#### 7. Характеристики реальных оптических волокон

### 7. 1. Эффективность возбуждения оптических волокон

Для возбуждения одномодового волокна требуются источники света, обеспечивающие получение высокой мощности с малой площади. Для этой цели подходят полупроводниковые инжекционные лазеры. При попытке ввести в одномодовое волокно свет от некогерентного источника излучения, такого как светодиод, только очень малая часть световой мощности попадет в волокно. Поэтому применение светодиодов ограничено линиями связи, в которых используются многомодовые волоконные световоды. Оценим эффективность возбуждения оптических волокон когерентными и некогерентными источниками.

#### 7. 1. 1. Возбуждение одномодовых волокон гауссовым пучком

Рассмотрим задачу о возбуждении одномодового волоконного световода гауссовым пучком. Пусть поперечное распределение  $LP_{01}$  — моды волокна описывается функцией  $\psi_0(r)$  и на торец волокна падает волновой пучок с распределением  $\psi_s(r)$ . Тогда, пренебрегая потерями на френелевское отражение от торца, получим следующее выражение для относительной мощности, перешедшей в основную моду:

$$\eta = \frac{\left(\int_{0}^{\infty} \psi_{s}(r)\psi_{0}(r)rdr\right)^{2}}{\int_{0}^{\infty} \psi_{s}^{2}(r)rdr\int_{0}^{\infty} \psi_{0}^{2}(r)rdr}.$$
(7.1)

Предположим, что волоконный световод имеет неограниченный параболический профиль. В этом случае основная мода описывается функцией:

$$\psi_0(r) = \exp\left(-\frac{1}{2}\frac{r^2}{r_0^2}\right)$$
 (7.2)

где  $r_0$  – размер пятна моды.

У соосного гауссова пучка поле имеет вид

$$\psi_s(r) = \exp\left(-\frac{1}{2}\frac{r^2}{r_s^2}\right),\tag{7.3}$$

где  $r_s$  – размер пятна моды. Подставляя (7.2) и (7.3) в (7.1), получим

$$\eta = \frac{4r_s^2 r_0^2}{\left(r_s^2 + r_0^2\right)^2} \,. \tag{7.4}$$

При совпадении размеров пятен гауссового пучка и основной моды  $(r_s = r_0)$  вся мощность пучка переходит в основную моду:  $\eta = 1$ .

Нетрудно получить выражение для  $\eta$  в случае, когда гауссов пучок падает перпендикулярно торцу световода, но центр его смещен на величину d относительно оси. Поле пучка в этом случае теряет осевую симметрию и определяется выражением:

$$\psi_s(x,y) = \exp\left\{-\left[\left(x-d\right)^2/2r_s^2\right]\right\}.$$
 (7.5)

В формуле (7.1) однократные интегралы по радиусу должны быть заменены на двухкратные по площади поперечного сечения волокна. Выполнив интегрирование, получим

$$\eta = \frac{4r_s^2 r_0^2}{\left(r_s^2 + r_0^2\right)^2} \exp\left(-\frac{d^2}{r_s^2 + r_0^2}\right). \tag{7.6}$$

Если пучок направлен в центр волокна под небольшим углом  $\theta$  к его оси, то эффективность возбуждения выражается формулой

$$\eta = \frac{4r_s^2 r_0^2}{\left(r_s^2 + r_0^2\right)^2} \exp\left(-\frac{k^2 n^2 \theta^2 r_s^2 r_0^2}{r_s^2 + r_0^2}\right),\tag{7.7}$$

где n — показатель преломления внешней среды, в которой распространяется гауссов пучок.

В волокне с произвольным профилем показателя преломления поле основной моды можно приближенно представить в виде гауссовой функции с некоторым эффективным значением  $r_0$ . Изложим метод определения эффективного размера пятна  $r_0$ .

Поле основной  $LP_{01}$  — моды  $\psi_0(r)$  находится из краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения:

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{d}{dr} + k^2n^2(r) - \beta^2\right]\psi_0(r) = 0.$$
 (7.8)

Из теории дифференциальных уравнений известно, что для собственного значения этой краевой задачи можно выписать стационарный функционал:

$$\beta^{2} = \frac{\int_{0}^{\infty} \left[ k^{2} n^{2}(r) \psi_{0}(r) - \left( \frac{d \psi_{0}}{dr} \right)^{2} \right] r dr}{\int_{0}^{\infty} \psi_{0}^{2}(r) r dr}.$$
(7.9)

На точном решении задачи соотношение (7.9) выполняется тождественно. При подстановке в (7.9) приближенного решения  $\psi_0$  собственное значение  $\beta^2$  получаем с ошибкой, которая имеет второй порядок малости. Подставляя в (7.9) в качестве  $\psi_0$  функцию (7.2) и используя свойство стационарности

$$\frac{\partial \beta^2}{\partial r_0} = 0, \tag{7.10}$$

получаем уравнение для нахождения размера пятна  $r_0$ . Для профиля показателя преломления общего вида

$$n^{2}(r) = n_{0}^{2} \left[ 1 - 2\Delta f\left(\frac{r}{a}\right) \right] \tag{7.11}$$

это трансцендентное уравнение может быть представлено в следующей интегральной форме:

$$\frac{1}{V^2} = \int_0^\infty \frac{df(R)}{dR} R^2 \exp\left(-\frac{a^2}{r_0^2} R^2\right) dR, \ V = kan_0 \left(2\Delta\right)^{1/2}.$$
 (7.12)

В случае ступенчатого волокна производная  $\frac{df}{dR}$  имеет вид дельта-функции

$$\frac{df}{dR} = \delta(R - 1) \tag{7.13}$$

и для  $r_0$  получаем

$$r_0 = \frac{a}{(2\ln V)^{1/2}} \,. \tag{7.14}$$

На границе одномодового режима (V = 2,405) эффективный размер пятна равен  $r_0 = 0,75\,a$ , при  $V \to 1$  величина  $r_0$  неограниченно возрастает. При малых значениях V гауссовское приближение для ступенчатого профиля теряет физический смысл, так как поле основной моды медленно спадает вглубь оболочки и характер этого спада принципиально отличается от гауссовского закона.

Итак, если поле основной моды аппроксимировать выражением (7.2), то все результаты, полученные для неограниченного параболического профиля

справедливы и для произвольного профиля показателя преломления при условии, что размер пятна моды  $r_0$  найден из уравнения (7.12).

Одним из больших преимуществ гауссовой аппроксимации распределения поля, является возможность получить простые аналитические выражения для потерь при стыковке одномодовых волокон. Часть мощности, потерянная из — за линейных и угловых смещений стыкуемых световодов равна  $1-\eta$ , где величина  $\eta$  определяется формулами (7.6), (7.7).

# 7. 1. 2. Возбуждение многомодовых волоконных световодов ламбертовым источником

Для возбуждения многомодовых волокон, как правило, используют светодиоды. Эти источники света являются пространственно — некогерентными. Поля, излучаемые различными участками светодиода, имеют случайные фазы. При суперпозиции некогерентных полей суммируются их мощности. Поэтому некогерентное излучение целесообразно описывать лучевым методом, характеризуя его плотностью распределения лучей в четырехмерном фазовом пространстве  $\rho(p_x, p_y, x, y, z)$ . Величина  $\rho dp_x dp_y dx dy$  есть мощность, переносимая через сечение z = const лучами, содержащимися в элементарном объеме  $dp_x dp_y dx dy$  фазового пространства.

Диффузионный или ламбертов источник, расположенный в плоскости z=0, характеризуется тем, что каждый элемент его поверхности испускает лучи во всех направлениях  $|\theta| < \pi/2$ . Такому источнику соответствует функция плотности  $\rho = const$ . Рассчитаем энергетическую диаграмму направленности диффузионного источника, расположенного в воздухе (n=1). Достаточно ограничиться двумерным случаем, когда  $p = \sin\theta$  и, следовательно  $dp = \cos\theta d\theta$ . Поэтому при равномерном распределении лучей по фазовой переменной p распределение лучей по углу  $\theta$  будет описываться функцией  $\cos\theta$  (закон Ламберта). Равномерное распределение лучей по координате x означает одинаковую яркость всех участков поверхности излучателя.

Ввод излучения в многомодовый волоконный световод осуществляется через его торец либо непосредственно, либо через согласующие устройства, состоящие из линз или фоконов. Только лучи, параметры которых  $p_r$ ,  $p_{\varphi}$ , r удовлетворяют на входном торце волокна условию

$$n^{2}(r) - p_{r}^{2} - \frac{p_{\varphi}^{2}}{r^{2}} > n^{2}(a), \tag{7.15}$$

захватываются световодом, т. е. войдя в сердцевину световода, распространяются далее в ней без радиационных потерь. В фазовых переменных  $p_x$ ,  $p_y$ , x, y условие (7.15) имеет вид

$$n^{2}(x,y)-p_{x}^{2}-p_{y}^{2}>n^{2}(a). (7.16)$$

Потери при возбуждении возникают из — за того, что часть лучей, вышедших из источника, не попадает в апертурную область световода  $V_0$ , определенную в четырехмерном фазовом пространстве согласно (7.15) или (7.16).

Рассмотрим схему расчета потерь на согласование излучателя с волокном. Предположим, что источник расположен в плоскости z=0 и характеризуется функцией плотности  $\rho(p_x,p_y,x,y,0)$ . При этом лучи занимают в четырехмерном фазовом пространстве область  $V_s(0)$ .

Далее излучение распространяется в среде с показателем преломления  $\tilde{n}(x,y,z)$ , где функция  $\tilde{n}$  описывает согласующее устройство, например градиентную линзу. Эволюция функции плотности  $\rho$  вдоль z подчиняется уравнению Лиувилля:

$$\frac{d\rho}{dz} = 0, (7.17)$$

где через d/dz обозначена производная вдоль траекторий системы уравнений Гамильтона

$$\frac{d}{dz} = \frac{\partial}{\partial z} - \frac{\partial H}{\partial x} \frac{\partial}{\partial p_x} - \frac{\partial H}{\partial y} \frac{\partial}{\partial p_y} + \frac{\partial H}{\partial p_x} \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial p_y} \frac{\partial}{\partial y}.$$
 (7.18)

Решение уравнения Лиувилля находится сдвигом заданного начального распределения  $\rho(p_x, p_y, x, y, 0)$  вдоль траекторий системы уравнений Гамильтона. Фазовый объем при таком сдвиге сохраняется (теорема Лиувилля)

$$\left| \frac{\partial \left( p_x, p_y, x, y \right)}{\partial \left( p_x^0, p_y^0, x^0, y^0 \right)} \right| = 1. \tag{7.19}$$

Здесь  $p_x, p_y, x, y$  — значения фазовых переменных на траектории в сечении z, а  $p_x^0, p_y^0, x^0, y^0$  — начальные значения при z=0. Например, для градиентной линзы связь между начальными и конечными значениями фазовых переменных дается формулой (6.80).

Если торец волоконного световода расположен в плоскости z = const, то эффективность возбуждения световода равна

$$\eta = \frac{\iiint\limits_{V_0} \rho(p_x, p_y, x, y, z) dp_x dp_y dx dy}{\iiint\limits_{V_s(0)} \rho(p_x, p_y, x, y, 0) dp_x dp_y dx dy}.$$
(7.20)

Для ламбертового источника имеем:  $\rho(p_x,p_y,x,y,0)=1$ , если фазовые переменные лежат в области  $V_s(0)$ , и  $\rho=0$  в противном случае. Поэтому эффективность возбуждения (7.20) является отношением двух фазовых объемов. Знаменатель в (7.20) — это объем области  $V_s(0)$ . Числитель в (7.20) представляет собой объем пересечения области  $V_0$  и области  $V_s(z)$ , полученной в результате сдвига  $V_s(0)$  вдоль лучевых траекторий.

Из (7.20) и теоремы Лиувилля следует, что если фазовый объем источника  $V_s$  больше фазового объема волокна  $V_o$ , то верхний предел для эффективности возбуждения будет выражаться формулой

$$\eta = \frac{V_0}{V_c} \,. \tag{7.21}$$

Следует заметить, что использованная при получении (7.21) теорема Лиувилля (7.19) справедлива для любой оптической системы. Эта система может содержать не только градиентную среду, но и обычные линзы и зеркала.

В качестве иллюстрации метода рассмотрим ламбертов источник с излучающей поверхностью в виде круга радиуса b . Тогда область  $V_s(0)$  определяется неравенствами

$$x^2 + y^2 < b^2, \ p_x^2 + p_y^2 < 1$$
 (7.22)

и объем этой области равен:  $V_s = \pi^2 b^2$  .

Пусть излучатель возбуждает ступенчатое волокно. Его апертурное фазовое пространство задается условиями

$$x^2 + y^2 < a^2, \ p_x^2 + p_y^2 < (n_1^2 - n_2^2) = (NA)^2 \square 1.$$
 (7.23)

Объем области (7.23) равен:  $V_0 = \pi^2 a^2 (NA)^2$ 

Если b>a , то заведомо  $V_s>V_0$  и максимально возможная эффективность возбуждения определяется формулой

$$\eta = \frac{V_0}{V_s} = \frac{a^2}{b^2} (NA)^2. \tag{7.24}$$

Эта величина реализуется уже при непосредственном контакте излучателя с торцом волокна. Поэтому применение согласующих устройств в рассматриваемом случае лишено смысла.

Если b < a, то при непосредственном контакте излучателя с торцом волокна для эффективности возбуждения имеем

$$\eta = (NA)^2. \tag{7.25}$$

Эта величина при NA = 0,1 составляет всего лишь один процент. Поместив ламбертов источник в фокусе микролинзы, можно уменьшить угловую расходимость излучения (за счет увеличения ширины пучка) и довести коэффициент возбуждения до значения (7.24).

## 7. 2. Дисперсия в волоконных световодах

## 7. 2. 1. Уширение импульсного сигнала в одномодовом ступенчатом волокне

Каждая спектральная компонента входного излучения распространяется в световоде со своей групповой скоростью  $\upsilon_{\varphi}(\omega)$ , даже если возбуждена только одна мода. Если излучение на входе имеет спектральную ширину  $\delta\omega$ , то из — за различия скоростей спектральных компонент произойдет уширение импульса. Очевидно, что в волокне длиной z это уширение будет равно

$$T = z \left| \frac{d}{d\omega} \left( \frac{1}{\upsilon_{zp}} \right) \right| \delta\omega = z \left| \frac{d^2 \beta}{d\omega^2} \right| \delta\omega. \tag{7.26}$$

Здесь использована формула (4.45) для групповой скорости моды. Явление уширения импульса в каждой моде, определяемое выражением (7.26), называется внутримодовой дисперсией.

В стандартных условиях  $\delta\omega$  представляет собой ширину полосы несущей. Как правило, эта ширина больше, чем ширина полосы, связанная с модуляцией сигнала. Однако, если имеет место противоположная ситуация, например, несущая является монохроматическим колебанием, то как показано в разделе 4. 1. 5, уширение импульса будет по — прежнему описываться формулой (7.26), в которой  $\delta\omega$  — это ширина спектра, обязанная модуляции (см. (4.46)).

Формулу (7.26) принято записывать в виде

$$T = |S| z \delta \lambda , \qquad (7.27)$$

где дисперсионный коэффициент S представляет собой уширение сигнала на единицу длины волокна при единичном интервале  $\delta\lambda$ . Коэффициент S имеет размерность пс/км·нм и определяется формулой

$$S = -\frac{\omega}{\lambda} \frac{d^2 \beta}{d\omega^2} = -\frac{k}{c\lambda} \frac{d^2 \beta}{dk^2} = -\frac{\lambda}{c} \frac{d^2}{d\lambda^2} \left(\frac{\beta}{k}\right). \tag{7.28}$$

В ступенчатом волокие постоянная распространения  $\beta$  находится из характеристического уравнения, В котором присутствуют показатели преломления сред и волновое число к. Поэтому частотная зависимость распространения обусловлена постоянной как дисперсией материала (зависимостью показателей преломления от частоты) так и волноводной дисперсией, под которой понимают внутримодовую дисперсию в световоде, изготовленном из недисперсионных материалов. В общем случае эти два эффекта связаны между собой сложным образом и разделить их относительные вклады невозможно.

Вклад в уширение импульса материальной дисперсии можно приближенно оценить, рассмотрев задачу о передаче сигнала плоской волной, распространяющейся в однородной среде с показателем преломления  $n_1$ . В этом случае  $\beta = kn_1$ . Такой подход является обоснованным для мод, далеких от частот отсечки. Подставив в (7.28)  $\beta = kn_1$ , получим коэффициент материальной дисперсии

$$S_m = -\frac{\lambda}{c} \frac{d^2 n_1}{d\lambda^2}.$$
(7.29)

Дисперсионный коэффициент зависит от типа материала, используемого при изготовлении световода. Показатель преломления чистого кварца в диапазоне волн от 0,2 до 4 мкм с высокой точностью описывается формулой Селмейера

$$n^{2} = 1 + \frac{0.6962\lambda^{2}}{\lambda^{2} - (0.068)^{2}} + \frac{0.4079\lambda^{2}}{\lambda^{2} - (0.1162)^{2}} + \frac{0.8975\lambda^{2}}{\lambda^{2} - (9.896)^{2}},$$
(7.30)

где  $\lambda$  — длина волны, выраженная в микрометрах. Формула (7.30) учитывает два электронных резонанса в ультрафиолетовой области спектра и один атомный резонанс в инфракрасной области. График функции  $n(\lambda)$  приведен на рис. 7. 1.

На рис. 7.2 изображена зависимость коэффициента материальной дисперсии  $S_m$  от длины волны. Видно, что величина  $S_m$  изменяется от -110 пс / км · нм при  $\lambda = 0.8$  мкм до 25 пс/км·нм при  $\lambda = 1.6$  мкм, проходя через нуль вблизи  $\lambda = 1.3$  мкм.

Рассмотрим пример. Из рис. 7.1 и формулы (7.27) следует, что для лазера ( $\delta\lambda$ =3 нм) и светодиода ( $\delta\lambda$ =30 нм), излучающих на длине волны 0,9 мкм, уширение импульса будет соответственно составлять 2 нс/км и 20 нс/км.

При исследовании волноводной дисперсии удобно вместо постоянной распространения  $\beta$  ввести обобщенный фазовый параметр:

$$B = \frac{\left(\frac{\beta}{k}\right)^2 - n_2^2}{n_1^2 - n_2^2},\tag{7.31}$$

который меняется в пределах от 0 (при отсечке) до 1 (вдали от отсечки). Постоянная распространения  $\beta$  выражается через B по формуле:

$$\beta = k \left[ n_1^2 + \left( n_1^2 - n_2^2 \right) B \right]^{1/2}. \tag{7.32}$$

Рассмотрим слабонаправляющий световод

$$n^{2}(r) = \begin{cases} n_{0}^{2}, r < a \\ n_{0}^{2}(1-2\Delta), r > a \end{cases}$$
 (7.33)

T. e. 
$$n_1^2 = n_0^2$$
,  $n_2^2 = n_0^2 (1 - 2\Delta)$ ,  $\Delta \Box 1$ 

В этих обозначениях (7.32) приобретает вид:

$$\beta = kn_0 \left[ 1 + 2\Delta \left( B - 1 \right) \right]^{1/2}.$$
(7.34)

При  $\Delta$  << 1 из формулы (7.34) следует линейная связь между величинами  $\beta$  и B:

$$\beta = kn_0 \left[ 1 + \Delta (B - 1) \right]. \tag{7.35}$$

Подставляя (7.35) в (7.28), получим выражение для коэффициента волноводной дисперсии:

$$S_{w} = -\frac{n_0 \Delta}{c \lambda} \frac{k d^2 \left(kB\right)}{dk^2} \,. \tag{7.36}$$

В (7.36) волновое число k можно заменить на пропорциональную величину – нормализованную частоту световода  $V = kan_0 \sqrt{2\Delta}$ :

$$S_{w} = -\frac{n_0 \Delta}{c \lambda} \frac{V d^2 \left(VB\right)}{dV^2}.$$
 (7.37)

Величина B зависит только от параметра световода V. Из (7.31) легко видеть, что она связана с внешним поперечным волновым числом моды и нормализованной частотой формулой:

$$B = \frac{\left(wa\right)^2}{V^2} \,. \tag{7.38}$$

В интервале частот  $1,5 \le V \le 2,5$  решение характеристического уравнения (6.53), соответствующее  $LP_{01}$  – моде, с хорошей точностью аппроксимируется линейной функцией:

$$wa = 1.1428V - 0.996. (7.39)$$

Поэтому

$$B = \left(1.1428 - \frac{0.996}{V}\right)^2. \tag{7.40}$$

Подставляя (7.40) в (7.37) получаем

$$S_{w} = -\frac{1.984n_{0}\Delta}{c\lambda V^{2}} = -\frac{0.992\lambda}{4\pi^{2}a^{2}n_{0}c}.$$
 (7.41)

Оценим величину волноводной дисперсии, положив: a=3 мкм,  $n_0=1.45$ ,  $c=3\cdot 10^{-7}$  км/пс. Из (7.41) следует

$$S_{w} = -6.4\lambda \text{ nc/km·hm}, \tag{7.42}$$

где  $\lambda$  — длина волны в микрометрах.

На рис. 7.2 приведены графики зависимостей материальной и волноводной дисперсий от длины волны света. Из рисунка следует, что в области 0,8 мкм

материальная дисперсия существенно больше волноводной и суммарная дисперсия порядка нескольких десятков пс/км·нм.

Иная ситуация имеет место в диапазоне 1,3 мкм, где обе дисперсии приблизительно одинаковы по абсолютному значению и малы, но противоположны по знакам, так что подбором параметров световода можно скомпенсировать их друг другом и получить нулевую суммарную дисперсию в любой точке в диапазоне 1,3 – 1,4 мкм.

# 7. 2. 2. Уширение импульсного сигнала в многомодовых волоконных световодах

По сравнению с одномодовым световодом, в световоде с большим числом распространяющихся мод возникает новый тип дисперсионных искажений импульсного сигнала, связанный с различием групповых скоростей мод. Оценим эти искажения для волокон со ступенчатым профилем показателя преломления и с профилем, близким к параболическому.

В ступенчатом волоконном световоде межмодовая дисперсия доминирует над всеми другими причинами искажений сигнала. Элементарные вычисления разности оптических длин осевого и критического луча дают следующую оценку для уширения импульса:  $T = zn_0 \Delta/c$ . При z=1 км,  $n_0=1,47$  и  $\Delta=0,01$  имеем:  $T=50\,\mathrm{Hc}$ . Такое значительное расплывание импульса делает невозможным использование многомодовых ступенчатых волокон в широкополосных системах связи.

Многомодовые градиентные волокна по широкополосности занимают промежуточное положение между многомодовыми ступенчатыми и одномодовыми волокнами.

Как показано в разделе 6.2.3, при оптимальном выборе профиля показателя преломления межмодовую дисперсию в градиентном световоде теоретически можно уменьшить на два — три порядка по сравнению с ее величиной в ступенчатом волокне (при том же значении числовой апертуры). На практике лучшие градиентные волокна имеют межмодовую дисперсию  $0.2 \div 0.3$  нс / км. В них материальная дисперсия преобладает над межмодовой, если только не

используются светодиоды, работающие на длине волны 1,3 мкм, или лазеры с узкой спектральной линией излучения.

## 7. 3. Потери в регулярных волоконных световодах

#### 7. 3. 1. Поглощение

Наиболее важной характеристикой волоконного световода являются потери мощности света, распространяющегося в нем. В первую очередь эти потери обусловлены свойствами материала, из которого изготовлен световод. Потери в волоконных световодах измеряются в дБ / км, их величина вычисляется по формуле:

$$\alpha = 10\log\left(P_0/P_1\right),\tag{7.43}$$

где  $P_0$  — мощность излучения на входе в световод,  $P_1$  — мощность излучения на выходе световода длиной 1 км.

Хотя новые материалы, такие как фторидные стекла, представляют интерес для создания в будущем волоконных световодов в диапазоне длин волн больше 1700 нм, мы ограничимся обсуждением потерь только в кварцевых стеклах, применяемых в большинстве современных световодов.

Поглощение света в кварцевом стекле обусловлено, в основном, краями полос ультрафиолетового и инфракрасного поглощения в чистом кварце, поглощением посторонними примесями и краями полос инфракрасного поглощения специальных легирующих примесей в стекле.

Полоса инфракрасного поглощения в чистом кварце обусловлена колебательными движениями атомов в кристаллической решетке, имеющими сильные резонансы в интервале от 9 до 13 мкм и приводящие на этих длинах волн к поглощению порядка  $10^{10}$  дБ / км. Обертоны и комбинационные эффекты этих фундаментальных колебаний вызывают появление различных линий поглощения на более коротких длинах волн, среди которых наиболее сильными являются линии около 3000 нм ( $5\cdot10^4$  дБ / км) и 3800 нм ( $6\cdot10^5$  дБ / км). Края всех этих линий поглощения обуславливают потери в 0,02 дБ / км на длине волны 1550 нм, 0,1 дБ / км на 1630 нм и 1 дБ / км на 1770 нм. Таким образом, инфракрасная полоса

поглощения в чистом кварце ограничивает применение волоконных световодов из кварцевого стекла длинами волн не более 1800 нм.

Ультракрасная полоса поглощения в чистом кварце обусловлена электронными переходами в атомах кремния и кислорода, из которых состоит кристалл кварца ( $SiO_2$ ). Длинноволновый край этой полосы обеспечивает поглощение порядка 1 дБ / км при 620 нм и 0,02 дБ / км на 1240 нм.

Обычными примесями в кварцевом стекле, вызывающими дополнительное поглощение в кварцевых стеклах в диапазоне от 600 нм до 1800 нм, являются ионы переходных металлов *Cu, Ti, V, Cr, Mn, Fe, Co, Ni* и вода в форме иона гидроксила (*OH*). Величина поглощения зависит от вида и концентрации примеси. Технологическая задача устранения или существенного уменьшения в кварцевых волоконных световодах концентрации ионов переходных металлов решена. В результате поглощение ионами металлов практически не сказывается на потерях волоконных световодов в так называемых окнах прозрачности (о них мы скажем ниже).

Особенно вредной примесью, от которой не удается избавиться полностью, является ион гидроксила OH. Основным источником поступления этого иона в конечный продукт является вода в реактивах, используемых для его синтеза. Колебательный спектр гидроксила OH имеет основную полосу поглощения на длине волны  $\lambda \approx 2.8$  мкм, первый обертон на  $\lambda_1 \approx 1.4$  мкм, второй — на  $\lambda_2 \approx 0.95$  мкм и комбинационный — на  $\lambda_3 \approx 1.25$  мкм. Этим и объясняется появление так называемых окон прозрачности в ближнем ИК — диапазоне, не совпадающих с упомянутыми линиями поглощения (см. рис. 7.3):

- диапазон *a* вблизи  $\lambda_a = 0.85$  мкм (окно прозрачности *a*);
- диапазон *b* вблизи  $\lambda_b = 1,33$  мкм (окно прозрачности *b* );
- диапазон c вблизи  $\lambda_c = 1,55$  мкм (окно прозрачности c).

Для того, чтобы металлы и ионы гидроксила  $OH^-$  вносили потери не более 0,1 дБ / км на  $\lambda_c = 1,55$  мкм, необходимо, чтобы их концентрация не превышала 1 ppb (1 часть на  $10^9$ ) для металлов и 1 ppm (1 часть на  $10^6$ ) для гидроксила.

Легирующие примеси, такие как  $GeO_2$ ,  $P_2O_5$ , F,  $B_2O_3$  вводятся в волокно для уменьшения температуры плавления и изменения показателя преломления кварцевого стекла, что необходимо для формирования волноведущей структуры. Как

показали исследования,  $GeO_2$  практически не оказывает заметного влияния на потери волоконного световода. Присутствие  $P_2O_5$  обуславливает появления пика поглощения на 3800 нм, имеющего величину  $10^5\,\mathrm{дБ}$  / км при концентрации в 7 молярных процентов, в то время как присутствие  $B_2O_3$  вызывает появление двух пиков на 3200 и 3700 нм величиной  $10^5\,\mathrm{u}$   $4\cdot10^6\,\mathrm{gE}$  / км при концентрации в 5 молярных процентов. Отсюда следует, что при применении  $B_2O_3$  для формирования оболочки световодов с малыми потерями на  $\lambda > 1390\,\mathrm{hm}$  он должен наноситься на радиусах, превышающих 5 радиусов сердцевины, но ни  $B_2O_3$ , ни  $P_2O_5$  не должны применяться для формирования сердцевины.

#### 7. 3. 2. Рэлеевское рассеяние

Еще одним источником затухания в веществе является рассеяние света на флуктуациях плотности числа частиц на атомном уровне. Вообще говоря, эти локальные неоднородности зависят от времени и вызваны тепловыми флуктуациями. В волокне неоднородности имеют статический характер и образуются при температуре T фазового перехода стекла; эти неоднородности остаются "замороженными" в стекле после его затвердевания. Наличие неоднородностей, пространственный масштаб которых значительно меньше длины волны, вызывает рассеяние электромагнитных волн, приводящее к их затуханию с коэффициентом:

$$\alpha = \left(\frac{8\pi^3}{3\lambda^4}\right) \left(n^2 - 1\right) K_B T \beta_c, \tag{7.44}$$

где n — показатель преломления материала,  $K_B$  — постоянная Больцмана,  $\beta_c$  — изотермический коэффициент сжимаемости среды. Коэффициент затухания зависит от длины волны как  $1/\lambda^4$  .

В 1871 году лорд Рэлей опубликовал статью по рассеянию света малыми частицами в земной атмосфере, где показал, что для частиц, размеры которых существенно меньше длины волны, интенсивность рассеянного поля пропорциональна  $1/\lambda^4$ . Этим Рэлей объяснил голубой цвет неба.

Рэлеевское рассеяние характеризуется широкой диаграммой направленности. Поэтому в слабонаправляющем волокне практически вся рассеянная мощность выходит в оболочку, где она поглощается.

Рэлеевское рассеяние происходит на молекулярных неоднородностях и оно принципиально неустранимо. Примерная зависимость потерь в волоконном кварцевом световоде, обусловленных рэлеевским рассеянием и поглощением примесными ионами показана на рис. 7.3.

В настоящее время успехи технологии снизили общие потери до значений:

- 2,0-2,3 дБ / км на длине волны 0,85 мкм;
- 0.5 0.8 дБ / км на длине волны 1.33 мкм;
- 0,17 0,25 дБ / км на длине волны 1,55 мкм.

Эти потери определяются практически только рэлеевским рассеянием.

### 7. 4. Нерегулярные оптические волокна

## 7. 4. 1. Потери на изгибе

В прямом световоде поле моды в каждой точке поперечного сечения распространяется параллельно оси световода с одиниковой фазовой скоростью  $\upsilon = \omega/\beta$ . Эта скорость несколько меньше фазовой скорости плоской волны  $\upsilon_2 = c/n_2$  в оболочке и несколько больше фазовой скорости плоской волны в материале сердечника  $\upsilon_1 = c/n_1$ .

Простейшее качественное описание потерь оптического излучения, возникающих при изгибе волоконного световода, может быть получено в предположении, что распределение электромагнитного поля направляемой моды в изогнутом световоде несущественно отличается от его распределения в прямом световоде. Пусть световод изогнут в плоскую дугу с постоянным радиусом *R*. Ясно, что поля и фазовые фронты вращаются вокруг центра кривизны с постоянной угловой скоростью. Таким образом, фазовая скорость, параллельная оси световода должна линейно нарастать при увеличении расстояния от центра кривизны. Следовательно, должно существовать критическое расстояние, при превышении которого поле должно становиться излучающим, т. к. эта скорость

превысит фазовую скорость волны  $\upsilon_2$  в оболочке. Таким образом, мода становится вытекающей. Излучение, вышедшее в оболочку, поглощается в материале защитной оболочки волокна.

Приведенные качественные объяснения позволяют понять, что возникающие при изгибе световода потери будут резко увеличиваться при уменьшении радиуса кривизны R. Интенсивность нарастания потерь в значительной степени определяется тем, что поле в оболочке для направляемых мод затухает по экспоненте и уменьшение *R* быстро увеличивает долю излученной мощности. Отсюда же следует и то, что мода с более близкой частотой отсечки и, следовательно, с более медленным спадом поля в оболочке, будет затухать сильнее, чем мода с более далекой частотой отсечки. И, наконец, для уменьшения изгибных потерь очень важно иметь большую разницу в показателях преломления световедущей жилы и оболочки, так как в этом случае увеличивается эквивалентная величина показателя преломления  $\beta/k$  (напомним, что для поверхностных мод  $n_2 < \beta/k < n_1$ , причем  $\beta/k$  тем ближе к значению  $n_1$ , а поле в оболочке затухает все быстрее, чем дальше расположена частота отсечки моды, т. е. чем больше значение нормализованной частоты  $V = ka\left(n_1^2 - n_2^2\right)^{1/2}$ ).

Вывод формулы для потерь на изгибе слишком сложен и громоздок для того, чтобы привести его здесь. Выпишем лишь окончательный результат.

Для ступенчатого одномодового световода, изогнутого с радиусом R, потери на единицу длины определяются выражением:

$$\alpha = AR^{-1/2} \exp(-BR), \tag{7.44}$$

$$A = \frac{\pi^{1/2} (ua)^2}{2a^{1/2} (wa)^{3/2} V^2 K_1^2 (wa)},$$
(7.45)

$$B = \frac{4(wa)^3 \Delta}{3aV^2},\tag{7.46}$$

где w и u — внешнее и внутреннее поперечные волновые числа  $LP_{01}$  — моды,  $K_1$  — функция Макдональда первого порядка.

Выражения (7.45), (7.46) удобнее исследовать, используя вместо нормализованной частоты V длину волны  $\lambda$ :

$$V = 2.405 \frac{\lambda_c}{\lambda} \,, \tag{7.47}$$

где  $\lambda_c$  — длина волны отсечки ближайшей паразитной  $LP_{11}$  — моды. Одномодовый режим реализуется при  $\lambda > \lambda_c$ . Длина волны  $\lambda_c$  связана с параметрами световода соотношением:

$$\frac{\lambda_c}{a} = \frac{2\pi n_0 \sqrt{2\Delta}}{2.405} \,. \tag{7.48}$$

Приближенное выражение для поперечного волнового числа (7.39) в новых обозначениях приобретает вид:

$$wa = 2.748 \frac{\lambda_c}{\lambda} - 0.996. \tag{7.49}$$

Используя (7.47) - (7.49) формулу (7.46) перепишем в виде

$$B = \frac{8\pi\sqrt{2}}{3(2.405)^3 \sqrt{n_0}} \left(n_0 \Delta\right)^{3/2} \left(2.748 - 0.966 \frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^3 / \lambda.$$
 (7.50)

Положив для определенности  $n_0 = 1,46$ , получим следующее выражение для  $B \left\lceil \mathbf{M}^{-1} \right\rceil$ :

$$B = 0.705 \left( n_0 \Delta \right)^{3/2} \left( 2.748 - 0.966 \frac{\lambda}{\lambda_c} \right)^3 / \lambda.$$
 (7.51)

Точность этой формулы лучше 3 % при  $0.8 \le \lambda/\lambda_c \le 2$ .

Для величины  $A[дБ/м^{1/2}]$  справедливо приближенное выражение

$$A = 30 \left( n_0 \Delta \right)^{1/4} \lambda^{-1/2} \left( \frac{\lambda_c}{\lambda} \right)^{3/2}. \tag{7.52}$$

Точность этой формулы не хуже 10 % для  $1 \le \lambda/\lambda_c \le 2$ , что вполне приемлемо, т. к. A является коэффициентом при экспоненте.

Как видно из формул (7.44), (7.51), (7.52) потери сильно зависят от радиуса кривизны световода, разности показателя преломления  $n_0\Delta$  и отношения рабочей длины волны  $\lambda$  к длине волны отсечки  $\lambda_c$ . Например, если два световода имеют одинаковую длину волны отсечки  $\lambda_c$ , но в два раза отличающуюся разность показателей преломления  $n_0\Delta$ , то световод с большей разностью показателей преломления будет способен выдерживать радиус кривизны в 3 раза меньший,

чем световод с меньшей величиной  $n_0 \Delta$ , при одинаковых рабочей длине волны и потерях.

Рассмотрим другой пример. Пусть световод имеет разность показателей преломления  $n_0\Delta=0{,}005$ , рабочую длину волны  $\lambda=1$  мкм и длину волны отсечки  $\lambda_c=0{,}9\,\lambda$  (на 10 % меньше рабочей длины волны). Вычисления A и B по формулам (7.51), (7.52) приводят к величинам  $A\approx 3\cdot 10^5$  дБ/км $^{1/2}$  и  $B\approx 10^3$  м $^{-1}$ . В этих условиях радиус кривизны световода 20 мм приведет к изгибным потерям, равным приблизительно 1 дБ/км, однако при радиусе изгиба в 10 мм эти потери возрастают до  $10^4$  дБ/км. Этот быстрый подъем потерь обусловлен, очевидно экспоненциальной частью выражения (7.44) и позволяет нам определить критический радиус кривизны световода  $R_c$ . Приблизительное выражение для  $R_c$ , с приемлемой точностью ( $\approx 20$  %) описывающее экспериментальные результаты при рабочей длине волны около 1 мкм, можно получить из (7.44), (7.51) и (7.52):

$$R_{c} = \frac{20\lambda \left(2.748 - 0.996 \frac{\lambda}{\lambda_{c}}\right)^{3}}{\left(n_{0}\Delta\right)^{2/3}}.$$
 (7.53)

Поскольку световод характеризуется параметрами  $n_0\Delta$  и  $\lambda_c$ , то эта простая формула дает возможность приблизительно вычислить или допустимый радиус кривизны для данной длины волны, или максимально допустимую длину волны для данного радиуса кривизны. Заметим, однако, что при длине изогнутого световода более 1 м величину  $R_c$ , получаемую из (7.53), требуется увеличить вдвое. С другой стороны, если заданы  $\lambda$ ,  $\lambda_c$  и желательный критический радиус  $R_c$ , то выражение (7.53) позволяет вычислить минимально допустимую разность показателей преломления световода  $n_0\Delta$ .

## 7. 4. 2. Переходные потери

Кроме потерь на излучение, связанных с изгибом световодов, существуют также переходные потери, обусловленные резким изменением радиуса кривизны изгиба, как это показано на рис. 7.4. Причиной потерь здесь является рассогласование полей мод на прямолинейном и криволинейном участках и

поэтому часть

мощности падающего поля высвечивается в оболочку. Оказывается, что основное влияние изгиба на поле моды проявляется в сдвиге распределения поля в плоскости изгиба в радиальном направлении от центра кривизны на расстояние *d* от оси световода (см. рис. 7.4). Для световодов с произвольным профилем в рамках гауссова приближения имеет место формула:

$$d = \frac{V^2}{2\Delta} \left(\frac{a}{R}\right)^2 \left(\frac{r_0}{a}\right)^4 = \frac{4\pi^2 n_0^2 r_0^4}{\lambda^2 R^2}, \ R \square \ a,$$
 (7.54)

где  $r_0$  – размер пятна моды (см. (7.12)), R – радиус изгиба.

Таким образом, задача расчета переходных потерь эквивалентна задаче о возбуждении световода смещенным гауссовым пучком (с условием  $r_s = r_0$ ). Согласно (7.6) часть излученной мощности, или переходные потери, при  $d \, \Box \, r_0$  равны:

$$1 - \frac{P_1}{P_0} = 1 - \exp\left(-\frac{d^2}{2r_0^2}\right) \Box \frac{8\pi^4 n_0^4 r_0^6}{\lambda^4 R^2}.$$
 (7.55)

Величина этих потерь, выраженная в децибеллах, определяется формулой

$$-10\log\left(\frac{P_{1}}{P_{0}}\right)\Box 1,5\cdot10^{4}\frac{r_{0}^{6}}{\lambda^{4}R^{2}} \text{ [дБ]}.$$
 (7.56)

Напомним (см. (7.14)), что в волокне со ступенчатым профилем размер пятна основной моды равен:  $r_0^2 = \frac{a^2}{\ln V^2}$ .

### 7. 4. 3. Микроизгибы в многомодовых оптических волокнах

В многомодовом волокне взаимодействие между различными модами обусловлено отклонениями геометрической формы световода от идеальной цилиндрической. Такое взаимодействие приводит к взаимной передаче мощности от одной моды к другой. Детальная картина этого обмена зависит от вида нерегулярностей. Для канала связи это приводит как к положительным, так и к отрицательным последствиям. Выигрыш получается вследствие того, что задержки в распространении светового сигнала, связанные с отдельными модами, усредняются и это приводит к уменьшению межмодовой дисперсии. Однако

взаимодействие мод увеличивает потери, т. к. перекачка мощности от низших мод к высшим в итоге приводит к уходу излучения из световедущей жилы.

Хотя потери, возникающие на изгибах с большим радиусом, оказываются для каждой моды незначительными, наличие непрерывно меняющихся слабых изгибов может привести к весьма значительным потерям из — за связи мод. Этот эффект, известный как потери на микроизгибах, наблюдается, например, в результате давления, оказываемого на волокно соседними волокнами внутри кабеля.

При микроизгибах обмен мощностью между модами носит случайный характер. Поэтому решать статистическими задачу надо методами. Взаимодействие между модами исследуют c помощью системы дифференциальных уравнений связанных мод, в которой коэффициенты связи рассматриваются как случайные функции продольной координаты z.

Оказывается, что в протяженном статистически нерегулярном многомодовом световоде устанавливается стационарный режим распространения излучения. Он характеризуется вполне определенным распределением мощности по номерам мод и погонным затуханием, связанным с непрерывным уходом световой мощности из сердцевины в оболочку.

Приведем результаты решения задачи о случайных микроизгибах многомодового световода с параболическим профилем показателя преломления.

Нерегулярное волокно описываем с помощью двух функций  $C_1(z)$ и  $C_2(z)$ , которые являются кривизнами проекций оси волокна на две перпендикулярные плоскости. Функции  $C_{1,2}(z)$ — независимые стационарные случайные процессы, характеризующиеся функцией корреляции B(z) и спектральной плотностью  $g(\Omega)$  (определение этих понятий дается формулами (3. 14) — (3. 16)).

Потери световой мощности в установившемся режиме определяются формулой:

$$\alpha[\mathsf{L}\mathsf{E}/\mathsf{K}\mathsf{M}] = 25g(\kappa)/\Delta, \ \kappa = (2\Delta)^{1/2}/a. \tag{7.55}$$

Обратим внимание на то, что только нерегулярности, имеющие в своем спектре пространственную частоту  $\Omega = \kappa$ , вызывают потери. Величина  $\kappa$  представляет

собой разность постоянных распространения соседних мод (см. двумерный случай (4. 56) и (6. 78)).

$$\kappa = \beta_m - \beta_{m+1} \,. \tag{7.56}$$

Таким образом, только при выполнении условия фазового синхронизма (7.56) возникает существенное взаимодействие мод. На языке геометрической оптики величина  $\kappa$  – это пространственная частота синусоидальных лучевых траекторий (см. (6. 80)). Очевидно, что малые периодические нерегулярности, имеющие пространственную частоту  $\Omega = \kappa$ , будут резонансным образом раскачивать лучевую траекторию. Заметим, что лучевые траектории в многомодовом градиентном волокне имеют период порядка нескольких миллиметров.

В качестве примера найдем потери, которые вызываются хаотическими изгибами с экспоненциальной корреляционной функцией:

$$B(z) = C^2 \exp\left[\frac{-|z|}{L}\right]. \tag{7.57}$$

Здесь величина  $C^2$  имеет смысл среднеквадратичной кривизны, а параметр L равен длине интервала корреляции нерегулярностей. Функции B(z) соответствует спектральная плотность:

$$g\left(\Omega\right) = \frac{2C^2L}{\pi\left(1 + \Omega^2L^2\right)}. (7.58)$$

При  $\Delta = 0.01$ , a = 50 мкм, C = 1м<sup>-1</sup>, L = 1 см потери, рассчитанные по формуле (7.55), составляют 20 дБ/км.