Исследовать функцию на условный экстремум

1. $U = 3 - 8x + 6y,$ если $\varphi_1 = x^2 + y^2 = 36$

$L(x,y,\lambda) = 3 - 8x + 6y + \lambda(x^2 + y^2 - 36)$

$$\begin{cases} L'_x = -8 + \lambda 2x = 0 \Rightarrow x = \frac{4}{\lambda} \\ L'_y = 6 + \lambda 2y = 0 \Rightarrow y = \frac{3}{\lambda} \\ L'_\lambda = x^2 + y^2 - 36 = 0 \end{cases}$$

$\left(\frac{4}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{3}{\lambda}\right)^2 - 36 = 0$

$\frac{16}{\lambda^2} + \frac{9}{\lambda^2} = 36$

$\lambda = \pm \frac{5}{6}$

$\lambda = \frac{5}{6} \Rightarrow x = \frac{24}{5}; y = \frac{18}{5}$

$\lambda = -\frac{5}{6} \Rightarrow x = -\frac{24}{5}; y = -\frac{18}{5}$

2. $U = 2x^2 + 12xy + 32y^2 + 15,$ если $x^2 + 16y^2 = 64$

$L(x,y,\lambda) = 2x^2 + 12xy + 32y^2 + 15 + \lambda(x^2 + 16y^2 - 64)$

$L'_x = 4x + \lambda 2x = 0 \quad x = 0$

$L'_y = 64y + \lambda 32y \quad y = 0$

(что-то помню не так ((:

3. Найти производную функции $U = x^2 + y^2 + z^2$ по направлению вектора $\vec{c}(-9, 8, \ -12)$ в точку $M(8; -12; 9)$.

4. Найти производную функции $U = e^{x^2+y^2+z^2}$ по направлению вектора $\vec{d} = (4, -13, -16)$ в точку $L(-16; 4; -13)$.

3.

$$\frac{\partial u}{\partial \bar{e}} = \operatorname{grad} u \cdot \bar{e}$$

$$\bar{e} = \cos\alpha\,\bar{e}_x + \cos\beta\,\bar{e}_y + \cos\gamma\,\bar{e}_z$$

$$\cos\alpha = \frac{\Delta x}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}}$$

$$\cos\beta = \frac{\Delta y}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}}$$

$$\cos\gamma = \frac{\Delta z}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}}$$

$$\Delta x = 8 - (-9) = 17$$

$$\Delta y = -1 - 8 = -9$$

$$\Delta z = 9 - (-12) = 21$$

$$\cos\alpha = \frac{17}{\sqrt{289 + 81 + 441}} = 0{,}57$$

$$\cos\beta = \frac{-9}{29{,}68} = -0{,}3$$

$$\cos\gamma = \frac{21}{29{,}68} = 0{,}7$$

$$\bar{e} = 0{,}57 \cdot \bar{e}_x + (-0{,}3) \cdot \bar{e}_y + 0{,}7 \cdot \bar{e}_z$$

походу опять не туда...