

**Disciplina :** Cálculo Numérico

**Turma :** 7713

**Período :** 2018-2

**Professora :** Maria Helena C. H. Jardim

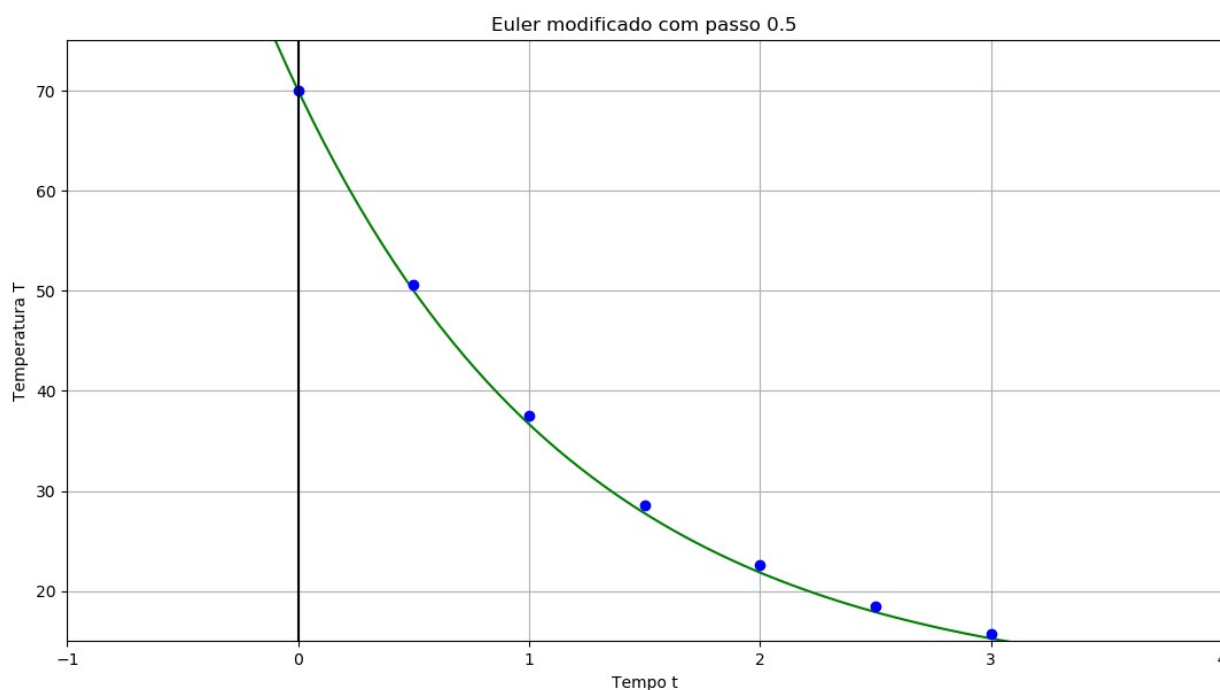
**Aluno :** Gabriel Silva Pereira

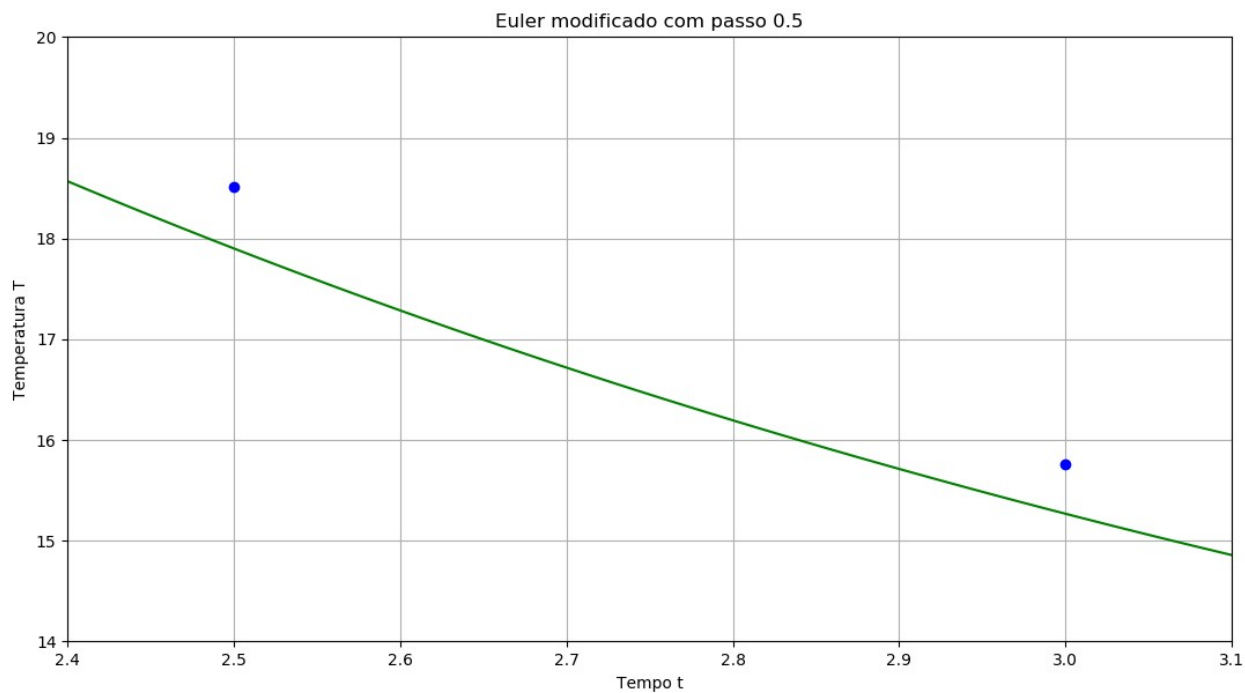
**DRE :** 115192431

- Solução com Passo  $h = 0.5$ 
  - Tabela abaixo mostrando as diferenças dos resultados entre a solução analítica e o método numérico :

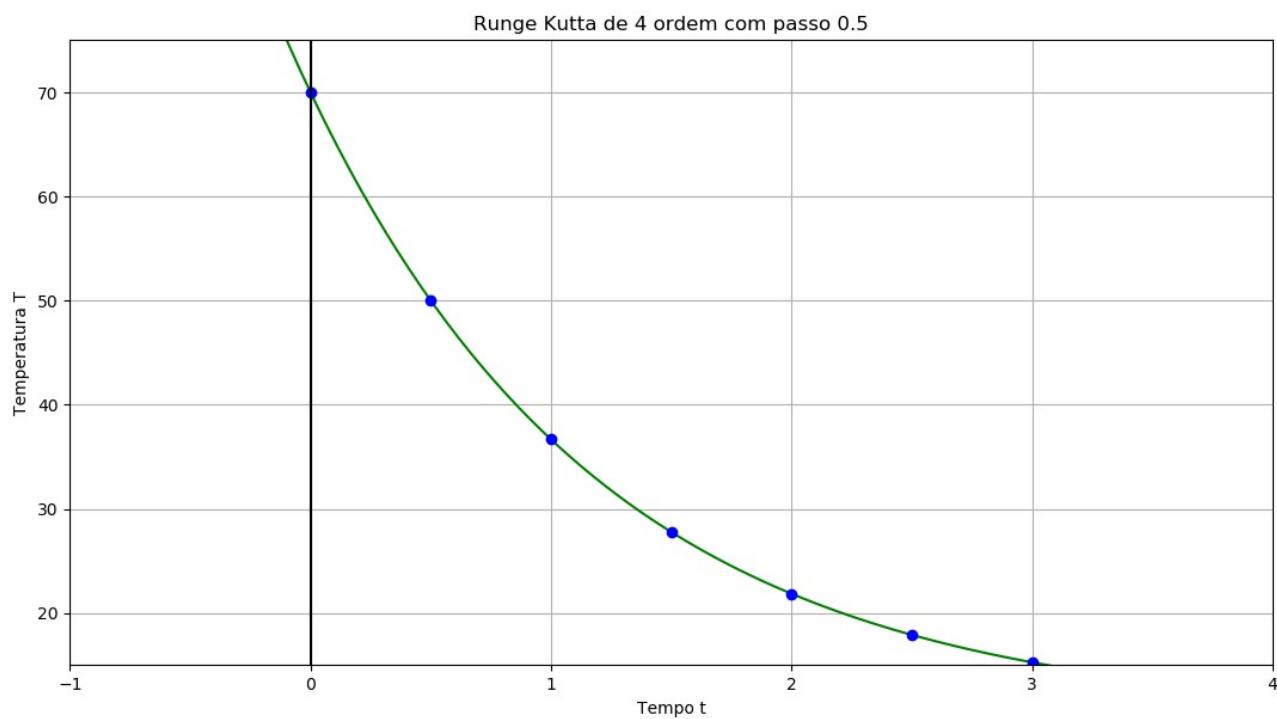
	Euler Modificado	Runge-Kutta de 4 ordem
<b>0.0</b>	0.0	0.0
<b>0.5</b>	-0.60415213027	-0.00512957632945
<b>1.0</b>	-0.811619503641	-0.00683987364855
<b>1.5</b>	-0.817764087869	-0.00684031222866
<b>2.0</b>	-0.732418329116	-0.0060806674189
<b>2.5</b>	-0.614992446714	-0.00506754777878

- Imagens abaixo mostrando o resultado do método em pontos azuis comparado a solução analítica em uma curva verde. Possui 2 imagens, uma na escala abrangendo todos os pontos, outra abrangendo localmente o último ponto :

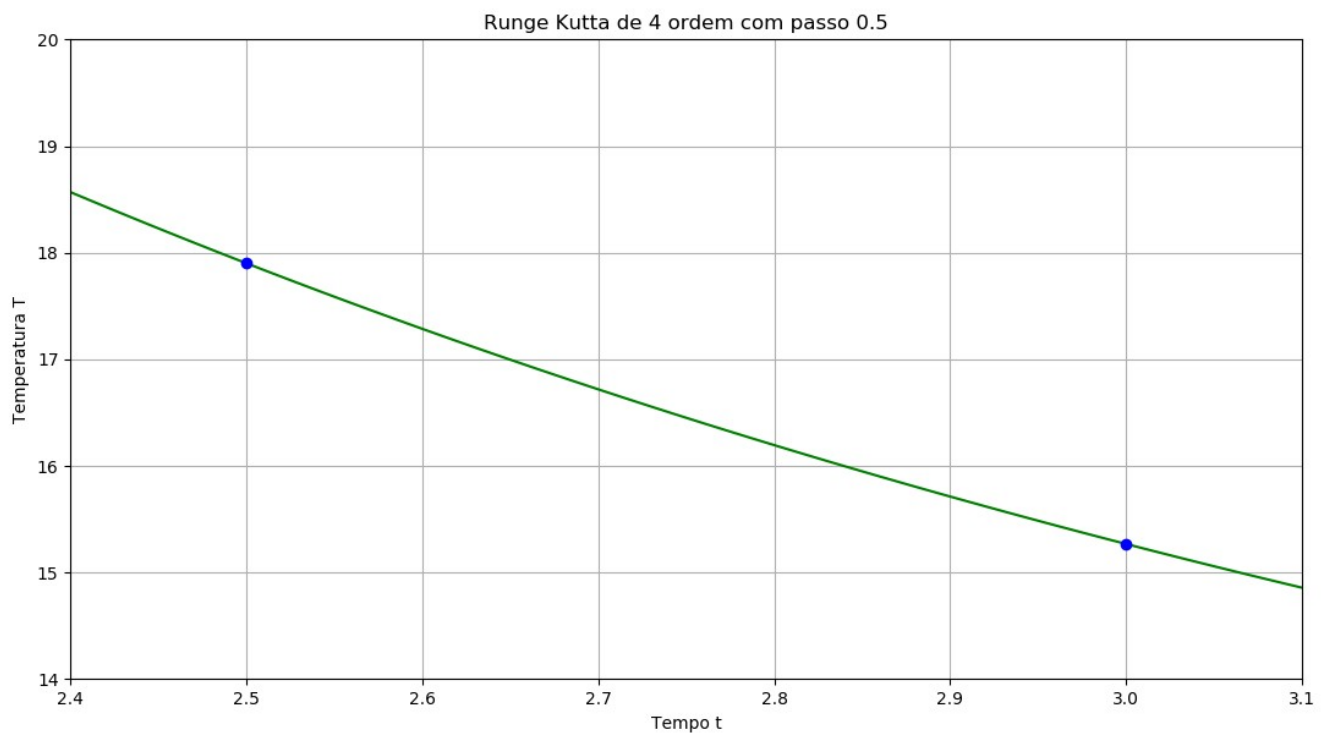




x=2.99841 y=18.0661



x=1.546 y=66.2186

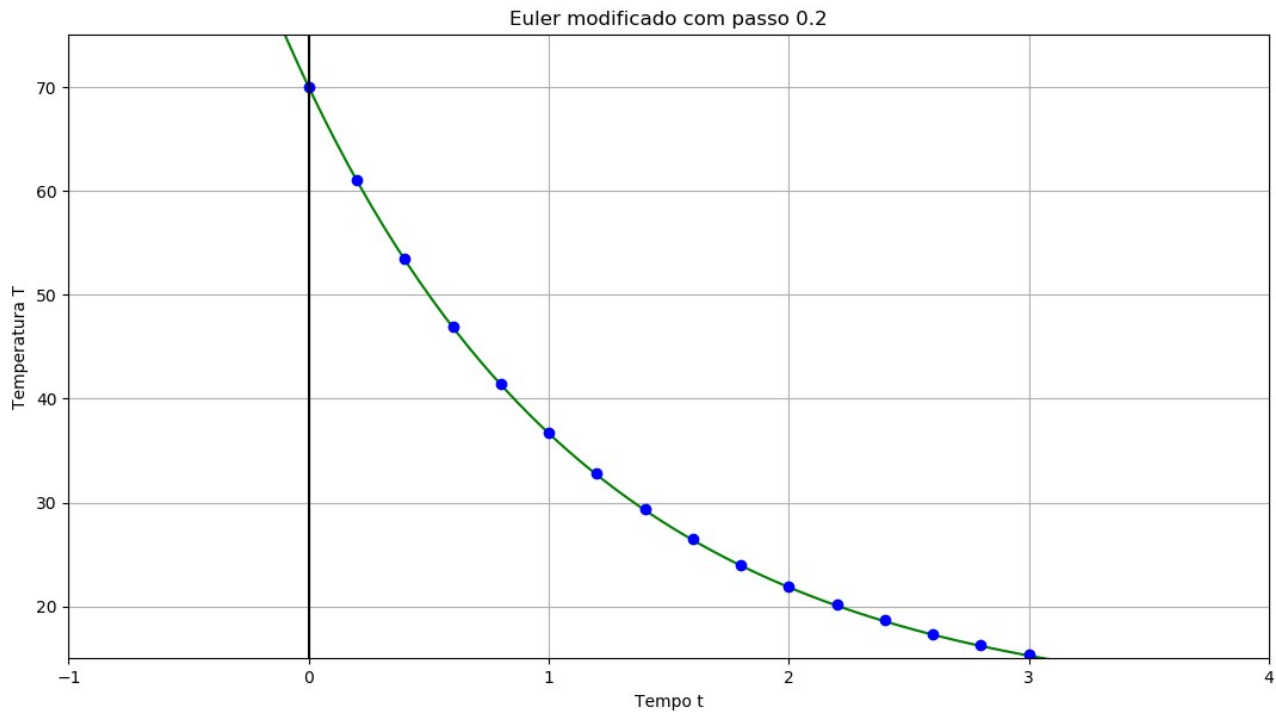


x=2.86283 y=18.1808

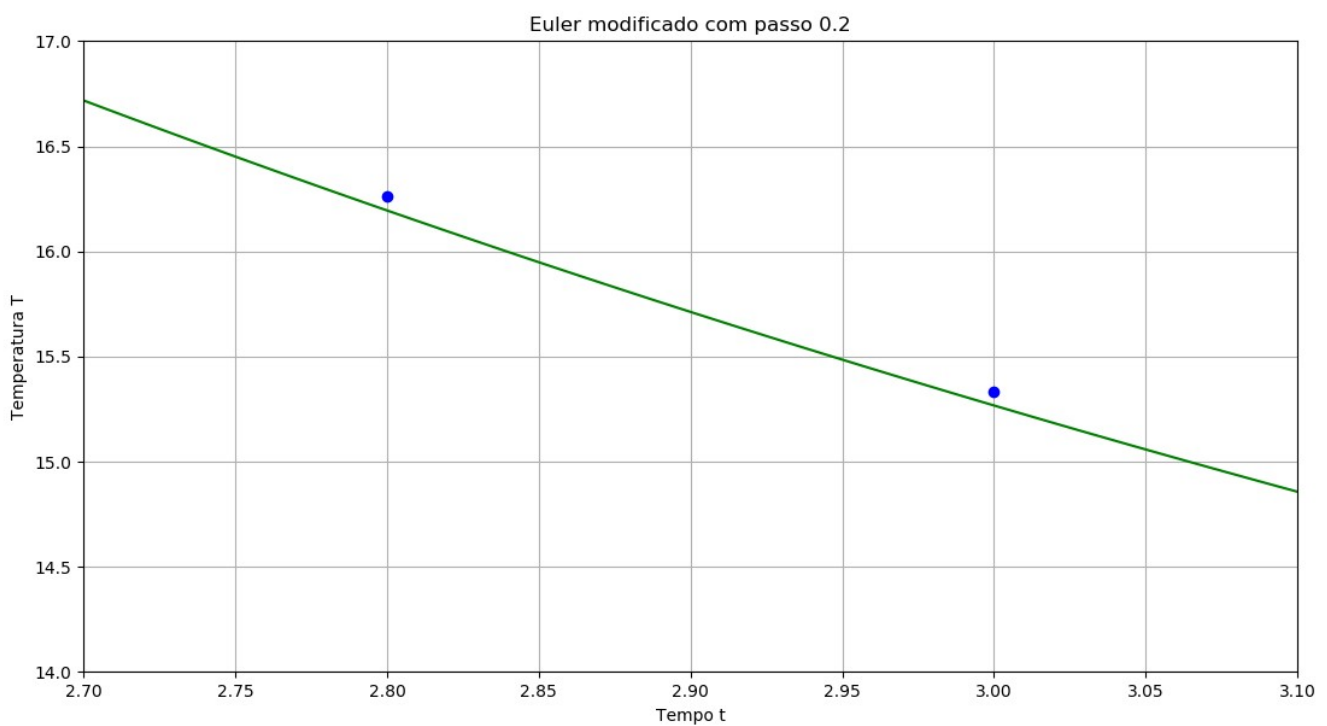
- Solução com passo  $h = 0.2$ 
  - Tabela abaixo mostrando as diferenças dos resultados entre a solução analítica e o método numérico :

	Euler Modificado	Runge-Kutta de 4 ordem
<b>0.0</b>	0.0	0.0
<b>0.2</b>	-0.0409867590572	-5.46273705879e-05
<b>0.4</b>	-0.0697286875109	-9.2897498881e-05
<b>0.6</b>	-0.0889694056411	-0.000118483809551
<b>0.8</b>	-0.100906092496	-0.000134326430683
<b>1.0</b>	-0.107291517552	-0.000142769427086
<b>1.2</b>	-0.109517783015	-0.000145673378185
<b>1.4</b>	-0.108684964111	-0.000144507607303
<b>1.6</b>	-0.105657290553	-0.000140425631663
<b>1.8</b>	-0.101109059724	-0.00013432679027
<b>2.0</b>	-0.0955620956542	-0.00012690649713
<b>2.2</b>	-0.0894162550332	-0.000118697144416
<b>2.4</b>	-0.0829742216517	-0.000110101328868
<b>2.6</b>	-0.0764616149258	-0.000101418783249
<b>2.8</b>	-0.0700432591925	-9.28681529899e-05

- Imagens abaixo mostrando o resultado do método em pontos azuis comparado a solução analítica em uma curva verde. Possui 2 imagens, uma na escala abrangendo todos os pontos, outra abrangendo localmente o último ponto :

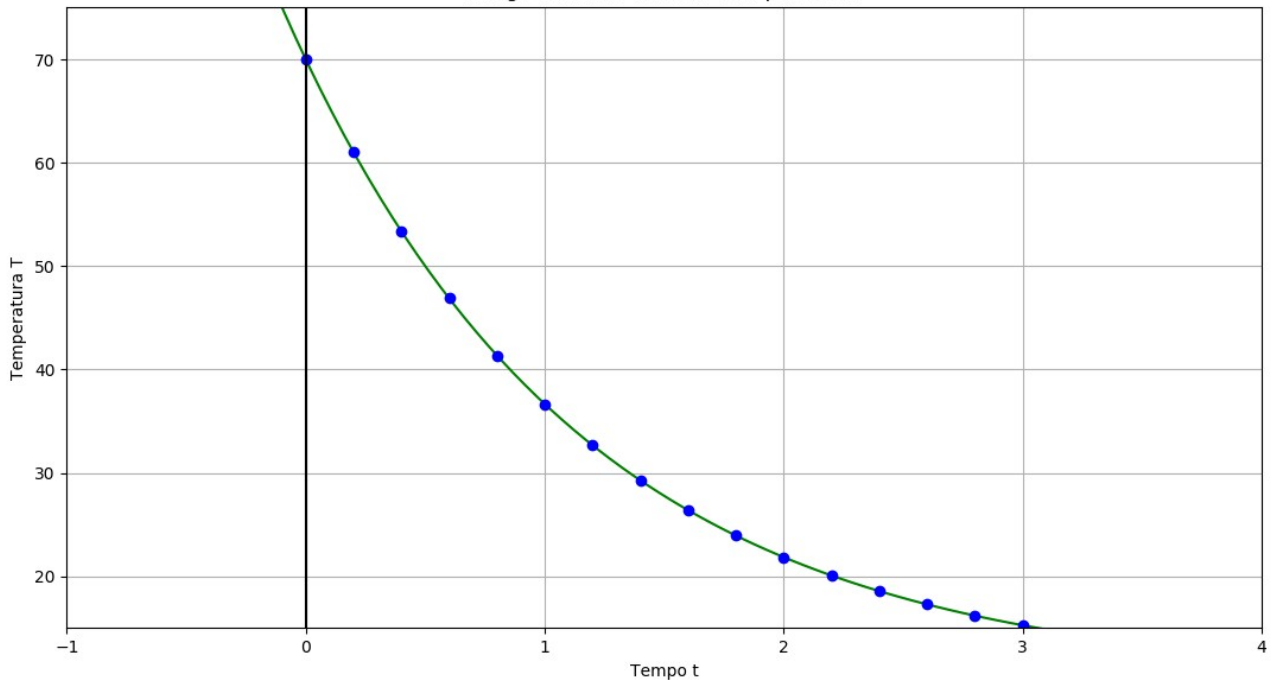


x=3.09062 y=64.2676



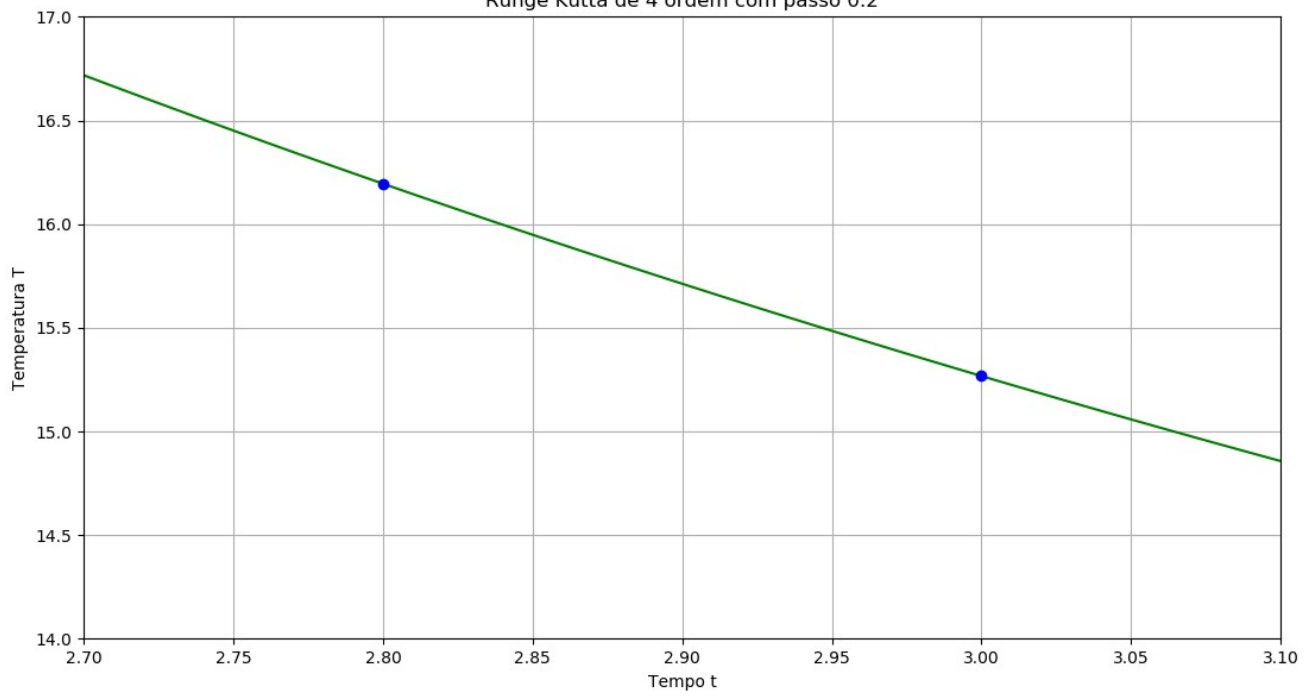
x=3.00579 y=16.3085

Runge Kutta de 4 ordem com passo 0.2



x=2.64859 y=61.6282

Runge Kutta de 4 ordem com passo 0.2

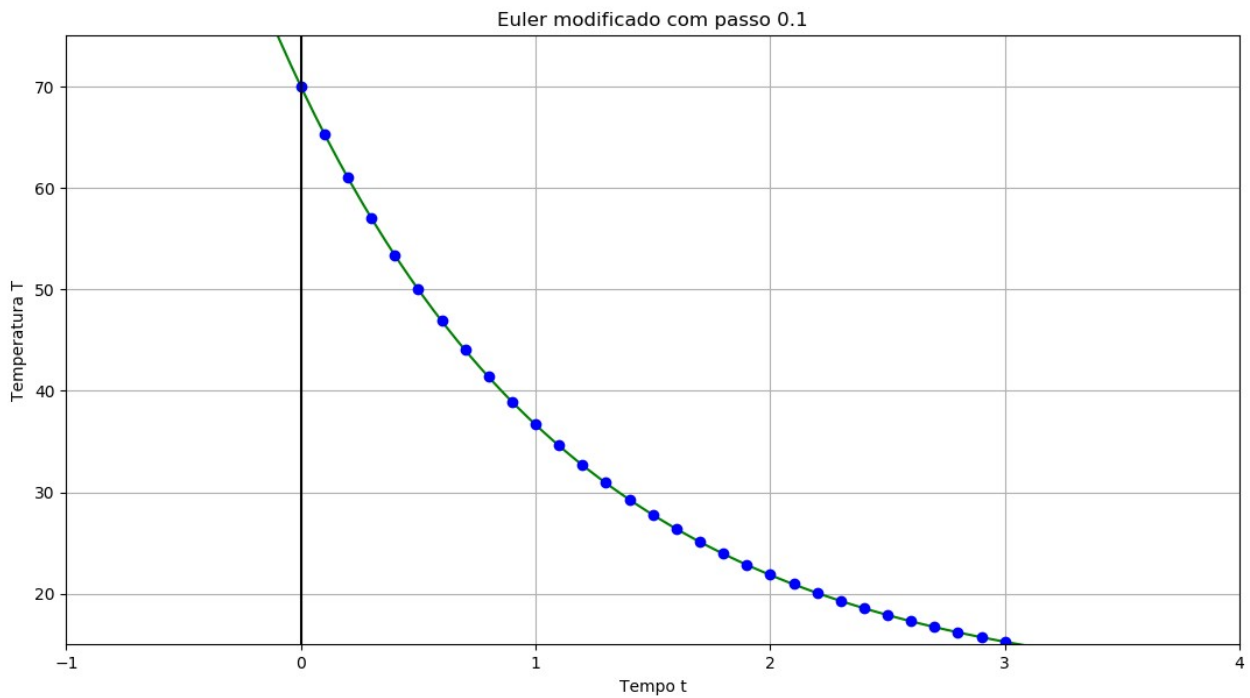


x=2.98712 y=16.3314

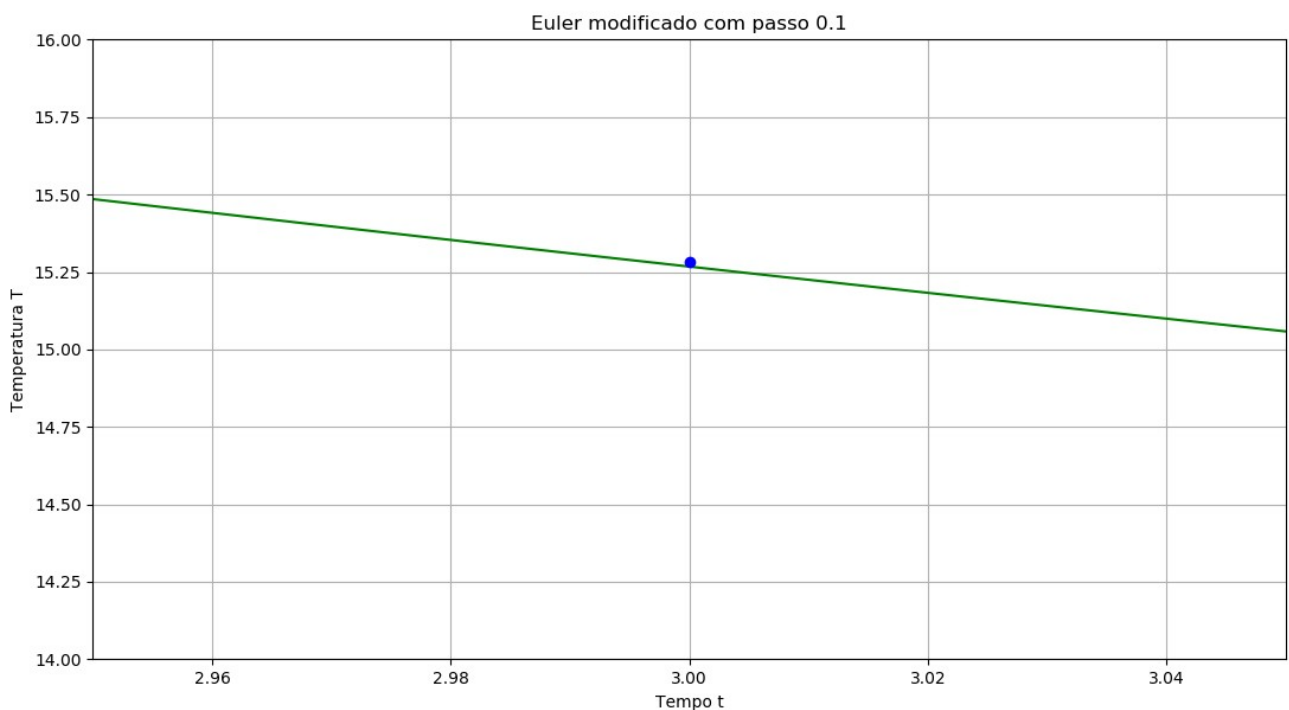
- Solução com Passo  $h = 0.1$ 
  - Tabela abaixo mostrando as diferenças dos resultados entre a solução analítica e o método numérico :

	<b>Euler Modificado</b>	<b>Runge-Kutta de 4 ordem</b>
<b>0.0</b>	0.0	0.0
<b>0.1</b>	-0.00522635846984	-1.72999925496e-06
<b>0.2</b>	-0.00963898823363	-3.19049205189e-06
<b>0.3</b>	-0.0133329106834	-4.41296702292e-06
<b>0.4</b>	-0.0163932841742	-5.42564248462e-06
<b>0.5</b>	-0.018896363803	-6.25378491037e-06
<b>0.6</b>	-0.0209103715271	-6.91999756697e-06
<b>0.7</b>	-0.0224962847644	-7.44448203704e-06
<b>0.8</b>	-0.0237085508951	-7.84527529873e-06
<b>0.9</b>	-0.0245957344224	-8.13846435221e-06
<b>1.0</b>	-0.025201102947	-8.33838053182e-06
<b>1.1</b>	-0.0255631575588	-8.45777545777e-06
<b>1.2</b>	-0.0257161127505	-8.50798013374e-06
<b>1.3</b>	-0.0256903304962	-8.49904891354e-06
<b>1.4</b>	-0.0255127127244	-8.43988962629e-06
<b>1.5</b>	-0.0252070560309	-8.33838119618e-06
<b>1.6</b>	-0.0247943721342	-8.20147988279e-06
<b>1.7</b>	-0.0242931772561	-8.03531521143e-06
<b>1.8</b>	-0.0237197533233	-7.84527653863e-06
<b>1.9</b>	-0.0230883836261	-7.63609121179e-06
<b>2.0</b>	-0.0224115653242	-7.41189497688e-06
<b>2.1</b>	-0.0217002009806	-7.17629546187e-06
<b>2.2</b>	-0.0209637710974	-6.93242934702e-06
<b>2.3</b>	-0.0202104894529	-6.68301386852e-06
<b>2.4</b>	-0.0194474428711	-6.43039309978e-06
<b>2.5</b>	-0.0186807169068	-6.17657963176e-06
<b>2.6</b>	-0.0179155087908	-5.92329195825e-06
<b>2.7</b>	-0.0171562288589	-5.6719880952e-06
<b>2.8</b>	-0.0164065915719	-5.42389573965e-06
<b>2.9</b>	-0.0156696971326	-5.18003929173e-06

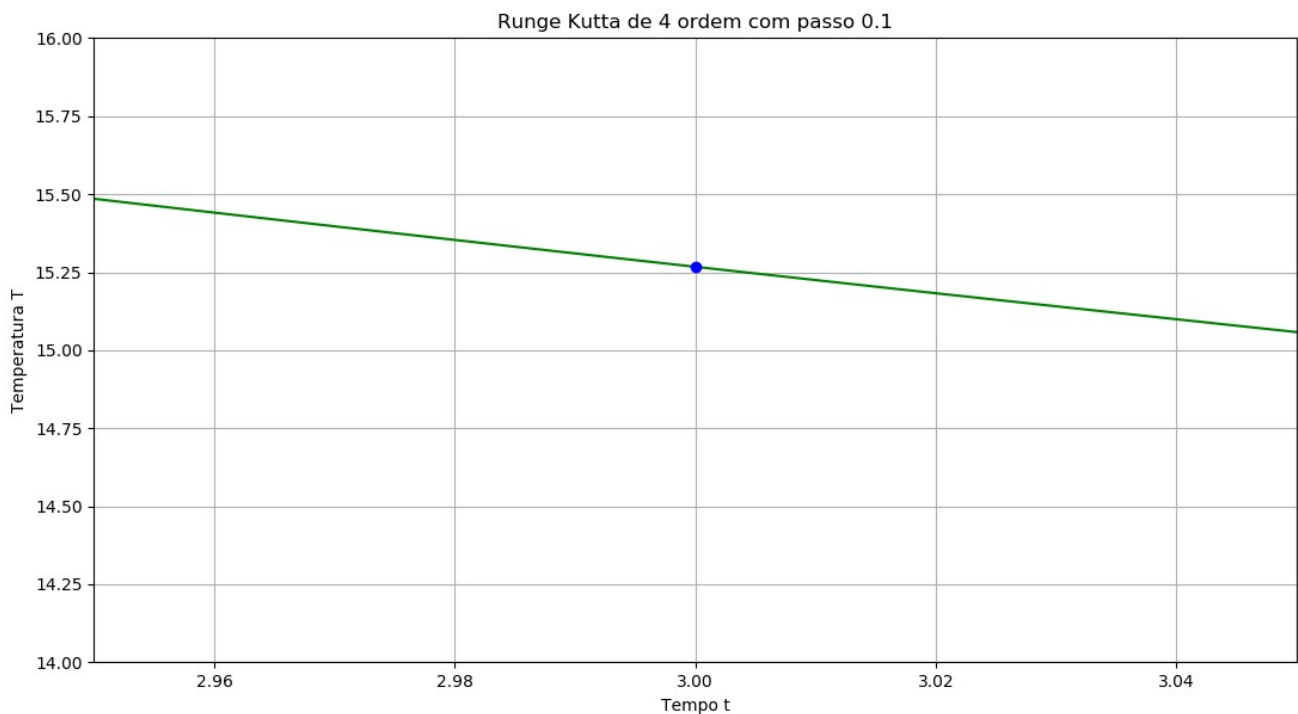
- Imagens abaixo mostrando o resultado do método em pontos azuis comparado a solução analítica em uma curva verde. Possui 2 imagens, uma na escala abrangendo todos os pontos, outra abrangendo localmente o último ponto :



x=3.05585 y=61.2839



x=3.03082 y=15.4548



x=3.01989 y=15.2329

- Análise dos resultados

A partir de uma leitura das tabelas e dos gráficos gerados, é possível observar que os métodos de Euler modificado e de Runge-Kutta de quarta ordem são métodos que melhor se aproximam da solução da equação diferencial a medida em que o passo 'h' se aproxima de 0.



Por mais que o Runge-Kutta tenha uma aproximação muito mais precisa, o Euler modificado já cumpre bem a sua função. Isso pode ser notado pela observação no gráfico pelo qual é necessário aumentar a escala para ser visível a diferença. E de certa forma, se torna cada vez menos notória a diferença dos resultados a medida que o passo é aproximado de 0.

Também achei interessante de se notar que o erro no Euler modificado não difere muito a medida em que o passo diminui, mas já no Runge-Kutta é notório que a magnitude do erro escala de  $10^{-3}$  com passo  $h = 0.5$  até  $10^{-6}$  com passo  $h = 0.1$ .