

### GUÍA 3 TEMA 3

- Si la función es inyectiva: (a) Determine  $f^{-1}$ , (b) Trace las gráficas de  $f$  y  $f^{-1}$  juntas, (c) Evalúe  $f'$  en  $x = c$  y  $(f^{-1})'$  en  $x = f(c)$

1.  $f(x) = x^3 - 1, c = 1$

2.  $f(x) = x^2 - 2x + 1, x \geq 1, c = 2$

3.  $f(x) = \frac{1}{x-2} - 3, c = 1$

4.  $f(x) = \frac{2x+1}{x}, c = -\frac{1}{2}$

- Derive la función y simplifique el resultado.

5.  $f(x) = \ln\left(\frac{x}{x^2+1}\right)$

6.  $g(t) = \ln\left(\frac{\sqrt{4+t^2}}{t}\right)$

7.  $f(\theta) = \ln\left|\frac{-1+\sin\theta}{2+\sin\theta}\right|$

8.  $g(x) = \frac{\ln x}{1+\ln x}$

9.  $f(\theta) = e^\theta(\sin\theta + \cos\theta)$

10.  $g(x) = e^{-x} \ln x$

11.  $f(x) = \tan e^{\sqrt{x}}$

12.  $g(t) = \ln(e^t - e^{-t})$

13.  $f(\theta) = 2^{-\theta} \cos \pi\theta$

14.  $g(x) = \log_5 \sqrt{x^2 - 1}$

15.  $f(x) = \frac{\sin^{-1} 3x}{x}$

16.  $g(x) = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} \ln \frac{x+1}{x-1} + \tan^{-1} x \right)$

17.  $f(t) = \frac{\sin^{-1} t}{1+\sinh 2t}$

18.  $g(t) = 2\sqrt{t} \tanh \sqrt{t}$

19.  $f(x) = \sqrt{\cosh^{-1} 6x}$

20.  $g(x) = 2x \sinh^{-1}(2x) - \sqrt{1 + 4x^2}$

- Calcule la integral indefinida y verifique el resultado por derivación.

21.  $\int \frac{x-2}{x^2-4x+9} dx$

22.  $\int \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} dx$

23.  $\int \frac{(\ln x)^2}{x} dx$

24.  $\int \tan 2\theta d\theta$

25.  $\int 2 \sec \frac{\pi x}{6} dx$

26.  $\int e^x \sec e^x dx$

27.  $\int \frac{3^{2x}}{1+3^{2x}} dx$

28.  $\int x 5^{-x^2} dx$

29.  $\int (2^x - 5^2) dx$

30.  $\int \frac{1}{\sqrt{4-x^2}} dx$

31.  $\int \frac{1}{\sqrt{1-(x+1)^2}} dx$

32.  $\int \frac{e^{2x}}{4+e^{4x}} dx$

33.  $\int \frac{1}{(x+1)\sqrt{x^2+2x}} dx$

34.  $\int \frac{\cos x}{4+\sin^2 x} dx$

35.  $\int \frac{1}{5+2x^2} dx$

36.  $\int \frac{2x+5}{\sqrt{16-6x-x^2}} dx$

37.  $\int \frac{x^3+4x^2+8x+1}{x^2+4x+8} dx$

38.  $\int \frac{2x-3}{\sqrt{1-x^2}} dx$

39.  $\int x^2 \operatorname{sech}^2 x^3 dx$

40.  $\int e^{-\cosh 3x} \sinh 3x dx$

41.  $\int \coth^2 3x dx$

42.  $\int \frac{e^x}{\sqrt{e^{2x}-1}} dx$

43.  $\int \frac{1}{1-4x-2x^2} dx$

44.  $\int \frac{1}{4e^{-t}-e^t} dt$

- Calcule la integral definida mediante el Teorema Fundamental del Cálculo, si es aplicable.

45.  $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos \theta}{1+2 \sin \theta} d\theta$

46.  $\int_1^e \frac{(1+\ln x)^2}{x} dx$

47.  $\int_0^9 \frac{2 \log(x+1)}{x+1} dx$

48.  $\int_1^4 \frac{2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+4)} dx$

49.  $\int_1^3 \frac{e^{3/x}}{x^2} dx$

50.  $\int_{-1}^0 4^{1-x} dx$

51.  $\int_0^{\sqrt{2}/2} \frac{x}{\sqrt{1-x^4}} dx$

52.  $\int_2^3 10^{-x} dx$

53.  $\int_0^{1/6} \frac{1}{\sqrt{1-9x^2}} dx$

54.  $\int_0^{\sqrt{3}/2} \frac{1}{1+4x^2} dx$

55.  $\int_2^3 \frac{2x-3}{\sqrt{4x-x^2}} dx$

56.  $\int_0^1 \frac{3}{2x^2+5x+2} dx$

57.  $\int_1^4 \frac{\sinh \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$

58.  $\int_2^3 \frac{1}{\sqrt{9x^2-12x-5}} dx$

59.  $\int_{1/5}^{3/13} \frac{1}{x\sqrt{1-16x^2}} dx$

- Dibuje la región acotada por las gráficas de las ecuaciones, muestre un rectángulo típico vertical u horizontal, formule la integral y calcule el área.

60.  $y = \frac{1}{x}; 3x + 3y + 10 = 0$

61.  $y = 4 \cdot 2^{-x/3}; y = \frac{x}{6}; x = 0; x = 6$

62.  $y = e^{2x}; y = 0; x = 0; x = \ln 3$

63.  $y = \cosh x; y = x; x = -1; x = 3$

64.  $y = \frac{1}{x^2-2x+5}; y = 0; x = 1; x = 3$

65.  $y = \frac{1}{1-x^2}; y = 0; x = -\frac{3}{4}; x = 0$

- Dibuje la región acotada por las gráficas de las ecuaciones, muestre un rectángulo típico vertical u horizontal, formule la integral y calcule el volumen del sólido de revolución generado al girar la región dada alrededor de la recta indicada. Use el método que considere más apropiado (discos, arandelas, capas cilíndricas).

66.  $y = 1 + \frac{2}{\sqrt{x}}; x = 1; x = 4; \text{alrededor del eje } X$

67.  $y = \frac{1}{1+x^2}; y = 0; x = 0; x = \sqrt{3}; \text{alrededor del eje } Y$

68.  $y = (4+x^2)^{-1/2}; y = 0; x = 1; x = 3; \text{alrededor del eje } X$

69.  $y = \operatorname{sech} x; y = 0; x = -\ln \sqrt{3}; x = \ln \sqrt{3}; \text{alrededor del eje } X$