



УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

СУ в электроприводе

Демидова Галина Львовна

Demidova@itmo.ru



а.552



$$B = \begin{bmatrix} \frac{1}{J_1} & \frac{-1}{J_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-1}{J_2} \end{bmatrix}$$

Структурная схема обобщенной энергетической подсистемы

Уравнения состояния и собственные числа подсистемы


$$\det(p1 - A) = \det \begin{bmatrix} p & \frac{-1}{J_1} & 0 \\ c_{12} & p & c_{12} \\ 0 & \frac{-1}{J_2} & p \end{bmatrix} = 0$$

$$\det(p1-A)=\det\begin{bmatrix} p & \frac{-1}{J_1} & 0 \\ c_{12} & p & c_{12} \\ 0 & \frac{-1}{J_2} & p \end{bmatrix}=0$$

$$p(p^2+c_{12}/J_2)+pc_{12}/J_1=0$$

$$p(p^2+c_{12}/J_2+c_{12}/J_1)=0$$

$$\det(pI - A) = \det \begin{bmatrix} p & \frac{-1}{J_1} & 0 \\ c_{12} & p & c_{12} \\ 0 & \frac{-1}{J_2} & p \end{bmatrix} = 0$$

$$p(p^2 + c_{12}/J_2) + pc_{12}/J_1 = 0$$

$$p(p^2 + c_{12}/J_2 + c_{12}/J_1) = 0$$

$$p_1 = 0$$

$$p_{2,3} = \pm j \sqrt{\frac{c_{12}(J_1 + J_2)}{J_1 J_2}}$$

$$p_{2,3} = \pm j\Omega_0$$

$$\Omega_0 = \sqrt{\frac{c_{12}(J_1 + J_2)}{J_1 J_2}}$$



$$\det(pI - A) = \det \begin{bmatrix} p & \frac{-1}{J_1} & 0 \\ c_{12} & p & c_{12} \\ 0 & \frac{-1}{J_2} & p \end{bmatrix} = 0$$

$$p(p^2 + c_{12}/J_2) + pc_{12}/J_1 = 0$$

$$p(p^2 + c_{12}/J_2 + c_{12}/J_1) = 0$$

Handwritten notes:
 $T \rightarrow$ *Abus*
 $T_M \leftarrow$
 $T = \frac{1}{f}$
 $\omega = 2\pi f$

$$p_1 = 0$$

$$p_{2,3} = \pm j \sqrt{\frac{c_{12}(J_1 + J_2)}{J_1 J_2}}$$

$$p_{2,3} = \pm j\Omega_0$$

$$\Omega_0 = \sqrt{\frac{c_{12}(J_1 + J_2)}{J_1 J_2}}$$

$$\det(pI - A) = p(p^2 + \Omega_0^2)$$

- любой переходный процесс сопровождается незатухающими гармоническими колебаниями с частотой Ω_0 ;
- если частота изменения задающего воздействия совпадает с частотой Ω_0 , то в системе возникает резонанс, при котором амплитуды колебаний могут достигать бесконечности;
- структурная схема механической подсистемы должна содержать идеальное интегрирующее и консервативное колебательное звенья.

*Передаточные функции и частотные характеристики
двухмассовой механической подсистемы*

«ВХОД—СОСТОЯНИЕ» $G(p) = Y(p)/U(p) = (pI - A)^{-1} B$

Передаточные функции и частотные характеристики двухмассовой механической подсистемы

«ВХОД—СОСТОЯНИЕ» $G(p) = Y(p)/U(p) = (pI - A)^{-1} B$

операция обращения некоторой квадратной матрицы Φ может быть выполнена по формуле

$$\Phi^{-1} = \frac{1}{\det \Phi} \text{Adj} \Phi$$
$$\text{Adj} \Phi = \begin{bmatrix} \Delta_{11} & \cdot & \Delta_{1n} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \Delta_{n1} & \cdot & \Delta_{nn} \end{bmatrix}$$

присоединенная матрица получается из матрицы Φ заменой каждого ее элемента Φ_{ij} его алгебраическим дополнением Δ_{ij} с последующим транспонированием полученной матрицы

Передаточные функции и частотные характеристики двухмассовой механической подсистемы

«ВХОД—СОСТОЯНИЕ»

$$G(p) = \underline{Y(p) / U(p)} = (p\underline{1} - A)^{-1} B$$

операция обращения некоторой квадратной матрицы Φ может быть выполнена по формуле

$$\Phi^{-1} = \frac{1}{\det \Phi} \text{Adj} \Phi$$

$$\text{Adj} \Phi = \begin{bmatrix} \Delta_{11} & \cdot & \Delta_{1n} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \Delta_{n1} & \cdot & \Delta_{nn} \end{bmatrix}$$

присоединенная матрица получается из матрицы Φ заменой каждого ее элемента Φ_{ij} его алгебраическим дополнением Δ_{ij} с последующим транспонированием полученной матрицы

$$G(p) = \frac{1}{\det(p\underline{1} - A)} \times \begin{bmatrix} p^2 + \frac{c_{12}}{J_2} & \frac{-p}{J_1} & \frac{c_{12}}{J_1} \\ c_{12}p & p^2 & -c_{12}p \\ \frac{c_{12}}{J_2} & \frac{p}{J_2} & p^2 + \frac{c_{12}}{J_1} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \frac{1}{J_1} & \frac{-1}{J_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-1}{J_2} \end{bmatrix} = \frac{1}{p(p^2 + \Omega_0^2)} \times \begin{bmatrix} \left(p^2 + \frac{c_{12}}{J_2}\right) / J_1 & -\left(p^2 + \frac{c_{12}}{J_2}\right) / J_1 & \frac{-c_{12}}{J_1 J_2} \\ c_{12}p / J_1 & -c_{12}p / J_1 & c_{12}p / J_2 \\ \frac{c_{12}}{J_1 J_2} & \frac{-c_{12}}{J_1 J_2} & -\left(p^2 + \frac{c_{12}}{J_1}\right) / J_2 \end{bmatrix}$$

$$W_{\omega_1 M}(p) = \frac{\omega_1(p)}{M(p)} = \frac{J_2 p^2 + c_{12}}{J_1 J_2 p(p^2 + \Omega_0^2)}$$

$$W_{\omega_2 M}(p) = \frac{\omega_2(p)}{M(p)} = \frac{c_{12}}{J_1 J_2 p(p^2 + \Omega_0^2)}$$

2-я масса

~~АС~~

горизонтальное
соединение

$W_{\omega_1 M}$

$$W_{\omega_1 M}(p) = \frac{\omega_1(p)}{M(p)} = \frac{J_2 p^2 + c_{12}}{J_1 J_2 p(p^2 + \Omega_0^2)} \longrightarrow$$

$$\det(pI - A) = p(p^2 + \Omega_0^2)$$

$$W_{\omega_2 M}(p) = \frac{\omega_2(p)}{M(p)} = \frac{c_{12}}{J_1 J_2 p(p^2 + \Omega_0^2)} \longrightarrow$$

$$W_{\omega_1 M}(p) = \frac{\omega_1(p)}{M(p)} = \frac{J_2 p^2 + c_{12}}{J_1 J_2 p(p^2 + \Omega_0^2)}$$



$$W_{\omega_1 M}(p) = \frac{(J_2 / c_{12}) p^2 + 1}{J_\Sigma p(p^2 / \Omega_0^2 + 1)}$$

$$\det(pI - A) = p(p^2 + \Omega_0^2)$$

$$W_{\omega_2 M}(p) = \frac{\omega_2(p)}{M(p)} = \frac{c_{12}}{J_1 J_2 p(p^2 + \Omega_0^2)}$$



$$W_{\omega_2 M}(p) = \frac{1}{J_\Sigma p(p^2 / \Omega_0^2 + 1)}$$



Maths

$$W_{\omega_1 M}(p) = \frac{\omega_1(p)}{M(p)} = \frac{J_2 p^2 + c_{12}}{J_1 J_2 p(p^2 + \Omega_0^2)}$$



$$W_{\omega_1 M}(p) = \frac{(J_2 / c_{12}) p^2 + 1}{J_\Sigma p(p^2 / \Omega_0^2 + 1)}$$

$$\det(pI - A) = p(p^2 + \Omega_0^2)$$

$$W_{\omega_2 M}(p) = \frac{\omega_2(p)}{M(p)} = \frac{c_{12}}{J_1 J_2 p(p^2 + \Omega_0^2)}$$



$$W_{\omega_2 M}(p) = \frac{1}{J_\Sigma p(p^2 / \Omega_0^2 + 1)}$$

$$\gamma = (J_1 + J_2) / J_1$$

100% . cosh. mac e.

$$W_{\omega_1 M}(p) = \frac{\omega_1(p)}{M(p)} = \frac{J_2 p^2 + c_{12}}{J_1 J_2 p(p^2 + \Omega_0^2)}$$



$$\underline{W_{\omega_1 M}(p)} = \frac{(J_2 / c_{12}) p^2 + 1}{J_{\Sigma} p(\underline{p^2 / \Omega_0^2 + 1})}$$

$$\det(pI - A) = p(p^2 + \Omega_0^2)$$

$$W_{\omega_2 M}(p) = \frac{\omega_2(p)}{M(p)} = \frac{c_{12}}{J_1 J_2 p(p^2 + \Omega_0^2)}$$



$$W_{\omega_2 M}(p) = \frac{1}{J_{\Sigma} p(p^2 / \Omega_0^2 + 1)}$$

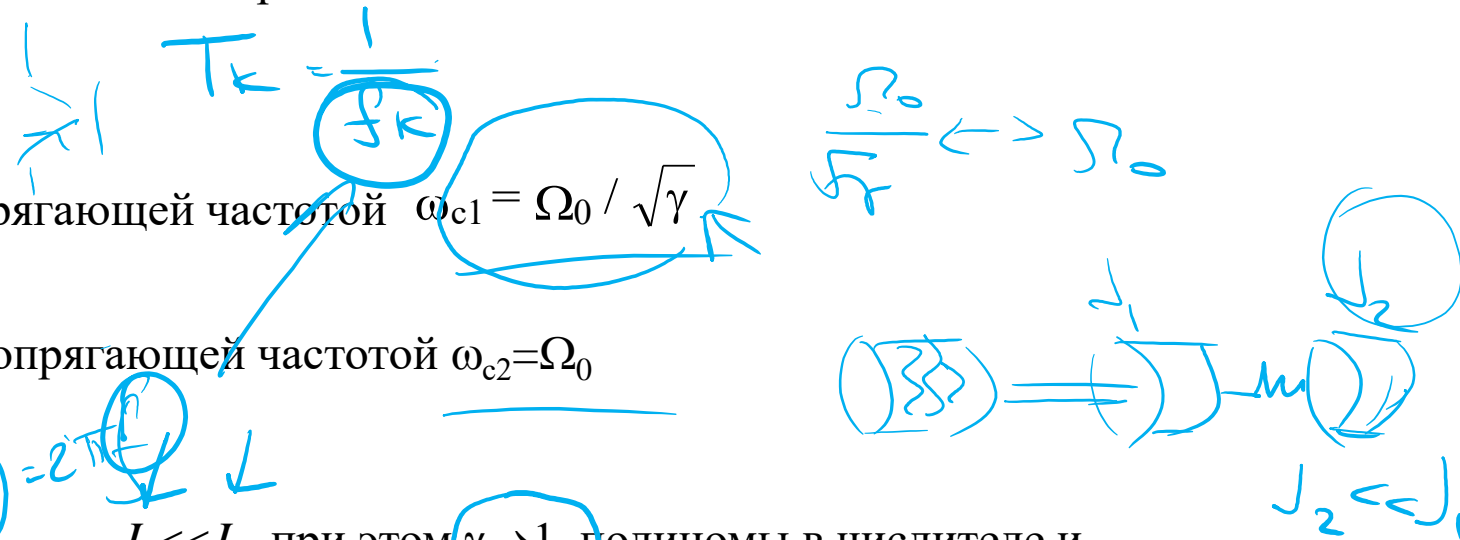
$$\gamma = (J_1 + J_2) / J_1$$

$$W_{\omega_1 M}(p) = \frac{(\gamma / \Omega_0^2) p^2 + 1}{J_{\Sigma} p(p^2 / \Omega_0^2 + 1)}$$

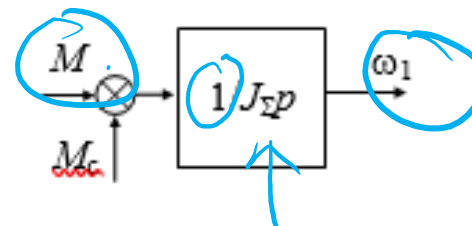
$$\approx \frac{\gamma}{\Omega_0^2} \approx \frac{1}{\Omega_0^2}$$

структурная схема механической подсистемы может быть представлена последовательным соединением

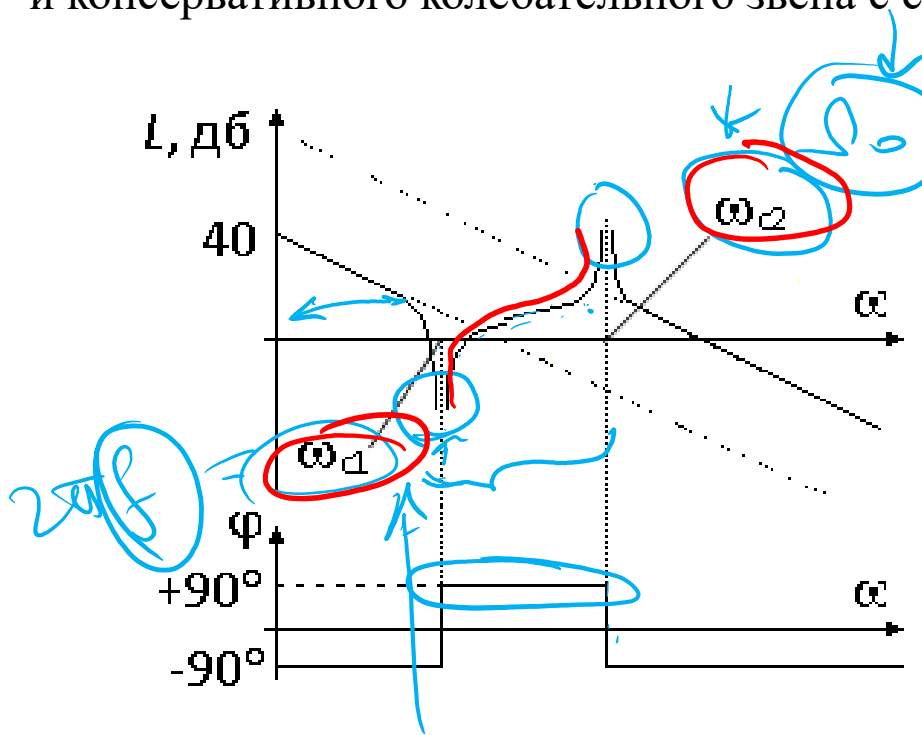
- ✓ интегрирующего звена,
- ✓ форсирующего звена второго порядка с сопрягающей частотой $\omega_{c1} = \Omega_0 / \sqrt{\gamma}$
- ✓ и консервативного колебательного звена с сопрягающей частотой $\omega_{c2} = \Omega_0$



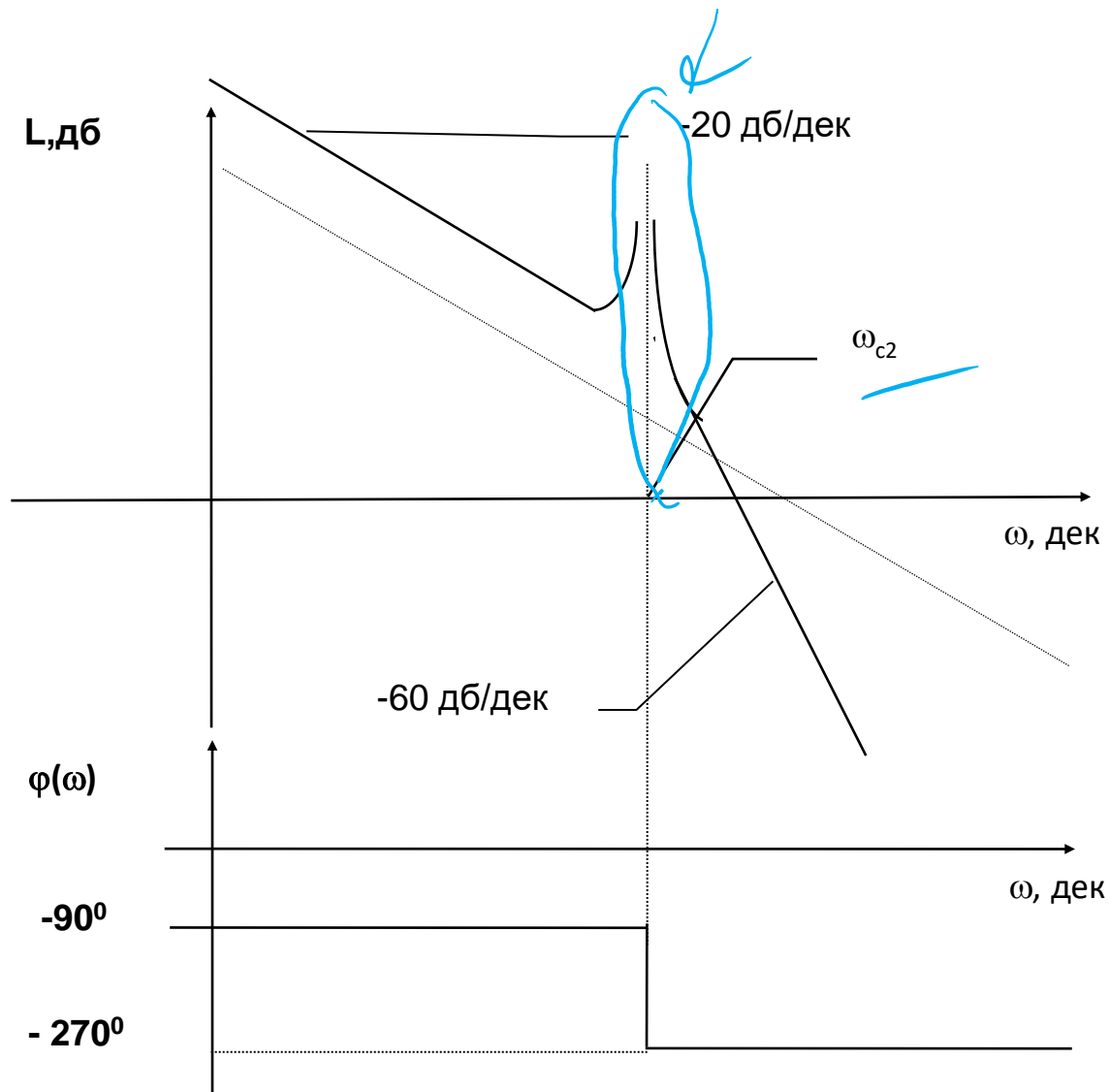
– $J_2 \ll J_1$, при этом $\gamma \rightarrow 1$, полиномы в числителе и знаменателе передаточной функции сокращаются, и передаточная функция системы определяется передаточной функцией интегрирующего звена, т.е. $W_{\omega_1 M}(p) = \frac{1}{J_\Sigma p}$



– $\Omega_0 \gg \omega_{cp}$, где ω_{cp} – частота среза желаемой ЛАХ разомкнутого контура регулирования. При этом условии в области малых и средних частот движение первой и второй массы определяется тем же интегрирующим звеном.



ЛАЧФХ с выходной переменной ω_1



ЛАЧФХ с выходной переменной ω_2

Колебательность второй массы выше, чем первой

$$W_{\omega_2 M}(p) = \frac{\omega_2(p)}{M(p)} = \frac{c_{12}}{J_1 J_2 p(p^2 + \Omega_0^2)}$$

В низкочастотной области ЛАХ обеих систем совпадают, так как в среднем движение второй массы определяется тем же интегрирующим звеном. Однако при $\omega > \Omega_0$ наклон высокочастотной асимптоты составляет -60 дБ/дек и нет факторов, которые ослабляли бы развитие резонансных колебаний при любых γ .

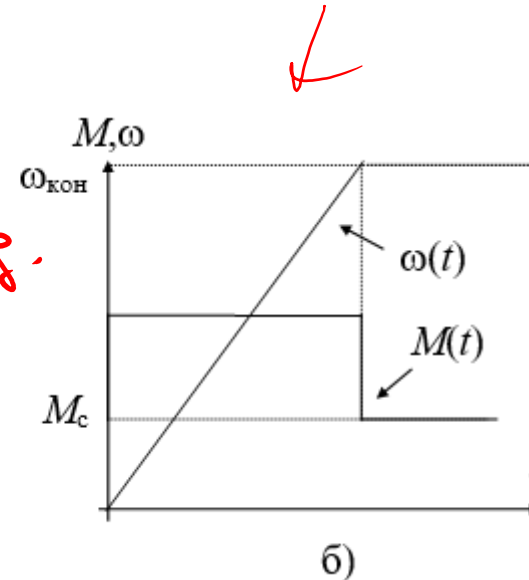
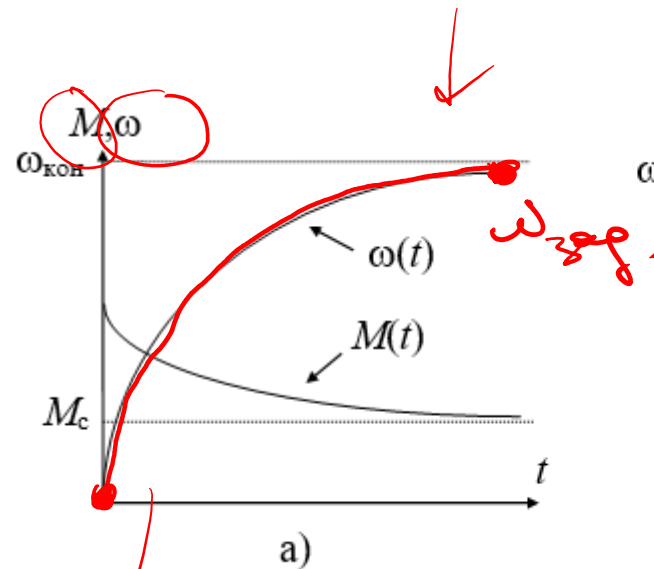
$$\Omega_0 = \sqrt{\frac{c_{12}(J_1 + J_2)}{J_1 J_2}}$$

$$\Omega_{02} = \frac{\Omega_0}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{c_{12}}{J_2}}$$

Механические переходные процессы

Изменение управляющего или возмущающих воздействий вызывают в механической подсистеме переходные процессы, называемые механическими переходными процессами.

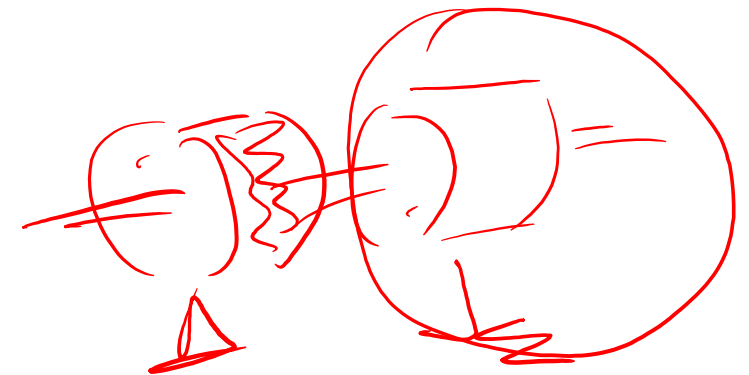
Для получения экспоненциальной кривой скорости при пуске необходимо обеспечить экспоненциальную зависимость момента от времени



Для получения равномерно ускоренного изменения скорости необходимо формировать прямоугольный закон изменения момента двигателя во времени

Механические переходные процессы в одномассовом механизме

$$\omega = \omega_{\text{своб}} + \omega_{\text{уст}}$$



Определим скорость второй массы

$$W_{\omega_2 M}(p) = \frac{\omega_2(p)}{M(p)} = \frac{c_{12}}{J_1 J_2 p(p^2 + \Omega_0^2)}$$

Операторное изображение ω_2 при $M(p)=M/p$

$$\omega_2(p) = \frac{M}{J_{\Sigma} p^2 (p^2 / \Omega_0^2 + 1)} = \varepsilon_{\text{ср}} \frac{B(p)}{A(p)}$$

$\varepsilon_{\text{ср}}$ — среднее значения ускорения второй массы,

$$B(p)=1$$

$A(p) = p^2 (p^2 / \Omega_0^2 + 1)$ полином с корнями $p_{1,2}=0$ и $p_{3,4}=\pm j\Omega_0$

Решение

$$\omega_2(t) = \omega_{21}(t) + \omega_{22}(t)$$

обусловлена
парой нулевых
корней

обусловлена парой
комплексно-
сопряженных
корней

$$\omega = \underbrace{A \cdot e^{pt}}_{\omega_{21}} + \omega_{22}$$

Пользуясь модификацией формулы разложения для случая v кратных корней полинома знаменателя

$$x(t) = \frac{1}{(v-1)!} \times \frac{d^{v-1}}{dp^{v-1}} \left(\frac{B(p)e^{pt}}{A(p)/(p-p_v)^v} \right) \Bigg|_{p=p_v}$$

$$\omega_{21}(t) = \varepsilon_{cp} \frac{d}{dp} \left(\frac{e^{pt}}{p^2 / \Omega_0^2 + 1} \right) \Bigg|_{p=0} = \varepsilon_{cp} \frac{(-2 / \Omega_0^2) p e^{pt} + t e^{pt} (p^2 / \Omega_0^2 + 1)}{(p^2 / \Omega_0^2 + 1)^2} \Bigg|_{p=0}$$

$$\omega_{21}(t) = \varepsilon_{cp} t$$

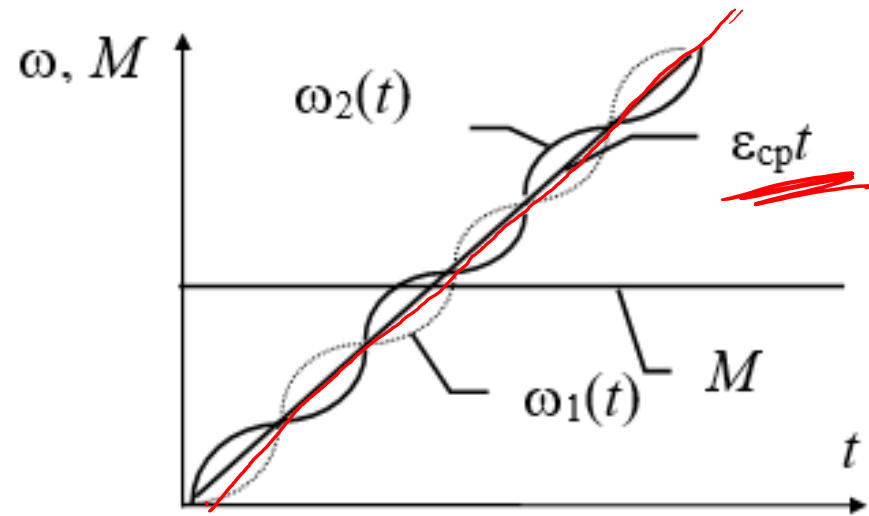
Пара комплексно сопряженных корней $p_{i,i+1}$ определяет во временной области составляющую решения вида

$$x(t) = 2\operatorname{Re}\left(\frac{B(p_i)}{A'(p_i)} e^{p_i t}\right)$$

В нашем случае $\frac{dA(p)}{dp} = -2j\Omega_0$

$$\omega_{22}(t) = \varepsilon_{\text{cp}} \cdot 2\operatorname{Re}\left(\frac{e^{j\Omega_0 t}}{-2j\Omega_0}\right) = -\frac{\varepsilon_{\text{cp}}}{\Omega_0} \sin(\Omega_0 t)$$

$$\omega_2(t) = \varepsilon_{\text{cp}} t - (\varepsilon_{\text{cp}} / \Omega_0) \sin(\Omega_0 t)$$



Механические переходные процессы в
двухмассовом механизме

$$J_{\Sigma} \rightarrow \frac{M}{J_{\Sigma}}$$

Скорость $\omega_2(t)$ в среднем меняется по
линейному закону с ускорением $\varepsilon_{\text{ср}} = M/J_{\Sigma}$ и
содержит незатухающую гармоническую
составляющую с амплитудой $\varepsilon_{\text{ср}}/\Omega_0$ и
частотой Ω_0 .

Определим скорость первой массы

$$W_{\omega_1 M}(p) = \frac{(\gamma / \Omega_0^2) p^2 + 1}{J_{\Sigma} p (p^2 / \Omega_0^2 + 1)}$$

$$W_{\omega_1 M}(p) = W_{\omega_2 M}(p) + \frac{1}{J_{\Sigma} p} \cdot \frac{\gamma p^2 / \Omega_0^2}{p^2 / \Omega_0^2 + 1}$$

решение $\omega_1(t)$ будет содержать три составляющие $\omega_1(t) = \omega_{21}(t) + \omega_{22}(t) + \omega_{13}(t)$

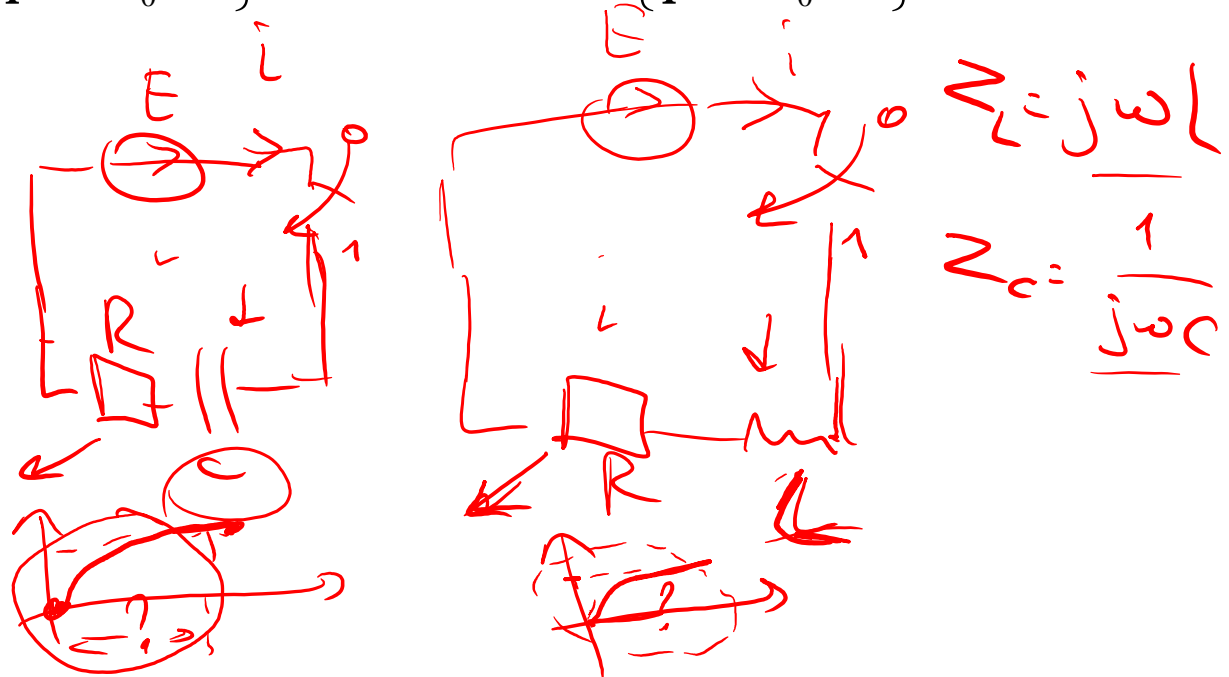
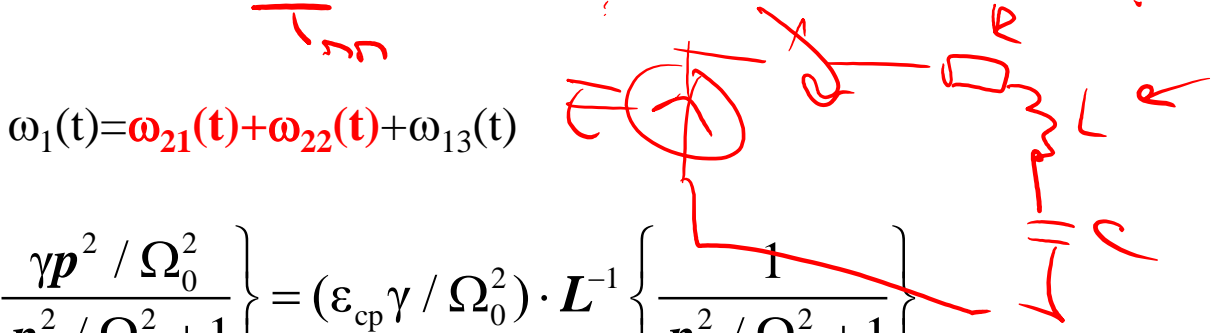
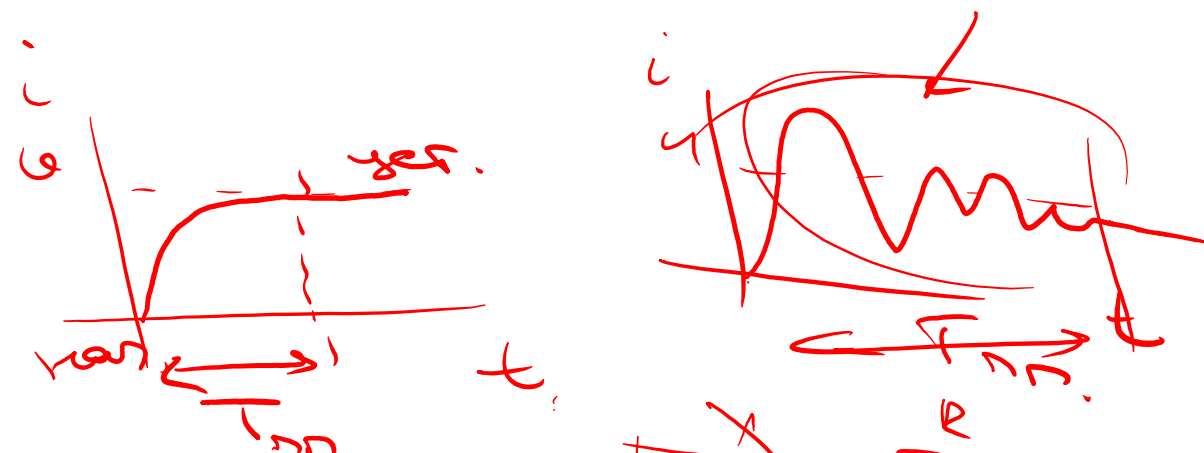
$$\omega_{13}(t) = \mathbf{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{J_{\Sigma} p} \cdot \frac{\gamma p^2 / \Omega_0^2}{p^2 / \Omega_0^2 + 1} \cdot \frac{M}{p} \right\} = \mathbf{L}^{-1} \left\{ \frac{M}{J_{\Sigma} p^2} \cdot \frac{\gamma p^2 / \Omega_0^2}{p^2 / \Omega_0^2 + 1} \right\} = (\varepsilon_{cp} \gamma / \Omega_0^2) \cdot \mathbf{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{p^2 / \Omega_0^2 + 1} \right\}$$

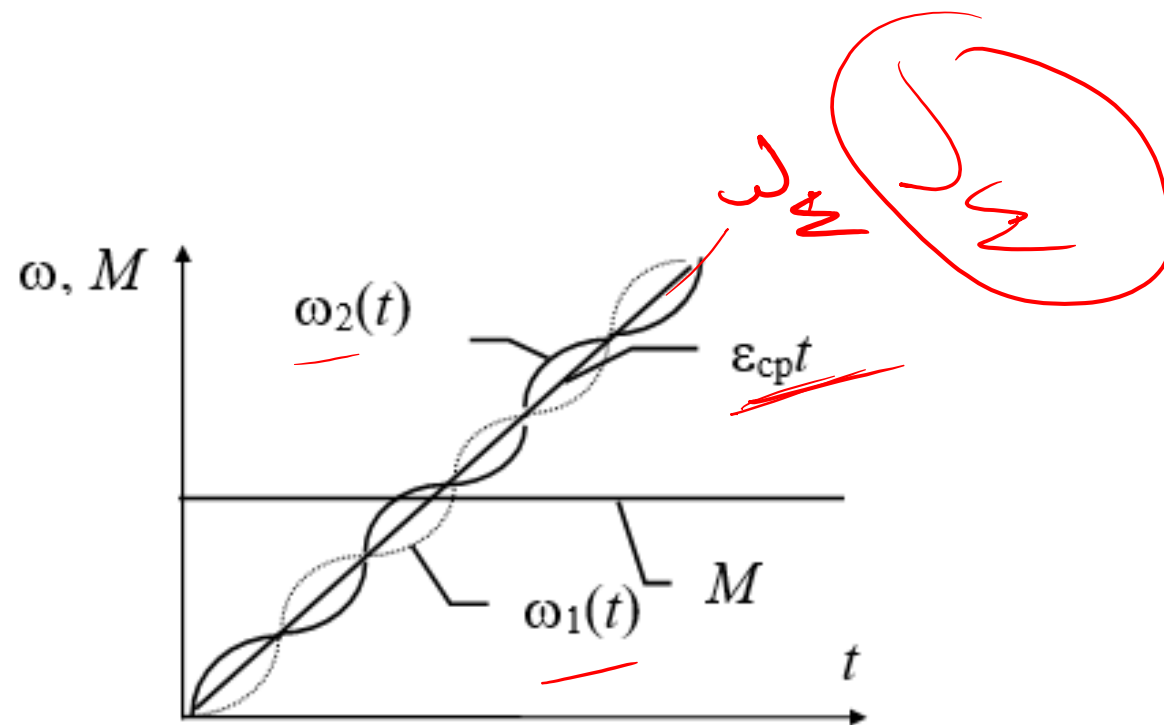
$$B(p) = 1,$$

$$A'(p) = 2p / \Omega_0^2 \quad \text{при } p = j\Omega_0 \quad A'(j\Omega_0) = 2j / \Omega_0$$

$$\omega_{13}(t) = (\varepsilon_{cp} \gamma / \Omega_0^2) \cdot 2 \operatorname{Re} \left(\frac{e^{j\Omega_0 t}}{2j / \Omega_0} \right) = \frac{\varepsilon_{cp} \gamma}{\Omega_0} \sin(\Omega_0 t)$$

$$\omega_1(t) = \varepsilon_{cp} t + (\varepsilon_{cp} / \Omega_0)(\gamma - 1) \sin(\Omega_0 t)$$

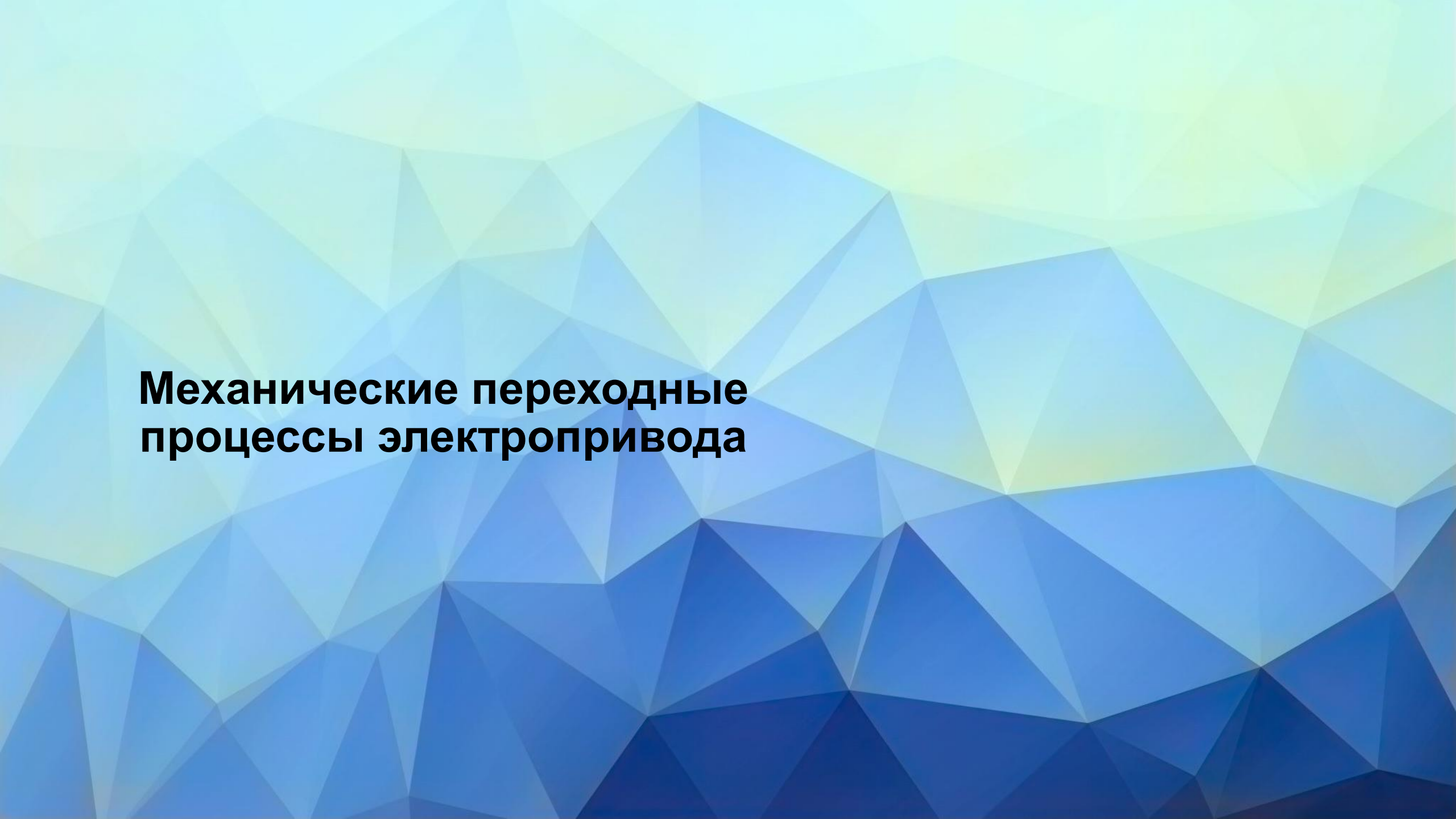




Механические переходные процессы в двухмассовом механизме

Скорость $\omega_2(t)$ в среднем меняется по линейному закону с ускорением $\varepsilon_{\text{ср}} = M/J_{\Sigma}$ и содержит незатухающую гармоническую составляющую с амплитудой $\varepsilon_{\text{ср}}/\Omega_0$ и частотой Ω_0 .

Колебания $\omega_1(t)$ находятся в противофазе с колебаниями $\omega_2(t)$. При прочих равных условиях амплитуда колебания скорости $\omega_1(t)$ тем меньше, чем меньше J_2 , а увеличение Ω_0 при тех же ускорениях снижает амплитуды колебаний как первой, так и второй массы.

The background is an abstract geometric pattern composed of numerous triangles of varying sizes. The color palette is a gradient of blues and greens, with lighter shades at the top and darker shades at the bottom. The triangles are arranged in a way that creates a sense of depth and movement.

Механические переходные процессы электропривода

$$\left. \begin{aligned} M_1 - M_{12} &= J_1 \frac{d\omega_1}{dt}; \\ M_{12} &= J_2 \frac{d\omega_2}{dt}; \\ \frac{dM_{12}}{dt} &= c_{12}(\omega_1 - \omega_2). \end{aligned} \right\}$$

уравнения движения двухмассовой расчетной схемы электропривода

собственная частота колебаний (резонансная частота)
двухмассовой системы

$$\Omega_{12} = \sqrt{\frac{c_{12}(J_1 + J_2)}{J_1 J_2}}$$

$$\varepsilon_{\text{ср}} = M_1 / (J_1 + J_2)$$

среднее ускорение системы.

Общее решение

$$\omega_1 = \varepsilon_{cp} t + A \cos \Omega_{12} t + B \sin \Omega_{12} t.$$

Коэффициенты A и B определяются, исходя из начальных условий:

При $t=0$ $(\omega_1)_0 = 0; (d\omega_1/dt)_0 = M_1/J_1$

Подставив эти значения

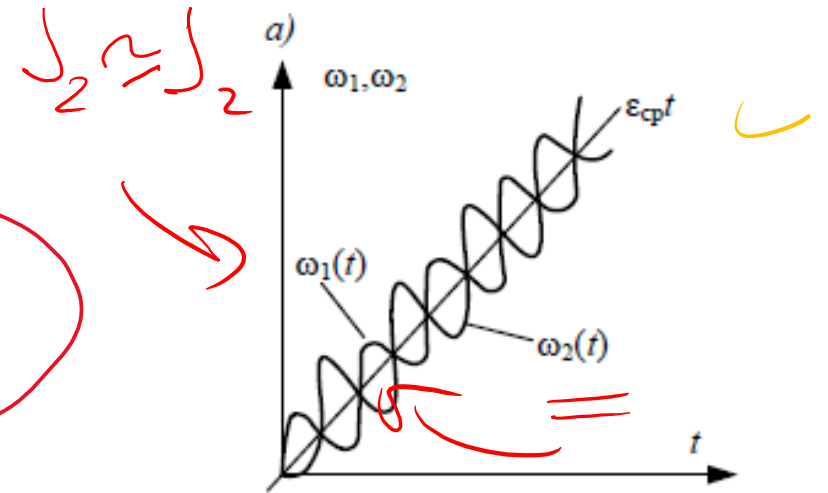
$$A = 0; \frac{M_1}{J_1} = \varepsilon_{cp} + B \Omega_{12}$$

Уравнение движения первой массы

$$\omega_1 = \varepsilon_{cp} t + \frac{J_2}{J_1} \frac{\varepsilon_{cp}}{\Omega_{12}} \sin \Omega_{12} t.$$

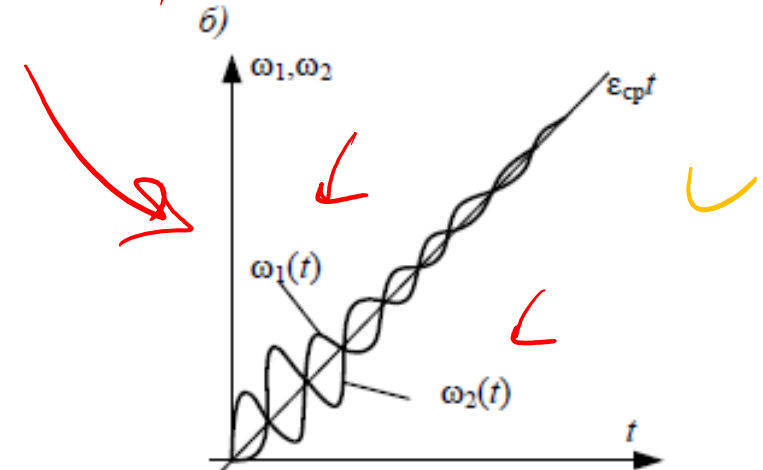
Уравнение движения второй массы

$$\omega_2 = \varepsilon_{cp} t - \frac{\varepsilon_{cp}}{\Omega_{12}} \sin \Omega_{12} t.$$



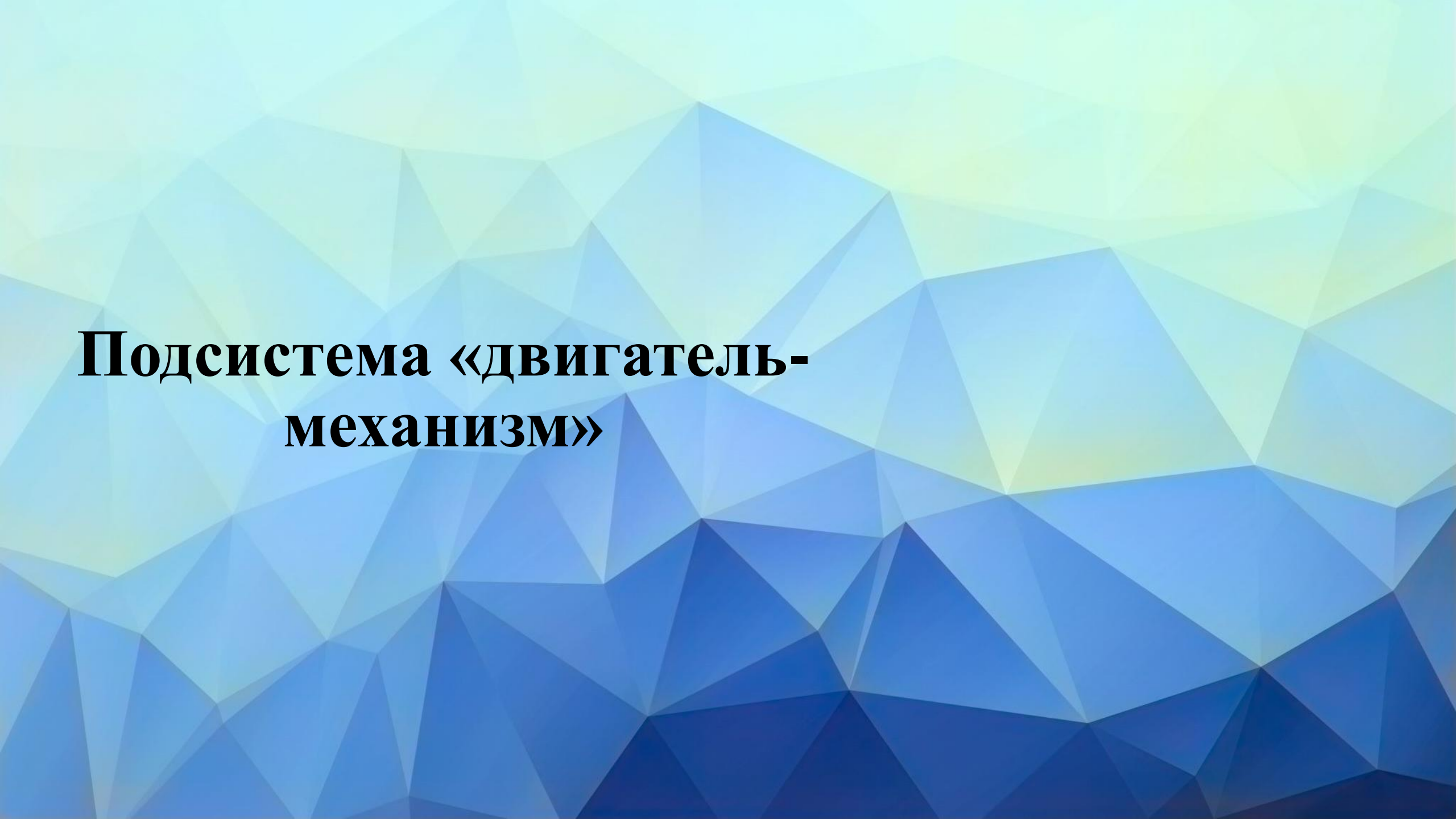
Без учета
демпфирования

$J_2 \ll J_1$



С учетом
естественного
демпфирования

1

The background is an abstract geometric pattern composed of numerous triangles of varying sizes. The color palette is a gradient of blues and greens, with lighter shades at the top and darker shades at the bottom. The triangles are arranged in a way that creates a sense of depth and movement.

Подсистема «двигатель- механизм»

Обобщенная модель двигателя с линеаризованной механической характеристикой

$$T_{\text{э}} \frac{dM}{dt} = \beta(\omega_0 - \omega_1) - M$$

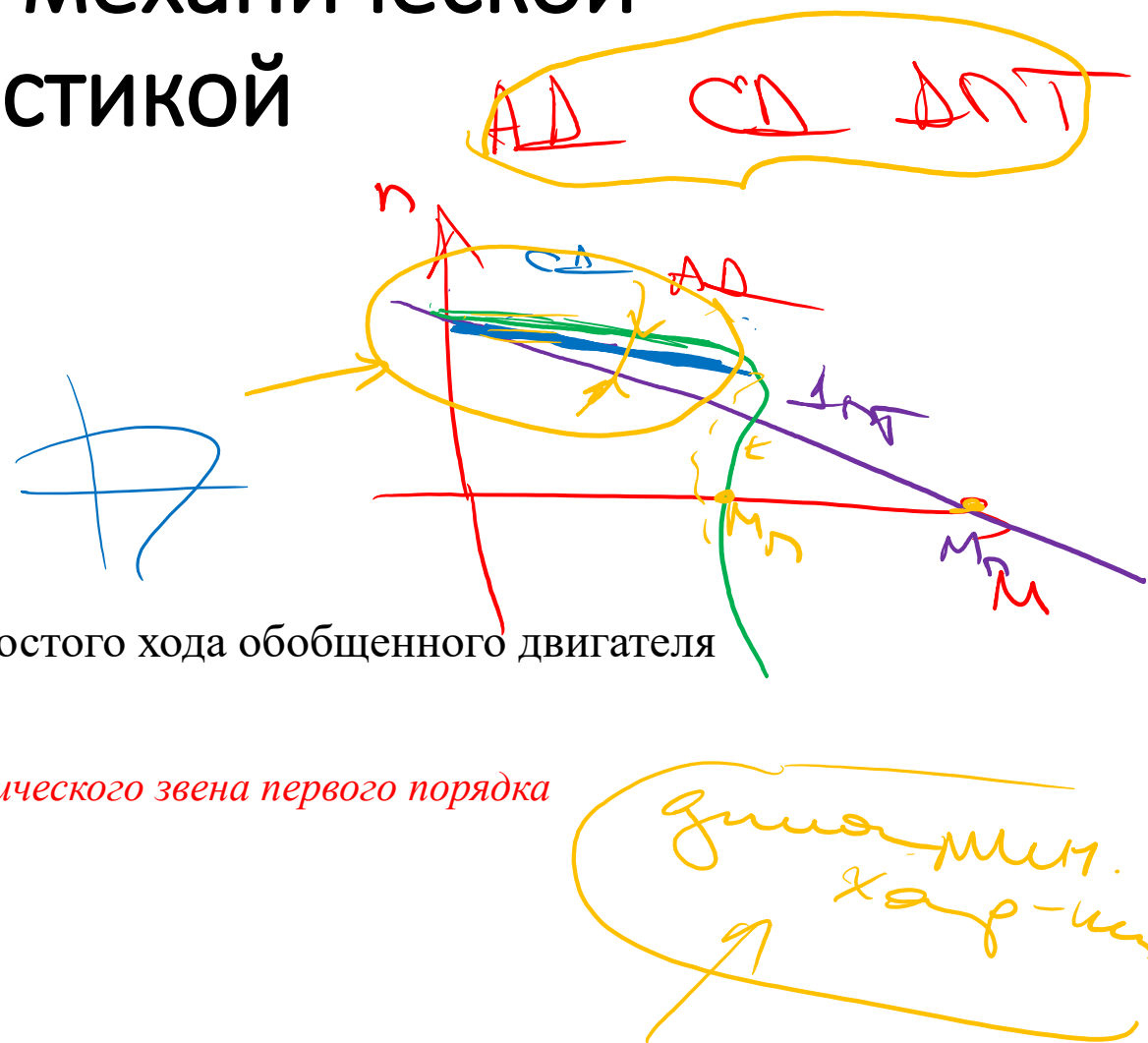
$\beta = M/(\omega_0 - \omega_1)$ – статическая жесткость

$T_{\text{э}}$ – электрическая постоянная времени

ω_0 – обобщенное входное воздействие в виде скорости холостого хода обобщенного двигателя

$$\beta_{\text{дин}}(p) = \frac{M(p)}{\omega_0(p)} \bigg|_{\omega_1=0} = \frac{\beta}{1 + T_{\text{э}} p}$$

передаточная функция аperiodического звена первого порядка



$$\beta_{\text{дин}}(p) = \frac{M(p)}{\omega_0(p)} \Big|_{\omega_1=0} = \frac{\beta}{1 + T_{\text{э}} p}$$

Для двигателя с независимым возбуждением с постоянным магнитным потоком Φ и якорным управлением

$$\omega_0 = \frac{U_{\text{я}}}{c_e \Phi}; \beta = \frac{c_m c_e \Phi^2}{R_{\text{я}\Sigma}}; T_{\text{э}} = T_{\text{я}} = \frac{L_{\text{я}\Sigma}}{R_{\text{я}\Sigma}}$$

где $R_{\text{я}\Sigma}$, $L_{\text{я}\Sigma}$ — соответственно суммарное активное сопротивление цепи якоря; $U_{\text{я}}$ — напряжение на якоре; c_e , c_m — конструктивные постоянные двигателя соответственно по ЭДС вращения и электромагнитному моменту

Для асинхронного двигателя при частотном управлении и линеаризации рабочего участка его характеристики в области скольжений $s < s_{\text{кр}}$

$$\omega_0 = \frac{2\pi f_1}{p}; \beta = \frac{2M_{\text{макс}}}{\omega_{0\text{ном}} s_{\text{кр}}}; T_{\text{э}} = \frac{1}{\omega_{0\text{ном}} s_{\text{кр}}}$$

где f_1 — частота питающего напряжения, $M_{\text{макс}}$ — максимальный (критический) электромагнитный момент, $s_{\text{кр}}$ — критическое скольжение

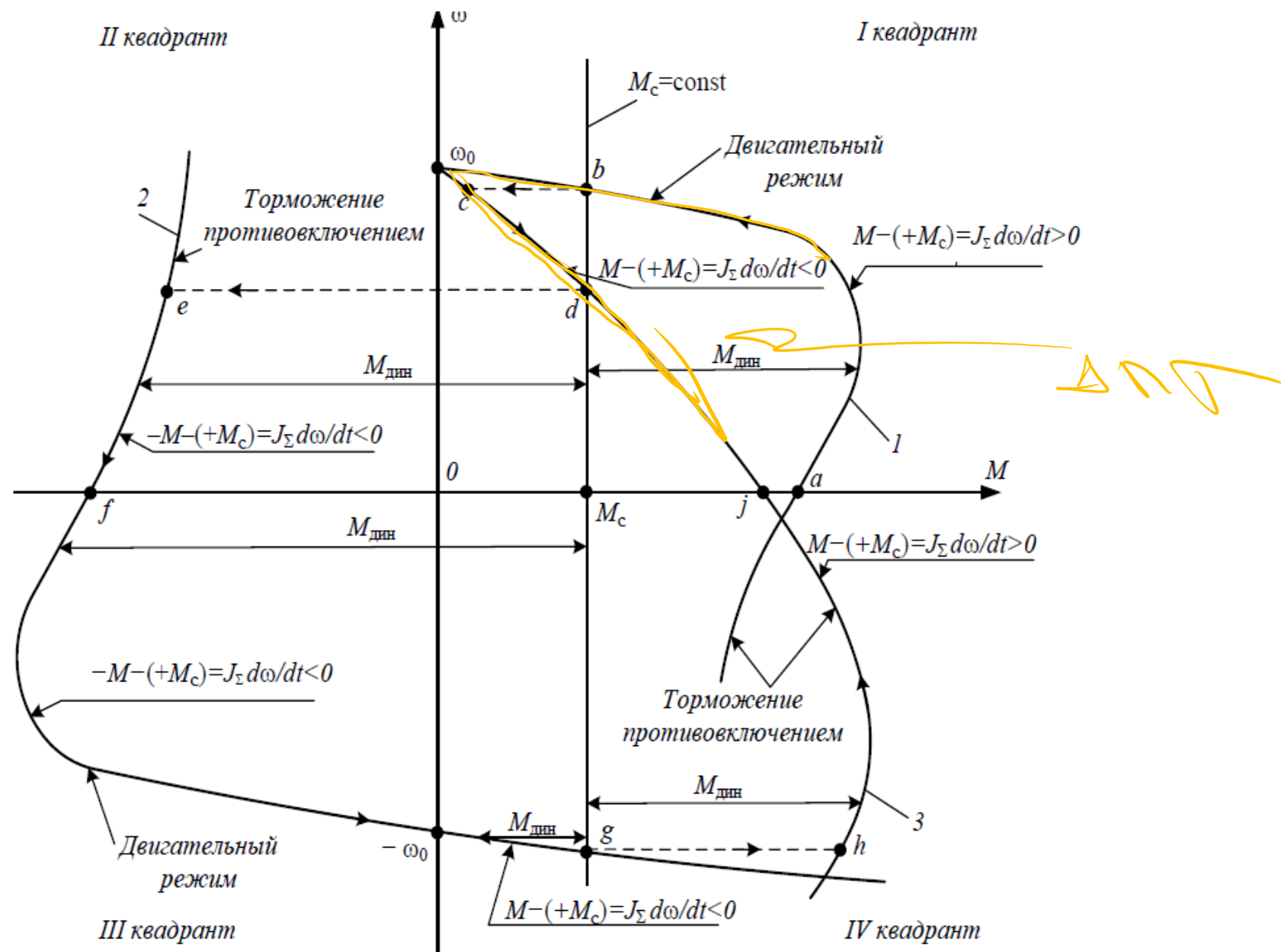


Рисунок 8 – Механические характеристики и режимы работы электропривода подъемного механизма

Обобщенный управляемый электрический преобразователь

$$T_{\text{пр}} \frac{d\omega_0}{dt} = K_{\text{пр}} u_y - \omega_0$$

где u_y – входное управляющее воздействие (выходной сигнал регулятора в замкнутой системе; ω_0 – выходной сигнал обобщенной модели преобразователя; $T_{\text{пр}}$ и $K_{\text{пр}}$ – соответственно постоянная времени и статический коэффициент передачи преобразователя

$$W_{\text{пр}}(p) = \frac{\omega_0(p)}{u_y(p)} = \frac{K_{\text{пр}}}{T_{\text{пр}} p + 1}$$



Векторно-матричная математическая модель обобщенной энергетической подсистемы с двухмассовым механизмом

$$\frac{d\omega_0}{dt} = -\frac{1}{T_{\text{пр}}} \omega_0 + \frac{K_{\text{пр}}}{T_{\text{пр}}} u_y$$

преобраз.

$$\frac{dM}{dt} = \frac{\beta}{T_3} \omega_0 - \frac{\beta}{T_3} \omega_1 - \frac{1}{T_3} M$$

двигатель

$$\frac{d\omega_1}{dt} = \frac{M}{J_1} - \frac{M_{12}}{J_1} - \frac{M_{c1}}{J_1}$$

осн. др. электр.

$$\frac{dM_{12}}{dt} = C_{12} \omega_1 - C_{12} \omega_2$$

пружины

$$\frac{d\omega_2}{dt} = \frac{M_{12}}{J_2} - \frac{M_{c2}}{J_2}$$


осн. др. электр.

Принимая в качестве вектора состояния вектор

$$Y^T = [\omega_0 \quad M \quad \omega_1 \quad M_{12} \quad \omega_2]$$

в качестве вектора управления – вектор

$$U^T = [u_y \quad \underline{M_{c1} \quad M_{c2}}]$$



Динамика обобщенной подсистемы «двигатель- механизм»

Математические модели подсистемы «двигатель-одномассовый механизм»

электромеханическая постоянная времени обобщенного ЭМП $T_M = J_\Sigma / \beta$

$$\begin{cases} \frac{dM}{dt} = \frac{\beta}{T_\gamma} \omega_0 - \frac{\beta}{T_\gamma} \omega_1 - \frac{1}{T_\gamma} M \\ \frac{d\omega_1}{dt} = \frac{M}{\beta T_M} - \frac{M_c}{\beta T_M} \end{cases}$$

система уравнений
подсистемы «двигатель-
одномассовый механизм»

$$Y^T = [M \quad \omega_1] \quad \text{вектор состояния}$$

$$U^T = [\omega_0 \quad M_c] \quad \text{вектор управления}$$

$$\dot{Y} = AY + BU$$

$$A = \begin{bmatrix} \frac{-1}{T_\gamma} & \frac{-\beta}{T_\gamma} \\ \frac{-1}{\beta T_M} & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \frac{\beta}{T_\gamma} & 0 \\ 0 & \frac{-1}{\beta T_M} \end{bmatrix}$$

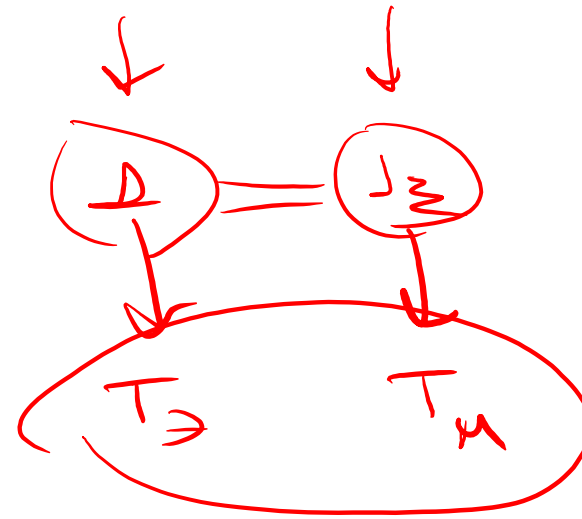
$$\det(\lambda I - A) = 0 \quad \text{характеристическое уравнение}$$

$$T_\gamma T_M \lambda^2 + T_M \lambda + 1 = 0$$



$$T_9 T_M \lambda^2 + T_M \lambda + 1 = 0$$

$$\lambda_{1,2} = -\frac{1}{2T_9} \pm \sqrt{\frac{1}{4T_9^2} - \frac{1}{T_9 T_M}}$$



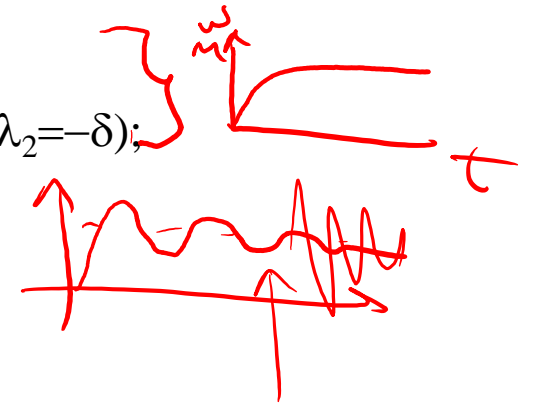
обозначая $\Omega_d = \sqrt{1/(T_M T_9)}$

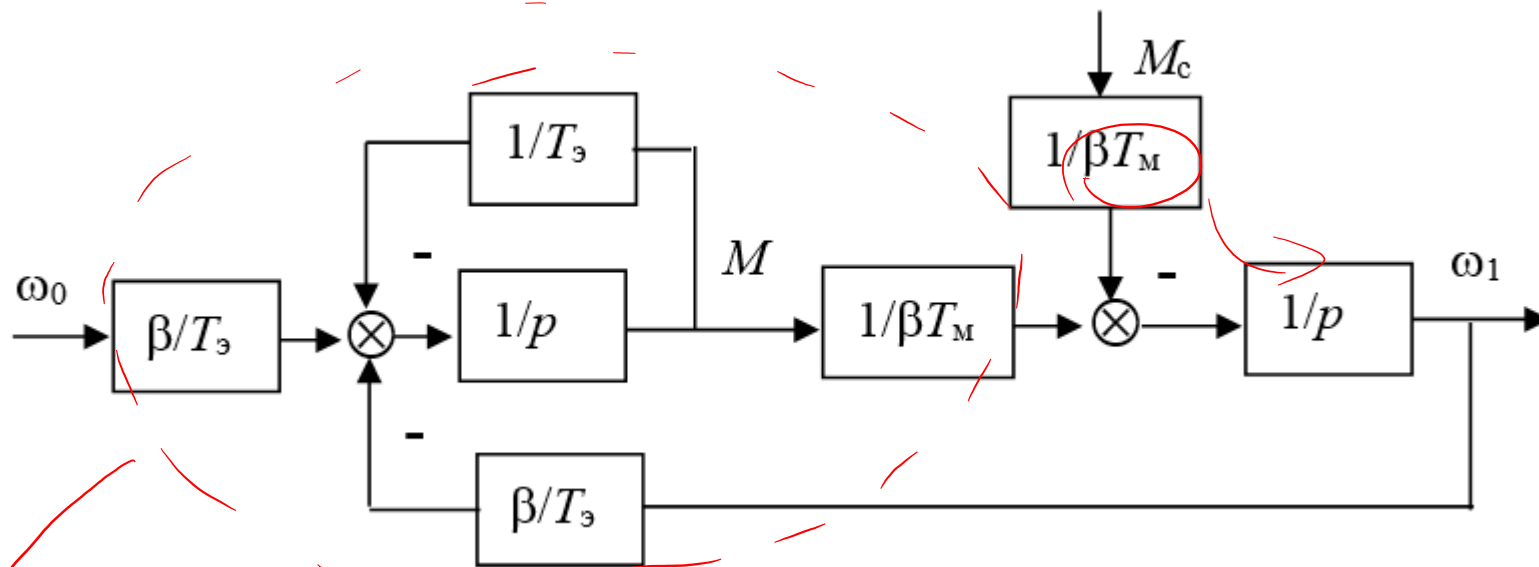
$$\delta = 1/(2T_9)$$

$$\lambda_{1,2} = -\delta \pm \sqrt{\delta^2 - \Omega_d^2}$$

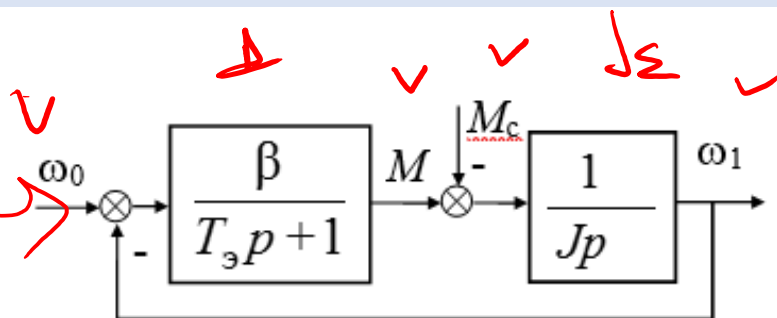
В зависимости от соотношения электрической и механической постоянных времени могут иметь место 3 случая:

- при $\delta > \Omega_d$ корни вещественные и разные;
- при $\delta = \Omega_d$ корни вещественные и равные ($\lambda_1 = \lambda_2 = -\delta$);
- при $\delta < \Omega_d$ корни комплексно-сопряженные.





Детализированная структурная схема обобщенной подсистемы «двигатель – одномассовый механизм»



Эквивалентная структурная схема обобщенной подсистемы «двигатель-одномассовый механизм»

Найдем передаточную матрицу исследуемого обобщенного ЭМП и определим интересующие нас передаточные функции, а также переходные и частотные характеристики соответствующих каналов (реакция скорости ω_1 на управляющее воздействие ω_0 и на возмущение по нагрузке M_c)

$$H(p) = C(pI - A)^{-1}B$$

$$(pI - A)^{-1} = \text{Adj}(pI - A) / \det(pI - A)$$

$$\text{Adj}(pI - A) = \begin{bmatrix} p & -\frac{\beta}{T_3} \\ \frac{1}{\beta T_M} & p + \frac{1}{T_3} \end{bmatrix}$$

$$\det(pI - A) = \frac{T_3 T_M p^2 + T_M p + 1}{T_3 T_M}$$

$$H(p) = \frac{T_3 T_M}{T_3 T_M p^2 + T_M p + 1} \times \begin{bmatrix} p & -\frac{\beta}{T_3} \\ \frac{1}{\beta T_M} & p + \frac{1}{T_3} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \frac{\beta}{T_3} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\beta T_M} \end{bmatrix} \longrightarrow H(p) = \frac{T_3 T_M}{T_3 T_M p^2 + T_M p + 1} \times \begin{bmatrix} \frac{p\beta}{T_3} & \frac{1}{T_3 T_M} \\ \frac{1}{T_3 T_M} & -\frac{T_3 T_M}{\beta T_3 T_M} \end{bmatrix}$$

$$W_{\omega_1 \omega_0}(p) = \frac{\omega_{\cancel{1}}(p)}{\omega_0(p)} = \frac{1}{T_{\text{3}} T_{\text{M}} p^2 + T_{\text{M}} p + 1}$$

ps ta bx. ۛ

$$W_{\omega_1 M_{\text{c}}}(p) = \frac{\omega_{\cancel{1}}(p)}{\underline{M_{\text{c}}}(p)} = \frac{T_{\text{3}} p + 1}{\beta(T_{\text{3}} T_{\text{M}} p^2 + T_{\text{M}} p + 1)}$$

p-ۛ ta bəym. ۛ

$$W_{M \omega_0}(p) = \frac{M(p)}{\omega_0(p)} = \frac{\beta T_{\text{M}} p}{T_{\text{3}} T_{\text{M}} p^2 + T_{\text{M}} p + 1}$$

bx ۛ

$$W_{MM_{\text{c}}}(p) = \frac{M(p)}{M_{\text{c}}(p)} = \frac{1}{T_{\text{3}} T_{\text{M}} p^2 + T_{\text{M}} p + 1}$$

bəym ۛ

Электромеханические переходные процессы

Динамические характеристики подсистемы «двигатель-одномассовый механизм»

$$W_{\omega_1 \omega_0}(p) = \frac{\omega_z(p)}{\omega_0(p)} = \frac{1}{T_3 T_M p^2 + T_M p + 1}$$

р. э. с. м. е. г.
6x w.

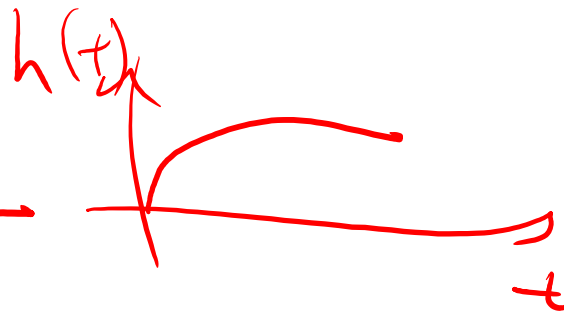
При значениях T_3 таких, что $4T_3 < T_M$, следовательно $\delta > \Omega_d$, передаточная функция имеет два вещественных полюса λ_1 и λ_2 . При введении обозначений $T_1 = |1/\lambda_1|$ и $T_2 = |1/\lambda_2|$, передаточная функция приводится к виду

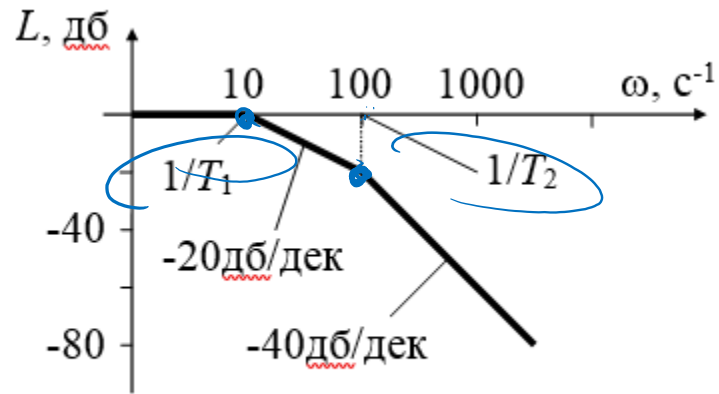
$$\rightarrow W_{\omega_1 \omega_0}(p) = \frac{1}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}$$

$$T_1 = \left| \frac{1}{\lambda_1} \right| \quad T_2 = \left| \frac{1}{\lambda_2} \right|$$

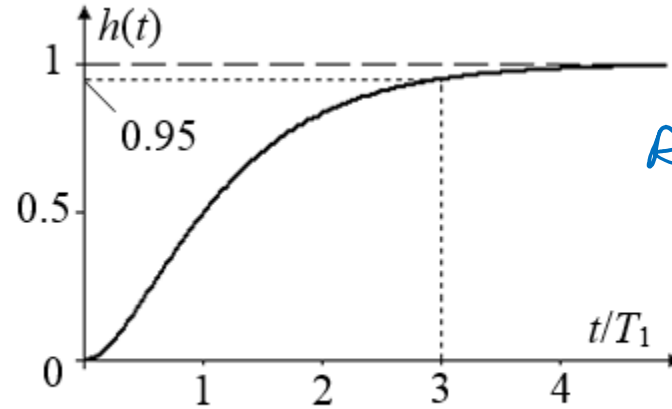
что соответствует последовательному соединению двух апериодических звеньев первого порядка с постоянными времени T_1 и T_2 . Такому соединению соответствует переходная характеристика $h(t)$ вида

$$h(t) = L^{-1}\{W(p)/p\} = 1 + \frac{T_1}{T_2 - T_1} e^{-t/T_1} - \frac{T_2}{T_2 - T_1} e^{-t/T_2}$$





а

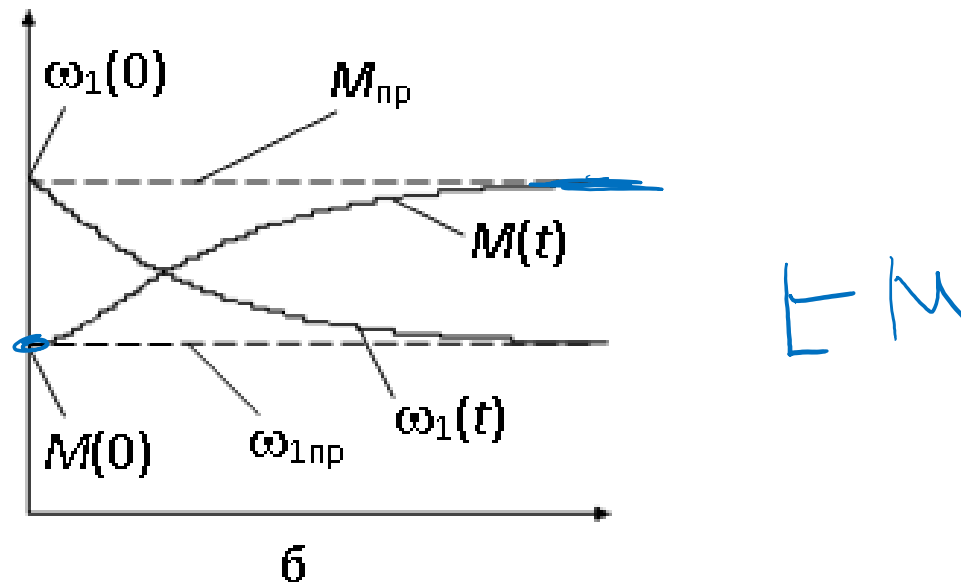
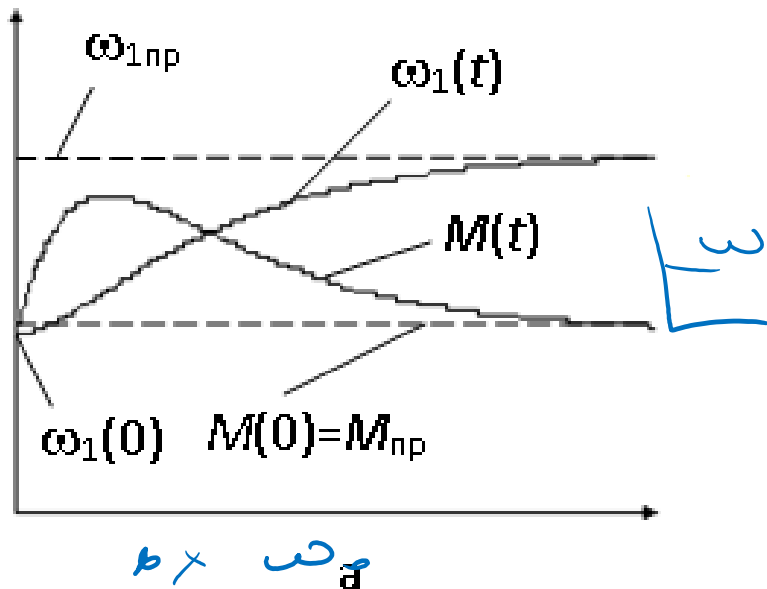


б

Апер.

ЛАХ и переходная характеристика подсистемы при $T_M > 4T_э$

Реакция скорости на скачок управления носит апериодический характер и время ее определяется приблизительно как $3T_1$. Это время растет с ростом электрической и механической постоянной времени при сохранении соотношения постоянных $4T_э < T_M$



Электромеханические переходные процессы при $T_M > 4T_э$

$$\rightarrow M(t) = M_c + \frac{\Delta M(0)}{\lambda_1 - \lambda_2} \left[\left(\frac{1}{T_э} + \lambda_1 \right) e^{\lambda_2 t} - \left(\frac{1}{T_э} + \lambda_2 \right) e^{\lambda_1 t} \right] + \frac{\beta \Delta \omega(0)}{T_э(\lambda_1 - \lambda_2)} (e^{\lambda_2 t} - e^{\lambda_1 t})$$

$$\rightarrow \omega_1(t) = \omega_{1пр} - \frac{\Delta M(0)}{\beta T_M(\lambda_1 - \lambda_2)} (e^{\lambda_2 t} - e^{\lambda_1 t}) + \frac{\Delta \omega(0)}{(\lambda_1 - \lambda_2)} (e^{\lambda_2 t} - e^{\lambda_1 t})$$

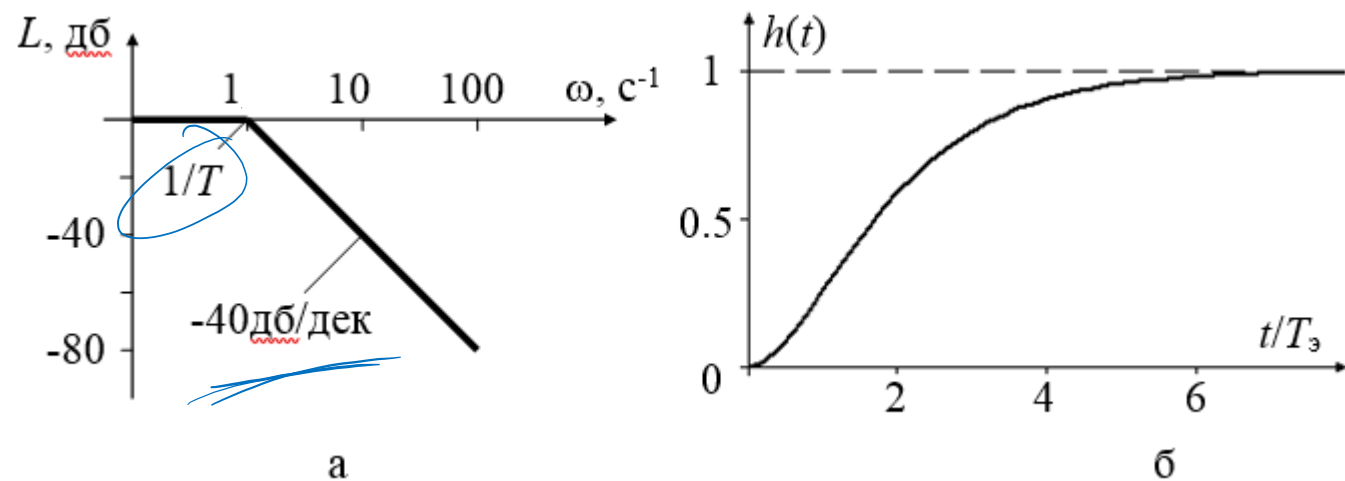
Время переходного процесса определяется временем затухания самой “медленной” из экспоненциальных составляющих свободного процесса. В нашем случае $|\lambda_2| > |\lambda_1|$ и потому время переходного процесса можно определить как $t_{п} = 3 |1/\lambda_1|$.

При $4T_3 = T_m$ характеристическое уравнение системы имеет два равных вещественных корня $\lambda_1 = \lambda_2 = -\delta = -1/2T_3$.
Передаточная функция принимает при этом вид

$$W_{\omega_1 \omega_0}(p) = \frac{1}{(Tp + 1)^2}$$

где $T = 2T_3$, что соответствует последовательно включенным одинаковым апериодическим звеньям первого порядка.
Переходная характеристика ЭМП описывается выражением

$$h(t) = 1 - (1 + \delta t)e^{-\delta t} = 1 - (1 + t/(2T_3))e^{-t/(2T_3)}$$

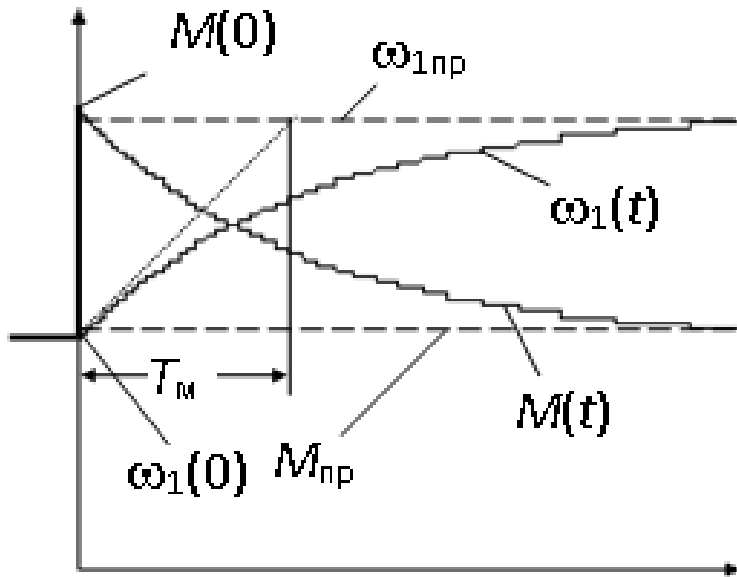


Апер.

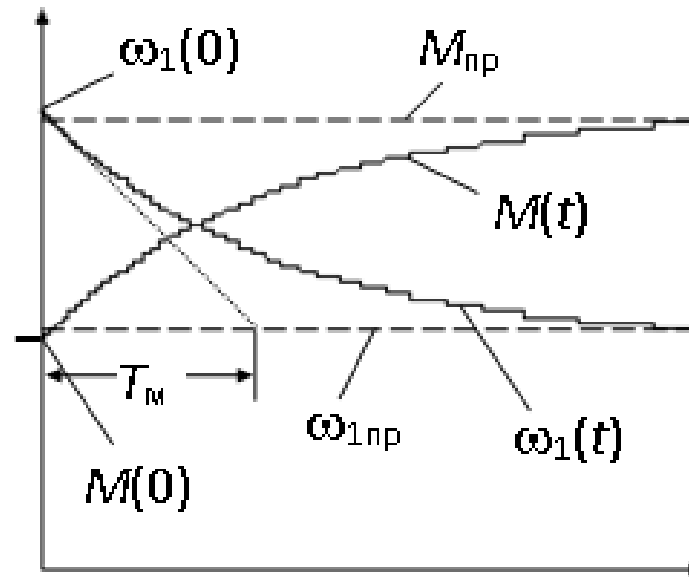
ЛАХ и переходная характеристика подсистемы при $T_M = 4T_3$

В этом случае переходная характеристика носит аperiodический характер, при этом время процесса составляет величину $t_n = 6T_3$.



$L\omega$ $L\mu$ 

а



б

95% уст.

Электромеханические переходные процессы при $T_э=0$

- они носят аperiodический экспоненциальный характер и время протекания их определяется величиной T_m ($t_{п}=3T_m$);
- скорость вращения меняется плавно без скачков из-за наличия электромеханической инерции;
- скачкообразное изменение управляющего воздействия приводит к скачкообразному изменению электромагнитного момента из-за отсутствия электромагнитной инерции.

При $4T_3 > T_M$ корни характеристического уравнения ЭМП становятся комплексно-сопряженными и принимают вид

$$\lambda_{1,2} = -\delta \pm j\Omega_{\text{св}}$$

$$\Omega_{\text{св}} = \sqrt{\Omega_{\text{д}}^2 - \delta^2} \quad \text{частота свободных колебаний}$$

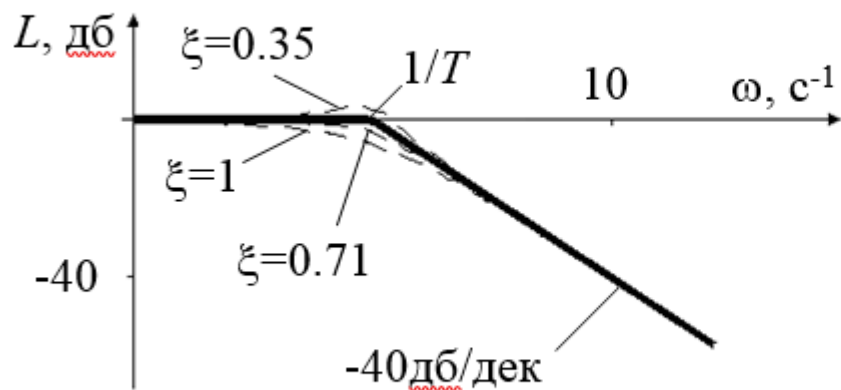
где постоянная времени T и коэффициент затухания ξ определяются выражениями

$$T = \sqrt{T_M T_3}$$

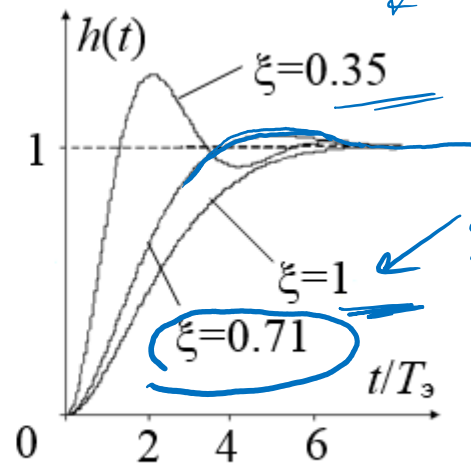
$$\xi = T_M / (2\sqrt{T_M T_3}) = \delta / \Omega_{\text{д}}$$

Переходная функция канала $\omega_0 \rightarrow \omega_1$ определяется в рассматриваемом случае выражением

$$h(t) = 1 - e^{-\delta t} \left(\cos(\Omega_{\text{св}} t) + \frac{\delta}{\Omega_{\text{св}}} \left(\sin(\Omega_{\text{св}} t) + \frac{\delta}{\Omega_{\text{св}}} \right) \right)$$



а



б

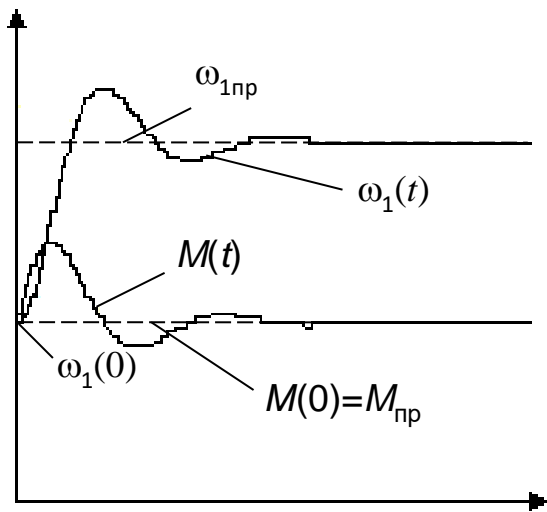
Частотные характеристики колебательного звена, соответствующие значениям $\xi=1$, $\xi=0.71$ и $\xi=0.35$ приведены на рисунке

затух. переход. процесс.

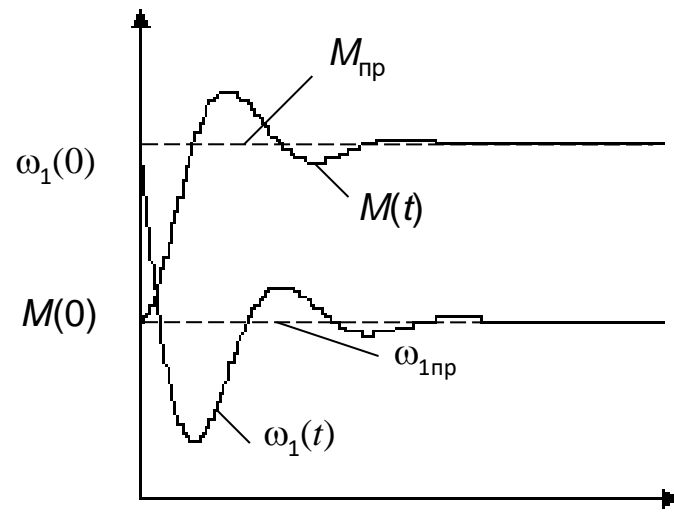
- время затухания колебаний зависит только от электрической постоянной времени T_3 и определяется как $t_n = 6T_3$;
- с ростом постоянной времени T_3 при неизменной электромеханической постоянной времени T_m растет время переходного процесса и при этом возрастает частота свободных колебаний $\Omega_{св}$;

- при $\xi=0.71$ колебания затухают практически за один период, а скорость ω_1 достигает установившегося значения с превышением его в переходном процессе (перерегулированием) около 5%, при $\xi < 0.71$ затухание колебаний ухудшается и перерегулирование сильно возрастает

ЛАХ и переходная характеристика подсистемы при $T_m < 4T_3$



а



б

Электромеханические переходные процессы при $T_M < 4T_\omega$

$$M(t) = M_c + \frac{\Delta M}{\Omega_{CB}} e^{-\delta t} (-\delta \sin(\Omega_{CB} t) + \Omega_{CB} \cos(\Omega_{CB} t)) - \frac{\Delta \omega \cdot 2\delta \cdot \beta}{\Omega_{CB}} e^{-\delta t} \sin(\Omega_{CB} t)$$

$$\omega_1(t) = \omega_{1пр} + \frac{\Delta M}{\beta T_M \Omega_{CB}} e^{-\delta t} \sin(\Omega_{CB} t) + \frac{\Delta \omega}{\Omega_{CB}} e^{-\delta t} (\delta \sin(\Omega_{CB} t) + \Omega_{CB} \cos(\Omega_{CB} t))$$

Кривые отличаются от соответствующих кривых для случая вещественных корней только характером свободных составляющих.

$$W_{\omega_1 \omega_0}(p) = \frac{\omega_1(p)}{\omega_0(p)} = \frac{1}{T_{\omega} T_M p^2 + T_M p + 1}$$

$$W_{\omega_1 M_c}(p) = \frac{\omega_1(p)}{M_c(p)} = \frac{T_{\omega} p + 1}{\beta(T_{\omega} T_M p^2 + T_M p + 1)}$$

$$W_{M \omega_0}(p) = \frac{M(p)}{\omega_0(p)} = \frac{\beta T_M p}{T_{\omega} T_M p^2 + T_M p + 1}$$

$$W_{M M_c}(p) = \frac{M(p)}{M_c(p)} = \frac{1}{T_{\omega} T_M p^2 + T_M p + 1}$$

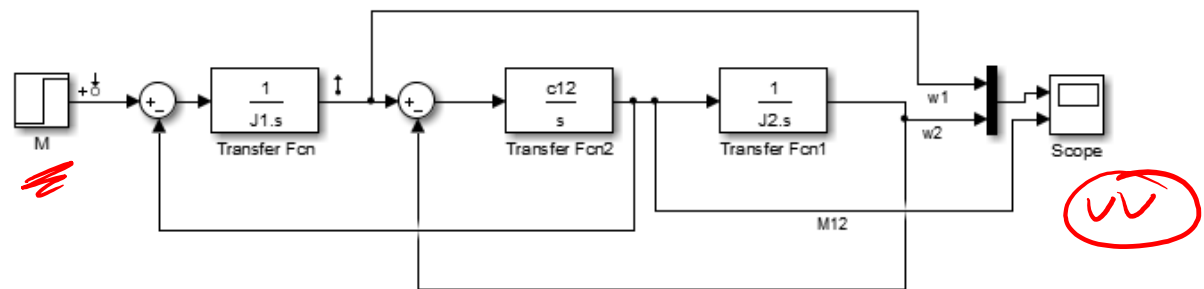
– Переходные процессы по характеру и длительности для всех каналов одинаковы, поскольку определяются одними и теми же корнями (собственными числами).

– Для каналов $M_c \rightarrow \omega_1$ и $\omega_0 \rightarrow M$ при одинаковых прочих параметрах следует ожидать больших по величине динамических отклонений (перерегулирований) из-за наличия в их составе дифференцирующих звеньев (форсирующего звена первого порядка и идеального дифференцирующего звена).

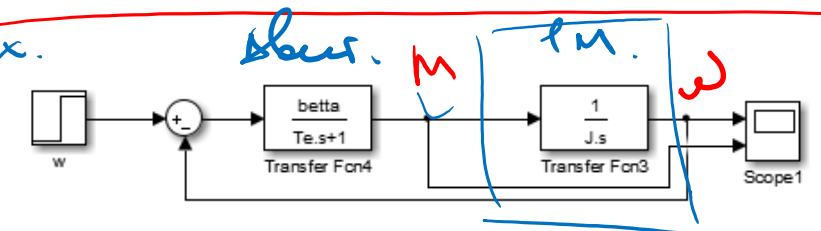
– Передаточная функция канала $M_c \rightarrow \omega_1$ имеет знак (-), указывающий на то, что с увеличением момента сопротивления (нагрузки) скорость двигателя падает из-за падающей механической характеристики ЭМП.

– Канал $\omega_0 \rightarrow M$ не имеет статической характеристики. Это значит, что электромагнитный момент после окончания переходного процесса возвращается к одному и тому же установившемуся значению, не зависящему от управляющего воздействия ω_0 . Оно определяется приложенным моментом нагрузки M_c .

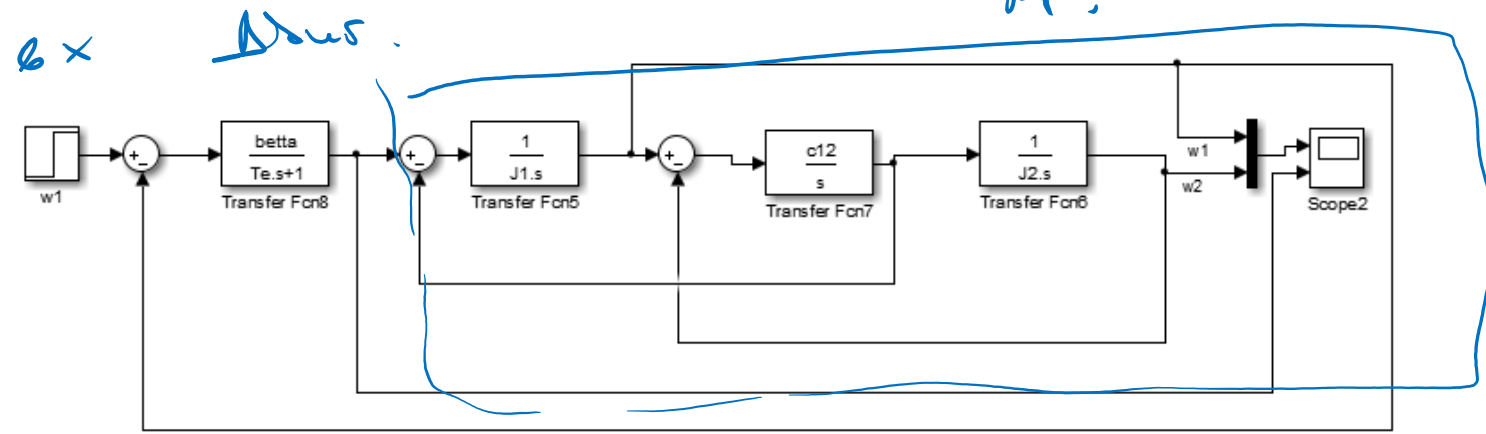
①



②



ex



```

1 global J1 J2 c12 Mnom wnom Mp Te Tpr Kpr Mc1 Mc2
2 J1=1.72
3 J2=0.7
4 c12=7846
5 Mnom=100
6 wnom=40
7 Mp=500
8 Te=3e-3
9 Tpr=0.5
10 Kpr=16
11 Mc1=60
12 Mc2=40
13
14 gamma=(J1+J2)/J1
15 w0=sqrt((c12*(J1+J2))/(J1*J2))
16 wc1=w0/(sqrt(gamma))
17 wc2=w0
18
19 beta=Mp/wnom
20 Tm=(J1+J2)/beta
21 J=J1+J2
22

```