

第四节 应用实例

例:煤层18口井的钻井资料, 其中某层的厚度变化如表所示,
求: 该层厚度变化的二次趋势面, 并检验其显著性,
作出其剩余分布图, 指出正常场分布。

测点号	坐标		厚度 z (m)	测点号	坐标		厚度z (m)
	x	y			x	y	
1	4.21	2.85	231.0	10	4.59	3.22	259.0
2	3.93	1.70	248.5	11	4.59	3.23	259.8
3	5.04	1.55	196.0	12	4.10	2.84	261.5
4	3.85	1.11	211.0	13	4.68	2.75	272.0
5	4.53	3.22	248.5	14	4.70	2.75	276.5
6	4.58	2.75	244.0	15	3.77	1.32	253.5
7	4.70	2.17	590.0	16	3.91	3.48	259.5
8	4.89	2.72	280.4	17	4.57	3.22	225.5
9	4.56	3.19	241.0	18	2.48	2.80	613.0

解：采用二次趋势面方程：

$$\hat{z} = b_1 + b_2 x + b_3 y + b_4 x^2 + b_5 xy + b_6 y^2$$

1、求出的趋势面系数满足的方程组

$$\begin{bmatrix} 18.0 & 77.7 & 46.9 & 341.1 & 203.2 & 130.9 \\ & 341.1 & 203.2 & 1517.7 & 896.5 & 568.7 \\ & & 130.9 & 896.5 & 568.7 & 381.2 \\ & & & 6818.6 & 4001.7 & 2511.7 \\ & & & & 2511.7 & 1657.7 \\ & & & & & 1139.9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ b_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5170.7 \\ 21782.7 \\ 13503.5 \\ 94446.7 \\ 56969.8 \\ 37416.9 \end{bmatrix}$$

2、解得系数

$$\begin{aligned} b_1 &= 1189.3, b_2 = -645.6, b_3 = 502.4 \\ b_4 &= 73.6, \quad b_5 = -8.2, \quad b_6 = -100. \end{aligned}$$

3、计算剩余平方和

$$Q_1 = 98910, \quad f_{Q_1} = 18 - 5 - 1 = 12$$

$$Q_2 = 132081, \quad f_{Q_2} = 5$$

4、计算统计量

拟合度

$$r^2 = \frac{132081}{230911} = 57.2\%$$

统计量

$$F = \frac{132081 \times 12}{98910 \times 5} = 3.2$$

5、显著性检验

取显著性水平

$$\alpha = 0.05$$

查F分布表

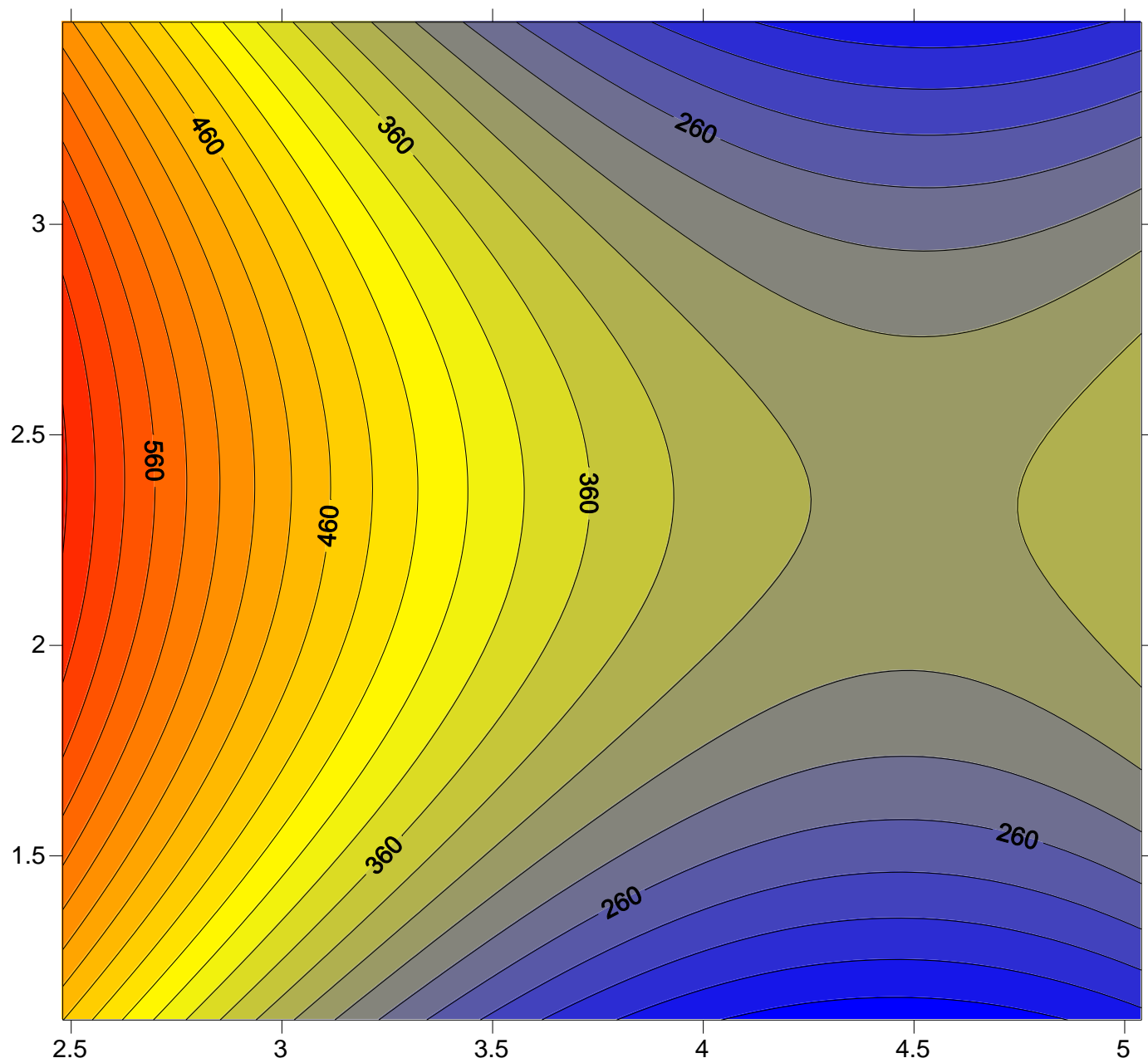
$$F_{0.05}(5, 12) = 3.11$$

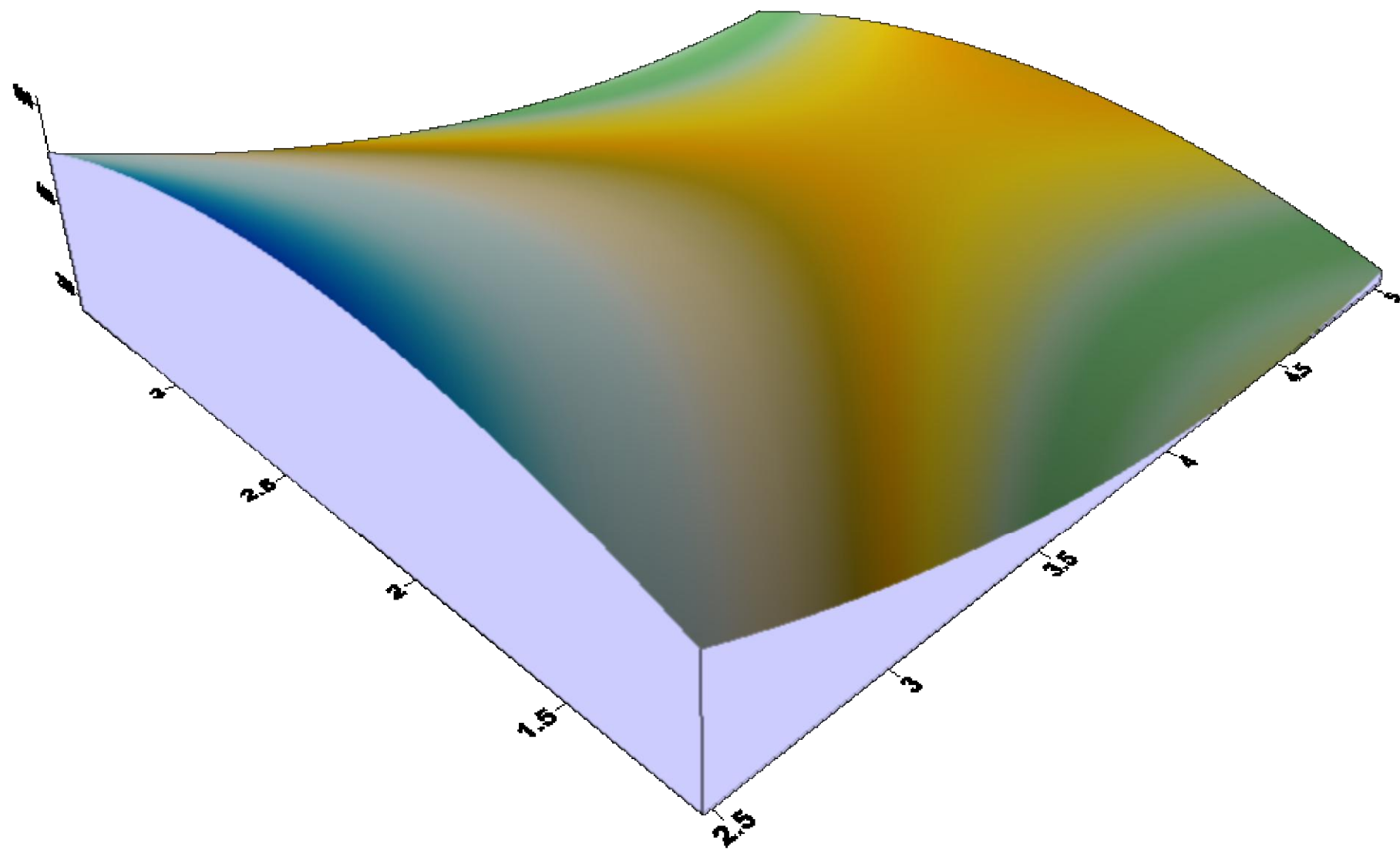
$$F > F_{0.05}(5, 12)$$

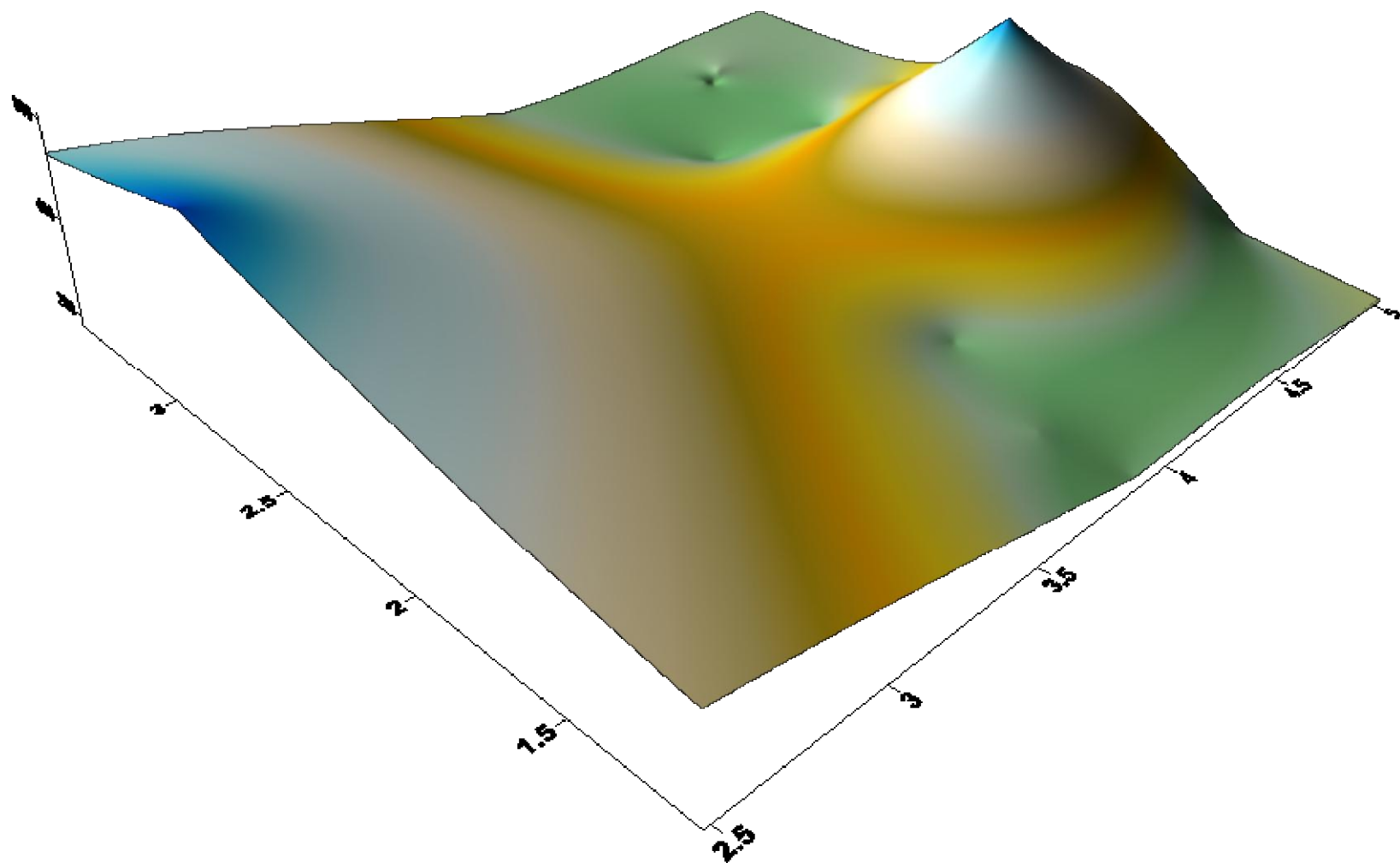
因此，在显著性水平

$$\alpha = 0.05$$

趋势面拟合是显著的。







实例：

某区域9月份降水量，各观测点的坐标位置数据如表所示。

降水量 为 因变量 z ，
地理位置 横坐标、纵坐标 为 自变量 x 、 y
进行趋势面分析，并对趋势面方程进行适度 F 检验。

流域降水量及观测点的地理位置数据表

序号	降水量 Z (mm)	横坐标 x (10^4m)	纵坐标 y (10^4m)
1	27.6	0	1
2	38.4	1.1	0.6
3	24	1.8	0
4	24.7	2.95	0
5	32	3.4	0.2
6	55.5	1.8	1.7
7	40.4	0.7	1.3
8	37.5	0.2	2
9	31	0.85	3.35
10	31.7	1.65	3.15
11	53	2.65	3.1
12	44.9	3.65	2.55

解题步骤:

(1) 建立趋势面模型

① 二次趋势面模型。

采用二次多项式进行趋势面拟合,

用最小二乘法求得拟合方程为:

$$z = 5.998 + 17.438x + 29.787y - 3.558x^2 + 0.357xy - 8.070y^2$$

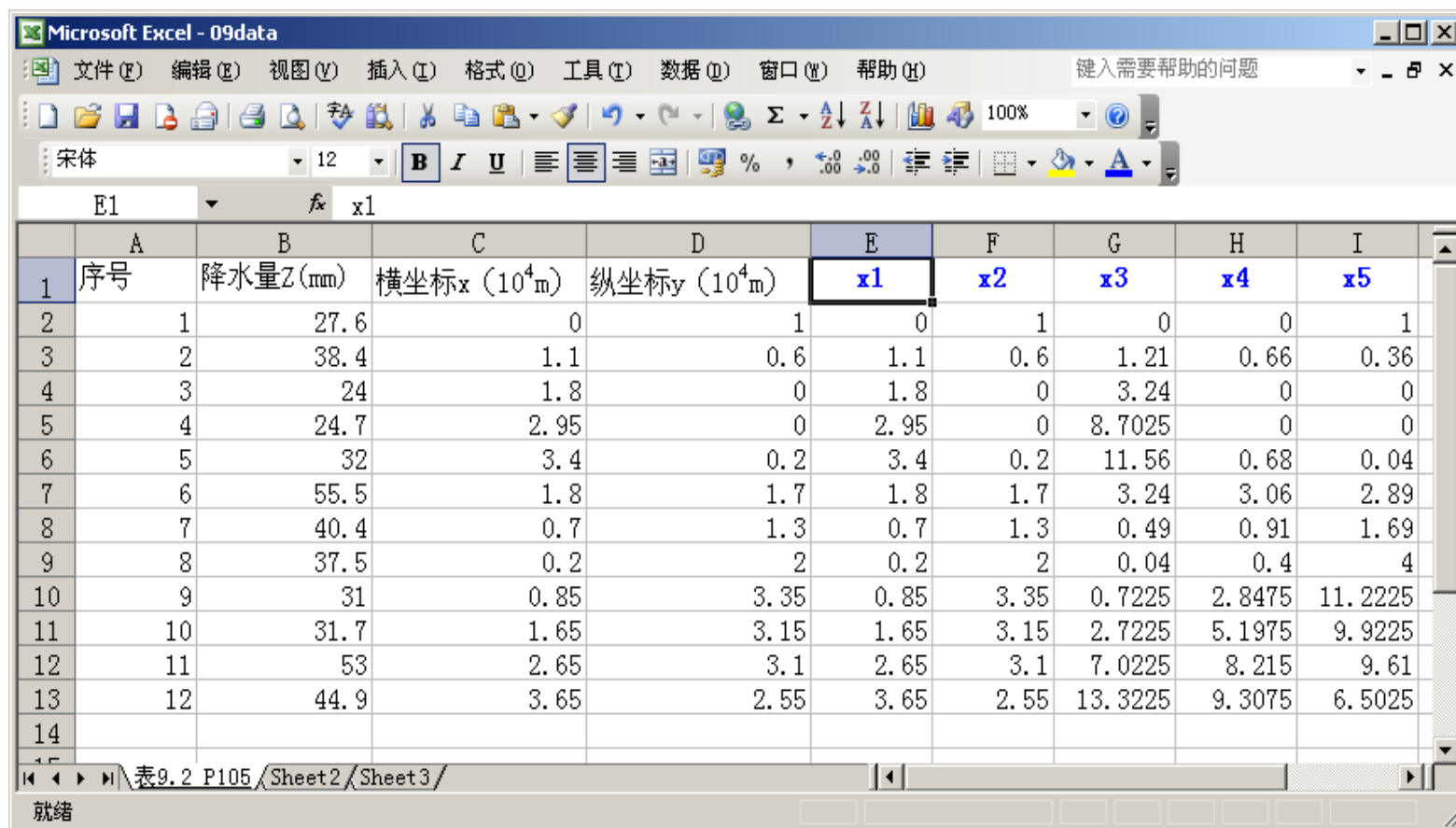
$$R^2 = 0.839, F = 6.236$$

求取拟合方程的具体过程：

将相关数据输入Excel中；

令 $x_1=x$, $x_2=y$, $x_3=x^2$, $x_4=xy$, $x_5=y^2$,

并根据原始数据进行运算，结果如下：



Microsoft Excel - 09data

文件(F) 编辑(E) 视图(V) 插入(I) 格式(O) 工具(T) 数据(D) 窗口(W) 帮助(H) 键入需要帮助的问题

宋体 12 B I U % , .00 .00 100%

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
	序号	降水量Z(mm)	横坐标x (10 ⁴ m)	纵坐标y (10 ⁴ m)	x1	x2	x3	x4	x5
1	1	27.6	0	1	0	1	0	0	1
2	2	38.4	1.1	0.6	1.1	0.6	1.21	0.66	0.36
3	3	24	1.8	0	1.8	0	3.24	0	0
4	4	24.7	2.95	0	2.95	0	8.7025	0	0
5	5	32	3.4	0.2	3.4	0.2	11.56	0.68	0.04
6	6	55.5	1.8	1.7	1.8	1.7	3.24	3.06	2.89
7	7	40.4	0.7	1.3	0.7	1.3	0.49	0.91	1.69
8	8	37.5	0.2	2	0.2	2	0.04	0.4	4
9	9	31	0.85	3.35	0.85	3.35	0.7225	2.8475	11.2225
10	10	31.7	1.65	3.15	1.65	3.15	2.7225	5.1975	9.9225
11	11	53	2.65	3.1	2.65	3.1	7.0225	8.215	9.61
12	12	44.9	3.65	2.55	3.65	2.55	13.3225	9.3075	6.5025
13									
14									

表9.2 P105 / Sheet2 / Sheet3 /

就绪

- 将前述准备好的数据复制到SPSS软件中，如下图：

16 :

	序号	降水量Z mm	横坐标x (104m)	纵坐标y (104m)	x1	x2	x3	x4	x5	变量	变量	变量	变量
1	1	27.6	.0000	1.0000	.0000	1.0000	.0000	.0000	1.0000				
2	2	38.4	1.1000	.6000	1.1000	.6000	1.2100	.6600	.3600				
3	3	24.0	1.8000	.0000	1.8000	.0000	3.2400	.0000	.0000				
4	4	24.7	2.9500	.0000	2.9500	.0000	8.7025	.0000	.0000				
5	5	32.0	3.4000	.2000	3.4000	.2000	11.5600	.6800	.0400				
6	6	55.5	1.8000	1.7000	1.8000	1.7000	3.2400	3.0600	2.8900				
7	7	40.4	.7000	1.3000	.7000	1.3000	.4900	.9100	1.6900				
8	8	37.5	.2000	2.0000	.2000	2.0000	.0400	.4000	4.0000				
9	9	31.0	.8500	3.3500	.8500	3.3500	.7225	2.8475	11.2225				
10	10	31.7	1.6500	3.1500	1.6500	3.1500	2.7225	5.1975	9.9225				
11	11	53.0	2.6500	3.1000	2.6500	3.1000	7.0225	8.2150	9.6100				
12	12	44.9	3.6500	2.5500	3.6500	2.5500	13.3225	9.3075	6.5025				
13													
14													
15													

- 按图示进行操作，利用SPSS软件求取方程系数。

SPSS Statistics 数据编辑器

文件(F) 编辑(E) 视图(V) 数据(D) 转换(T) 分析(A) 直销(M) 图形(G) 实用程序(U) 窗口(W) 帮助

16:

	序号	降水量Z mm	横坐标x (纵 104m)
1	1	27.6	.0000
2	2	38.4	1.1000
3	3	24.0	1.8000
4	4	24.7	2.9500
5	5	32.0	3.4000
6	6	55.5	1.8000
7	7	40.4	.7000
8	8	37.5	.2000
9	9	31.0	.8500
10	10	31.7	1.6500
11	11	53.0	2.6500
12	12	44.9	3.6500
13			
14			
15			
16			
17			
18			
19			
20			
21			

报告
描述统计
表(T)
比较均值(M)
一般线性模型(G)
广义线性模型
混合模型(X)
相关(C)
回归(R)
对数线性模型(O)
神经网络
分类(F)
降维
度量(S)
非参数检验(N)
预测(T)
生存函数(S)
多重响应(U)
缺失值分析(Y)...
多重回归(T)
复杂抽样(L)
质量控制(Q)
ROC 曲线图(V)...

自动线性建模(A)...
线性(L)...
曲线估计(C)...
部分最小平方...
二元 Logistic...
多项 Logistic...
有序...
Probit...
非线性(N)...
权重估计(W)...
两阶最小二乘法(2)...
最佳尺度(CATREG)...

x3	x4	x5	变量	变量	变量
.0000	.0000	1.0000			
1.2100	.6600	.3600			
3.2400	.0000	.0000			
8.7025	.0000	.0000			

线性回归

因变量(D): 降水量Z(mm) [降水量Zmm]

块1的1

上一张(V) 下一张(N)

自变量(I): x1 x2 x3

方法(M): 进入

选择变量(E): 规则(U)...

个案标签(C):

WLS 权重(H):

统计量(S)...
绘制(T)...
保存(S)...
选项(O)...
Bootstrap(B)...

序号
横坐标x (104m)
纵坐标y (104m)
x1
x2
x3
x4
x5

确定 粘贴(P) 重置(R) 取消 帮助

运算结果

输入/移去的变量^b

模型	输入的变量	移去的变量	方法
1	x5, x1, x4, x3, x2	.	输入

a. 已输入所有请求的变量。

b. 因变量: 降水量Z(mm)

模型汇总

模型	R	R 方	调整 R 方	标准估计的误差
1	.916 ^a	.839	.704	5.6128

a. 预测变量: (常量), x5, x1, x4, x3, x2。

Anova^b

模型	平方和	df	均方	F	Sig.
1 回归	982.244	5	196.449	6.236	.023 ^a
残差	189.018	6	31.503		
总计	1171.263	11			

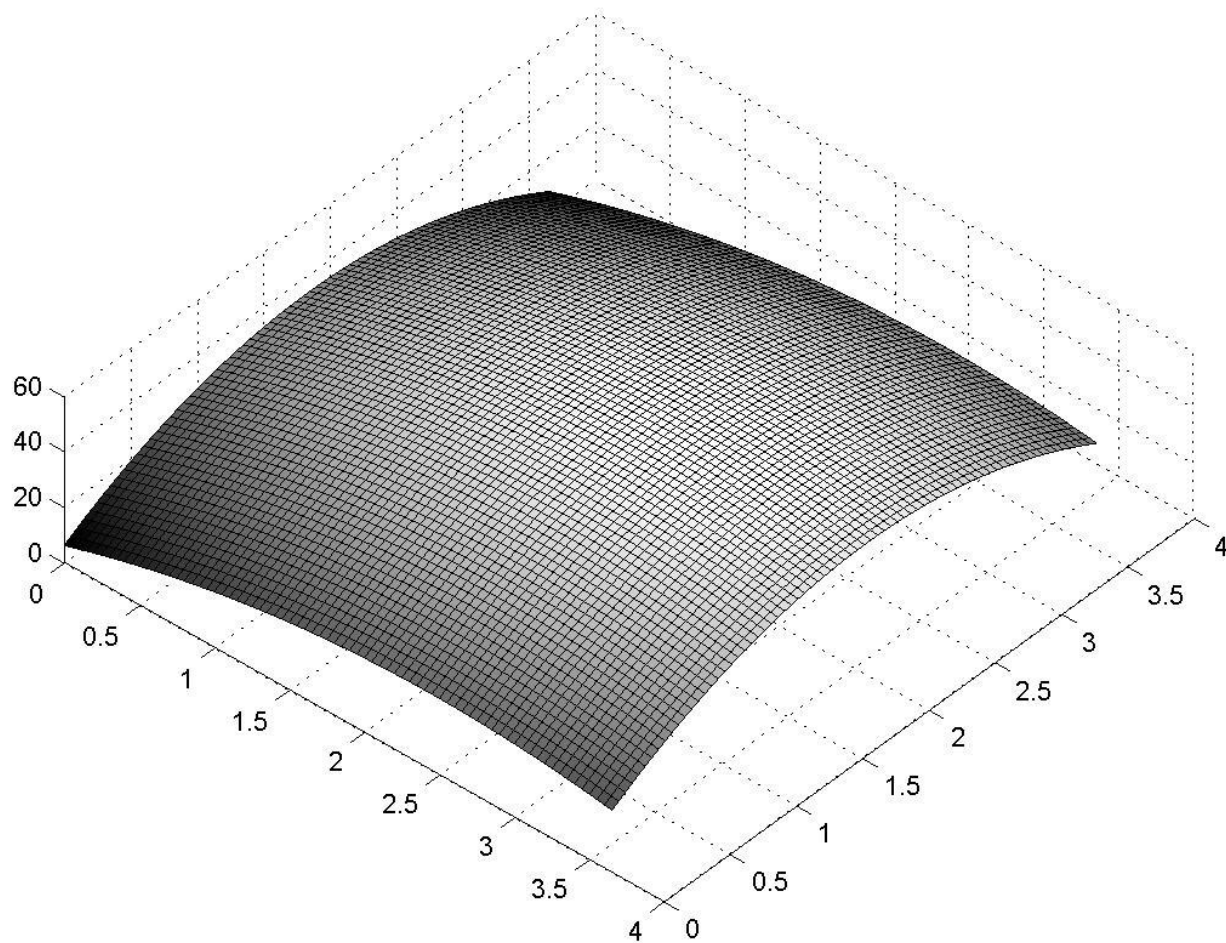
a. 预测变量: (常量), x5, x1, x4, x3, x2。

b. 因变量: 降水量Z(mm)

系数^a

模型	非标准化系数		标准系数	t	Sig.
	B	标准 误差	试用版		
1 (常量)	5.998	10.024		.598	.571
x1	17.438	6.816	2.063	2.559	.043
x2	29.787	9.133	3.621	3.262	.017
x3	-3.588	1.488	-1.621	-2.411	.052
x4	.357	1.610	.114	.222	.832
x5	-8.070	2.084	-3.346	-3.871	.008

a. 因变量: 降水量Z(mm)



某流域降水量的二次多项式趋势面

② 三次趋势面模型。

按照同样方法采用三次趋势面进行拟合，

用最小二乘法求得拟合方程为：

$$z = -48.810 + 37.557x + 130.130y + 8.389x^2 - 33.166xy \\ - 62.740y^2 - 4.133x^3 + 6.138x^2y + 2.566xy^2 + 9.785y^3$$

$$R^2 = 0.965, F = 6.054$$

系数个数：

$$k = 0.5 \times (n + 1)(n + 2)$$

基于SPSS的运算结果

Variables Entered/Removed^b

Model	Variables Entered	Variables Removed	Method
1	X9, X3, X7, X2, X1, X8, X4, X6, X5 ^a	.	Enter

a. All requested variables entered.

b. Dependent Variable: Z

Model Summary

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.982 ^a	.965	.805	4.5538

a. Predictors: (Constant), X9, X3, X7, X2, X1, X8, X4, X6, X5

ANOVA^b

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	1129.789	9	125.532	6.054	.150 ^a
	Residual	41.474	2	20.737		
	Total	1171.263	11			

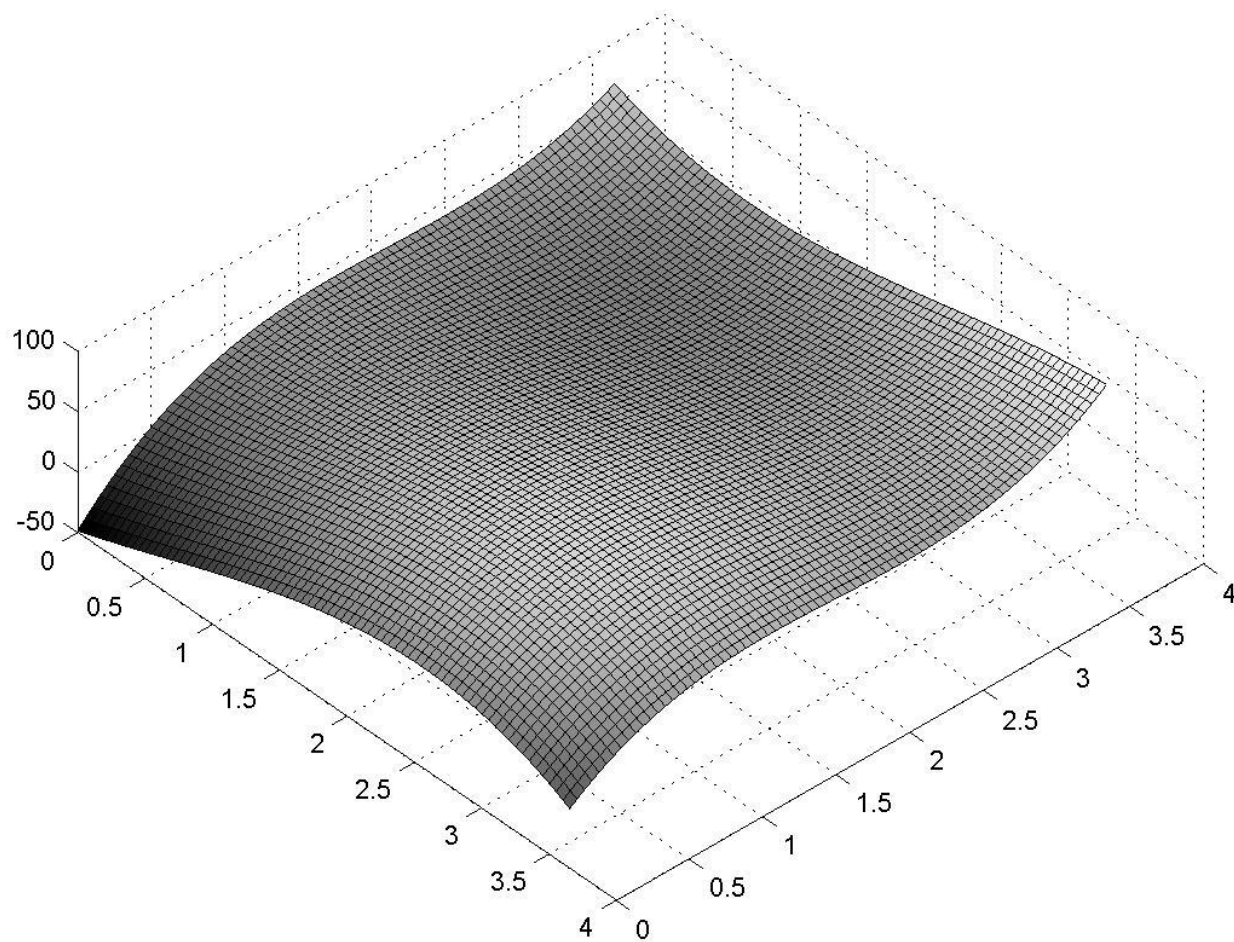
a. Predictors: (Constant), X9, X3, X7, X2, X1, X8, X4, X6, X5

b. Dependent Variable: Z

Coefficients^a

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	-48.810	26.922		-1.813	.212
	X1	37.557	22.633	4.443	1.659	.239
	X2	130.130	43.036	15.821	3.024	.094
	X3	8.389	10.752	3.790	.780	.517
	X4	-33.166	17.636	-10.570	-1.881	.201
	X5	-62.740	22.299	-26.018	-2.814	.107
	X6	-4.133	2.230	-6.738	-1.853	.205
	X7	6.138	2.767	6.373	2.218	.157
	X8	2.566	2.991	2.405	.858	.481
	X9	9.785	3.905	13.424	2.506	.129

a. Dependent Variable: Z



某流域降水量的三次多项式趋势面

(2) 模型检验

① 趋势面拟合适度的 R^2 检验

根据 R^2 检验方法计算，结果表明，

二次趋势面的判定系数 $R_2^2=0.839$ ，

三次趋势面的判定系数 $R_3^2=0.965$ ，

二次趋势面回归模型和三次趋势面回归模型的显著性都较高，

而且三次趋势面较二次趋势面具有更高的拟合程度。

② 趋势面适度的显著性F检验

根据F检验方法计算，结果表明，

二次趋势面和三次趋势面的F值

分别为： $F_2=6.236$ 和 $F_3=6.054$ 。

在置信水平 $\alpha=0.05$ 下，查F分布表得

$$F_{2\alpha}=F_{0.05}(5, 6)=4.39,$$

$$F_{3\alpha}=F_{0.05}(9, 2)=19.38$$

显然， $F_2 > F_{2\alpha}$ ，而 $F_3 < F_{3\alpha}$ ，

二次趋势面的回归方程显著，而三次趋势面不显著。

因此，F检验的结果表明，用二次趋势面进行拟合比较合理。

利用Matlab软件实现制图

绘制上述二次趋势面图形，

可以直接调用如下函数命令：

```
-[x,y]=meshgrid(0:0.25:4);
```

```
-z=5.988+17.438*x+29.787*y-3.558*x.^2+0.357*x.*y-8.070*y.^2;
```

```
-surface(x,y,z)
```





File Edit View Web Window Help

Current Directory: C:\MATLAB6p5\work

Workspace

Stack: Base

Name	Size	Bytes	Class
 x	17x17	2312	double array
 y	17x17	2312	double array

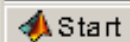
Workspace Current Directory

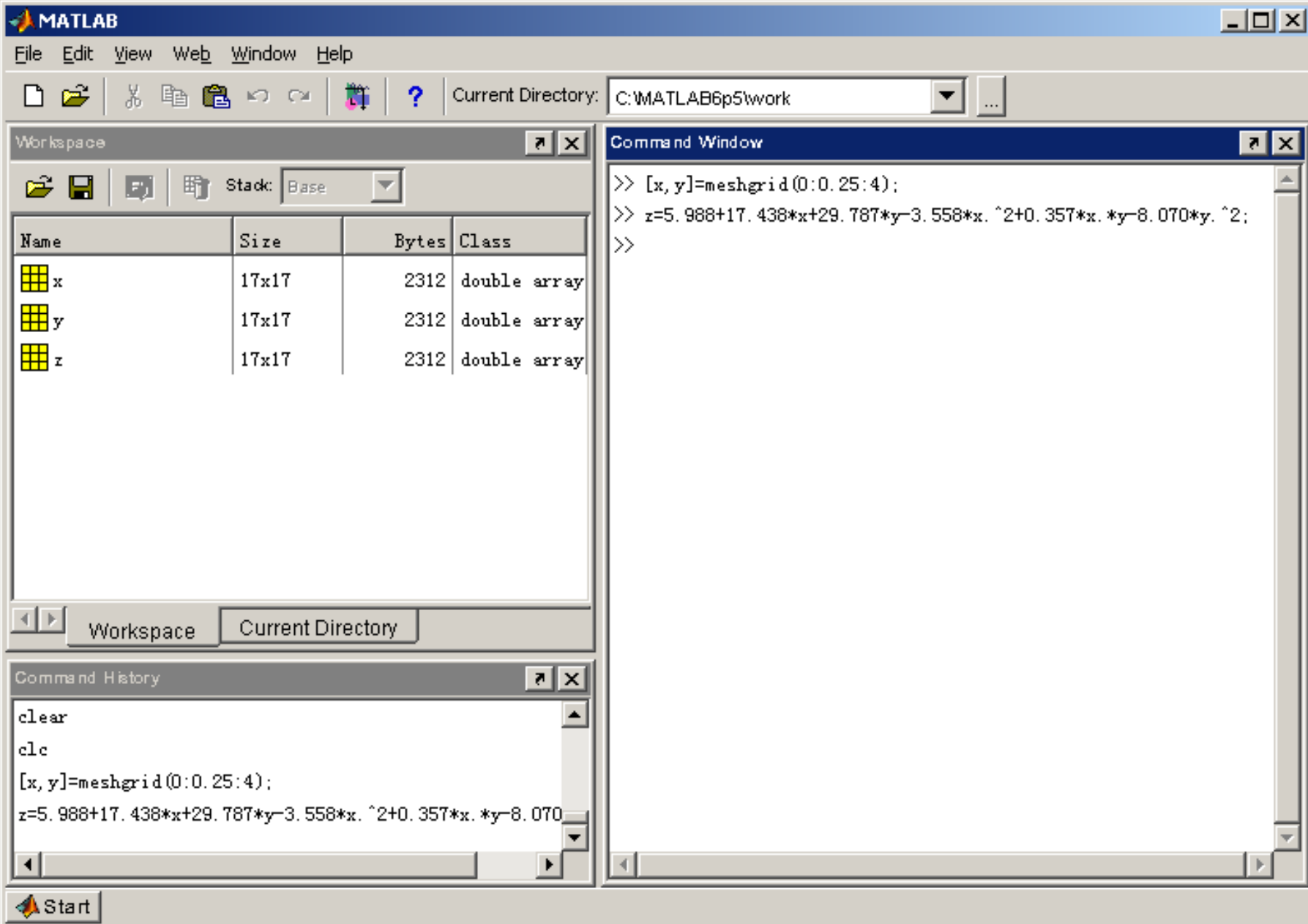
Command History

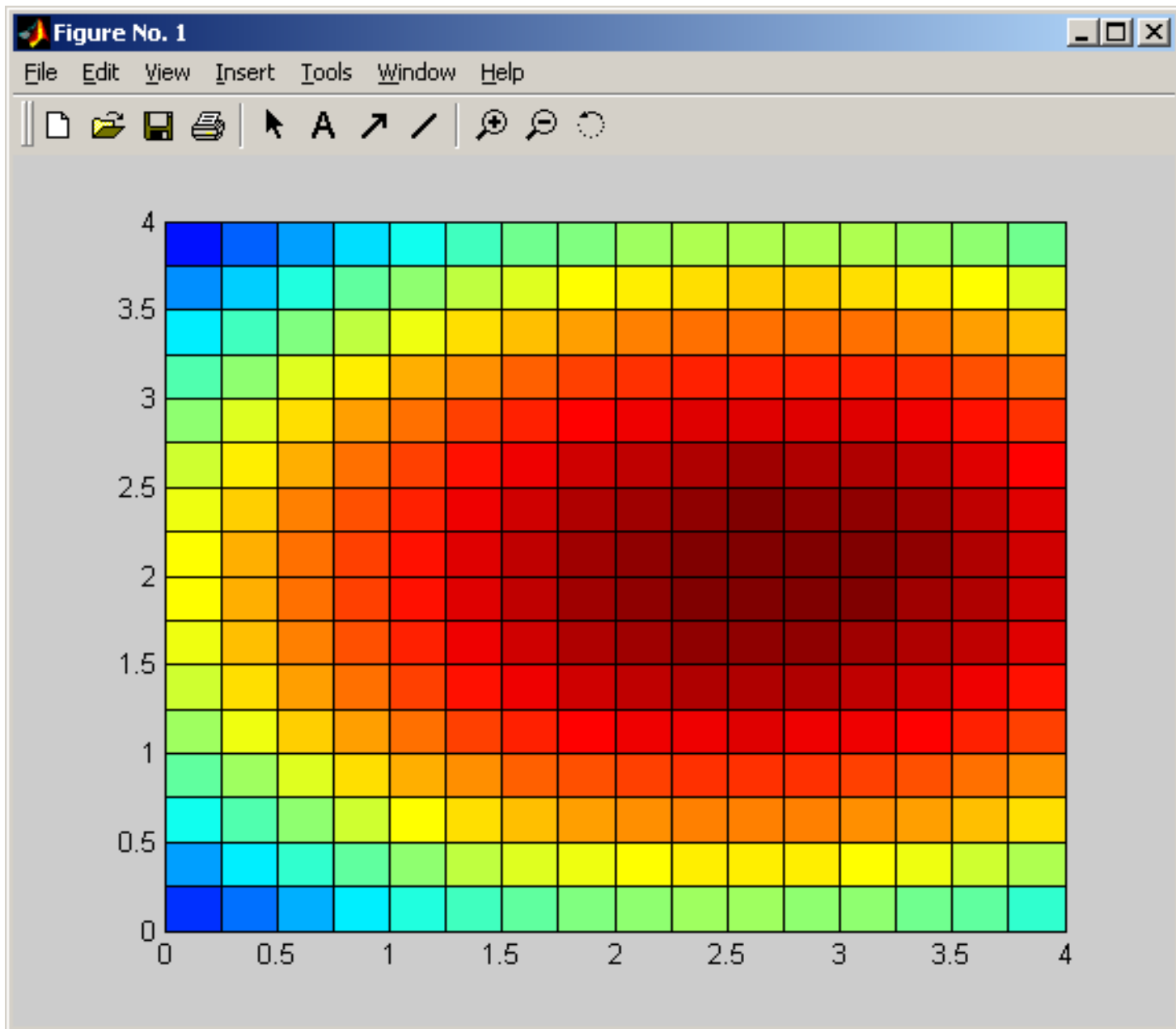
```
%-- 3/02/07 6:30 PM --%  
[x,y]=meshgrid(0:0.25:4);  
clear  
clc  
[x,y]=meshgrid(0:0.25:4);
```

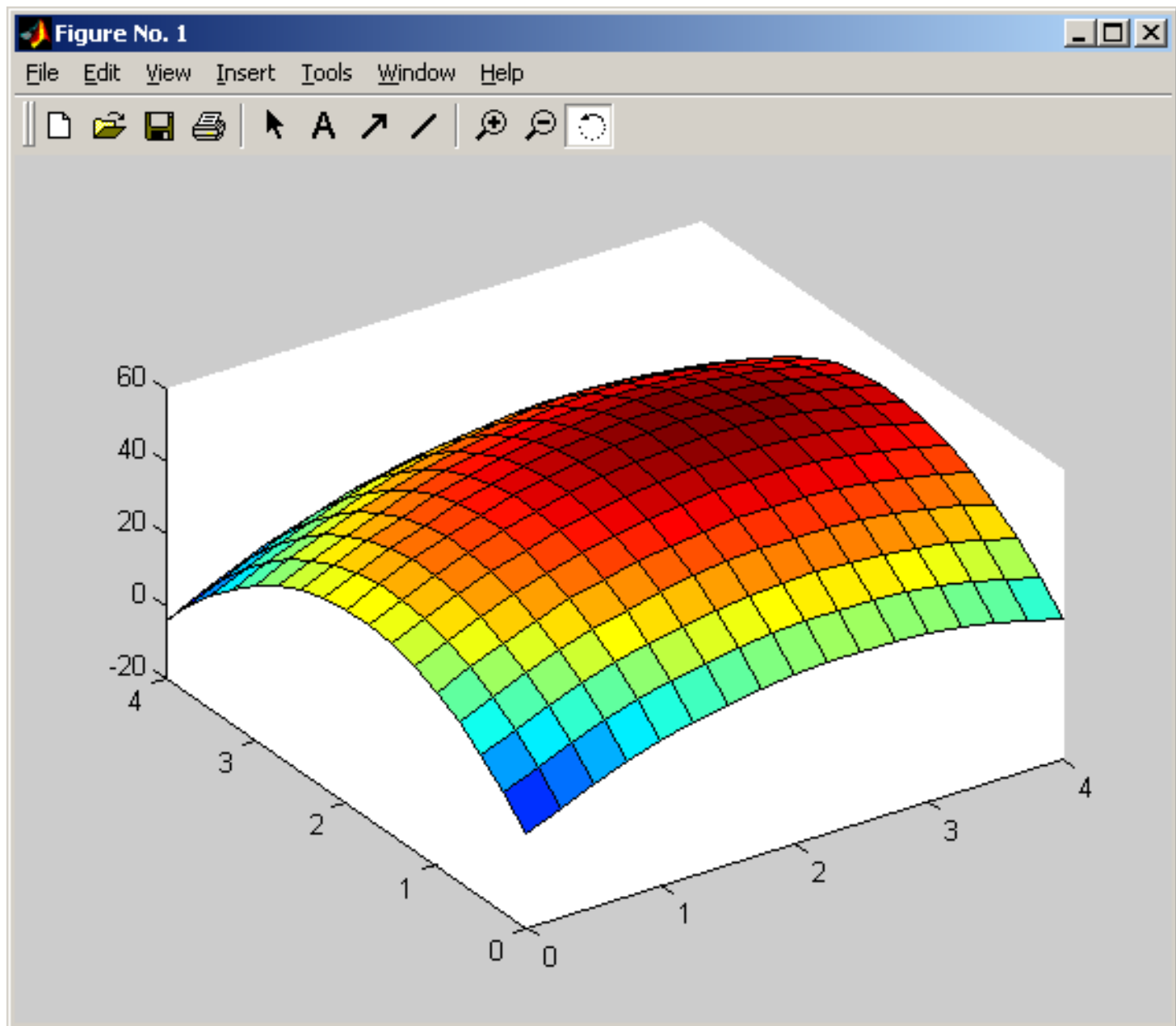
Command Window

```
>> [x,y]=meshgrid(0:0.25:4);  
>>
```









绘制上述**三次趋势面**图形，

可以直接调用如下**函数命令**：

```
-[x,y]=meshgrid(0:0.25:4);
```

```
-z=-48.810+37.557*x+130.130*y+8.389*x.^2+
```

```
33.166*x.*y-62.740*y.^2-4.133*x.^3+
```

```
+6.138*y.*x.^2+2.566*x.*y.^2+9.785*y.^3;
```

```
-surface(x,y,z)
```

