

Lista de Exercícios 02

Zeros de Funções

1) Considere a seguinte implementação da fórmula de Báskara:

```
1. bool Baskara(double a, double b, double c, double *r )
2. {
3.     double delta, m1;
4.     delta = b*b - 4*a*c;
5.     if (delta < 0.0f)
6.         return false;
7.
8.     m1 = sqrt(delta);
9.     r[0] = (-b + m1) / (2.0*a);
10.    r[1] = (-b - m1) / (2.0*a);
11.    return true;
12. }
```

Responda:

a) Identifique problemas numéricos que podem ocorrer na utilização da função “Baskara()” para encontrar as raízes de polinômios do segundo grau e apresente uma possível solução para cada problema apresentado, alterando o código fonte. Justifique sua resposta.

2) Considere o código a seguir:

```
1. // p: coeficientes de um polinomio
2. // n: grau do polinomio p
3. // x: valor inicial e resposta
4. // erroMax: maior erro aceitavel
5. int funcaoFazAlgo(double *p, int n, double *x, double erroMax )
6. {
7.     double px, dpx, erro, x_new;
8.     do {
9.         calculaPolinomioEDerivada(p, n, *x, &px, &dpx);
10.        if (dpx == 0.0f)
11.            return -1;
12.        x_new = *x - px / dpx;
13.        erro = abs( x_new - *x );
14.        *x = x_new;
15.        { while (erro > erroMax)
16.            return 0;
17.        }
18.
19.        // p, n, x: idem à função anterior
20.        // px: valor do polinomio no ponto x
21.        // dpx: valor da primeira derivada do polinomio no ponto x
```

```
22. void calculaPolinomioEDerivada( double *p, int n, double x,  
23.                               double *px, double *dpx )  
24. {  
25. }
```

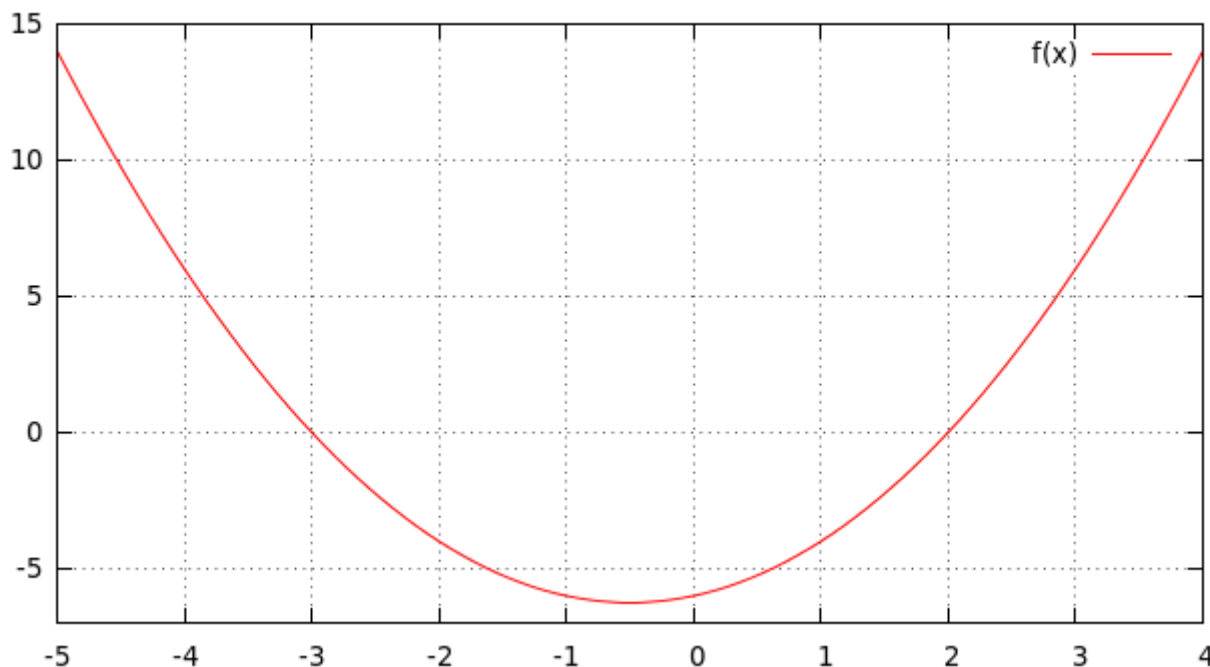
Considerando o código acima, a aritmética em ponto flutuante e o padrão IEEE 754 responda:

- O que faz a função “funcaoFazAlgo”?
- Qual o comportamento da função “funcaoFazAlgo” caso o método não convirja? Proponha uma solução melhor para este caso. Você não precisa reescrever todo o código, basta indicar a linha a partir do qual seu código deve ser inserido.
- Qual o problema numérico do código na linha 10? Discuta soluções para este problema.
- Identifique uma linha de código na qual pode surgir o valor $\pm\text{inf}$ ($\pm\infty$)? Justifique sua resposta.
- Implemente a função definida na linha 22, de forma que ela retorne o valor do polinômio no ponto (px), bem como o valor da derivada primeira deste polinômio no ponto (dpx).

3) Calcular a raiz da função $f(x) = x^2 + x - 6$ com erro relativo $|\epsilon_a| < 0.1\%$:

- Pelo método da bisseção utilizando $x_l = 0, x_u = 3$
- Pelo método de Newton-Raphson utilizando $x_0 = -1.5$ e depois utilizando $x_0 = 1.5$
- Pelo método da Secante utilizando $x_0 = 1.5, x_1 = 1.8$
- Demonstre as iterações graficamente para cada método.

$$f(x) = x^2 + x - 6$$



26. Utilize qualquer método para encontrar a raiz da equação

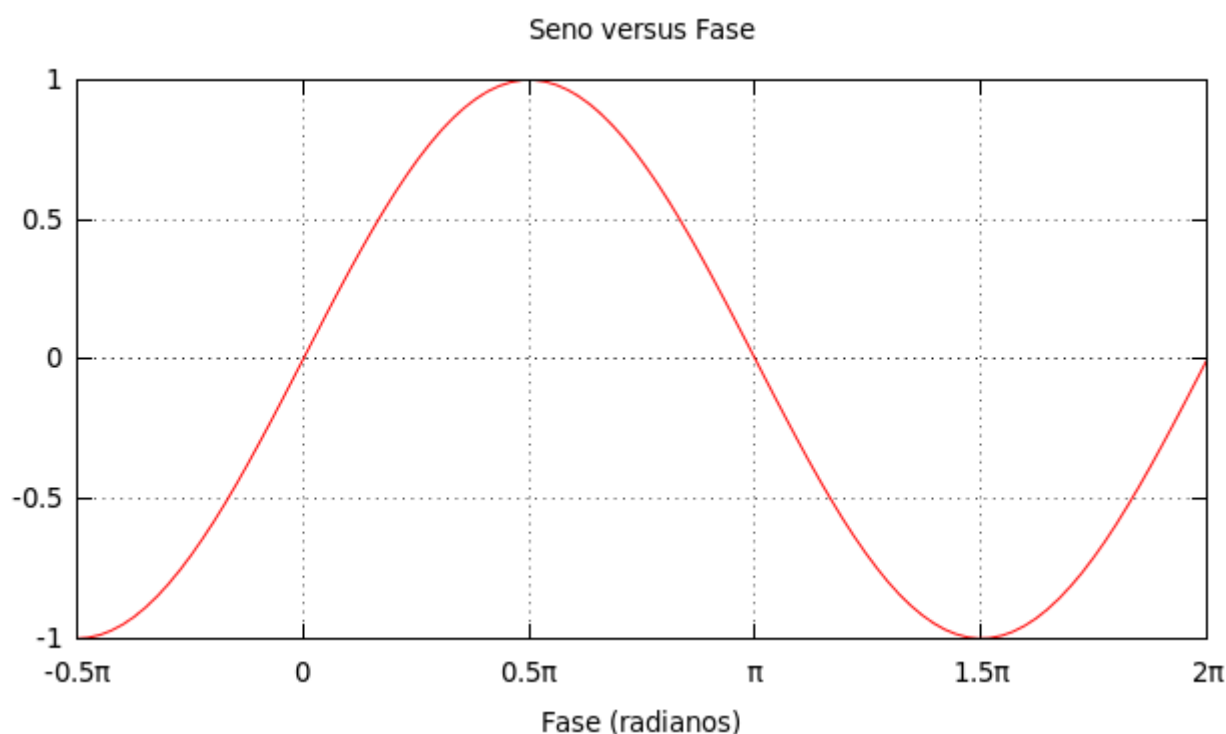
$$x^3 - 0.165x^2 + 3.993 \times 10^{-4} = 0 \quad . \text{ Demonstre o desenvolvimento da sua solução.}$$

27. Por que o método da bisseção não pode ser utilizado para encontra o zero de uma equação como $x^2 = 0$, para a qual existe uma raiz em $x = 0$?

28. Qual equação pode ser utilizada para encontrar a raiz quadrada de um número R qualquer pelo método de Newton-Raphson?

29.

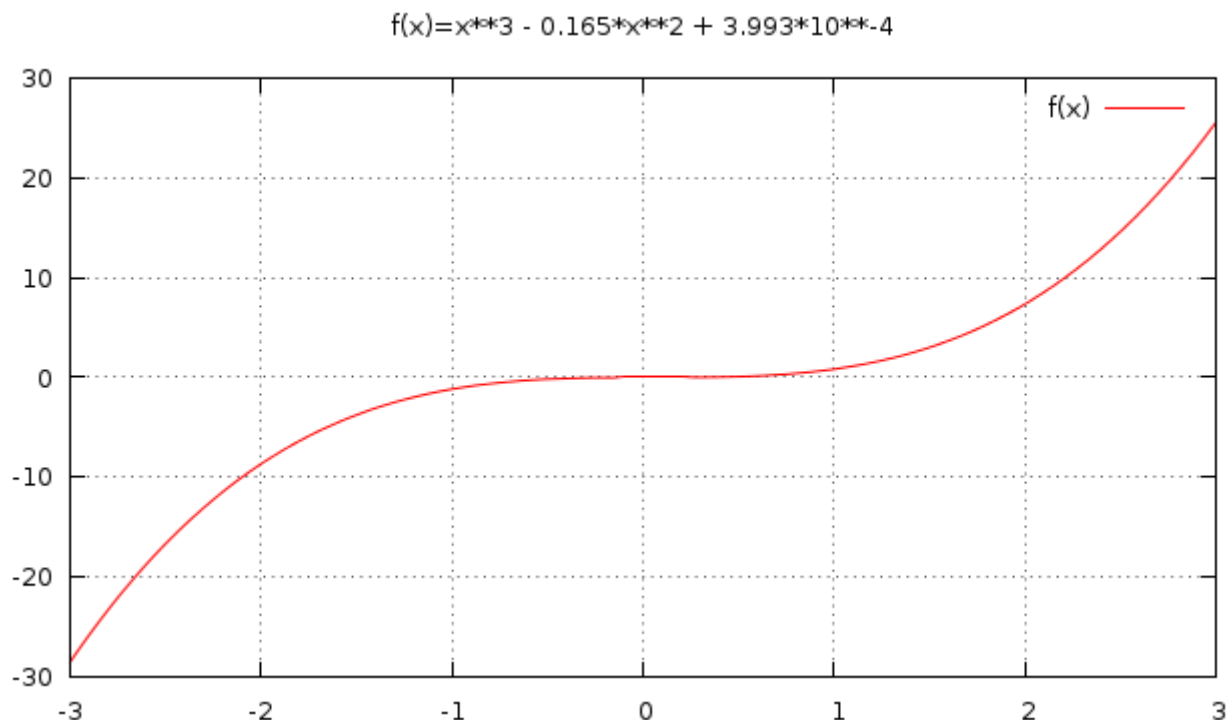
30. Para encontrar a raiz da equação $\sin(x) = 0$ pelo método da secante, qual dos seguintes valores iniciais não seria apropriado? Justifique.



a) $\pi/4$ e $\pi/2$	b) $-\pi/2$ e $\pi/2$
c) $\pi/4$ e $3\pi/4$	d) $\pi/3$ e $\pi/2$

31. Considere o problema de encontrar a raiz da equação

$$x^3 - 0.165x^2 + 3.993 \times 10^{-4} = 0 \quad \text{representada no gráfico abaixo e responda às perguntas.}$$



a) Represente graficamente (no gráfico acima) três iterações do método da Bisseção, utilizando como pontos iniciais $a = -1, b = 2$; Qual a raiz estimada e o erro absoluto máximo após três iterações?

b) Considere as seguintes medidas de erro para o cálculo de zeros de funções:

1. Diferença entre raiz estimada atual x^{new} e a raiz estimada anterior x^{old} :

$$|\epsilon_a| = |x^{\text{new}} - x^{\text{old}}|$$

2. Diferença entre o valor da função na raiz estimada atual $f(x^{\text{new}})$ e na iteração anterior $f(x^{\text{old}})$

$$|\epsilon_f| = |f(x^{\text{new}}) - f(x^{\text{old}})|$$

Compare as medidas b1. e b2. no caso do método da Bisseção do item a). Qual a medida de erro mais adequada? Justifique e exemplifique um caso em que a outra medida seria importante.

c) Utilizar o método de Newton-Raphson a partir de $x_0 = 1$ é uma boa alternativa para encontrar a raiz? Justifique. Lembrete: $x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$;