

# 趋势面分析

---

汇报人：刘晓凤

1、在15kmX15km范围内，选择16个观测点测量某沉积物的粒径，具体见下表：

点号	横坐标u/km	纵坐标v/km	粒径z/m m	点号	横坐标u/km	纵坐标v/km	粒径z/m m
1	2	3	1.9	9	8	11	1.3
2	2	10	2.3	10	10	8	1.2
3	2	13	1.1	11	11	13	1.4
4	4	1	2.6	12	12	3	1.7
5	5	8	2.2	13	12	6	1.8
6	5	14	1.8	14	12	10	1.2
7	7	3	3.5	15	15	13	1
8	7	6	3.1	16	18	16	1.4

要求进行趋势面分析。

解题步骤：

(1) 建立趋势面模型

①一次趋势面模型

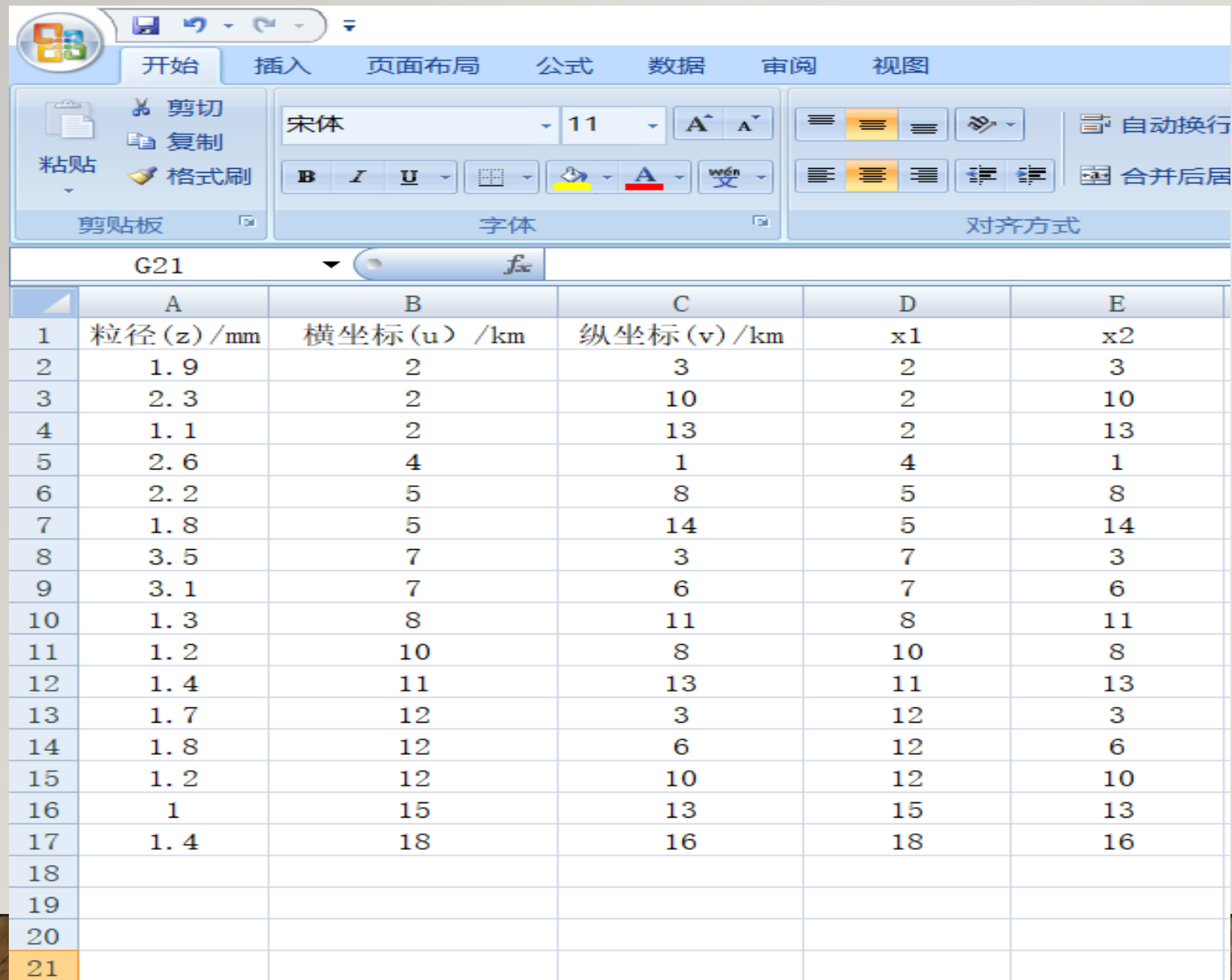
采用二次多项式进行趋势面拟合，采用最小二乘法求得拟合方程为：

$$z=2.876-0.034x-0.087y$$

$$R^2 = 0.434 \quad F=4.985$$

求取拟合方程的具体过程:

将相关数据输入excel中, 令 $x_1=x$ ,  $x_2=y$ , 根据原始数据进行运算, 结果如下:



	A	B	C	D	E
1	粒径(z) /mm	横坐标(u) /km	纵坐标(v) /km	x1	x2
2	1.9	2	3	2	3
3	2.3	2	10	2	10
4	1.1	2	13	2	13
5	2.6	4	1	4	1
6	2.2	5	8	5	8
7	1.8	5	14	5	14
8	3.5	7	3	7	3
9	3.1	7	6	7	6
10	1.3	8	11	8	11
11	1.2	10	8	10	8
12	1.4	11	13	11	13
13	1.7	12	3	12	3
14	1.8	12	6	12	6
15	1.2	12	10	12	10
16	1	15	13	15	13
17	1.4	18	16	18	16
18					
19					
20					
21					

用SPSS作图时的具体步骤如下:

	粒径z	横坐标u	纵坐标v	x1	x2
1	1.90	2.00	3.00	2.00	3.00
2	2.30	2.00	10.00	2.00	10.00
3	1.10	2.00	13.00	2.00	13.00
4	2.60	4.00	1.00	4.00	1.00
5	2.20	5.00	8.00	5.00	8.00
6	1.80	5.00	14.00	5.00	14.00
7	3.50	7.00	3.00	7.00	3.00
8	3.10	7.00	6.00	7.00	6.00
9	1.30	8.00	11.00	8.00	11.00
10	1.20	10.00	8.00	10.00	8.00
11	1.40	11.00	13.00	11.00	13.00
12	1.70	12.00	3.00	12.00	3.00
13	1.80	12.00	6.00	12.00	6.00
14	1.20	12.00	10.00	12.00	10.00
15	1.00	15.00	13.00	15.00	13.00
16	1.40	18.00	16.00	18.00	16.00
17					
18					

将excel中的数据复制到SPSS中



文件(F) 编辑(E) 视图(V) 数据(D) 转换(T) 分析(A) 直销(M) 图形(G) 实用程序(U) 窗口(W) 帮助(H)

22: x2

	粒径z	横坐标u	纵坐标
1	1.90	2.00	
2	2.30	2.00	1
3	1.10	2.00	1
4	2.60	4.00	
5	2.20	5.00	
6	1.80	5.00	1
7	3.50	7.00	
8	3.10	7.00	
9	1.30	8.00	1
10	1.20	10.00	
11	1.40	11.00	1
12	1.70	12.00	
13	1.80	12.00	
14	1.20	12.00	1
15	1.00	15.00	1
16	1.40	18.00	1
17			
18			
19			
20			
21			
22			
23			
24			
25			
26			

报告(P)  
描述统计(E)  
表(B)  
比较平均值(M)  
一般线性模型(G)  
广义线性模型(Z)  
混合模型(X)  
相关(C)  
**回归(R)**  
对数线性模型(O)  
神经网络(W)  
分类(F)  
降维(D)  
度量(A)  
非参数检验(N)  
预测(T)  
生存函数(S)  
多重响应(U)  
缺失值分析(Y)...  
多重插补(T)  
复杂抽样(L)  
模拟(I)...  
质量控制(Q)  
ROC 曲线图(V)...

自动线性建模(A)...  
**线性(L)...**  
曲线估计(C)...  
部分最小平方(S)...  
二元 Logistic...  
多项 Logistic(M)...  
有序(O)...  
Probit...  
非线性(N)...  
权重估计(W)...  
两阶最小二乘法(2)...  
最佳刻度(CATREG(O))...

	x3	x4	x5	x6	x7
00	4.00	6.00	9.00	8.00	12.00
00	4.00	20.00	100.00	8.00	40.00
00	4.00	26.00	169.00	8.00	52.00
00	16.00	4.00	1.00	64.00	16.00
			64.00	125.00	200.00
			196.00	125.00	350.00
			9.00	343.00	147.00
			36.00	343.00	294.00
			121.00	512.00	704.00
			64.00	1000.00	800.00
			169.00	1331.00	1573.00
			9.00	1728.00	432.00
			36.00	1728.00	864.00
			100.00	1728.00	1440.00
			169.00	3375.00	2925.00
			256.00	5832.00	5184.00

利用SPSS软件求取方程系数

线性回归

因变量(D): 粒径z

块(B)1的1

自变量(I): x1, x2

方法(M): 输入

选择变量(E):

个案标签(C):

WLS 权重(H):

确定 粘贴(P) 重置(R) 取消 帮助

Statistics...  
绘图(T)...  
保存(S)...  
选项(O)...  
样式(L)...  
Bootstrap...

横坐标u  
纵坐标v  
x1  
x2  
x3  
x4  
x5  
x6  
x7  
x8  
x9

上一页(V) 下一页(N)

规则(U)...

选择因变量和自变量



## 运算结果

變數已輸入/已移除<sup>a</sup>

模型	變數已輸入	變數已移除	方法
1	x2, x1 <sup>b</sup>	.	Enter

a. 應變數: Z

b. 已輸入所有要求的變數。

可知 $R^2=0.434$

模型摘要

模型	R	R 平方	調整後 R 平方	標準偏斜度錯誤
1	.659 <sup>a</sup>	.434	.347	.59159

a. 預測值: (常數), x2, x1

變異數分析<sup>a</sup>

模型	平方和	df	平均值平方	F	顯著性
1 迴歸	3.490	2	1.745	4.985	.025 <sup>b</sup>
殘差	4.550	13	.350		
總計	8.039	15			

a. 應變數: Z

b. 預測值: (常數), x2, x1

係數<sup>a</sup>

模型		非標準化係數	標準化係數	T	顯著性
		B	Beta		
1	(常數)	2.876		7.857	.000
	x1	-.034	-.224	-1.013	.329
	x2	-.087	-.549	-2.476	.028

a. 應變數: Z

可知 $F=4.985$ 及拟合方程中的系数



## ②二次趋势面模型

按照和一次趋势面同样的方法进行拟合，用最小二乘法求得拟合方程为：

$$z=3.166+0.017x-0.208y-0.008x^2+0.007xy+0.005y^2$$

$$R^2=0.225$$

$$F=1.869$$

系数个数： $k=0.5*(n+1)(n+2)$

将相关数据输入excel中，令 $x_1=x$ ,  $x_2=y$ ,  $x_3=x^2$ ,  $x_4=xy$ ,  $x_5=y^2$ , 根据原始数据进行运算，结果如下：

IBM SPSS Statistics 数据编辑器

文件(F) 编辑(E) 视图(V) 数据(D) 转换(T) 分析(A) 直销(M) 图形(G) 实用程序(U) 窗口(W) 帮助(H)

22 : x6

	粒径z	横坐标u	纵坐标v	x1	x2	x3	x4	x5	
1	1.90	2.00	3.00	2.00	3.00	4.00	6.00	9.00	
2	2.30	2.00	10.00	2.00	10.00	4.00	20.00	100.00	
3	1.10	2.00	13.00	2.00	13.00	4.00	26.00	169.00	
4	2.60	4.00	1.00	4.00	1.00	16.00	4.00	1.00	
5	2.20	5.00	8.00	5.00	8.00	25.00	40.00	64.00	
6	1.80	5.00	14.00	5.00	14.00	25.00	70.00	196.00	
7	3.50	7.00	3.00	7.00	3.00	49.00	21.00	9.00	
8	3.10	7.00	6.00	7.00	6.00	49.00	42.00	36.00	
9	1.30	8.00	11.00	8.00	11.00	64.00	88.00	121.00	
10	1.20	10.00	8.00	10.00	8.00	100.00	80.00	64.00	
11	1.40	11.00	13.00	11.00	13.00	121.00	143.00	169.00	
12	1.70	12.00	3.00	12.00	3.00	144.00	36.00	9.00	
13	1.80	12.00	6.00	12.00	6.00	144.00	72.00	36.00	
14	1.20	12.00	10.00	12.00	10.00	144.00	120.00	100.00	
15	1.00	15.00	13.00	15.00	13.00	225.00	195.00	169.00	
16	1.40	18.00	16.00	18.00	16.00	324.00	288.00	256.00	
17									
18									
19									
20									
21									
22									

将数据复制到SPSS中，其余的操作和一次趋势面模型的操作相似

## 用SPSS软件得出的运算结果

變數已輸入/已移除<sup>a</sup>

模型	變數已輸入	變數已移除	方法
1	x5, x1, x4, x2, x3 <sup>b</sup>		Enter

a. 應變數: Z

b. 已輸入所有要求的變數。

模型摘要

模型	R	R 平方	調整後 R 平方	標準偏斜度錯誤
1	.695 <sup>a</sup>	.483	.225	.64466

a. 預測值: (常數), [x1, x3]

可知 $R^2=0.483$



變異數分析<sup>a</sup>

模型	平方和	df	平均值平方	F	顯著性
1 迴歸	3.884	5	.777	1.869	.187 <sup>b</sup>
殘差	4.156	10	.416		
總計	8.039	15			

a. 應變數: Z

b. 預測值: (常數), [%1:, x5:]

可知F=1.869及拟合方程中的系数

係數<sup>a</sup>

模型		非標準化係數		係數 a	T	顯著性
		B	標準錯誤			
1	(常數)	3.166	.744		4.254	.002
	x1	.017	.165	.115	.105	.918
	x2	-.208	.182	-1.310	-1.145	.279
	x3	-.008	.011	-.945	-.713	.492
	x4	.007	.010	.759	.716	.490
	x5	.005	.012	.520	.399	.698

a. 應變數: Z

### ③三次趋势面模型

按照和以上同样的方法进行拟合，用最小二乘法求得拟合方程为：

$$z=0.181+0.755x+0.462y-0.042x^2-0.08xy-0.047y^2-0.001x^3+0.004x^2y+0.002xy^2+0.001y^3$$

$$R^2=0.765$$

$$F=2.168$$

将相关数据输入excel中，令 $x_1=x$ ,  $x_2=y$ ,  $x_3=x^2$ ,  $x_4=xy$ ,  $x_5=y^2$ ,  $x_6=x^3$ ,  $x_7=x^2y$ ,  $x_8=xy^2$ ,  $x_9=y^3$ , 根据原始数据进行运算，结果如下：

*未标题1 [数据集0] - IBM SPSS Statistics 数据编辑器														
文件(F) 编辑(E) 视图(V) 数据(D) 转换(T) 分析(A) 直消(M) 图形(G) 实用程序(U) 窗口(W) 帮助(H)														
22 : x6														
	粒径z	横坐标u	纵坐标v	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	变量	
1	1.90	2.00	3.00	2.00	3.00	4.00	6.00	9.00	8.00	12.00	18.00	27.00		
2	2.30	2.00	10.00	2.00	10.00	4.00	20.00	100.00	8.00	40.00	200.00	1000.00		
3	1.10	2.00	13.00	2.00	13.00	4.00	26.00	169.00	8.00	52.00	338.00	2197.00		
4	2.60	4.00	1.00	4.00	1.00	16.00	4.00	1.00	64.00	16.00	4.00	1.00		
5	2.20	5.00	8.00	5.00	8.00	25.00	40.00	64.00	125.00	200.00	320.00	512.00		
6	1.80	5.00	14.00	5.00	14.00	25.00	70.00	196.00	125.00	350.00	980.00	2744.00		
7	3.50	7.00	3.00	7.00	3.00	49.00	21.00	9.00	343.00	147.00	63.00	27.00		
8	3.10	7.00	6.00	7.00	6.00	49.00	42.00	36.00	343.00	294.00	252.00	216.00		
9	1.30	8.00	11.00	8.00	11.00	64.00	88.00	121.00	512.00	704.00	968.00	1331.00		
10	1.20	10.00	8.00	10.00	8.00	100.00	80.00	64.00	1000.00	800.00	640.00	512.00		
11	1.40	11.00	13.00	11.00	13.00	121.00	143.00	169.00	1331.00	1573.00	1859.00	2197.00		
12	1.70	12.00	3.00	12.00	3.00	144.00	36.00	9.00	1728.00	432.00	108.00	27.00		
13	1.80	12.00	6.00	12.00	6.00	144.00	72.00	36.00	1728.00	864.00	432.00	216.00		
14	1.20	12.00	10.00	12.00	10.00	144.00	120.00	100.00	1728.00	1440.00	1200.00	1000.00		
15	1.00	15.00	13.00	15.00	13.00	225.00	195.00	169.00	3375.00	2925.00	2535.00	2197.00		
16	1.40	18.00	16.00	18.00	16.00	324.00	288.00	256.00	5832.00	5184.00	4608.00	4096.00		
17														
18														
19														
20														
21														
22														
23														

将数据复制到SPSS中，其余的操作和一次趋势面模型的操作相似



## 用SPSS软件得出的运算结果

變數已輸入/已移除<sup>a</sup>

模型	變數已輸入	變數已移除	方法
1	x9, x1, x2, x7, x6, x8, x4, x5, x3 <sup>b</sup>	.	Enter

a. 應變數: Z

b. 已輸入所有要求的變數。

可知 $R^2=0.765$

模型摘要

模型	R	R 平方	調整後 R 平方	標準偏斜度錯誤
1	.875 <sup>a</sup>	.765	.412	.56131

a. 預測值: (常數), x9, x1, x2, x7, x6, x8, x4, x5, x3

變異數分析<sup>a</sup>

模型	平方和	df	平均值平方	F	顯著性
1 迴歸	6.149	9	.683	2.168	.179 <sup>b</sup>
殘差	1.890	6	.315		
總計	8.039	15			

a. 應變數: Z

b. 預測值: (常數), x9, x1, x2, x7, x6, x8, x4, x5, x3

可知 $F=2.168$ 及所求拟合方程中的系数

係數<sup>a</sup>

模型	非標準化係數		標準化係數	T	顯著性
	B	標準錯誤	Beta		
(常數)	.181	1.295		.140	.893
x1	.755	.476	.5002	1.586	.164
x2	.462	.501	.2905	.923	.392
x3	-.042	.071	-.5209	-.596	.573
x4	-.080	.065	-.8436	-1.244	.260
x5	-.047	.071	-.5046	-.659	.534
双击以 激活	-.001	.004	-.1455	-.181	.862
	.004	.003	.6941	1.070	.326
x8	.002	.003	.2872	.528	.617
x9	.001	.003	.2439	.455	.665

a. 應變數: Z

## (2) 模型检验

### ①趋势面拟合适度的 $R^2$ 检验

一次趋势面的判定系数 $R_1^2 = 0.434$ ，

二次趋势面的判定系数 $R_2^2=0.225$ ，

三次趋势面的判定系数 $R_3^2=0.765$ ，

经比较得，三次趋势面较一次和二次趋势面具有更高的拟合程度。



## ②趋势面适度的显著性F检验

$$F = \frac{s_{\text{趋}}/p}{s_{\text{剩}}/(n-p-1)}$$

根据SPSS软件中计算出的

一次趋势面  $F_1=4.985$ ,

二次趋势面  $F_2=1.869$ ,

三次趋势面  $F_3=2.168$ ,

在置信水平  $\alpha=0.05$  下, 查F分布表得:

$$F_{1\alpha}=F_{0.05}(2, 13)=3.81$$

$$F_{2\alpha}=F_{0.05}(5, 10)=3.33$$

$$F_{3\alpha}=F_{0.05}(9, 6)=4.10,$$

显然,  $F_1 > F_{1\alpha}$ , 而  $F_2 < F_{2\alpha}$ ,  $F_3 < F_{3\alpha}$ ,

一次趋势面得回归方程显著, 而二次和三次趋势面的回归方程不显著。

因此, F检验的结果表明, 用一次趋势面进行拟合比较合理。

$F_{\alpha}(p, n-p-1)$  (其中p为多项式趋势面的项数, n为观测点数)