Treffpunkt Mathematik II für Informatik Sitzung 05



Keine Garantien über Richtigkeit oder Vollständigkeit. Dies ist ein freiwilliger Mitschrieb.

Sommersemester 2023 13. Juli 2023

5.1

a)

// Potenzreihe heißt Potenzreihe, weil immer höhere Potenzen von x aufsummiert werden.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{2^n} \overset{\text{Wurzel-}}{\underset{\text{kriterium}}{\longleftrightarrow}} \sqrt[n]{\frac{|x|^n}{2^n}} = \frac{|x|}{2} < 1 \Rightarrow \text{Konvergenz radius } r = 2$$

 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{2^n} \text{ konvergiert in } (-2,2) \text{ absolut und divergiert in } \mathbb{R} \backslash (-2,2)$

Allgemein: $\sqrt[n]{|a_nx^n|} \stackrel{!}{<} 1 \Leftrightarrow |x| \stackrel{!}{<} \frac{1}{\sqrt[n]{|a_n|}} = \text{Konvergenz radius}$

b)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2 x^n}{2n+1} \ \overset{\text{Wurzel-}}{\underset{\text{kriterium}}{\leadsto}} \ \sqrt[n]{\frac{n^2}{2n+1}} = \sqrt[n]{\frac{n}{2+\frac{1}{n}}} = \sqrt[n]{\frac{n}{\sqrt[n]{2n+1}}} \stackrel{n \to \infty}{\longrightarrow} 1$$

 \Rightarrow Konvergiert absolut auf (-1,1) und divergiert außerhalb.

c)

$$\begin{split} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{(2n+1)!} & \overset{\text{Wurzel-}}{\underset{\text{kriterium}}{\overset{n}{\bigvee}}} \sqrt[n]{\frac{1}{(2^n+1)!}}? \\ & \overset{\text{Quotienten-}}{\underset{\text{kriterium}}{\overset{n}{\bigvee}}} \frac{(2^n+1)!}{(2^{n+1}+1)!} \overset{n \to \infty}{\underset{\text{kriterium}}{\overset{n}{\longrightarrow}}} 0 \\ 2^{n+1} + 1 - (2^n+1) = 2^{n+1} - 2^n = 2^n(2-1) = 2^n \end{split}$$

Konvergiert absolut auf ganz \mathbb{R}

Quotientenkriterium allgemein: $\left|\frac{a_{n+1}x^{n+1}}{a_nx^n}\right| \stackrel{!}{<} 1 \Leftrightarrow |x| < \left|\frac{a_n}{a_{n+1}}\right|$

5.2

Nach 1/4-Umdrehung darf 4. Tischbein nicht aufliegen, sonst hat Tisch am Anfang nicht gewackelt.



Höhefunktion des Tischbeins * muss stetig sein, zumindest auf dem Intervall $[0, \pi/2]$, wenn die Funktionseingabe dem Drehwinkel entspricht. Danach ist Höhe des Tischbeins negativ in Relation zum Boden. Es wurde angenommen, dass alle Tischbeine gleich lang sind, die Unebenheit des Bodens ist Ursache für das Wackeln.

5.3

Nicht bearbeitet

$\overline{\cot >}\omega <$

