

## Lista de Exercícios 03

### Sistemas de Equações Lineares

- 1) Escreva um exemplo de dimensão 4x4 para cada tipo de matriz abaixo:
  1. matriz triangular superior
  2. matriz triangular inferior
  3. matriz identidade
  4. matriz diagonalmente dominante
- 2) Três crianças – José, Maria e Pedro – recebem uma herança de R\$ 2.253.453,00. O dinheiro é distribuído em três fundos (um para cada criança), mas não é dividido de maneira uniforme. Maria ganha três vezes mais do que Pedro por ter tirado 10 em matemática. Os fundos de José, Maria e Pedro tem taxas de rendimento de 6%, 8% e 10%, respectivamente. Os juros obtidos ao final do primeiro ano, somando-se todos os fundos, foram de R\$ 190.740,57. Quanto dinheiro foi investido em cada fundo? Defina as equações e as incógnitas.
- 3) Centros acadêmicos de dois cursos de graduação da UFPR decidiram fazer uma comemoração e para tanto querem comprar a quantidade de comida definida abaixo:

|      | Sanduíche | Fritas | Bebida |
|------|-----------|--------|--------|
| CEI  | 25        | 35     | 25     |
| CEIB | 21        | 20     | 21     |

Entretanto, eles podem comprar a comida em três restaurantes distintos. O preço dos três tipos de alimento em cada restaurante é dado abaixo:

|           | Farmacinha | Cantina | RU   |
|-----------|------------|---------|------|
| Sanduíche | 2,42       | 2,38    | 2,46 |
| Fritas    | 0,93       | 0,90    | 0,89 |
| Bebida    | 0,95       | 1,03    | 1,13 |

Mostre quanto cada centro acadêmico vai gastar pela comemoração em cada restaurante. Qual seria o restaurante mais econômico para cada centro acadêmico?

- 4) Dado o sistema linear 
$$\begin{cases} 0,003x_1 + 55,23x_2 = 58,12 \\ 6,239x_1 - 7,123x_2 = 47,23 \end{cases}$$
, resolva-o:
  1. Utilizando o método da eliminação de Gauss com apenas 4 dígitos significativos e truncamento.

2. Utilizando o método da eliminação de Gauss com pivotamento parcial e 4 dígitos significativos e truncamento
3. Explique a diferença nos resultados.

5) Dado o sistema linear  $Ax=b$  onde  $A = \begin{pmatrix} -3,2 & -5,0 & -4,0 \\ -3,0 & -2,9 & -2,7 \\ -1,5 & -0,4 & 1,1 \end{pmatrix}$   $b = \begin{pmatrix} 2,5 \\ -4,4 \\ 3,5 \end{pmatrix}$

1. Resolva utilizando o Método da Eliminação de Gauss com pivotamento parcial e aritmética de ponto flutuante com 2 algarismos significativos
2. Efetue uma etapa de refinamento da solução

- 6) Considere a tabela abaixo. Use o Método de Gauss-Seidel para achar  $x, y, z, w$  tais que cada incógnita seja a média dos quatro vizinhos adjacentes (considerando apenas verticais e horizontais). Faça 4 iterações partindo de  $(x_0, y_0, z_0, w_0) = (0, 0, 0, 0)$ , e arredondando para 2 algarismos significativos após cada etapa.

|   |     |     |   |
|---|-----|-----|---|
|   | 1   | 3   |   |
| 2 | $x$ | $y$ | 3 |
| 5 | $z$ | $w$ | 0 |
|   | 7   | 1   |   |

- 7) Matrizes tridiagonais são aquelas em que apenas os elementos da diagonal principal, e os elementos das diagonais imediatamente acima e abaixo são não nulos

$$A = \begin{bmatrix} b_1 & c_1 & & & \\ a_2 & b_2 & c_2 & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & a_{n-1} & b_{n-1} & c_{n-1} \\ & & & a_n & b_n \end{bmatrix} \quad \text{Matriz Tridiagonal}$$

Sistemas lineares com matrizes de coeficientes tridiagonais, ou **k**-diagonais, são bastante comuns na solução de problemas de computação científica.

- a) Elabore uma estrutura de dados em linguagem C para armazenar um sistema linear com matriz de coeficientes tridiagonal, que seja eficiente para resolução pelo método de Gauss-Seidel;
- b) Implemente o método de Gauss-Seidel para a resolução de um linear como este;
- c) Amplie sua estrutura e implementação para resolver sistemas **k**-diagonais.

8) Responda às perguntas, justificando suas respostas:

- a) Por que o pivotamento parcial é importante?
- b) Qual o custo computacional de efetuar o pivotamento parcial?
- c) Por que o método de Eliminação de Gauss não é seguro para solução de sistemas lineares?
- d) Como podemos melhorar a solução do método de Eliminação de Gauss?
- e) Qual o custo computacional (em notação  $O$ ) para verificar se um sistema linear satisfaz o critério das linhas?

9) Seja um Sistema Linear de ordem  $n$  com matriz de coeficientes tridiagonal conforme especificado na questão 7), no qual os valores de

$a_k = 1/h$ ,  $b_k = -2/h$ , e  $c_k = 1/h$ , onde  $k = 1, 2, \dots, n$  e  $0 < h < 1$ . Defina as estruturas de dados e implemente o método de Gauss-Seidel para resolver sistemas lineares deste tipo.