Linear Algebra

——Simple Note

Wu Yutian

2021.10.9

前言

在继微积分的简明笔记之后，同时也开始了线性代数的重新学习，并为后面的矩阵论的学习打好基础。

在线性代数的学习过程中主要参考了《Linear Algebra Done Right》这本书，另外同时也参考了它的中文版《线性代数应该这么学》，这本书不同于国内的教材，从向量空间的角度阐述了整个线性代数的知识体系，被国外很多学校作为教材，是一本很经典的书。另外还有一本和它名字很像的书，叫做《Linear Algebra Done Wrong》同样也是被广泛推荐的一本书，后续应该也会看一下，再对这份笔记进行补充。但是由于我手上有《Linear Algebra Done Right》的中文版，因此就从这本书开始看起，笔记的体系结构也是以此书为依据的。

Wu Yutian

2021.10.9

目录

Chapter 1

Vector Space

1.1 R^n与C^n

组（List）的概念：长度为 n 的组是 n 个有顺序的元素，用逗号隔开并且两端用括号包起来。

组与集合的不同：组中的元素是有顺序的并且允许重复，而集合中没有顺序，并且元素不能重复。

定义 0：0 表示长度为 n 且所有坐标都是 0 的组，即：

$$0 = (0, 0, ..., 0)$$

1.2 向量空间

向量空间 V 在加法和标量乘法下封闭。

定义 1.2.1. 向量空间就是带有加法和标量乘法的集合 V，满足如下性质：

交换性（commutativity）

$$\text{对所有 } u, v \in V\text{，都有 } u + v = v + u;$$

结合性 (associativity)

$$对所有\ u,v,w \in V\ 都有\ (u+v)+w = u+(v+w);$$
$$对所有\ v \in V\ 和\ a,b \in F\ 都有\ (ab)v = a(bv);$$

加法单位元 (additive identity)

$$存在元素\ 0 \in V\ 使得对所有的\ v \in V\ 都有\ v+0 = v;$$

加法逆元 (additive inverse)

$$对每个\ v \in V\ 都存在\ w \in V\ 使得\ v+w = 0;$$

乘法单位元 (numltiplicative indentity)

$$对所有\ v \in V\ 都有\ 1v = v;$$

分配性质 (distributive properties)

$$对所有\ a \in F\ 和\ u,v \in V\ 都有\ a(u+v) = au+av;$$
$$对所有\ a,b \in F\ 和\ v \in V\ 都有\ (a+b)v = av+bv;$$