

## Задача 1

Полностью объяснить задачу из второго задания № 5. Под «полностью объяснить» подразумевается все — от свойств используемых структур данных до строчек кода.

*Формат сдачи — предоставленный исходный код плюс устная беседа по нему.*

## Задача 2

Разобрать алгоритм наивного поиска максимальной повторяющейся подстроки (см. ниже). Оценить асимптотическую сложность алгоритма.

*Формат сдачи — названная асимптотическая сложность (как «О большое от чего-то») плюс устная беседа по алгоритму.*

## Задача 3

На базе любой удобной задачи второго задания реализовать структуру данных и интерфейс к ней (указаны ниже). Программа при запуске должна читать команды из файла `commands.txt`, выполнять их, печатать результат на экран и завершаться. Никаких интерактивных действий от пользователя не предполагается.

**Структура данных:** двухсвязный список

**Тип данных:** строка не более 15 символов

**Состав инструкций в `commands.txt`:**

INSERT A — добавить элемент со значением A, ничего не печатать. Если такой элемент уже есть — добавить еще одну копию.

FIND A — найти элемент со значением A. Если элемент найден, напечатать FOUND. Если не найден — напечатать NOT FOUND.

DELETE A — найти и удалить элемент со значением A. Если элемента нет — ничего не делать. Если элементов несколько — удалить одну из копий.

DEDUP A — из всех вхождений элемента со значением A оставить только одно (первое), остальные удалить.

**Пример:**

Инструкции в файле:

INSERT alice

INSERT alice

INSERT alice

DEDUP alice

DELETE alice

FIND alice

Вывод программы:

NOT FOUND (так как после DEDUP осталась только одна alice, которую потом удалили)

*Формат сдачи — предоставленный исходный код плюс устная беседа по нему.*

## Наивный поиск максимальной повторяющейся подстроки

Строка  $x$  длины  $|x| = m$  записывается как  $x_1x_2 \dots x_m$ , где  $x_i$  представляет  $i$ -й символ  $x$ .

Подстрока  $x_ix_{i+1} \dots x_j$  строки  $x$ , где  $i \leq j \leq m$ , будет обозначаться  $x(i,j)$ . В случае, когда  $i > j$ , обращенная подстрока обозначается так  $x_R(i,j)$ .

Обычно  $x$  будет обозначать искомый образец, а  $y$  – текстовую строку;  $|x| = m$ ,  $|y| = n$  и, конечно,  $m \leq n$ .

Пример:

$x = \text{trismegistus}$

$|x| = 12$

$x(7,10) = \text{gist}$

$x_R(7,4) = \text{gems}$

Задача нахождения самой длинной подстроки (longest repeated substring), появляющейся в данной строке более одного раза, можно сформулировать следующим образом.

Для данной строки  $y$ ,  $|y| = n > 0$ , найти самую длинную подстроку, встречающуюся в  $y$  больше одного раза.

Самая длинная повторяющаяся подстрока – это самая длинная из строк максимальной длины  $x$ , такая что  $y = uxvxw$  для некоторых строк  $u$ ,  $v$  и  $w$ , где  $|u| > 0$ ,  $|v| > 0$  и  $|w| > 0$ .

Максимальная повторяющаяся подстрока – это подстрока, имеющая в данной строке не меньше двух различных вхождений, причем сопоставление нельзя продолжить ни в одном направлении. Рассмотрим, например, строку PABCQRABCSABTU. Подстроки A, B, C, AB, BC и ABC повторяются. Строки AB и ABC являются максимальными повторяющимися подстроками, и, таким образом, ABC является самой длинной повторяющейся подстрокой.

Наивный подход к решению этой задачи состоит в следующем. Строится матрица  $M$  размерности  $n * n$ , такая что  $M_{i,j} = 1$  если  $y_i = y_j$ , и  $M_{i,j} = 0$  в противном случае. За исключением главной диагонали, все диагонали в матрице, состоящие из идущих подряд '1', представляют максимальные повторяющиеся подстроки, самая длинная из которых является, таким образом, самой длинной повторяющейся подстрокой. Обратите внимание, что матрица симметрична относительно главной диагонали, поэтому достаточно вычислять и обрабатывать только одну, скажем, верхнюю, ее половину (то есть элементы  $M_{1\dots n-1, i+1\dots n+1}$ ).

Наивный подход к задаче отыскания самой длинной повторяющейся подстроки для текстовой строки  $y$  может быть основан на матрице совпадений  $M$  размерности  $n * n$ . Элементы этой матрицы определяются следующим образом:

$$M_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{если } y_i = y_j \\ 0 & \text{в остальных случаях} \end{cases}$$

Такая матрица симметрична относительно главной диагонали. Поэтому надо вычислить только элементы над ней или под ней. Диагонали из смежных '1', за исключением главной, представляют повторения в строке  $y$ , там-то и нужно искать максимальные повторяющиеся подстроки. Вот пример матрицы совпадений для строки PABCQRABCSABTU

	<b>j</b>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
<b>i</b>		<b>P</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>Q</b>	<b>R</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>S</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>T</b>	<b>U</b>
1	<b>P</b>	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	<b>A</b>	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
3	<b>B</b>	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
4	<b>C</b>	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
5	<b>Q</b>	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	<b>R</b>	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
7	<b>A</b>	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
8	<b>B</b>	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
9	<b>C</b>	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
10	<b>S</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
11	<b>A</b>	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
12	<b>B</b>	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
13	<b>T</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
14	<b>U</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Из приведенной выше матрицы можно видеть, что максимальными повторяющимися подстроками в данном примере являются ABC, с вхождениями  $y(2, 4)$  и  $y(7, 9)$ , и AB, с вхождениями  $y(2, 3)$ ,  $y(7, 8)$  и  $y(11, 12)$ . Легко выбрать более длинную из них, а именно, ABC.