cup A_2$.

Hai biến cố A_1, A_2 độc lập và $\mathbb{P}(A_1) = \mathbb{P}(A_2) = 0, 15$.

Vậy

$$\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(A_1 \cup A_2)$$

$$= \mathbb{P}(A_1) + \mathbb{P}(A_2) - \mathbb{P}(A_1 A_2)$$

$$= \mathbb{P}(A_1) + \mathbb{P}(A_2) - \mathbb{P}(A_1)\mathbb{P}(A_2)$$

Gọi A là biến cố: "Hệ thống bị hỏng", A_1 là biến cố: "Bóng đèn thứ nhất bị hỏng", A_2 là biến cố: "Bóng đèn thứ hai bị hỏng". Vì hệ thống gồm 2 bóng đèn mắc nối tiếp nên hệ thống bị hỏng \Leftrightarrow có ít nhất một bóng đèn bị hỏng. Vậy A xảy ra \Leftrightarrow có ít nhất một biến cố nào đó trong hai biến cố A_1, A_2 xảy ra. Do đó $A = A_1 \cup A_2$.

Hai biến cố A_1, A_2 độc lập và $\mathbb{P}(A_1) = \mathbb{P}(A_2) = 0, 15.$

Vậy

$$\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(A_1 \cup A_2)
= \mathbb{P}(A_1) + \mathbb{P}(A_2) - \mathbb{P}(A_1 A_2)
= \mathbb{P}(A_1) + \mathbb{P}(A_2) - \mathbb{P}(A_1)\mathbb{P}(A_2)
= 0, 15 + 0, 15 - 0, 15 \cdot 0, 15$$

Gọi A là biến cố: "Hệ thống bị hỏng", A_1 là biến cố: "Bóng đèn thứ nhất bị hỏng", A_2 là biến cố: "Bóng đèn thứ hai bị hỏng". Vì hệ thống gồm 2 bóng đèn mắc nối tiếp nên hệ thống bị hỏng \Leftrightarrow có ít nhất một bóng đèn bị hỏng. Vậy A xảy ra \Leftrightarrow có ít nhất một biến cố nào đó trong hai biến cố A_1, A_2 xảy ra. Do đó $A = A_1 \cup A_2$.

Hai biến cố A_1, A_2 độc lập và $\mathbb{P}(A_1) = \mathbb{P}(A_2) = 0, 15.$ Vậy

Vậy

$$\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(A_1 \cup A_2)$$

$$= \mathbb{P}(A_1) + \mathbb{P}(A_2) - \mathbb{P}(A_1 A_2)$$

$$= \mathbb{P}(A_1) + \mathbb{P}(A_2) - \mathbb{P}(A_1)\mathbb{P}(A_2)$$

$$= 0, 15 + 0, 15 - 0, 15 \cdot 0, 15$$

$$= 0, 2775.$$

Gọi A là biến cố: "Hệ thống bị hỏng", khi đó \overline{A} là biến cố: "Hệ thống không bị hỏng".

Gọi A là biến cố: "Hệ thống bị hỏng", khi đó \overline{A} là biến cố: "Hệ thống không bị hỏng". Vì hệ thống gồm 2 bóng đèn mắc nối tiếp nên hệ thống không bị hỏng \Leftrightarrow cả hai bóng đèn đều không bị hỏng.

Gọi A là biến cố: "Hệ thống bị hỏng", khi đó \overline{A} là biến cố: "Hệ thống không bị hỏng". Vì hệ thống gồm 2 bóng đèn mắc nối tiếp nên hệ thống không bị hỏng \Leftrightarrow cả hai bóng đèn đều không bị hỏng. Vậy \overline{A} xảy ra \Leftrightarrow hai biến cố $\overline{A_1}$, $\overline{A_2}$ cùng xảy ra.

Gọi A là biến cố: "Hệ thống bị hỏng", khi đó \overline{A} là biến cố: "Hệ thống không bị hỏng". Vì hệ thống gồm 2 bóng đèn mắc nối tiếp nên hệ thống không bị hỏng \Leftrightarrow cả hai bóng đèn đều không bị hỏng. Vậy \overline{A} xảy ra \Leftrightarrow hai biến cố $\overline{A_1}$, $\overline{A_2}$ cùng xảy ra. Do đó $\overline{A} = \overline{A_1}.\overline{A_2}$.

Gọi A là biến cố: "Hệ thống bị hỏng", khi đó \overline{A} là biến cố: "Hệ thống không bị hỏng". Vì hệ thống gồm 2 bóng đèn mắc nối tiếp nên hệ thống không bị hỏng \Leftrightarrow cả hai bóng đèn đều không bị hỏng. Vậy \overline{A} xảy ra \Leftrightarrow hai biến cố $\overline{A_1}$, $\overline{A_2}$ cùng xảy ra. Do đó $\overline{A} = \overline{A_1}$. $\overline{A_2}$. Vì hai biến cố A_1 , A_2 độc lập nên $\overline{A_1}$, $\overline{A_2}$ độc lập.

Gọi A là biến cố: "Hệ thống bị hỏng", khi đó \overline{A} là biến cố: "Hệ thống không bị hỏng". Vì hệ thống gồm 2 bóng đèn mắc nối tiếp nên hệ thống không bị hỏng \Leftrightarrow cả hai bóng đèn đều không bị hỏng. Vậy \overline{A} xảy ra \Leftrightarrow hai biến cố $\overline{A_1}$, $\overline{A_2}$ cùng xảy ra. Do đó $\overline{A} = \overline{A_1}.\overline{A_2}$. Vì hai biến cố A_1 , A_2 độc lập nên $\overline{A_1}$, $\overline{A_2}$ độc lập.

$$\mathbb{P}(\overline{A}) = \mathbb{P}(\overline{A_1}.\overline{A_2})$$

Gọi A là biến cố: "Hệ thống bị hỏng", khi đó \overline{A} là biến cố: "Hệ thống không bị hỏng". Vì hệ thống gồm 2 bóng đèn mắc nối tiếp nên hệ thống không bị hỏng \Leftrightarrow cả hai bóng đèn đều không bị hỏng. Vậy \overline{A} xảy ra \Leftrightarrow hai biến cố $\overline{A_1}$, $\overline{A_2}$ cùng xảy ra. Do đó $\overline{A} = \overline{A_1}$. $\overline{A_2}$. Vì hai biến cố A_1 , A_2 độc lập nên $\overline{A_1}$, $\overline{A_2}$ độc lập.

$$\mathbb{P}(\overline{A}) = \mathbb{P}(\overline{A_1}.\overline{A_2}) = \mathbb{P}(\overline{A_1})\mathbb{P}(\overline{A_2})$$

Gọi A là biến cố: "Hệ thống bị hỏng", khi đó \overline{A} là biến cố: "Hệ thống không bị hỏng". Vì hệ thống gồm 2 bóng đèn mắc nối tiếp nên hệ thống không bị hỏng \Leftrightarrow cả hai bóng đèn đều không bị hỏng. Vậy \overline{A} xảy ra \Leftrightarrow hai biến cố $\overline{A_1}$, $\overline{A_2}$ cùng xảy ra. Do đó $\overline{A} = \overline{A_1}$. $\overline{A_2}$. Vì hai biến cố A_1 , A_2 độc lập nên $\overline{A_1}$, $\overline{A_2}$ độc lập.

$$\mathbb{P}(\overline{A}) = \mathbb{P}(\overline{A_1}.\overline{A_2}) = \mathbb{P}(\overline{A_1})\mathbb{P}(\overline{A_2})$$
$$= (1 - \mathbb{P}(A_1))(1 - \mathbb{P}(A_2))$$

Gọi A là biến cố: "Hệ thống bị hỏng", khi đó \overline{A} là biến cố: "Hệ thống không bị hỏng". Vì hệ thống gồm 2 bóng đèn mắc nối tiếp nên hệ thống không bị hỏng \Leftrightarrow cả hai bóng đèn đều không bị hỏng. Vậy \overline{A} xảy ra \Leftrightarrow hai biến cố $\overline{A_1}$, $\overline{A_2}$ cùng xảy ra. Do đó $\overline{A} = \overline{A_1}$. $\overline{A_2}$. Vì hai biến cố A_1 , A_2 độc lập nên $\overline{A_1}$, $\overline{A_2}$ độc lập.

$$\mathbb{P}(\overline{A}) = \mathbb{P}(\overline{A_1}.\overline{A_2}) = \mathbb{P}(\overline{A_1})\mathbb{P}(\overline{A_2})$$

$$= (1 - \mathbb{P}(A_1))(1 - \mathbb{P}(A_2))$$

$$= (1 - 0, 15)(1 - 0, 15)$$

Gọi A là biến cố: "Hệ thống bị hỏng", khi đó \overline{A} là biến cố: "Hệ thống không bị hỏng". Vì hệ thống gồm 2 bóng đèn mắc nối tiếp nên hệ thống không bị hỏng \Leftrightarrow cả hai bóng đèn đều không bị hỏng. Vậy \overline{A} xảy ra \Leftrightarrow hai biến cố $\overline{A_1}$, $\overline{A_2}$ cùng xảy ra. Do đó $\overline{A} = \overline{A_1}$. $\overline{A_2}$. Vì hai biến cố A_1 , A_2 độc lập nên $\overline{A_1}$, $\overline{A_2}$ độc lập.

$$\mathbb{P}(\overline{A}) = \mathbb{P}(\overline{A_1}.\overline{A_2}) = \mathbb{P}(\overline{A_1})\mathbb{P}(\overline{A_2})$$

$$= (1 - \mathbb{P}(A_1))(1 - \mathbb{P}(A_2))$$

$$= (1 - 0, 15)(1 - 0, 15)$$

$$= 0, 7225.$$

Gọi A là biến cố: "Hệ thống bị hỏng", khi đó \overline{A} là biến cố: "Hệ thống không bị hỏng". Vì hệ thống gồm 2 bóng đèn mắc nối tiếp nên hệ thống không bị hỏng \Leftrightarrow cả hai bóng đèn đều không bị hỏng. Vậy \overline{A} xảy ra \Leftrightarrow hai biến cố $\overline{A_1}$, $\overline{A_2}$ cùng xảy ra. Do đó $\overline{A} = \overline{A_1}.\overline{A_2}$.

Vì hai biến cố A_1 , A_2 độc lập nên $\overline{A_1}$, $\overline{A_2}$ độc lập.

Do đó

$$\mathbb{P}(\overline{A}) = \mathbb{P}(\overline{A_1}.\overline{A_2}) = \mathbb{P}(\overline{A_1})\mathbb{P}(\overline{A_2})$$

$$= (1 - \mathbb{P}(A_1))(1 - \mathbb{P}(A_2))$$

$$= (1 - 0, 15)(1 - 0, 15)$$

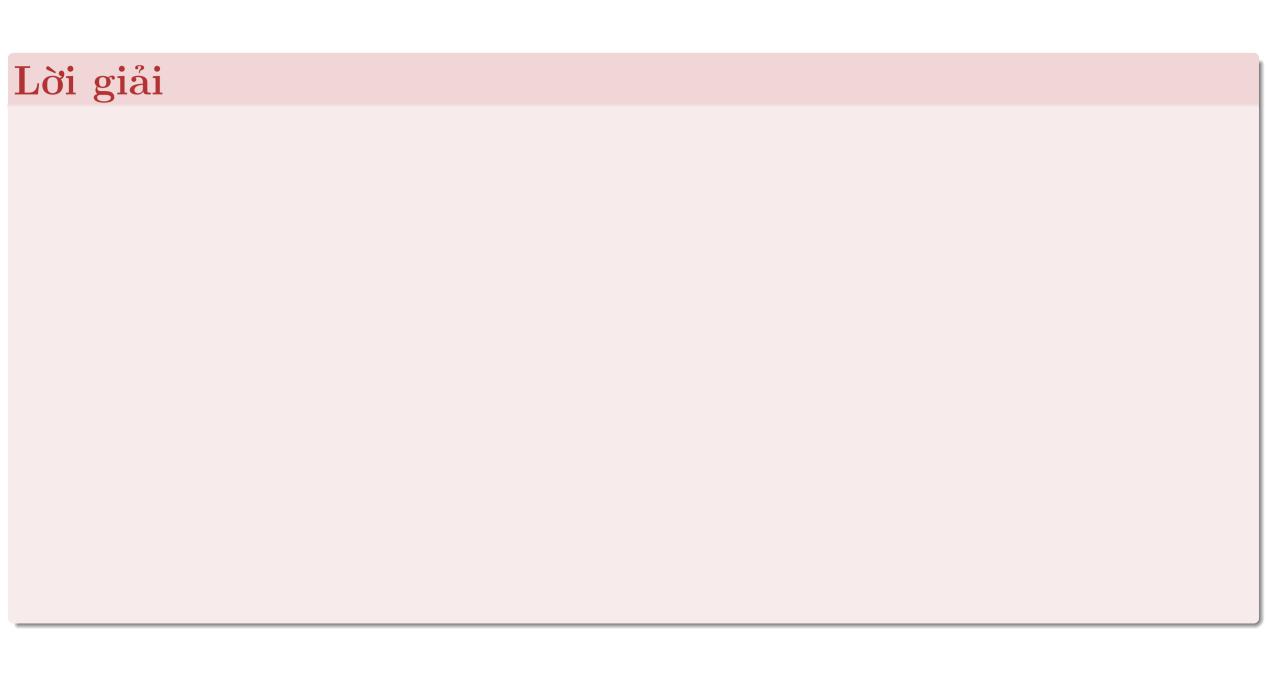
$$= 0, 7225.$$

$$\mathbb{P}(A) = 1 - \mathbb{P}(\overline{A}) = 1 - 0,7225 = 0,2775.$$

Ví dụ 3

Một khoa điều trị có 3 bệnh nhân với khả năng cần cấp cứu trong mỗi ca trực của các bệnh nhân tương ứng là 50%, 60%, 80%. Tính xác suất xảy ra các tình huống sau đây:

- a) Chỉ có bệnh nhân thứ hai phải cấp cứu.
- b) Có ít nhất một bệnh nhân phải cấp cứu.



Gọi A_k là biến cố: "Bệnh nhân thứ k phải cấp cứu", k = 1, 2, 3.

Gọi A_k là biến cố: "Bệnh nhân thứ k phải cấp cứu", k = 1, 2, 3. Khi đó 3 biến cố A_1, A_2, A_3 là độc lập và

$$\mathbb{P}(A_1) = 0, 5, \quad \mathbb{P}(A_2) = 0, 6, \quad \mathbb{P}(A_3) = 0, 8.$$

Gọi A_k là biến cố: "Bệnh nhân thứ k phải cấp cứu", k = 1, 2, 3. Khi đó 3 biến cố A_1, A_2, A_3 là độc lập và

$$\mathbb{P}(A_1) = 0, 5, \quad \mathbb{P}(A_2) = 0, 6, \quad \mathbb{P}(A_3) = 0, 8.$$

a) Biến cố: "Chỉ có bệnh nhân thứ hai phải cấp cứu" là $A = \overline{A_1}.A_2.\overline{A_3}$.

Gọi A_k là biến cố: "Bệnh nhân thứ k phải cấp cứu", k = 1, 2, 3. Khi đó 3 biến cố A_1, A_2, A_3 là độc lập và

$$\mathbb{P}(A_1) = 0, 5, \quad \mathbb{P}(A_2) = 0, 6, \quad \mathbb{P}(A_3) = 0, 8.$$

Gọi A_k là biến cố: "Bệnh nhân thứ k phải cấp cứu", k=1,2,3. Khi đó 3 biến cố A_1,A_2,A_3 là độc lập và

$$\mathbb{P}(A_1) = 0, 5, \quad \mathbb{P}(A_2) = 0, 6, \quad \mathbb{P}(A_3) = 0, 8.$$

$$\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(\overline{A_1}.A_2.\overline{A_3})$$

Gọi A_k là biến cố: "Bệnh nhân thứ k phải cấp cứu", k=1,2,3. Khi đó 3 biến cố A_1,A_2,A_3 là độc lập và

$$\mathbb{P}(A_1) = 0, 5, \quad \mathbb{P}(A_2) = 0, 6, \quad \mathbb{P}(A_3) = 0, 8.$$

$$\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(\overline{A_1}.A_2.\overline{A_3}) = \mathbb{P}(\overline{A_1})\mathbb{P}(A_2)\mathbb{P}(\overline{A_3})$$

Gọi A_k là biến cố: "Bệnh nhân thứ k phải cấp cứu", k=1,2,3. Khi đó 3 biến cố A_1,A_2,A_3 là độc lập và

$$\mathbb{P}(A_1) = 0, 5, \quad \mathbb{P}(A_2) = 0, 6, \quad \mathbb{P}(A_3) = 0, 8.$$

$$\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(\overline{A_1}.A_2.\overline{A_3}) = \mathbb{P}(\overline{A_1})\mathbb{P}(A_2)\mathbb{P}(\overline{A_3})$$
$$= (1 - \mathbb{P}(A_1))\mathbb{P}(A_2)(1 - \mathbb{P}(A_3))$$

Gọi A_k là biến cố: "Bệnh nhân thứ k phải cấp cứu", k=1,2,3. Khi đó 3 biến cố A_1,A_2,A_3 là độc lập và

$$\mathbb{P}(A_1) = 0, 5, \quad \mathbb{P}(A_2) = 0, 6, \quad \mathbb{P}(A_3) = 0, 8.$$

$$\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(\overline{A_1}.A_2.\overline{A_3}) = \mathbb{P}(\overline{A_1})\mathbb{P}(A_2)\mathbb{P}(\overline{A_3})$$

$$= (1 - \mathbb{P}(A_1))\mathbb{P}(A_2)(1 - \mathbb{P}(A_3))$$

$$= (1 - 0, 5) \cdot 0, 6 \cdot (1 - 0, 8)$$

Gọi A_k là biến cố: "Bệnh nhân thứ k phải cấp cứu", k=1,2,3. Khi đó 3 biến cố A_1,A_2,A_3 là độc lập và

$$\mathbb{P}(A_1) = 0, 5, \quad \mathbb{P}(A_2) = 0, 6, \quad \mathbb{P}(A_3) = 0, 8.$$

$$\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(\overline{A_1}.A_2.\overline{A_3}) = \mathbb{P}(\overline{A_1})\mathbb{P}(A_2)\mathbb{P}(\overline{A_3})$$

$$= (1 - \mathbb{P}(A_1))\mathbb{P}(A_2)(1 - \mathbb{P}(A_3))$$

$$= (1 - 0, 5) \cdot 0, 6 \cdot (1 - 0, 8)$$

$$= 0, 06.$$

b) Gọi B là biến cố: "Có ít nhất một bệnh nhân phải cấp cứu", khi đó \overline{B} là biến cố: "Không có bệnh nhân nào phải cấp cứu".

b) Gọi B là biến cố: "Có ít nhất một bệnh nhân phải cấp cứu", khi đó \overline{B} là biến cố: "Không có bệnh nhân nào phải cấp cứu". Do đó $\overline{B} = \overline{A_1}.\overline{A_2}.\overline{A_3}.$

$$\mathbb{P}(\overline{B}) = \mathbb{P}(\overline{A_1}.\overline{A_2}.\overline{A_3})$$

$$\mathbb{P}(\overline{B}) = \mathbb{P}(\overline{A_1}.\overline{A_2}.\overline{A_3}) = \mathbb{P}(\overline{A_1})\mathbb{P}(\overline{A_2})\mathbb{P}(\overline{A_3})$$

$$\mathbb{P}(\overline{B}) = \mathbb{P}(\overline{A_1}.\overline{A_2}.\overline{A_3}) = \mathbb{P}(\overline{A_1})\mathbb{P}(\overline{A_2})\mathbb{P}(\overline{A_3})$$
$$= (1 - \mathbb{P}(A_1))(1 - \mathbb{P}(A_2))(1 - \mathbb{P}(A_3))$$

Vây

$$\mathbb{P}(\overline{B}) = \mathbb{P}(\overline{A_1}.\overline{A_2}.\overline{A_3}) = \mathbb{P}(\overline{A_1})\mathbb{P}(\overline{A_2})\mathbb{P}(\overline{A_3})$$

$$= (1 - \mathbb{P}(A_1))(1 - \mathbb{P}(A_2))(1 - \mathbb{P}(A_3))$$

$$= (1 - 0, 5)(1 - 0, 6)(1 - 0, 8)$$

$$\mathbb{P}(\overline{B}) = \mathbb{P}(\overline{A_1}.\overline{A_2}.\overline{A_3}) = \mathbb{P}(\overline{A_1})\mathbb{P}(\overline{A_2})\mathbb{P}(\overline{A_3})$$

$$= (1 - \mathbb{P}(A_1))(1 - \mathbb{P}(A_2))(1 - \mathbb{P}(A_3))$$

$$= (1 - 0, 5)(1 - 0, 6)(1 - 0, 8)$$

$$= 0, 04.$$

Vậy

$$\mathbb{P}(\overline{B}) = \mathbb{P}(\overline{A_1}.\overline{A_2}.\overline{A_3}) = \mathbb{P}(\overline{A_1})\mathbb{P}(\overline{A_2})\mathbb{P}(\overline{A_3})$$

$$= (1 - \mathbb{P}(A_1))(1 - \mathbb{P}(A_2))(1 - \mathbb{P}(A_3))$$

$$= (1 - 0, 5)(1 - 0, 6)(1 - 0, 8)$$

$$= 0, 04.$$

Do đó

$$\mathbb{P}(B) = 1 - \mathbb{P}(\overline{B}) = 1 - 0,04 = 0,96.$$

Bài 3: Xác suất có điều kiện

Bài 3: Xác suất có điều kiện



Bài 3: Xác suất có điều kiện

1) Định nghĩa

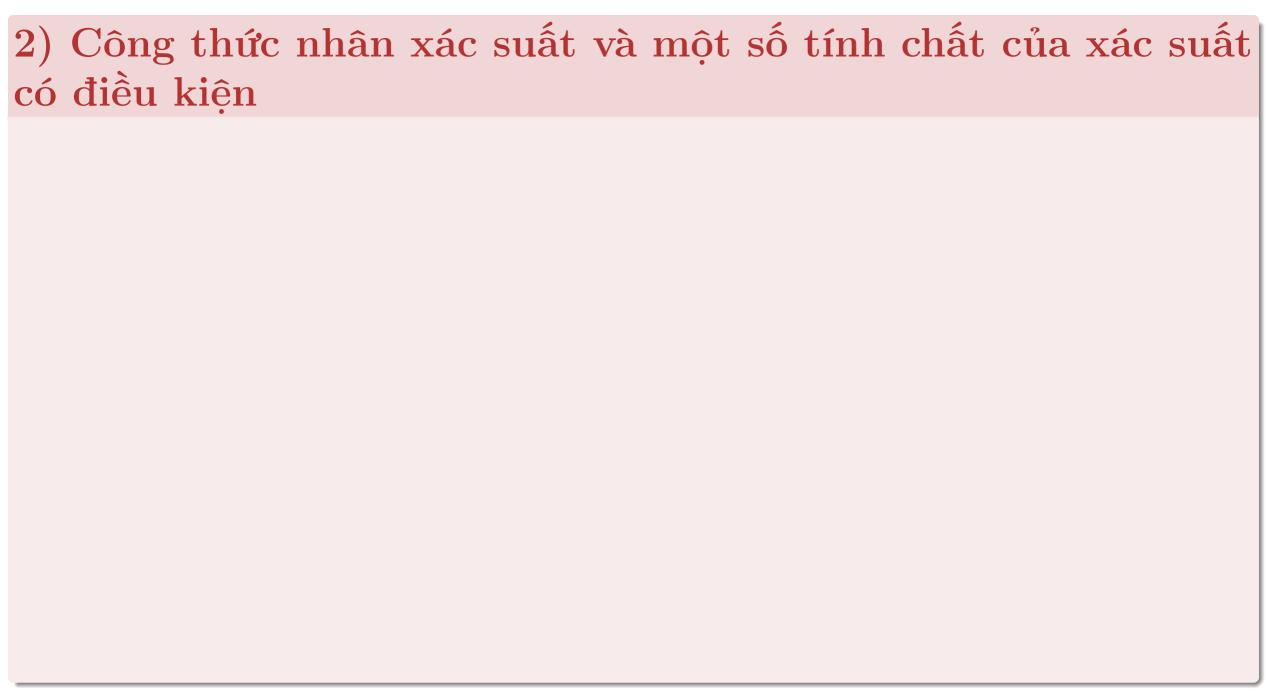
• Xác suất của biến cố A khi biến cố B đã xảy ra được gọi đó là xác suất có điều kiện của biến cố A khi biến cố B đã xảy ra và ký hiệu là $\mathbb{P}(A|B)$.

Bài 3: Xác suất có điều kiện

1) Định nghĩa

- Xác suất của biến cố A khi biến cố B đã xảy ra được gọi đó là xác suất có điều kiện của biến cố A khi biến cố B đã xảy ra và ký hiệu là $\mathbb{P}(A|B)$.
- Ta có

$$\mathbb{P}(A|B) = \frac{\mathbb{P}(AB)}{\mathbb{P}(B)} \text{ với } \mathbb{P}(B) > 0.$$



Khi các xác suất có điều kiện tồn tại, ta có

 $\bullet \ \mathbb{P}(AB) = \mathbb{P}(B)\mathbb{P}(A|B).$

Khi các xác suất có điều kiện tồn tại, ta có

- $\bullet \ \mathbb{P}(AB) = \mathbb{P}(B)\mathbb{P}(A|B).$
- $\bullet \ \mathbb{P}(AB) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B|A).$

Khi các xác suất có điều kiện tồn tại, ta có

- $\bullet \ \mathbb{P}(AB) = \mathbb{P}(B)\mathbb{P}(A|B).$
- $\bullet \ \mathbb{P}(AB) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B|A).$
- $\bullet \mathbb{P}(A_1 A_2 \dots A_n) = \mathbb{P}(A_1) \mathbb{P}(A_2 | A_1) \dots \mathbb{P}(A_n | A_1 A_2 \dots A_{n-1}).$

Khi các xác suất có điều kiện tồn tại, ta có

- $\bullet \ \mathbb{P}(AB) = \mathbb{P}(B)\mathbb{P}(A|B).$
- $\bullet \ \mathbb{P}(AB) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B|A).$
- $\bullet \mathbb{P}(A_1 A_2 \dots A_n) = \mathbb{P}(A_1) \mathbb{P}(A_2 | A_1) \dots \mathbb{P}(A_n | A_1 A_2 \dots A_{n-1}).$

Ví dụ

$$\mathbb{P}(A_1 A_2 A_3) = \mathbb{P}(A_1) \mathbb{P}(A_2 | A_1) \mathbb{P}(A_3 | A_1 A_2).$$

Khi các xác suất có điều kiện tồn tại, ta có

- $\bullet \ \mathbb{P}(AB) = \mathbb{P}(B)\mathbb{P}(A|B).$
- $\bullet \ \mathbb{P}(AB) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B|A).$
- $\mathbb{P}(A_1 A_2 \dots A_n) = \mathbb{P}(A_1) \mathbb{P}(A_2 | A_1) \dots \mathbb{P}(A_n | A_1 A_2 \dots A_{n-1}).$

Ví dụ

$$\mathbb{P}(A_1 A_2 A_3) = \mathbb{P}(A_1) \mathbb{P}(A_2 | A_1) \mathbb{P}(A_3 | A_1 A_2).$$

$$\mathbb{P}(A_1 A_2 A_3 A_4) = \mathbb{P}(A_1) \mathbb{P}(A_2 | A_1) \mathbb{P}(A_3 | A_1 A_2) \mathbb{P}(A_4 | A_1 A_2 A_3).$$

Khi các xác suất có điều kiện tồn tại, ta có

- $\bullet \ \mathbb{P}(AB) = \mathbb{P}(B)\mathbb{P}(A|B).$
- $\bullet \ \mathbb{P}(AB) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B|A).$
- $\mathbb{P}(A_1 A_2 \dots A_n) = \mathbb{P}(A_1) \mathbb{P}(A_2 | A_1) \dots \mathbb{P}(A_n | A_1 A_2 \dots A_{n-1}).$

Ví dụ

$$\mathbb{P}(A_1 A_2 A_3) = \mathbb{P}(A_1) \mathbb{P}(A_2 | A_1) \mathbb{P}(A_3 | A_1 A_2).$$

$$\mathbb{P}(A_1 A_2 A_3 A_4) = \mathbb{P}(A_1) \mathbb{P}(A_2 | A_1) \mathbb{P}(A_3 | A_1 A_2) \mathbb{P}(A_4 | A_1 A_2 A_3).$$

$$\mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B|A) = \mathbb{P}(B)\mathbb{P}(A|B)$$

Khi các xác suất có điều kiện tồn tại, ta có

- $\bullet \ \mathbb{P}(AB) = \mathbb{P}(B)\mathbb{P}(A|B).$
- $\bullet \ \mathbb{P}(AB) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B|A).$
- $\bullet \ \mathbb{P}(A_1 A_2 \dots A_n) = \mathbb{P}(A_1) \mathbb{P}(A_2 | A_1) \dots \mathbb{P}(A_n | A_1 A_2 \dots A_{n-1}).$

Ví dụ

$$\mathbb{P}(A_1 A_2 A_3) = \mathbb{P}(A_1) \mathbb{P}(A_2 | A_1) \mathbb{P}(A_3 | A_1 A_2).$$

$$\mathbb{P}(A_1 A_2 A_3 A_4) = \mathbb{P}(A_1) \mathbb{P}(A_2 | A_1) \mathbb{P}(A_3 | A_1 A_2) \mathbb{P}(A_4 | A_1 A_2 A_3).$$

 $\mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B|A) = \mathbb{P}(B)\mathbb{P}(A|B) \Rightarrow \mathbb{P}(B|A) = \frac{\mathbb{P}(B)\mathbb{P}(A|B)}{\mathbb{P}(A)}.$

Khi các xác suất có điều kiện tồn tại, ta có

- $\bullet \ \mathbb{P}(AB) = \mathbb{P}(B)\mathbb{P}(A|B).$
- $\bullet \ \mathbb{P}(AB) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B|A).$
- $\bullet \ \mathbb{P}(A_1 A_2 \dots A_n) = \mathbb{P}(A_1) \mathbb{P}(A_2 | A_1) \dots \mathbb{P}(A_n | A_1 A_2 \dots A_{n-1}).$

Ví dụ

$$\mathbb{P}(A_1 A_2 A_3) = \mathbb{P}(A_1) \mathbb{P}(A_2 | A_1) \mathbb{P}(A_3 | A_1 A_2).$$

$$\mathbb{P}(A_1 A_2 A_3 A_4) = \mathbb{P}(A_1) \mathbb{P}(A_2 | A_1) \mathbb{P}(A_3 | A_1 A_2) \mathbb{P}(A_4 | A_1 A_2 A_3).$$

•

$$\mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B|A) = \mathbb{P}(B)\mathbb{P}(A|B) \Rightarrow \mathbb{P}(B|A) = \frac{\mathbb{P}(B)\mathbb{P}(A|B)}{\mathbb{P}(A)}$$

 $\bullet \ \mathbb{P}(\overline{A}|B) = 1 - \mathbb{P}(A|B).$

Ví dụ 1

Cho hai biến cố A, B có xác suất $\mathbb{P}(A) = 0, 4$, $\mathbb{P}(B) = 0, 6$, $\mathbb{P}(AB) = 0, 2$.

Tính các xác suất sau:

- a) $\mathbb{P}(\overline{A}|\overline{B})$.
- b) $\mathbb{P}(A\overline{B})$.



a) Theo tính chất của xác suất có điều kiện

$$\mathbb{P}(\overline{A}|\overline{B}) = 1 - \mathbb{P}(A|\overline{B})$$

a) Theo tính chất của xác suất có điều kiện

$$\mathbb{P}(\overline{A}|\overline{B}) = 1 - \mathbb{P}(A|\overline{B}) = 1 - \frac{\mathbb{P}(A)\mathbb{P}(\overline{B}|A)}{\mathbb{P}(\overline{B})}$$

a) Theo tính chất của xác suất có điều kiện

$$\mathbb{P}(\overline{A}|\overline{B}) = 1 - \mathbb{P}(A|\overline{B}) = 1 - \frac{\mathbb{P}(A)\mathbb{P}(\overline{B}|A)}{\mathbb{P}(\overline{B})} = 1 - \frac{\mathbb{P}(A)\mathbb{P}(\overline{B}|A)}{1 - \mathbb{P}(B)}$$

a) Theo tính chất của xác suất có điều kiện

$$\mathbb{P}(\overline{A}|\overline{B}) = 1 - \mathbb{P}(A|\overline{B}) = 1 - \frac{\mathbb{P}(A)\mathbb{P}(\overline{B}|A)}{\mathbb{P}(\overline{B})} = 1 - \frac{\mathbb{P}(A)\mathbb{P}(\overline{B}|A)}{1 - \mathbb{P}(B)}$$

$$\mathbb{P}(\overline{B}|A) = 1 - \mathbb{P}(B|A)$$

a) Theo tính chất của xác suất có điều kiện

$$\mathbb{P}(\overline{A}|\overline{B}) = 1 - \mathbb{P}(A|\overline{B}) = 1 - \frac{\mathbb{P}(A)\mathbb{P}(\overline{B}|A)}{\mathbb{P}(\overline{B})} = 1 - \frac{\mathbb{P}(A)\mathbb{P}(\overline{B}|A)}{1 - \mathbb{P}(B)}$$

$$\mathbb{P}(\overline{B}|A) = 1 - \mathbb{P}(B|A) = 1 - \frac{\mathbb{P}(BA)}{\mathbb{P}(A)}$$

a) Theo tính chất của xác suất có điều kiện

$$\mathbb{P}(\overline{A}|\overline{B}) = 1 - \mathbb{P}(A|\overline{B}) = 1 - \frac{\mathbb{P}(A)\mathbb{P}(\overline{B}|A)}{\mathbb{P}(\overline{B})} = 1 - \frac{\mathbb{P}(A)\mathbb{P}(\overline{B}|A)}{1 - \mathbb{P}(B)}$$

$$\mathbb{P}(\overline{B}|A) = 1 - \mathbb{P}(B|A) = 1 - \frac{\mathbb{P}(BA)}{\mathbb{P}(A)} = 1 - \frac{\mathbb{P}(AB)}{\mathbb{P}(A)}$$

a) Theo tính chất của xác suất có điều kiện

$$\mathbb{P}(\overline{A}|\overline{B}) = 1 - \mathbb{P}(A|\overline{B}) = 1 - \frac{\mathbb{P}(A)\mathbb{P}(\overline{B}|A)}{\mathbb{P}(\overline{B})} = 1 - \frac{\mathbb{P}(A)\mathbb{P}(\overline{B}|A)}{1 - \mathbb{P}(B)}$$

$$\mathbb{P}(\overline{B}|A) = 1 - \mathbb{P}(B|A) = 1 - \frac{\mathbb{P}(BA)}{\mathbb{P}(A)} = 1 - \frac{\mathbb{P}(AB)}{\mathbb{P}(A)} = 1 - \frac{0,2}{0,4}$$

a) Theo tính chất của xác suất có điều kiện

$$\mathbb{P}(\overline{A}|\overline{B}) = 1 - \mathbb{P}(A|\overline{B}) = 1 - \frac{\mathbb{P}(A)\mathbb{P}(\overline{B}|A)}{\mathbb{P}(\overline{B})} = 1 - \frac{\mathbb{P}(A)\mathbb{P}(\overline{B}|A)}{1 - \mathbb{P}(B)}.$$

$$\mathbb{P}(\overline{B}|A) = 1 - \mathbb{P}(B|A) = 1 - \frac{\mathbb{P}(BA)}{\mathbb{P}(A)} = 1 - \frac{\mathbb{P}(AB)}{\mathbb{P}(A)} = 1 - \frac{0,2}{0,4} = 0,5.$$

a) Theo tính chất của xác suất có điều kiện

$$\mathbb{P}(\overline{A}|\overline{B}) = 1 - \mathbb{P}(A|\overline{B}) = 1 - \frac{\mathbb{P}(A)\mathbb{P}(\overline{B}|A)}{\mathbb{P}(\overline{B})} = 1 - \frac{\mathbb{P}(A)\mathbb{P}(\overline{B}|A)}{1 - \mathbb{P}(B)}$$

$$\mathbb{P}(\overline{B}|A) = 1 - \mathbb{P}(B|A) = 1 - \frac{\mathbb{P}(BA)}{\mathbb{P}(A)} = 1 - \frac{\mathbb{P}(AB)}{\mathbb{P}(A)} = 1 - \frac{0,2}{0,4} = 0,5.$$

$$\Rightarrow \mathbb{P}(\overline{A}|\overline{B}) = 1 - \frac{0, 4 \cdot 0, 5}{1 - 0, 6}$$

a) Theo tính chất của xác suất có điều kiện

$$\mathbb{P}(\overline{A}|\overline{B}) = 1 - \mathbb{P}(A|\overline{B}) = 1 - \frac{\mathbb{P}(A)\mathbb{P}(\overline{B}|A)}{\mathbb{P}(\overline{B})} = 1 - \frac{\mathbb{P}(A)\mathbb{P}(\overline{B}|A)}{1 - \mathbb{P}(B)}$$

$$\mathbb{P}(\overline{B}|A) = 1 - \mathbb{P}(B|A) = 1 - \frac{\mathbb{P}(BA)}{\mathbb{P}(A)} = 1 - \frac{\mathbb{P}(AB)}{\mathbb{P}(A)} = 1 - \frac{0,2}{0,4} = 0,5.$$

$$\Rightarrow \mathbb{P}(\overline{A}|\overline{B}) = 1 - \frac{0, 4 \cdot 0, 5}{1 - 0, 6} = 0, 5.$$

a) Theo tính chất của xác suất có điều kiện

$$\mathbb{P}(\overline{A}|\overline{B}) = 1 - \mathbb{P}(A|\overline{B}) = 1 - \frac{\mathbb{P}(A)\mathbb{P}(\overline{B}|A)}{\mathbb{P}(\overline{B})} = 1 - \frac{\mathbb{P}(A)\mathbb{P}(\overline{B}|A)}{1 - \mathbb{P}(B)}$$

Mặt khác

$$\mathbb{P}(\overline{B}|A) = 1 - \mathbb{P}(B|A) = 1 - \frac{\mathbb{P}(BA)}{\mathbb{P}(A)} = 1 - \frac{\mathbb{P}(AB)}{\mathbb{P}(A)} = 1 - \frac{0,2}{0,4} = 0,5.$$

$$\Rightarrow \mathbb{P}(\overline{A}|\overline{B}) = 1 - \frac{0, 4 \cdot 0, 5}{1 - 0, 6} = 0, 5.$$

$$\mathbb{P}(A\overline{B}) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(\overline{B}|A)$$

a) Theo tính chất của xác suất có điều kiện

$$\mathbb{P}(\overline{A}|\overline{B}) = 1 - \mathbb{P}(A|\overline{B}) = 1 - \frac{\mathbb{P}(A)\mathbb{P}(\overline{B}|A)}{\mathbb{P}(\overline{B})} = 1 - \frac{\mathbb{P}(A)\mathbb{P}(\overline{B}|A)}{1 - \mathbb{P}(B)}$$

Mặt khác

$$\mathbb{P}(\overline{B}|A) = 1 - \mathbb{P}(B|A) = 1 - \frac{\mathbb{P}(BA)}{\mathbb{P}(A)} = 1 - \frac{\mathbb{P}(AB)}{\mathbb{P}(A)} = 1 - \frac{0,2}{0,4} = 0,5.$$

$$\Rightarrow \mathbb{P}(\overline{A}|\overline{B}) = 1 - \frac{0, 4 \cdot 0, 5}{1 - 0, 6} = 0, 5.$$

$$\mathbb{P}(A\overline{B}) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(\overline{B}|A) = 0, 4 \cdot 0, 5$$

a) Theo tính chất của xác suất có điều kiện

$$\mathbb{P}(\overline{A}|\overline{B}) = 1 - \mathbb{P}(A|\overline{B}) = 1 - \frac{\mathbb{P}(A)\mathbb{P}(\overline{B}|A)}{\mathbb{P}(\overline{B})} = 1 - \frac{\mathbb{P}(A)\mathbb{P}(\overline{B}|A)}{1 - \mathbb{P}(B)}$$

Mặt khác

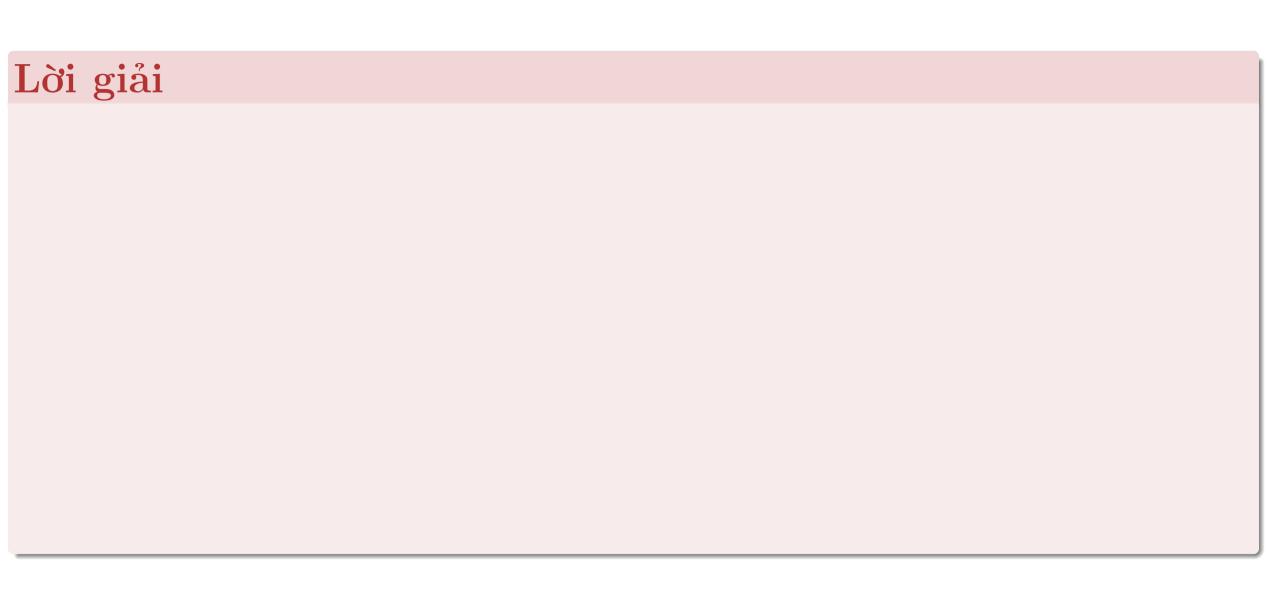
$$\mathbb{P}(\overline{B}|A) = 1 - \mathbb{P}(B|A) = 1 - \frac{\mathbb{P}(BA)}{\mathbb{P}(A)} = 1 - \frac{\mathbb{P}(AB)}{\mathbb{P}(A)} = 1 - \frac{0,2}{0,4} = 0,5.$$

$$\Rightarrow \mathbb{P}(\overline{A}|\overline{B}) = 1 - \frac{0, 4 \cdot 0, 5}{1 - 0, 6} = 0, 5.$$

$$\mathbb{P}(A\overline{B}) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(\overline{B}|A) = 0, 4 \cdot 0, 5 = 0, 2.$$

Ví dụ 2

- Một lô hàng có 10 sản phẩm trong đó có 4 sản phẩm loại I và 6 sản phẩm loại II.
- a) Lấy ngẫu nhiên 2 sản phẩm, tính xác suất để lấy được 2 sản phẩm loại I.
- b) Lấy ngẫu nhiên lần lượt không hoàn lại 2 sản phẩm, tính xác suất để lấy được 2 sản phẩm loại I.



a) Xác suất để lấy được 2 sản phẩm loại I là $\frac{C_4^2}{C_{10}^2} = \frac{2}{15}$.

- a) Xác suất để lấy được 2 sản phẩm loại I là $\frac{C_4^2}{C_{10}^2} = \frac{2}{15}$.
- b) Gọi A là biến cố: "Lấy được 2 sản phẩm loại I",

- a) Xác suất để lấy được 2 sản phẩm loại I là $\frac{C_4^2}{C_{10}^2} = \frac{2}{15}$.
- b) Gọi A là biến cố: "Lấy được 2 sản phẩm loại I", A_1 là biến cố: "Lần thứ nhất lấy được sản phẩm loại I",

- a) Xác suất để lấy được 2 sản phẩm loại I là $\frac{C_4^2}{C_{10}^2} = \frac{2}{15}$.
- b) Gọi A là biến cố: "Lấy được 2 sản phẩm loại I", A_1 là biến cố: "Lần thứ nhất lấy được sản phẩm loại I", A_2 là biến cố: "Lần thứ hai lấy được sản phẩm loại I",

- a) Xác suất để lấy được 2 sản phẩm loại I là $\frac{C_4^2}{C_{10}^2} = \frac{2}{15}$.
- b) Gọi A là biến cố: "Lấy được 2 sản phẩm loại I", A_1 là biến cố: "Lần thứ nhất lấy được sản phẩm loại I", A_2 là biến cố: "Lần thứ hai lấy được sản phẩm loại I", khi đó $A = A_1 A_2$.

a) Xác suất để lấy được 2 sản phẩm loại I là $\frac{C_4^2}{C_{10}^2} = \frac{2}{15}$.

b) Gọi A là biến cố: "Lấy được 2 sản phẩm loại I", A_1 là biến cố: "Lần thứ nhất lấy được sản phẩm loại I", A_2 là biến cố: "Lần thứ hai lấy được sản phẩm loại I", khi đó $A = A_1 A_2$.

a) Xác suất để lấy được 2 sản phẩm loại I là $\frac{C_4^2}{C_{10}^2} = \frac{2}{15}$.

b) Gọi A là biến cố: "Lấy được 2 sản phẩm loại I", A_1 là biến cố: "Lần thứ nhất lấy được sản phẩm loại I", A_2 là biến cố: "Lần thứ hai lấy được sản phẩm loại I", khi đó $A = A_1 A_2$.

$$\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(A_1 A_2)$$

a) Xác suất để lấy được 2 sản phẩm loại I là $\frac{C_4^2}{C_{10}^2} = \frac{2}{15}$.

b) Gọi A là biến cố: "Lấy được 2 sản phẩm loại I", A_1 là biến cố: "Lần thứ nhất lấy được sản phẩm loại I", A_2 là biến cố: "Lần thứ hai lấy được sản phẩm loại I", khi đó $A = A_1 A_2$.

$$\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(A_1 A_2) = \mathbb{P}(A_1) \mathbb{P}(A_2 | A_1)$$

a) Xác suất để lấy được 2 sản phẩm loại I là $\frac{C_4^2}{C_{10}^2} = \frac{2}{15}$.

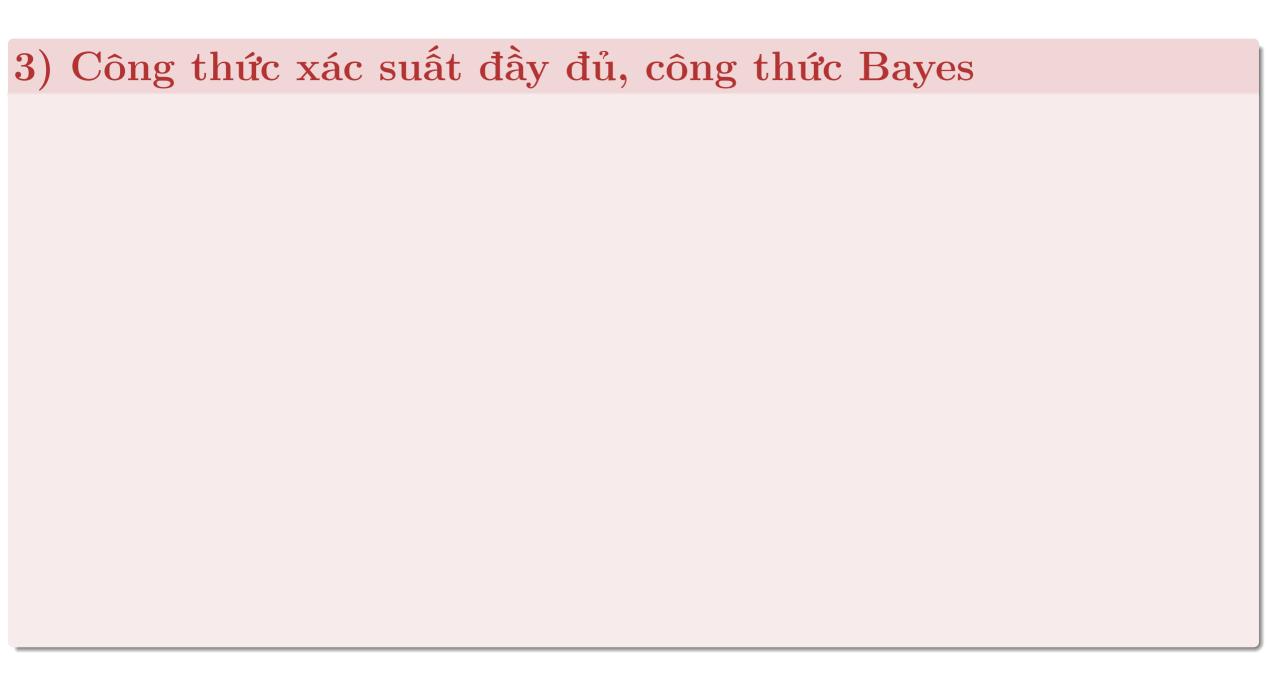
b) Gọi A là biến cố: "Lấy được 2 sản phẩm loại I", A_1 là biến cố: "Lần thứ nhất lấy được sản phẩm loại I", A_2 là biến cố: "Lần thứ hai lấy được sản phẩm loại I", khi đó $A = A_1 A_2$.

$$\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(A_1 A_2) = \mathbb{P}(A_1) \mathbb{P}(A_2 | A_1) = \frac{C_4^1}{C_{10}^1} \cdot \frac{C_3^1}{C_9^1}$$

a) Xác suất để lấy được 2 sản phẩm loại I là $\frac{C_4^2}{C_{10}^2} = \frac{2}{15}$.

b) Gọi A là biến cố: "Lấy được 2 sản phẩm loại I", A_1 là biến cố: "Lần thứ nhất lấy được sản phẩm loại I", A_2 là biến cố: "Lần thứ hai lấy được sản phẩm loại I", khi đó $A = A_1 A_2$.

$$\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(A_1 A_2) = \mathbb{P}(A_1) \mathbb{P}(A_2 | A_1) = \frac{C_4^1}{C_{10}^1} \cdot \frac{C_3^1}{C_9^1} = \frac{2}{15}.$$



3) Công thức xác suất đầy đủ, công thức Bayes

• Hệ các biến cố $\{B_1, B_2, \ldots, B_n\}$ được gọi là đầy đủ nếu khi thực hiện phép thử ngẫu nhiên thì có duy nhất một biến cố trong các biến cố B_1, B_2, \ldots, B_n xảy ra.

3) Công thức xác suất đầy đủ, công thức Bayes

- Hệ các biến cố $\{B_1, B_2, \ldots, B_n\}$ được gọi là đầy đủ nếu khi thực hiện phép thử ngẫu nhiên thì có duy nhất một biến cố trong các biến cố B_1, B_2, \ldots, B_n xảy ra.
- Giả sử $\{B_1, B_2, \dots, B_n\}$ là hệ đầy đủ các biến cố với $\mathbb{P}(B_k) > 0$ với mọi $k = 1, 2, \dots, n$.

Khi đó ta có công thức xác suất đầy đủ

$$\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(B_1)\mathbb{P}(A|B_1) + \mathbb{P}(B_2)\mathbb{P}(A|B_2) + \dots + \mathbb{P}(B_n)\mathbb{P}(A|B_n).$$

3) Công thức xác suất đầy đủ, công thức Bayes

- Hệ các biến cố $\{B_1, B_2, \ldots, B_n\}$ được gọi là đầy đủ nếu khi thực hiện phép thử ngẫu nhiên thì có duy nhất một biến cố trong các biến cố B_1, B_2, \ldots, B_n xảy ra.
- Giả sử $\{B_1, B_2, \dots, B_n\}$ là hệ đầy đủ các biến cố với $\mathbb{P}(B_k) > 0$ với mọi $k = 1, 2, \dots, n$.

Khi đó ta có công thức xác suất đầy đủ

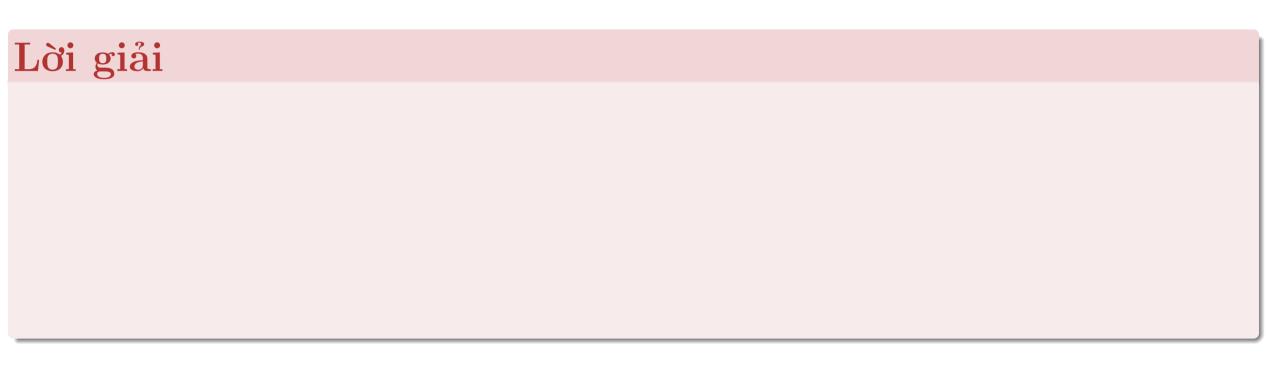
$$\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(B_1)\mathbb{P}(A|B_1) + \mathbb{P}(B_2)\mathbb{P}(A|B_2) + \dots + \mathbb{P}(B_n)\mathbb{P}(A|B_n).$$

Giả sử $\mathbb{P}(A) > 0$, ta có công thức Bayes

$$\mathbb{P}(B_k|A) = \frac{\mathbb{P}(B_k)\mathbb{P}(A|B_k)}{\mathbb{P}(A)}, \quad k = 1, 2, \dots, n.$$

Ví dụ 3

Một lô hàng có 15 sản phẩm trong đó có 5 sản phẩm loại 1, 5 sản phẩm loại 2 và 5 sản phẩm loại 3 (bằng mắt thường không phân biệt được loại của sản phẩm). Một khách hàng mua ngẫu nhiên 1 sản phẩm, sau đó một khách hàng thứ hai mua ngẫu nhiên 2 sản phẩm. Tính xác suất để khách hàng thứ hai mua được 2 sản phẩm loại 2.



Gọi B_k là biến cố: "Khách hàng thứ nhất mua được sản phẩm loại k", k = 1, 2, 3.

Gọi B_k là biến cố: "Khách hàng thứ nhất mua được sản phẩm loại k", k = 1, 2, 3.

Khi đó $\{B_1, B_2, B_3\}$ là hệ đầy đủ các biến cố và

$$\mathbb{P}(B_1) = \mathbb{P}(B_2) = \mathbb{P}(B_3) = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}.$$

$$\mathbb{P}(A|B_1) = \frac{C_5^2}{C_{14}^2} = \frac{10}{91}$$

$$\mathbb{P}(A|B_1) = \frac{C_5^2}{C_{14}^2} = \frac{10}{91}$$

$$\mathbb{P}(A|B_2) = \frac{C_4^2}{C_{14}^2} = \frac{6}{91}$$

$$\mathbb{P}(A|B_1) = \frac{C_5^2}{C_{14}^2} = \frac{10}{91}$$

$$\mathbb{P}(A|B_2) = \frac{C_4^2}{C_{14}^2} = \frac{6}{91}$$

$$\mathbb{P}(A|B_3) = \frac{C_5^2}{C_{14}^2} = \frac{10}{91}$$

$$\mathbb{P}(A|B_1) = \frac{C_5^2}{C_{14}^2} = \frac{10}{91}$$

$$\mathbb{P}(A|B_2) = \frac{C_4^2}{C_{14}^2} = \frac{6}{91}$$

$$\mathbb{P}(A|B_3) = \frac{C_5^2}{C_{14}^2} = \frac{10}{91}$$

Theo công thức xác suất đầy đủ

$$\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(B_1)\mathbb{P}(A|B_1) + \mathbb{P}(B_2)\mathbb{P}(A|B_2) + \mathbb{P}(B_3)\mathbb{P}(A|B_3)$$

$$\mathbb{P}(A|B_1) = \frac{C_5^2}{C_{14}^2} = \frac{10}{91}$$

$$\mathbb{P}(A|B_2) = \frac{C_4^2}{C_{14}^2} = \frac{6}{91}$$

$$\mathbb{P}(A|B_3) = \frac{C_5^2}{C_{14}^2} = \frac{10}{91}$$

Theo công thức xác suất đầy đủ

$$\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(B_1)\mathbb{P}(A|B_1) + \mathbb{P}(B_2)\mathbb{P}(A|B_2) + \mathbb{P}(B_3)\mathbb{P}(A|B_3)$$
$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{10}{91} + \frac{1}{3} \cdot \frac{6}{91} + \frac{1}{3} \cdot \frac{10}{91}$$

Gọi A là biến cố: "Khách hàng thứ hai mua được 2 sản phẩm loại 2". Khi đó

$$\mathbb{P}(A|B_1) = \frac{C_5^2}{C_{14}^2} = \frac{10}{91}$$

$$\mathbb{P}(A|B_2) = \frac{C_4^2}{C_{14}^2} = \frac{6}{91}$$

$$\mathbb{P}(A|B_3) = \frac{C_5^2}{C_{14}^2} = \frac{10}{91}$$

Theo công thức xác suất đầy đủ

$$\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(B_1)\mathbb{P}(A|B_1) + \mathbb{P}(B_2)\mathbb{P}(A|B_2) + \mathbb{P}(B_3)\mathbb{P}(A|B_3)$$
$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{10}{91} + \frac{1}{3} \cdot \frac{6}{91} + \frac{1}{3} \cdot \frac{10}{91} = \frac{2}{21}.$$

Ví dụ 4

Có hai cái hộp, hộp thứ nhất có 3 bi trắng và 4 bi đen, hộp thứ hai có 4 bi trắng và 6 bi đen. Từ mỗi hộp ta lấy ra ngẫu nhiên ra một viên bi. Sau khi lấy ngẫu nhiên từ mỗi hộp ra một viên bi, các viên bi còn lại trong hai hộp được dồn hết về một hộp thứ ba. Từ hộp thứ ba lấy ngẫu nhiên ra một viên bi. Tính xác suất để viên bi lấy ra từ hộp thứ ba là bi đen.



Gọi A là biến cố: "Lấy được viên bi đen từ hộp thứ ba".

Gọi A là biến cố: "Lấy được viên bi đen từ hộp thứ ba".

Gọi B_1 là biến cố: "Lấy được bi trắng từ hộp thứ nhất và bi trắng từ hộp thứ hai".

Gọi A là biến cố: "Lấy được viên bi đen từ hộp thứ ba".

Gọi B_1 là biến cố: "Lấy được bi trắng từ hộp thứ nhất và bi trắng từ hộp thứ hai".

Gọi B_2 là biến cố: "Lấy được bi trắng từ hộp thứ nhất và bi đen từ hộp thứ hai".

Gọi A là biến cố: "Lấy được viên bi đen từ hộp thứ ba".

Gọi B_1 là biến cố: "Lấy được bi trắng từ hộp thứ nhất và bi trắng từ hộp thứ hai".

Gọi B_2 là biến cố: "Lấy được bi trắng từ hộp thứ nhất và bi đen từ hộp thứ hai".

Gọi B_3 là biến cố: "Lấy được bi đen từ hộp thứ nhất và bi trắng từ hộp thứ hai".

Gọi A là biến cố: "Lấy được viên bi đen từ hộp thứ ba".

Gọi B_1 là biến cố: "Lấy được bi trắng từ hộp thứ nhất và bi trắng từ hộp thứ hai".

Gọi B_2 là biến cố: "Lấy được bi trắng từ hộp thứ nhất và bi đen từ hộp thứ hai".

Gọi B_3 là biến cố: "Lấy được bi đen từ hộp thứ nhất và bi trắng từ hộp thứ hai".

Gọi B_4 là biến cố: "Lấy được bi đen từ hộp thứ nhất và bi đen từ hộp thứ hai".

Gọi A là biến cố: "Lấy được viên bi đen từ hộp thứ ba".

Gọi B_1 là biến cố: "Lấy được bi trắng từ hộp thứ nhất và bi trắng từ hộp thứ hai".

Gọi B_2 là biến cố: "Lấy được bi trắng từ hộp thứ nhất và bi đen từ hộp thứ hai".

Gọi B_3 là biến cố: "Lấy được bi đen từ hộp thứ nhất và bi trắng từ hộp thứ hai".

Gọi B_4 là biến cố: "Lấy được bi đen từ hộp thứ nhất và bi đen từ hộp thứ hai".

Khi đó hệ $\{B_1, B_2, B_3, B_4\}$ là một hệ đầy đủ các biến cố.

Gọi A là biến cố: "Lấy được viên bi đen từ hộp thứ ba".

Gọi B_1 là biến cố: "Lấy được bi trắng từ hộp thứ nhất và bi trắng từ hộp thứ hai".

Gọi B_2 là biến cố: "Lấy được bi trắng từ hộp thứ nhất và bi đen từ hộp thứ hai".

Gọi B_3 là biến cố: "Lấy được bi đen từ hộp thứ nhất và bi trắng từ hộp thứ hai".

Gọi B_4 là biến cố: "Lấy được bi đen từ hộp thứ nhất và bi đen từ hộp thứ hai".

Khi đó hệ $\{B_1, B_2, B_3, B_4\}$ là một hệ đầy đủ các biến cố.

Gọi A_1 là biến cố: "Lấy được bi trắng từ hộp thứ nhất",

Gọi A là biến cố: "Lấy được viên bi đen từ hộp thứ ba".

Gọi B_1 là biến cố: "Lấy được bi trắng từ hộp thứ nhất và bi trắng từ hộp thứ hai".

Gọi B_2 là biến cố: "Lấy được bi trắng từ hộp thứ nhất và bi đen từ hộp thứ hai".

Gọi B_3 là biến cố: "Lấy được bi đen từ hộp thứ nhất và bi trắng từ hộp thứ hai".

Gọi B_4 là biến cố: "Lấy được bi đen từ hộp thứ nhất và bi đen từ hộp thứ hai".

Khi đó hệ $\{B_1, B_2, B_3, B_4\}$ là một hệ đầy đủ các biến cố.

Gọi A_1 là biến cố: "Lấy được bi trắng từ hộp thứ nhất", A_2 là biến cố:

"Lấy được bi trắng từ hộp thứ hai".

$$\mathbb{P}(B_1) = \mathbb{P}(A_1 A_2)$$

$$\mathbb{P}(B_1) = \mathbb{P}(A_1 A_2) = \mathbb{P}(A_1) \mathbb{P}(A_2)$$

$$\mathbb{P}(B_1) = \mathbb{P}(A_1 A_2) = \mathbb{P}(A_1) \mathbb{P}(A_2) = \frac{C_3^1}{C_7^1} \cdot \frac{C_4^1}{C_{10}^1}$$

$$\mathbb{P}(B_1) = \mathbb{P}(A_1 A_2) = \mathbb{P}(A_1) \mathbb{P}(A_2) = \frac{C_3^1}{C_7^1} \cdot \frac{C_4^1}{C_{10}^1} = \frac{12}{70}$$

$$\mathbb{P}(B_1) = \mathbb{P}(A_1 A_2) = \mathbb{P}(A_1) \mathbb{P}(A_2) = \frac{C_3^1}{C_7^1} \cdot \frac{C_4^1}{C_{10}^1} = \frac{12}{70}$$

$$\mathbb{P}(A|B_1) = \frac{C_{10}^1}{C_{15}^1} = \frac{10}{15}$$

$$\mathbb{P}(B_1) = \mathbb{P}(A_1 A_2) = \mathbb{P}(A_1) \mathbb{P}(A_2) = \frac{C_3^1}{C_7^1} \cdot \frac{C_4^1}{C_{10}^1} = \frac{12}{70}$$

$$\mathbb{P}(A|B_1) = \frac{C_{10}^1}{C_{15}^1} = \frac{10}{15}.$$

Vì A_1, A_2 độc lập nên $A_1, \overline{A_2}$ độc lập.

$$\mathbb{P}(B_1) = \mathbb{P}(A_1 A_2) = \mathbb{P}(A_1) \mathbb{P}(A_2) = \frac{C_3^1}{C_7^1} \cdot \frac{C_4^1}{C_{10}^1} = \frac{12}{70}$$

$$\mathbb{P}(A|B_1) = \frac{C_{10}^1}{C_{15}^1} = \frac{10}{15}.$$

Vì A_1, A_2 độc lập nên $A_1, \overline{A_2}$ độc lập.

$$\mathbb{P}(B_2) = \mathbb{P}(A_1 \overline{A_2})$$

$$\mathbb{P}(B_1) = \mathbb{P}(A_1 A_2) = \mathbb{P}(A_1) \mathbb{P}(A_2) = \frac{C_3^1}{C_7^1} \cdot \frac{C_4^1}{C_{10}^1} = \frac{12}{70}$$

$$\mathbb{P}(A|B_1) = \frac{C_{10}^1}{C_{15}^1} = \frac{10}{15}.$$

Vì A_1, A_2 độc lập nên $A_1, \overline{A_2}$ độc lập.

$$\mathbb{P}(B_2) = \mathbb{P}(A_1 \overline{A_2}) = \mathbb{P}(A_1) \mathbb{P}(\overline{A_2})$$

$$\mathbb{P}(B_1) = \mathbb{P}(A_1 A_2) = \mathbb{P}(A_1) \mathbb{P}(A_2) = \frac{C_3^1}{C_7^1} \cdot \frac{C_4^1}{C_{10}^1} = \frac{12}{70}$$

$$\mathbb{P}(A|B_1) = \frac{C_{10}^1}{C_{15}^1} = \frac{10}{15}.$$

Vì A_1, A_2 độc lập nên $A_1, \overline{A_2}$ độc lập.

$$\mathbb{P}(B_2) = \mathbb{P}(A_1 \overline{A_2}) = \mathbb{P}(A_1) \mathbb{P}(\overline{A_2}) = \frac{C_3^1}{C_7^1} \cdot \frac{C_6^1}{C_{10}^1}$$

$$\mathbb{P}(B_1) = \mathbb{P}(A_1 A_2) = \mathbb{P}(A_1) \mathbb{P}(A_2) = \frac{C_3^1}{C_7^1} \cdot \frac{C_4^1}{C_{10}^1} = \frac{12}{70}$$

$$\mathbb{P}(A|B_1) = \frac{C_{10}^1}{C_{15}^1} = \frac{10}{15}.$$

Vì A_1, A_2 độc lập nên $A_1, \overline{A_2}$ độc lập.

$$\mathbb{P}(B_2) = \mathbb{P}(A_1 \overline{A_2}) = \mathbb{P}(A_1) \mathbb{P}(\overline{A_2}) = \frac{C_3^1}{C_7^1} \cdot \frac{C_6^1}{C_{10}^1} = \frac{18}{70}$$

$$\mathbb{P}(B_1) = \mathbb{P}(A_1 A_2) = \mathbb{P}(A_1) \mathbb{P}(A_2) = \frac{C_3^1}{C_7^1} \cdot \frac{C_4^1}{C_{10}^1} = \frac{12}{70}$$

$$\mathbb{P}(A|B_1) = \frac{C_{10}^1}{C_{15}^1} = \frac{10}{15}.$$

Vì A_1, A_2 độc lập nên $A_1, \overline{A_2}$ độc lập.

$$\mathbb{P}(B_2) = \mathbb{P}(A_1 \overline{A_2}) = \mathbb{P}(A_1) \mathbb{P}(\overline{A_2}) = \frac{C_3^1}{C_7^1} \cdot \frac{C_6^1}{C_{10}^1} = \frac{18}{70}$$

$$\mathbb{P}(A|B_2) = \frac{C_9^1}{C_{15}^1} = \frac{9}{15}.$$

$$\mathbb{P}(B_3) = \mathbb{P}(\overline{A_1}A_2)$$

$$\mathbb{P}(B_3) = \mathbb{P}(\overline{A_1}A_2) = \mathbb{P}(\overline{A_1})\mathbb{P}(A_2)$$

$$\mathbb{P}(B_3) = \mathbb{P}(\overline{A_1}A_2) = \mathbb{P}(\overline{A_1})\mathbb{P}(A_2) = \frac{C_4^1}{C_7^1} \cdot \frac{C_4^1}{C_{10}^1}$$

$$\mathbb{P}(B_3) = \mathbb{P}(\overline{A_1}A_2) = \mathbb{P}(\overline{A_1})\mathbb{P}(A_2) = \frac{C_4^1}{C_7^1} \cdot \frac{C_4^1}{C_{10}^1} = \frac{16}{70}$$

$$\mathbb{P}(B_3) = \mathbb{P}(\overline{A_1}A_2) = \mathbb{P}(\overline{A_1})\mathbb{P}(A_2) = \frac{C_4^1}{C_7^1} \cdot \frac{C_4^1}{C_{10}^1} = \frac{16}{70}$$

$$\mathbb{P}(A|B_3) = \frac{C_9^1}{C_{15}^1} = \frac{9}{15}$$

Do đó

$$\mathbb{P}(B_3) = \mathbb{P}(\overline{A_1}A_2) = \mathbb{P}(\overline{A_1})\mathbb{P}(A_2) = \frac{C_4^1}{C_7^1} \cdot \frac{C_4^1}{C_{10}^1} = \frac{16}{70}$$

$$\mathbb{P}(A|B_3) = \frac{C_9^1}{C_{15}^1} = \frac{9}{15}.$$

Vì A_1, A_2 độc lập nên $\overline{A_1}, \overline{A_2}$ độc lập.

Do đó

$$\mathbb{P}(B_3) = \mathbb{P}(\overline{A_1}A_2) = \mathbb{P}(\overline{A_1})\mathbb{P}(A_2) = \frac{C_4^1}{C_7^1} \cdot \frac{C_4^1}{C_{10}^1} = \frac{16}{70}$$

$$\mathbb{P}(A|B_3) = \frac{C_9^1}{C_{15}^1} = \frac{9}{15}.$$

Vì A_1, A_2 độc lập nên $\overline{A_1}, \overline{A_2}$ độc lập.

$$\mathbb{P}(B_4) = \mathbb{P}(\overline{A_1}.\overline{A_2})$$

Do đó

$$\mathbb{P}(B_3) = \mathbb{P}(\overline{A_1}A_2) = \mathbb{P}(\overline{A_1})\mathbb{P}(A_2) = \frac{C_4^1}{C_7^1} \cdot \frac{C_4^1}{C_{10}^1} = \frac{16}{70}$$

$$\mathbb{P}(A|B_3) = \frac{C_9^1}{C_{15}^1} = \frac{9}{15}.$$

Vì A_1, A_2 độc lập nên $\overline{A_1}, \overline{A_2}$ độc lập.

$$\mathbb{P}(B_4) = \mathbb{P}(\overline{A_1}.\overline{A_2}) = \mathbb{P}(\overline{A_1})\mathbb{P}(\overline{A_2})$$

Do đó

$$\mathbb{P}(B_3) = \mathbb{P}(\overline{A_1}A_2) = \mathbb{P}(\overline{A_1})\mathbb{P}(A_2) = \frac{C_4^1}{C_7^1} \cdot \frac{C_4^1}{C_{10}^1} = \frac{16}{70}$$

$$\mathbb{P}(A|B_3) = \frac{C_9^1}{C_{15}^1} = \frac{9}{15}.$$

Vì A_1, A_2 độc lập nên $\overline{A_1}, \overline{A_2}$ độc lập.

$$\mathbb{P}(B_4) = \mathbb{P}(\overline{A_1}.\overline{A_2}) = \mathbb{P}(\overline{A_1})\mathbb{P}(\overline{A_2}) = \frac{C_4^1}{C_7^1} \cdot \frac{C_6^1}{C_{10}^1}$$

Do đó

$$\mathbb{P}(B_3) = \mathbb{P}(\overline{A_1}A_2) = \mathbb{P}(\overline{A_1})\mathbb{P}(A_2) = \frac{C_4^1}{C_7^1} \cdot \frac{C_4^1}{C_{10}^1} = \frac{16}{70}$$

$$\mathbb{P}(A|B_3) = \frac{C_9^1}{C_{15}^1} = \frac{9}{15}.$$

Vì A_1, A_2 độc lập nên $\overline{A_1}, \overline{A_2}$ độc lập.

$$\mathbb{P}(B_4) = \mathbb{P}(\overline{A_1}.\overline{A_2}) = \mathbb{P}(\overline{A_1})\mathbb{P}(\overline{A_2}) = \frac{C_4^1}{C_7^1} \cdot \frac{C_6^1}{C_{10}^1} = \frac{24}{70}$$

Do đó

$$\mathbb{P}(B_3) = \mathbb{P}(\overline{A_1}A_2) = \mathbb{P}(\overline{A_1})\mathbb{P}(A_2) = \frac{C_4^1}{C_7^1} \cdot \frac{C_4^1}{C_{10}^1} = \frac{16}{70}$$

$$\mathbb{P}(A|B_3) = \frac{C_9^1}{C_{15}^1} = \frac{9}{15}.$$

Vì A_1, A_2 độc lập nên $\overline{A_1}, \overline{A_2}$ độc lập.

$$\mathbb{P}(B_4) = \mathbb{P}(\overline{A_1}.\overline{A_2}) = \mathbb{P}(\overline{A_1})\mathbb{P}(\overline{A_2}) = \frac{C_4^1}{C_7^1} \cdot \frac{C_6^1}{C_{10}^1} = \frac{24}{70}$$

$$\mathbb{P}(A|B_4) = \frac{C_8^1}{C_{15}^1} = \frac{8}{15}.$$

Theo công thức xác suất đầy đủ

$$\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(B_1)\mathbb{P}(A|B_1) + \mathbb{P}(B_2)\mathbb{P}(A|B_2) + \mathbb{P}(B_3)\mathbb{P}(A|B_3) + \mathbb{P}(B_4)\mathbb{P}(A|B_4)$$

Theo công thức xác suất đầy đủ

$$\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(B_1)\mathbb{P}(A|B_1) + \mathbb{P}(B_2)\mathbb{P}(A|B_2) + \mathbb{P}(B_3)\mathbb{P}(A|B_3) + \mathbb{P}(B_4)\mathbb{P}(A|B_4)$$
$$= \frac{12}{70} \cdot \frac{10}{15} + \frac{18}{70} \cdot \frac{9}{15} + \frac{16}{70} \cdot \frac{9}{15} + \frac{24}{70} \cdot \frac{8}{15}$$

Theo công thức xác suất đầy đủ

 $\overline{175}$

$$\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(B_1)\mathbb{P}(A|B_1) + \mathbb{P}(B_2)\mathbb{P}(A|B_2) + \mathbb{P}(B_3)\mathbb{P}(A|B_3) + \mathbb{P}(B_4)\mathbb{P}(A|B_4)$$

$$= \frac{12}{70} \cdot \frac{10}{15} + \frac{18}{70} \cdot \frac{9}{15} + \frac{16}{70} \cdot \frac{9}{15} + \frac{24}{70} \cdot \frac{8}{15}$$

Bài 4: Dãy phép thử Bernoulli

1) Dãy phép thử Bernoulli và công thức Bernoulli

1) Dãy phép thử Bernoulli và công thức Bernoulli

 \bullet Dãy n phép thử Bernoulli là một dãy gồm n phép thử thỏa mãn điều kiện

1) Dãy phép thử Bernoulli và công thức Bernoulli

ullet Dãy n phép thử Bernoulli là một dãy gồm n phép thử thỏa mãn điều kiện xác suất để một biến cố A xảy ra trong mỗi phép thử đều bằng p

1) Dãy phép thử Bernoulli và công thức Bernoulli

ullet Dãy n phép thử Bernoulli là một dãy gồm n phép thử thỏa mãn điều kiện xác suất để một biến cố A xảy ra trong mỗi phép thử đều bằng p và việc xảy ra hay không xảy ra biến cố A trong mỗi lần thực hiện phép thử là độc lập với nhau.

1) Dãy phép thử Bernoulli và công thức Bernoulli

ullet Dãy n phép thử Bernoulli là một dãy gồm n phép thử thỏa mãn điều kiện xác suất để một biến cố A xảy ra trong mỗi phép thử đều bằng p và việc xảy ra hay không xảy ra biến cố A trong mỗi lần thực hiện phép thử là độc lập với nhau.

Ví dụ:

1) Dãy phép thử Bernoulli và công thức Bernoulli

ullet Dãy n phép thử Bernoulli là một dãy gồm n phép thử thỏa mãn điều kiện xác suất để một biến cố A xảy ra trong mỗi phép thử đều bằng p và việc xảy ra hay không xảy ra biến cố A trong mỗi lần thực hiện phép thử là độc lập với nhau.

Ví dụ: Tung một đồng xu cân đối đồng chất n lần là một dãy n phép thử Bernoulli với A là biến cố: "Xuất hiện mặt sấp" và $p = \frac{1}{2}$.

1) Dãy phép thử Bernoulli và công thức Bernoulli

- ullet Dãy n phép thử Bernoulli là một dãy gồm n phép thử thỏa mãn điều kiện xác suất để một biến cố A xảy ra trong mỗi phép thử đều bằng p và việc xảy ra hay không xảy ra biến cố A trong mỗi lần thực hiện phép thử là độc lập với nhau.
- Ví dụ: Tung một đồng xu cân đối đồng chất n lần là một dãy n phép thử Bernoulli với A là biến cố: "Xuất hiện mặt sấp" và $p = \frac{1}{2}$.
- Gọi $\mathbb{P}_n(k;p)$ là xác suất để biến cố A xuất hiện k lần trong dãy n phép thử Bernoulli, $k=0,1,\ldots,n,$

1) Dãy phép thử Bernoulli và công thức Bernoulli

- ullet Dãy n phép thử Bernoulli là một dãy gồm n phép thử thỏa mãn điều kiện xác suất để một biến cố A xảy ra trong mỗi phép thử đều bằng p và việc xảy ra hay không xảy ra biến cố A trong mỗi lần thực hiện phép thử là độc lập với nhau.
- Ví dụ: Tung một đồng xu cân đối đồng chất n lần là một dãy n phép thử Bernoulli với A là biến cố: "Xuất hiện mặt sấp" và $p = \frac{1}{2}$.
- Gọi $\mathbb{P}_n(k;p)$ là xác suất để biến cố A xuất hiện k lần trong dãy n phép thử Bernoulli, $k=0,1,\ldots,n$, ta có công thức Bernoulli

$$\mathbb{P}_n(k;p) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}, k = 0, 1, \dots, n.$$

Tính xác suất để khi tung con xúc xắc năm lần thì có hai lần xuất hiện mặt có số chấm lớn hơn hoặc bằng năm.

Tính xác suất để khi tung con xúc xắc năm lần thì có hai lần xuất hiện mặt có số chấm lớn hơn hoặc bằng năm.

Lời giải

Tính xác suất để khi tung con xúc xắc năm lần thì có hai lần xuất hiện mặt có số chấm lớn hơn hoặc bằng năm.

Lời giải

Xác suất để khi tung xúc xắc thì xuất hiện mặt có số chấm ≥ 5 bằng

$$p = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Tính xác suất để khi tung con xúc xắc năm lần thì có hai lần xuất hiện mặt có số chấm lớn hơn hoặc bằng năm.

Lời giải

Xác suất để khi tung xúc xắc thì xuất hiện mặt có số chấm ≥ 5 bằng $p = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$. Theo công thức Bernoulli thì xác suất cần tìm bằng

$$\mathbb{P}_5\left(2;\frac{1}{3}\right)$$

Tính xác suất để khi tung con xúc xắc năm lần thì có hai lần xuất hiện mặt có số chấm lớn hơn hoặc bằng năm.

Lời giải

Xác suất để khi tung xúc xắc thì xuất hiện mặt có số chấm ≥ 5 bằng $p = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$. Theo công thức Bernoulli thì xác suất cần tìm bằng

$$\mathbb{P}_5\left(2; \frac{1}{3}\right) = C_5^2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(1 - \frac{1}{3}\right)^{5-2}$$

Tính xác suất để khi tung con xúc xắc năm lần thì có hai lần xuất hiện mặt có số chấm lớn hơn hoặc bằng năm.

Lời giải

Xác suất để khi tung xúc xắc thì xuất hiện mặt có số chấm ≥ 5 bằng $p = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$. Theo công thức Bernoulli thì xác suất cần tìm bằng

$$\mathbb{P}_5\left(2; \frac{1}{3}\right) = C_5^2\left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(1 - \frac{1}{3}\right)^{5-2} = \frac{80}{243}$$

• Thực hiện dãy n phép thử Bernoulli.

ullet Thực hiện dãy n phép thử Bernoulli. Biến cố A có thể xuất hiện 0 lần, 1 lần, 2 lần, . . . , và tối đa là n lần.

• Thực hiện dãy n phép thử Bernoulli. Biến cố A có thể xuất hiện 0 lần, 1 lần, 2 lần, . . ., và tối đa là n lần. Giả sử biến cố A xuất hiện k_0 lần là khả năng lớn nhất.

• Thực hiện dãy n phép thử Bernoulli. Biến cố A có thể xuất hiện 0 lần, 1 lần, 2 lần, \dots , và tối đa là n lần. Giả sử biến cố A xuất hiện k_0 lần là khả năng lớn nhất. Khi đó k_0 được gọi là số lần xuất hiện có khả năng xảy ra lớn nhất của dãy n phép thử Bernoulli.

• Thực hiện dãy n phép thử Bernoulli. Biến cố A có thể xuất hiện 0 lần, 1 lần, 2 lần, \dots , và tối đa là n lần. Giả sử biến cố A xuất hiện k_0 lần là khả năng lớn nhất. Khi đó k_0 được gọi là số lần xuất hiện có khả năng xảy ra lớn nhất của dãy n phép thử Bernoulli.

Cách tìm k_0

• Thực hiện dãy n phép thử Bernoulli. Biến cố A có thể xuất hiện 0 lần, 1 lần, 2 lần, \dots , và tối đa là n lần. Giả sử biến cố A xuất hiện k_0 lần là khả năng lớn nhất. Khi đó k_0 được gọi là số lần xuất hiện có khả năng xảy ra lớn nhất của dãy n phép thử Bernoulli.

Cách tìm k_0

a) Nếu (n+1)p không là số nguyên thì $k_0 = [(n+1)p]$ (ở đây [x] là số nguyên lớn nhất không vượt quá x).

• Thực hiện dãy n phép thử Bernoulli. Biến cố A có thể xuất hiện 0 lần, 1 lần, 2 lần, \dots , và tối đa là n lần. Giả sử biến cố A xuất hiện k_0 lần là khả năng lớn nhất. Khi đó k_0 được gọi là số lần xuất hiện có khả năng xảy ra lớn nhất của dãy n phép thử Bernoulli.

Cách tìm k_0

- a) Nếu (n+1)p không là số nguyên thì $k_0 = [(n+1)p]$ (ở đây [x] là số nguyên lớn nhất không vượt quá x).
- b) Nếu (n+1)p là số nguyên thì $k_0 = (n+1)p$ và $k_0 = (n+1)p 1$ là các số lần xuất hiện có khả năng nhất.

Chọn ngẫu nhiên lần lượt 15 sản phẩm từ một lô hàng có tỷ lệ phế phẩm là 20%.

- a) Tính xác suất để trong 15 sản phẩm chọn được có ít nhất 1 phế phẩm.
- b) Tìm số phế phẩm có khả năng chọn được cao nhất và tính xác suất đó.

Chọn ngẫu nhiên lần lượt 15 sản phẩm từ một lô hàng có tỷ lệ phế phẩm là 20%.

- a) Tính xác suất để trong 15 sản phẩm chọn được có ít nhất 1 phế phẩm.
- b) Tìm số phế phẩm có khả năng chọn được cao nhất và tính xác suất đó.

Lời giải

- Chọn ngẫu nhiên lần lượt 15 sản phẩm từ một lô hàng có tỷ lệ phế phẩm là 20%.
- a) Tính xác suất để trong 15 sản phẩm chọn được có ít nhất 1 phế phẩm.
- b) Tìm số phế phẩm có khả năng chọn được cao nhất và tính xác suất đó.

Lời giải

Chọn ngẫu nhiên lần lượt 15 sản phẩm từ lô hàng là thực hiện 15 phép thử Bernoulli. Trong mỗi lần thực hiện phép thử thì xác suất chọn được phế phẩm là 0, 2.

a) Gọi A là biến cố: "Chọn được ít nhất 1 phế phẩm trong 15 sản phẩm",

$$\Rightarrow \mathbb{P}(\overline{A}) = \mathbb{P}_{15}(0; 0, 2)$$

$$\Rightarrow \mathbb{P}(\overline{A}) = \mathbb{P}_{15}(0;0,2) = C_{15}^{0}(0,2)^{0}(1-0,2)^{15-0}$$

$$\Rightarrow \mathbb{P}(\overline{A}) = \mathbb{P}_{15}(0;0,2) = C_{15}^{0}(0,2)^{0}(1-0,2)^{15-0} \approx 0,0352.$$

$$\Rightarrow \mathbb{P}(\overline{A}) = \mathbb{P}_{15}(0;0,2) = C_{15}^{0}(0,2)^{0}(1-0,2)^{15-0} \approx 0,0352.$$

Vậy

$$\mathbb{P}(A) = 1 - \mathbb{P}(\overline{A})$$

$$\Rightarrow \mathbb{P}(\overline{A}) = \mathbb{P}_{15}(0;0,2) = C_{15}^{0}(0,2)^{0}(1-0,2)^{15-0} \approx 0,0352.$$

Vậy

$$\mathbb{P}(A) = 1 - \mathbb{P}(\overline{A}) = 1 - 0,0352$$

$$\Rightarrow \mathbb{P}(\overline{A}) = \mathbb{P}_{15}(0;0,2) = C_{15}^{0}(0,2)^{0}(1-0,2)^{15-0} \approx 0,0352.$$

Vậy

$$\mathbb{P}(A) = 1 - \mathbb{P}(\overline{A}) = 1 - 0,0352 = 0,9648.$$

$$\Rightarrow \mathbb{P}(\overline{A}) = \mathbb{P}_{15}(0;0,2) = C_{15}^{0}(0,2)^{0}(1-0,2)^{15-0} \approx 0,0352.$$

Vây

$$\mathbb{P}(A) = 1 - \mathbb{P}(\overline{A}) = 1 - 0,0352 = 0,9648.$$

$$n = 15,$$

$$\Rightarrow \mathbb{P}(\overline{A}) = \mathbb{P}_{15}(0;0,2) = C_{15}^{0}(0,2)^{0}(1-0,2)^{15-0} \approx 0,0352.$$

Vậy

$$\mathbb{P}(A) = 1 - \mathbb{P}(\overline{A}) = 1 - 0,0352 = 0,9648.$$

$$n = 15, p = 0, 2$$

$$\Rightarrow \mathbb{P}(\overline{A}) = \mathbb{P}_{15}(0;0,2) = C_{15}^{0}(0,2)^{0}(1-0,2)^{15-0} \approx 0,0352.$$

Vậy

$$\mathbb{P}(A) = 1 - \mathbb{P}(\overline{A}) = 1 - 0,0352 = 0,9648.$$

$$n = 15, p = 0, 2 \Rightarrow (n+1)p = 3, 2$$

$$\Rightarrow \mathbb{P}(\overline{A}) = \mathbb{P}_{15}(0;0,2) = C_{15}^{0}(0,2)^{0}(1-0,2)^{15-0} \approx 0,0352.$$

Vậy

$$\mathbb{P}(A) = 1 - \mathbb{P}(\overline{A}) = 1 - 0,0352 = 0,9648.$$

$$n = 15, p = 0, 2 \Rightarrow (n+1)p = 3, 2 \Rightarrow [(n+1)p] = 3.$$

$$\Rightarrow \mathbb{P}(\overline{A}) = \mathbb{P}_{15}(0;0,2) = C_{15}^{0}(0,2)^{0}(1-0,2)^{15-0} \approx 0,0352.$$

Vậy

$$\mathbb{P}(A) = 1 - \mathbb{P}(\overline{A}) = 1 - 0,0352 = 0,9648.$$

b) Ta có

$$n = 15, p = 0, 2 \Rightarrow (n+1)p = 3, 2 \Rightarrow [(n+1)p] = 3.$$

Vậy số phế phẩm có khả năng chọn được cao nhất là 3.

$$\Rightarrow \mathbb{P}(\overline{A}) = \mathbb{P}_{15}(0;0,2) = C_{15}^{0}(0,2)^{0}(1-0,2)^{15-0} \approx 0,0352.$$

Vậy

$$\mathbb{P}(A) = 1 - \mathbb{P}(\overline{A}) = 1 - 0,0352 = 0,9648.$$

b) Ta có

$$n = 15, p = 0, 2 \Rightarrow (n+1)p = 3, 2 \Rightarrow [(n+1)p] = 3.$$

Vậy số phế phẩm có khả năng chọn được cao nhất là 3.

Xác suất cần tìm là

$$\mathbb{P}_{15}(3;0,2)$$

$$\Rightarrow \mathbb{P}(\overline{A}) = \mathbb{P}_{15}(0;0,2) = C_{15}^{0}(0,2)^{0}(1-0,2)^{15-0} \approx 0,0352.$$

Vậy

$$\mathbb{P}(A) = 1 - \mathbb{P}(\overline{A}) = 1 - 0,0352 = 0,9648.$$

b) Ta có

$$n = 15, p = 0, 2 \Rightarrow (n+1)p = 3, 2 \Rightarrow [(n+1)p] = 3.$$

Vậy số phế phẩm có khả năng chọn được cao nhất là 3.

Xác suất cần tìm là

$$\mathbb{P}_{15}(3;0,2) = C_{15}^3(0,2)^3(1-0,2)^{15-3}$$

$$\Rightarrow \mathbb{P}(\overline{A}) = \mathbb{P}_{15}(0;0,2) = C_{15}^{0}(0,2)^{0}(1-0,2)^{15-0} \approx 0,0352.$$

Vậy

$$\mathbb{P}(A) = 1 - \mathbb{P}(\overline{A}) = 1 - 0,0352 = 0,9648.$$

b) Ta có

$$n = 15, p = 0, 2 \Rightarrow (n+1)p = 3, 2 \Rightarrow [(n+1)p] = 3.$$

Vậy số phế phẩm có khả năng chọn được cao nhất là 3.

Xác suất cần tìm là

$$\mathbb{P}_{15}(3;0,2) = C_{15}^3(0,2)^3(1-0,2)^{15-3} \approx 0,2501.$$