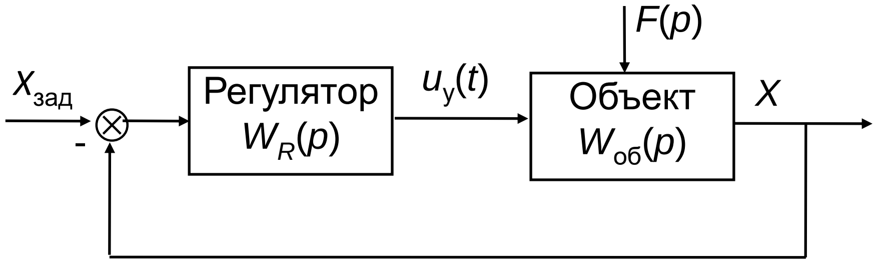
Оптимизация линейных контуров регулирования

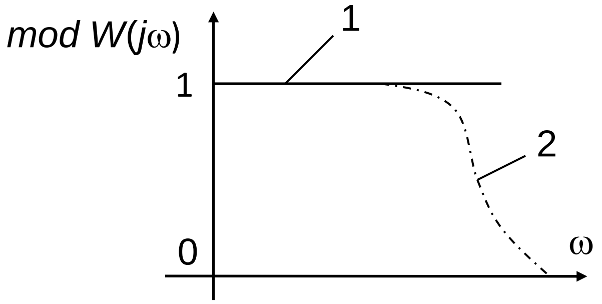
Задача оптимизации и типовые настройки контуров



Обобщенная структурная схема линейного контура регулирования

$$W_{\text{зу}}(p) = X(p)/X_{\text{зад}}(p) = 1$$

$$W_{\text{зв}}(p) = X(p)/F(p) = 0$$



АФЧХ замкнутой системы

Основные характеристики контуров, настроенных на технический оптимум

$$W_з(p) = \frac{X(p)}{X_{зад}(p)} = \frac{b_0}{a_2 p^2 + a_1 p + a_0}$$

$$H(\omega) = modW_з(j\omega) = \sqrt{\frac{b_0^2}{a_0^2 - \omega^2\left(2a_0a_2 - a_1^2\right) + \omega^4 a_2^2}}$$

$H(\omega) = 1$ при $\omega \to 0$ $\Rightarrow$ $a_0 = b_0$ и $a_1^2 = 2a_0a_2$

$$H(\omega) = modW_з(j\omega) = \sqrt{\frac{1}{1 + \omega^4 (a_2/a_0)^2}}$$

замкнутый контур, настроенный на технический оптимум имеет передаточную функцию

$$W_з(p) = \frac{X(p)}{X_{зад}(p)} = \frac{1}{(a_2/a_0)p^2 + (a_1/a_0)p + 1}$$

с учетом условий оптимизации $a_0 = b_0$ и $a_1^2 = 2a_0a_2$

$$W_з(p) = \frac{X(p)}{X_{зад}(p)} = \frac{1}{\frac{(a_1/a_0)^2}{2} p^2 + (a_1/a_0)p + 1}$$

Полином знаменателя (характеристическое уравнение) оптимизированного замкнутого контура имеет пару комплексно-сопряженных корней вида

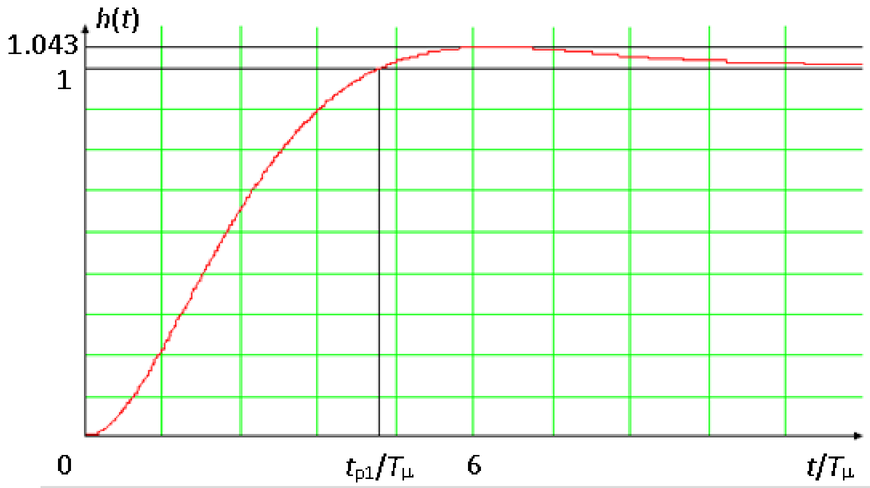
$$p_{1,2} = -\delta \pm j\Omega_{св}$$,где $\delta = \frac{1}{2T_\mu}$ $\Omega_{св} = \frac{1}{2T_\mu}$

$$h(t) = 1 - e^{-t/(2T_\mu)}\left(Cos(t/(2T_\mu)) + Sin(t/(2T_\mu))\right)$$

$$t_{р1} = 4.7T_\mu$$

$$t_п = 6T_\mu$$

$$\Delta h_{макс} = 4.3\%$$



Переходная характеристика контура, настроенного на технический оптимум

Основные характеристики контуров, настроенных на симметричный оптимум

$$W_з(p) = \frac{X(p)}{X_{зад}(p)} = \frac{b_1 p + b_0}{a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0}$$

$$H(\omega) = modW_з(j\omega) = \sqrt{\frac{b_0^2 + \omega^2 b_1}{a_0^2 - \omega^2\left(2a_0 a_2 - a_1^2\right) - \omega^4\left(2a_1 a_3 - a_2^2\right) + \omega^6 a_3^2}}$$

$$\omega \to 0$$

$$a_1 = b_1 \qquad a_2^2 = 2a_1 a_3$$

$$H(\omega) = modW_з(j\omega) = \sqrt{\frac{1 + \omega^2 (a_1 / a_0)^2}{1 + \omega^6 (a_3 / a_0)^2}}$$

$$4T_\mu = (a_1 / a_0)$$

$$W_з(p) = \frac{X(p)}{X_{зад}(p)} = \frac{4T_\mu p + 1}{8T_\mu^3 p^3 + 8T_\mu^2 p^2 + 4T_\mu p + 1}$$

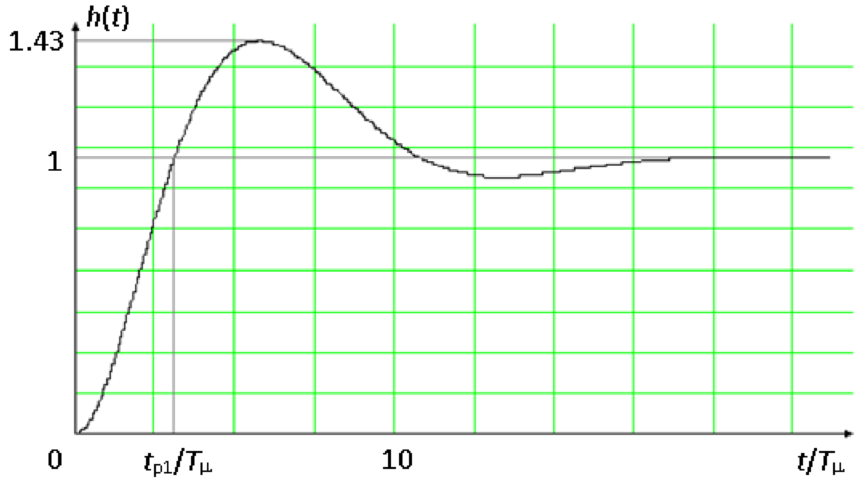
$$p_1 = -1/(2T_\mu)$$

$$p_{2,3} = -\frac{1}{4T_\mu} \pm j\frac{\sqrt{3}}{4T_\mu}$$

$$h(t) = L^{-1}\{W(p)/p\}$$

$$h(t) = 1 + e^{-t/2T_\mu} - 2e^{-t/4T_\mu} Cos\left(\frac{t\sqrt{3}}{4T_\mu}\right)$$

$$t_{p1} = 3.1T_\mu$$
$$t_п = 12T_\mu$$
$$\Delta h_{макс} = 43\%$$

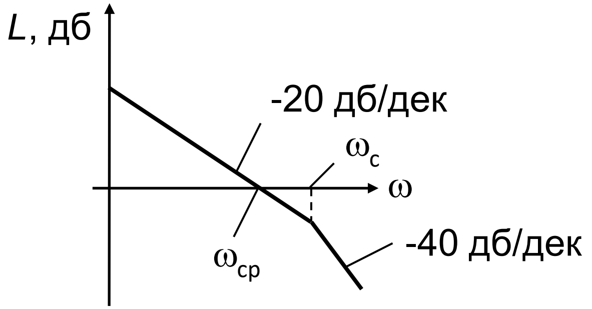


Переходная характеристика контура, настроенного на симметричный оптимум

Приемы и методы оптимизации линейных контуров регулирования

Настройка на “технический оптимум”

$$W_{\text{рэ}1}(p)=\frac{1}{2pT_{\mu}(T_{\mu}p+1)}$$



$$\omega_{\text{ср}}=1/(2T_{\mu})$$

$$\omega_{\text{с}}=1/T_{\mu}$$

ЛАЧХ эталонной разомкнутой системы

$$W_{\text{рэ}1}(p)=W_{R}(p)\cdot W_{\text{об}}(p)$$

$$W_{\text{об}}(p)=\frac{K_{\text{об}}\cdot e^{-\tau p}}{\prod_{i=1}^{n}(T_{i}p+1)}$$

τ – постоянное запаздывание

T_i – постоянные времени элементов объекта, расположенные в порядке убывания по значению,

$$W_{\text{об}}(p) = \frac{K_{\text{об}}}{\prod_{i=1}^{n}(T_i p + 1)}$$

$$\downarrow$$

$$W_{\text{р}}(p) = \frac{K_{\text{об}}}{T_{\text{и}} p \prod_{i=1}^{n}(T_i p + 1)}$$

$$T_{\mu} = \sum_{i=1}^{n} T_i$$

$$W_{\text{р}}(p) = \frac{K_{\text{об}}}{T_{\mu} p + 1} \cdot \frac{1}{T_{\text{и}} p}$$

Выбор параметров регулятора осуществляется из условия $W_{\text{р}}(p) = \frac{K_{\text{об}}}{T_{\mu} p + 1} \cdot \frac{1}{T_{\text{и}} p} = W_{\text{рэ}}(p) = \frac{1}{2pT_{\mu}(T_{\mu} p + 1)}$

Следовательно, $2T_{\mu} = T_{\text{и}} / K_{\text{об}} \rightarrow T_{\text{и}} = 2T_{\mu} K_{\text{об}}$

Пусть объект содержит ряд апериодических звеньев первого порядка постоянные времени объекта – соизмеримы и $\tau \neq 0$

В этом случае оптимизация контура осуществляется также с помощью И-регулятора, причем $T_\mu = \sum_{i=1}^{n} T_i + \tau$

$$T_1 \geq \sum_{i=2}^{n} T_i + \tau$$

$$\downarrow$$

$$T_\mu = \sum_{i=2}^{n} T_i + \tau$$

$$W_р(p) = \frac{K_{об}}{T_1 p + 1} \cdot \frac{1}{T_\mu p + 1} \cdot \frac{K_п (T_и p + 1)}{T_и p}$$

Выбирая $T_и = T_1$

$$W_р(p) = \frac{K_{об}}{T_\mu p + 1} \cdot \frac{K_п}{T_1 p}$$

Условием оптимальной настройки, кроме $T_и = T_1$

$$2T_\mu = T_1/(K_{об}K_п) \rightarrow K_п = T_1/(2K_{об}T_\mu)$$

Если в цепочке инерционных звеньев, из которых состоит объект, находятся не одна, а две большие инерционности

$$T_1 > T_2 > \sum_{i=3}^{n} T_i + \tau \longrightarrow \text{ПИД-регулятор}$$

$$T_\mu = \sum_{i=3}^{n} T_i + \tau$$

$$W_р(p) = \frac{K_{об}}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)} \cdot \frac{1}{T_\mu p + 1} \cdot \frac{K_п (T_и p + 1)(T_д p + 1)}{T_и p}$$

Выбирая $T_и = T_1$ $T_д = T_2$

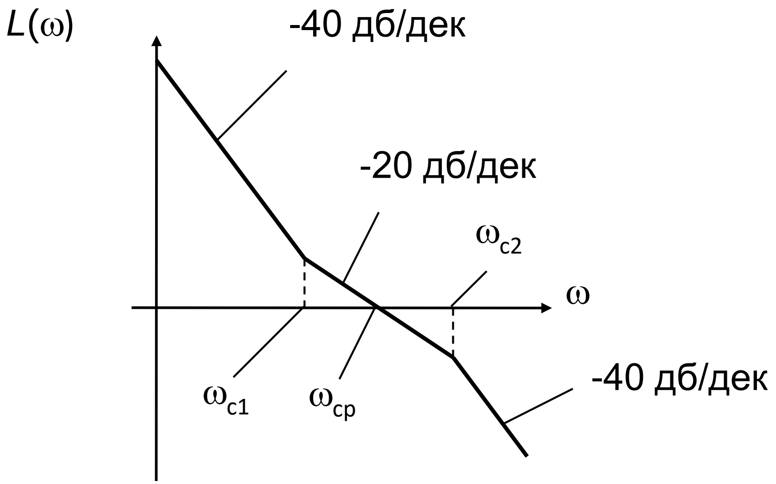
$$W_р(p) = \frac{K_{об}}{T_\mu p + 1} \cdot \frac{K_п}{T_1 p}$$

Условием оптимальной настройки, кроме $T_{и} = T_1 \quad T_{д} = T_2$

$$2T_{\mu} = T_1/(K_{об} K_{п}) \rightarrow K_{п} = T_1/(2K_{об} T_{\mu})$$

Настройка на “симметричный оптимум”

$$W_{рэ}(p) = \frac{4T_{\mu} p + 1}{8T_{\mu}^2 p^2 (T_{\mu} p + 1)}$$



ЛАЧХ эталонной разомкнутой системы

Здесь: $\omega_{ср} = 1/(2T_{\mu})$, $\omega_{c1} = 1/(4T_{\mu})$, $\omega_{c2} = 1/T_{\mu}$

Если объект содержит одно интегрирующее и одно инерционное звено первого порядка, т.е.

$$W_{\text{об}}(p) = \frac{K_{\text{об}}}{p(T_{\text{об}}p+1)}$$

то для оптимизации контура используется ПИ-регулятор.

$$W_{\text{р}}(p) = \frac{K_{\text{об}}K_{\text{п}}}{T_{\text{и}}p^2}$$ - передаточная функция разомкнутого контура

$$T_{\mu} = T_{\text{об}}$$

$$W_{\text{з}}(p) = \frac{X(p)}{X_{\text{зад}}(p)} = \frac{4T_{\mu}p+1}{8T_{\mu}^3p^3+8T_{\mu}^2p^2+4T_{\mu}p+1}$$

$$4T_{\mu} = T_{\text{и}} \qquad T_{\mu}/(K_{\text{об}}K_{\text{п}}) = 8T_{\mu}^2 \rightarrow K_{\text{п}} = 1/(8T_{\text{об}}K_{\text{об}})$$

$$T_\mu = \sum_{i=2}^{n} T_i + \tau$$

$$W_\text{р}(p) = \frac{K_\text{об}}{p(T_1 p + 1)} \cdot \frac{1}{T_\mu p + 1} \cdot \frac{K_\text{п}(T_\text{и} p + 1)(T_\text{д} p + 1)}{T_\text{и} p}$$

Выбирая $T_\text{д} = T_1$, получим

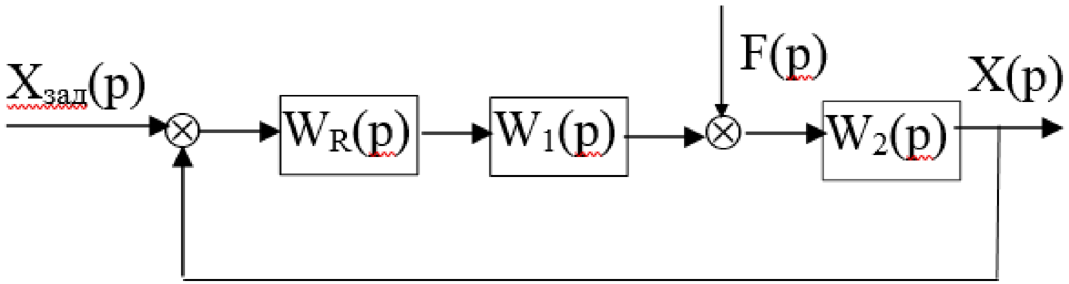
$$W_\text{р}(p) = \frac{K_\text{об}}{T_\mu p + 1} \cdot \frac{K_\text{п}(T_\text{и} p + 1)}{T_\text{и} p^2}$$

Условием оптимальной настройки, кроме $T_\text{д} = T_1$

будут условия $4T_\mu = T_\text{и}$

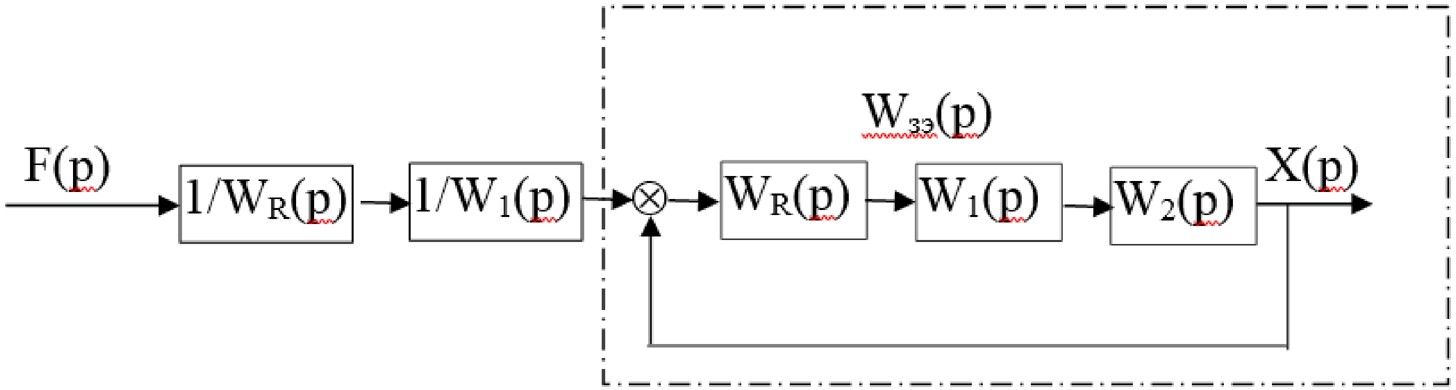
$$T_\mu / (K_\text{об} K_\text{п}) = 8T_\mu^2 \to K_\text{п} = 1/(8T_\text{об} K_\text{об})$$

Реакция оптимизированных контуров на возмущающие воздействия



Структурная схема системы

После преобразования эта структурная схема приводится к следующей:



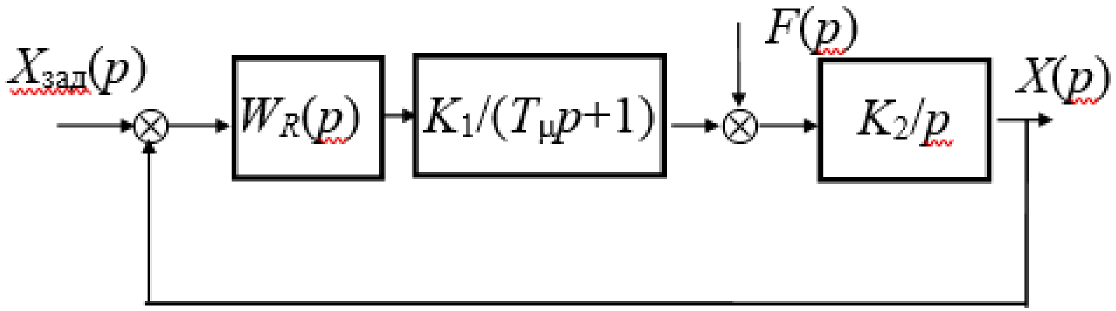
Структурная схема преобразованной системы

Передаточная функция контура по возмущению определяется выражением

$$W_{в}(p) = \frac{X(p)}{F(p)} = \frac{W_{зэ}(p)}{W_R(p) \cdot W_1(p)}$$

$W_{зэ}(p)$ передаточная функция замкнутой системы, оптимизированной по задающему воздействию

1. Часто встречающий в практике проектирования систем управления ЭМС случай, когда входная часть объекта содержит апериодическое звено с передаточной функцией $W_1(p)$ и принципиально некомпенсируемой постоянной времени T_μ а выходная часть представляет собой интегрирующее звено с передаточной функцией $W_2(p)$ на входе которого действует возмущающее воздействие $f(t)$



Настроим контур на технический оптимум с использованием П-регулятора с коэффициентом передачи $K_п$

Для настройки системы на технический оптимум необходимо выполнить условие $K_п = 1/(2K_1K_2T_\mu)$

Тогда передаточная функция системы ***по возмущению*** примет вид

$$W_в(p) = \frac{X(p)}{F(p)} = \frac{2K_2T_\mu(T_\mu p+1)}{2T_\mu^2 p^2 + 2T_\mu p + 1}$$

$6T_\mu$

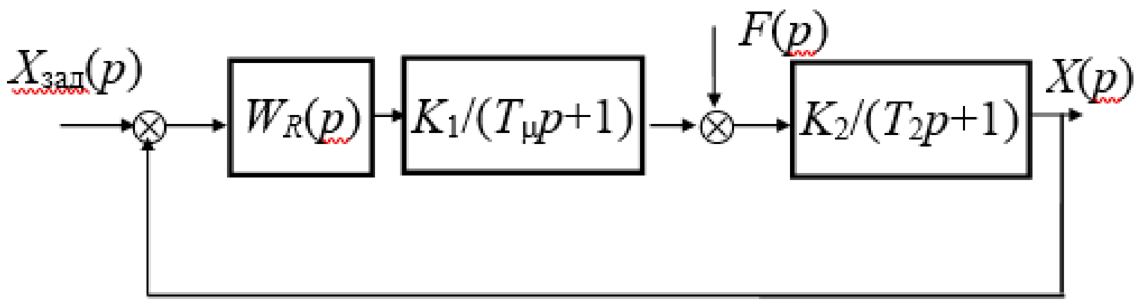
Настроим тот же контур **на симметричный оптимум** с использованием ПИ-регулятора. Для настройки необходимо выполнить условия $K_п = 1/(2K_1K_2T_\mu)$ $\quad T_и = 4T_\mu$

При этих условиях передаточная функция системы по возмущению примет вид

$$W_в(p) = \frac{X(p)}{F(p)} = \frac{8K_2T_\mu^2 p(T_\mu p+1)}{8T_\mu^3 p^3 + 8T_\mu^2 p^2 + 4T_\mu p + 1}$$

$$\boxed{12T_\mu}$$

2. Рассмотрим далее систему: Входная часть объекта содержит апериодическое звено с принципиально некомпенсируемой постоянной времени T_μ, а выходная часть представляет собой апериодическое звено с постоянной времени T_2, на входе которого действует возмущающее воздействие $f(t)$



Настроим контур на ***<u>технический оптимум</u>*** с использованием ПИ-регулятора. Для настройки системы на технический оптимум необходимо скомпенсировать инерционность второй части объекта, для чего выбираем $T_и = T_2$

$$W_р(p) = \frac{K_1 K_2}{T_\mu p + 1} \cdot \frac{K_п}{T_2 p}$$

Условием оптимальной настройки, кроме $T_и = T_2$ будет $2T_\mu = T_2/(K_1 K_2 K_п) \to K_п = T_2/(2T_\mu K_1 K_2)$

Тогда $\dfrac{1}{W_R(p)W_1(p)} = \dfrac{2T_\mu K_2 p(T_\mu p + 1)}{T_2 p + 1}$ ⟹ $W_в(p) = \dfrac{X(p)}{F(p)} = \dfrac{2K_2 T_\mu p(T_\mu p + 1)}{2T_\mu^2 p + 2T_\mu p + 1} \cdot \dfrac{1}{T_2 p + 1}$