# 4 模型构建

## 4.1 符号设定

为方便对考虑的问题进行建模，表4-1统一列出本章将使用的集合、参数和决策变量。

表4-1 集合、参数和定义

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 符号类型 | 符号 | 定义 |
| 集合 |  | 车站索引 |
|  |  | 列车索引 |
|  |  | 车站集合 |
|  |  | 可作为起终点的车站集合 |
|  |  | 车次集合 |
| 参数 |  | 相邻列车间最大发车间隔 |
|  |  | 相邻列车间最小发车间隔 |
|  |  | 车站与车站的距离 |
|  |  | 列车从车站到车站的区间运行时间 |
|  |  | 单位时间间隔内到达站去往站的乘客数量 |
|  |  | 列车在车站最大停站时间 |
|  |  | 列车在车站最大停站时间 |
|  |  | 最小追踪时间间隔 |
| 决策变量 |  | 0-1变量，若车次选择开行，则，反之 |
|  |  | 0-1变量，若车次选择可作为起终点的车站和车站分别作为始发站和终点站，则，反之 |
|  |  | 0-1变量，若车次服务车站，则，反 |
|  |  | 车次与之间的发车间隔 |
|  |  | 车次在站的到达时间 |
|  |  | 车次在站的出发时间 |
|  |  | 车次在站的等待乘客数量 |
|  |  | 车次在站去往站的等待乘客数量 |
|  |  | 在车站只要车次车次不满，就可以上车的乘客数量 |
|  |  | 在车站只要车次车次不满，就可以上车去车站的乘客数量 |
|  |  | 车次到达站时的剩余容量 |
|  |  | 车次到达站上车乘客数量 |
|  |  | 车次到达站下车乘客数量 |
|  |  | 车次在站去往站的乘客数量 |
|  |  | 车次驶离站后的在车乘客数量 |
|  |  | 车次驶离站后滞留去往站的乘客数量 |
|  |  | 列车容量 |
|  |  | 一个足够大的正数 |

## 4.2 问题1模型

### 4.2.1 约束条件

本章模型分别考虑交路约束、时刻表约束、和客流约束、。

（1）交路约束

1）单一交路约束

当车次开行时，即，其只有一个交路，换句话说，车次只有一个始发站和一个终到站，即；当车次不开行时，即，其没有交路，即。因此，对于车次，其单一交路约束如下：

 （1）

同时，对于车次，其终点站索引必定大于始发站，且小交路经过站点数不得少于3，也不能超过24即：

 （2）

2）车站服务约束

每个车次的服务区间范围取决于其交路类型。对于未开行的上行车次，其没有交路，即该车次在上行方向所有的车站都不会提供乘客服务。

 （3）

当上行车次开行时，对于那些位于其始发站之前的车站，该车次不能在这些车站提供乘客服务，即

 （4）

对于那些位于终到站之后的车站，该车次同样不能在这些车站提供乘客服务，即

 （5）

本文中的所有车次均采取站站停的停站方案，即所有车次在其交路范围内的车站均停车。因此，对于位于始发站和终到站之间的所有车站，该车次在这些车站提供乘客服务，即

 （6）

若相邻车次的交路不合理时，会导致某些车站的乘客站台等待时间过长。因此，对所有车站来说，相邻车次之间，必须有一个车次在该站为乘客提供服务，即

 （7）

3）发车比例约束

当采用大小交路的运营模式时，大交路列车和小交路列车一般会交替开行，开行比例为或，即每开行列大（小）交路列车后，开行一列小（大）交路列车。本文为了更好的满足客流需求，采用或者的开行比例，因此需要满足以下约束：

（8）

（2）时刻表约束

1）到发时间约束

列车区间运行时分和车站停站时分都是提前给定好的，且存在最小停站时间和最大停站时间，因此车次在站的到发时间需满足下列约束：

 （8）

 （9）

2）发车间隔约束

本文中发车间隔定义为同一方向相邻车次间在始发站离站的时间差。为保证线路安全运行，相邻车次间的发车间隔需要大于等于最小发车间隔。另一方面，为避免乘客站台等待时间过长，本文规定相邻车次间的发车间隔不能大于一个给定值，即最大发车间隔。

当车次开行时，其与前一相邻车次 k-1 间的发车间隔需要满足最大和最小发车间隔约束，即

 （10）

当车次与车次是先后到达车站的列车，开行时为保证线路安全运行，需要考虑先后进站列车的追踪时间，本文设定最小的追踪时间以保证线路安全，即

 （11）

（3）客流约束

车次在站等待去往站的乘客数量是由车次因列车载员不足滞留在站去往站的乘客数量，再加上停站时间内新进站的去往站的乘客数量。因此，变量与变量之间满足以下约束：

 （12）

在车站等待车次的乘客数量等于在站等待上行车次去往所有车站的乘客数量之和，即

 （13）

当车次到达站时，下车乘客数量等于以站为目的地，在站之前所有车站上车乘客数量之和，即

 （14）

当车次到达车站时，只要车次不满，可以去往的上车人数与站台等待去往的人数相等，且在车站的所有的只要车次不满，可以去往车站之后车站的乘客的数量之和等于，即

 （15）

 （16）

此时，车次的剩余容量为列车容量减去在车乘客数量，再加上下车乘客数量，即

 （15）

当车站的站台等待乘客数量不超过车次剩余容量时，所有站台等待乘客均可以上车；否则，超过车次剩余容量的乘客将会滞留在站台，等待下一车次，即车次在站上车乘客数量，等于等待乘客数量、车次剩余容量、车次停站时间内可上车的人数三者的较小值（其中0.04为乘客平均上下车时间s/人），由此可得：

 （16）

当车次离开车站时，在车乘客数量等于到达车站的在车乘客数量，减去下车乘客数量，再加上上车乘客数量 ，即

 （17）

此时，为方便计算车次离开站后的站台滞留乘客，需要计算在站登上车次去往站的乘客数量，即。当上车乘客数量等于站台等待乘客数量 时， 在站登上车次去往站的乘客数量等于在站等待车次去往站的乘客数量；当车次上车乘客数量小于站台等待乘客数量，需要对进行合理估计。通常情况下，地铁线路高峰时段内的服务频率很高，当车次有剩余容量时，乘客总是选择第一个到站车次。因此，假设上车乘客中去往站的比 例等于等待乘客去往站的比例，即

 （18）

当车次离开车站时，滞留在站台等待去往的人数应该为站台等待去往的人数减去登上车次的去往的乘客的人数，即

 （19）

### 4.2.2 目标函数

在列车开行方案的制定中，需要以最小的企业运营成本和最大的服务水平(乘客在车时间和乘客等待时间)来满足客流的需求，企业的运营成本包括固定成本（所需车辆的数量）和变动成本（列车总走行公里）两部分组成。

从企业角度出发，企业希望开行列数越少越好，且总列车行驶距离越短越好。由于每个站点之间的距离不同，并且站点间的乘客量的不同，因此变得成本由各交路的总距离与各交路开行的列车数的乘积之和表示。目标函数设置为最小化列车数与总行驶距离。

 （20）

从乘客角度出发，乘客总是希望尽可能减少出行时间。乘客出行时间由乘客在车时间和站台等待时间两部分构成，考虑到本文所有车次的区间运行时分是固定不变的，且停站时间并不相同，同一OD的乘客在车时间相同，乘客出行时间可由乘客站台等待时间加上当车次进站后在车站等待时间。同时，对目标求最优解时，需要满足各车站不存在滞留人数的约束，即。因此，目标函数设置为最小化乘客站台等待时间与在车等待时间之和，从而减少乘客出行时间。对于车次的乘客站台等待时间，由车次的滞留乘客的等待时间和新到乘客的等待时间组成，其计算公式如下式（21）：



总成本函数由企业成本与最大服务水平组成（即最短用时），因此总成本函数为：

 （22）

## 4.3 问题2模型

### 4.3.1 约束条件

问题2在问题1的基础上，按照同一各目标函数进行求解，因此交路约束、时刻表约束、和客流约束与问题一基本一致，但需要考虑列车等间隔的平行运行约束，即列车发车间隔和在同一站点的停站时间相等，因此约束条件如下：

 （23）

其中表示发车时间等间隔的一个常数，取值在最大最小停站时间区间内，因此需要满足以下约束：

 （24）

### 4.3.2 目标函数

问题2的目标函数与问题1一致，因此目标函数直接引用式（22）进行问题求解。