

# Trieuse de billes de roulement

Projet de construction mécanique 2018

---

Groupe 22 : Louis Rosset, Antoine Masanet, Gaspard Leroy et Filip Slezak  
EPFL - Microtechnique

## TABLE DES MATIERES

<b>Introduction</b>	<b>3</b>
<b>Cahier des charges</b>	<b>4</b>
<b>Tableau des Spécifications</b>	<b>6</b>
<b>Justification des choix parmi les concepts</b>	<b>7</b>
Concepts et options générés et leur fonctionnement	7
Choix Final	11
<b>Détails techniques</b>	<b>12</b>
Liste des pièces et brève description technique des choix	12
Vis tête Bombée cruciforme	12
Recipient de départ	12
Boite billes	13
Rails	14
Plateforme de remontée	14
Manivelle	15
Fil en nylon	16
Piliers	16
Equerres	17
Références des pièces achetées	18
<b>Matériaux</b>	<b>19</b>
Considérations	19
Acier	19
Aluminium	19
Plastique PEHD	19
Nylon	20
Masse de la trieuse	20
<b>Calculs</b>	<b>21</b>
Roulement sur le rail - équation de mouvement	21
Efforts sur le fil de nylon	24
Calcul de déflexion et support maximal des rails	25
Calcul des efforts sur la manivelle	27
Forces de frottement entre récipient à billes et rails	29
Calculs liés aux vis	30
<b>Conclusion</b>	<b>31</b>

<b>Plan et notice de montage</b>	<b>32</b>
<b>Mode d'emploi</b>	<b>39</b>
<b>Annexes nécessaires à la compréhension du dossier</b>	<b>39</b>
1 Arbre manivelle	
2 Boîte billes	
3 Couvercle	
4 Equerre	
5 Pilier arrière	
6 Pilier avant	
7 Plateforme de remontée	
8 Rails	
9 Récipient	
10 Rondelle	
11 Support manivelle droite	
12 Support manivelle gauche	
13 Extrémité manivelle	
14 Support des bacs	

## Introduction

Nous sommes fiers de vous introduire le fruit de notre pensée à travers ce dossier technique de notre machine trieuse de billes de roulement. Vous trouverez ci-après les détails de conception de notre produit permettant un triage rapide et efficace de billes de roulement.

Pour arriver à faire cela nous avons dû faire face à nombreux défis : coincements de billes, choix de matériaux et concept simple et efficace.

Dans ce dossier nous vous faisons parvenir nos différentes idées et stratégies de départ afin de répondre correctement au cahier des charges fourni, notre justification des choix parmi les concepts, de nombreux dessins techniques détaillés, une notice de montage et un mode d'emploi afin de vous préparer au mieux au montage et à l'utilisation de notre machine.

Vous retrouverez, à la fin du rapport, en annexe, les dessins techniques des pièces à usiner.

## Cahier des charges



### CONSTRUCTION MÉCANIQUE II - ME-102 – BA2

Sections Génie Mécanique & Microtechnique

Projet de Construction Mécanique - 2018

Février 2018 J.F. Ferrot/B. Lacour

## Trieur de billes de roulements

Le projet de construction mécanique consiste en la réalisation de l'étude et de la conception mécanique d'un trieur de billes pour roulements à billes.

L'objectif principal de la machine est de trier des lots de billes de roulements mélangées et de tailles différentes et de les orienter dans des récipients appropriés.

La conception du trieur doit répondre au cahier des charges suivant :

- Mécanisme capable d'accepter un réservoir de 300 billes de 3 tailles différentes, de les trier et les séparer afin de les orienter dans des récipients identifiés pour un usage futur.
- Les trois tailles de billes mélangées sont de 5, 6 et 7mm de diamètre.
- La qualité des billes de chaque lot est de grade 10 selon la norme ISO 3290.
- Le matériau des billes est aléatoire (céramique, plastique ou acier, dureté, ...) selon les lots.
- Les billes d'un même lot sont faites d'un même matériau.
- La répartition des billes par taille contenues dans un lot est inconnue.
- La seule source d'énergie de la machine est une manivelle actionnée d'une main. L'axe de rotation peut avoir n'importe quelle orientation. Le sens de rotation est libre.
- Le coincement des billes lors de leur cheminement dans la machine doit être prévenu.
- La machine ne doit pas affecter la qualité des billes.
- La masse totale de la machine prête à l'emploi et son encombrement ne sont pas limités mais ils devront être raisonnables afin de pouvoir la transporter facilement.
- Les matériaux utilisés pour la construction sont ceux habituellement rencontrés dans les ateliers de mécanique et de construction, à savoir : acier, acier inoxydable, aluminium, laiton, (évent. cuivre) et quelques matières plastiques courantes telles que : Akulon®, Makrolon®, Nylon, PE, PEEK, etc.
- Les pièces obtenues par impression 3D, pliage, soudage, injection et formage à chaud ne sont pas autorisées.
- La mise en œuvre du trieur se fait par une seule personne avec un cycle de triage le plus court possible.
- La sécurité de l'opérateur et de son entourage doit être assurée en tout temps.
- Le diamètre minimal des éléments d'assemblage (vis, axes, etc) est de 4mm et à justifier.

Tout élément du cahier des charges non imposé est libre d'être choisi mais le bon sens est indispensable.

**Points importants**

1. La machine doit être la plus simple possible de manière à faciliter l'assemblage et l'utilisation
2. La machine doit avoir une taille raisonnable pour pouvoir être transportée facilement
3. La machine doit être composée de matériaux habituellement rencontrés dans les ateliers de mécanique et de construction
4. La machine doit fonctionner sans intervention humaine hors actionnement de la manivelle (il faut donc éviter tout type de blocage). Le début du tri doit alors commencer lorsque la manivelle est actionnée
5. La machine ne doit pas affecter la qualité des billes
6. La machine ne doit faire aucune erreur
7. La machine doit trier les billes le plus vite possible
8. La sécurité de l'entourage de la machine doit être garantie à tout moment

## Tableau des Spécifications

	Catégorie	Attendu	Obtenu
Design	Dimensions	30x15x20 (cm <sup>3</sup> ) ~un sac à dos	41x15x14
	Simplicité	Peu de pièces et uniforme	14 pièces différentes
	Maniabilité	Bonne	Bonne
	Matériaux	Prix bas et durable	Oui
Montage	Durée	~20min	15min
	Complexité	~20 étapes nécessitant peu d'effort	8 étapes
	Outils	Tournevis	Tournevis
Utilisation	Degré de Difficulté	Intuitif	Intuitif
	Sécurité	Assurée en toutes circonstances	Bords peuvent être coupants
	Manipulation des billes	Seulement mettre les billes dans la machine et les récupérer dans les différents récipients	Manivelle un peu fragile
Efficacité	Vitesse de tri	~25s	13s
	Energie	Source: manivelle	Assez pour 2 tour/s
	Probabilité de blocage	0%	~0%
Eléments machines	Production	Faible à moyen	Classique
	Pièces achetées	Faible	2 roulements 11 vis Fil en nylon 1 manivelle
	Matériaux	Courant et léger	Acier et aluminium

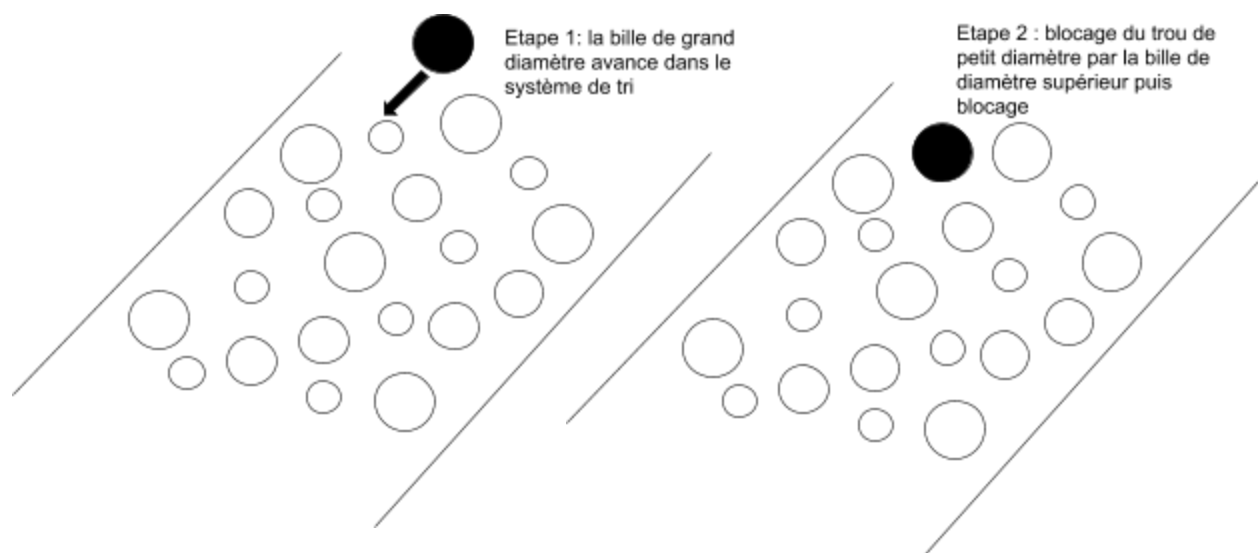
## Justification des choix parmi les concepts

### Concepts et options générés et leur fonctionnement

Quelques idées qui faisaient usage de brosses, hélices et autres subterfuges ont fait surface mais n'ont jamais été prises au sérieux, les plus pertinentes sont citées ci-dessous.

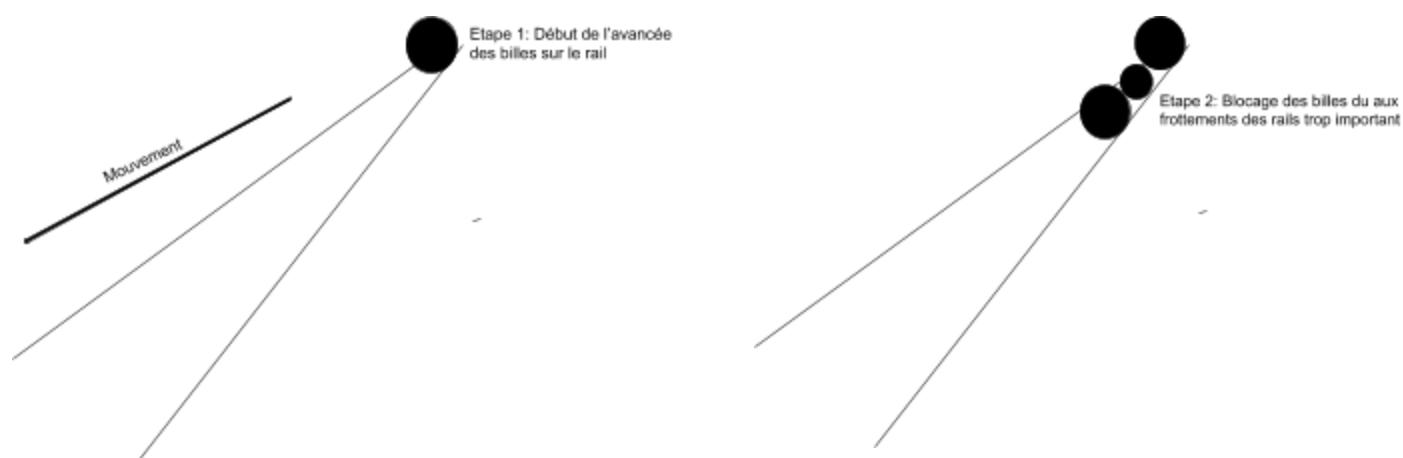
Notre première idée de triage de billes fut d'introduire une grille avec des trous de différentes tailles pour chaque dimension de billes ayant pour but d'être simple et efficace, c'est à dire sans erreur de tri. Cependant, nous nous sommes rendu compte rapidement de l'inconvénient de ce concept : les grosses billes peuvent se loger dans les trous destinés aux petites billes et les petites tomber dans les gros trous. Pour pallier au deuxième problème, nous avons pensé à organiser notre tamis en plusieurs couches.

Malheureusement, le premier problème requiert de faire vibrer la machine pour déloger les billes, un concept qui nous paraissait trop fragile.



Notre deuxième idée était de faire rouler les billes dans des rails qui s'élargissent au fur et à mesure (à la manière d'un cône) pour faire tomber les billes dans leurs bacs respectifs. Après un essai en grandeur nature, nous nous sommes rendu compte que ce système avait pour inconvénient un blocage des billes à cause de frottement tangent. Pour pallier à cela, nous avons opté pour un changement brutale de largeur des rails.



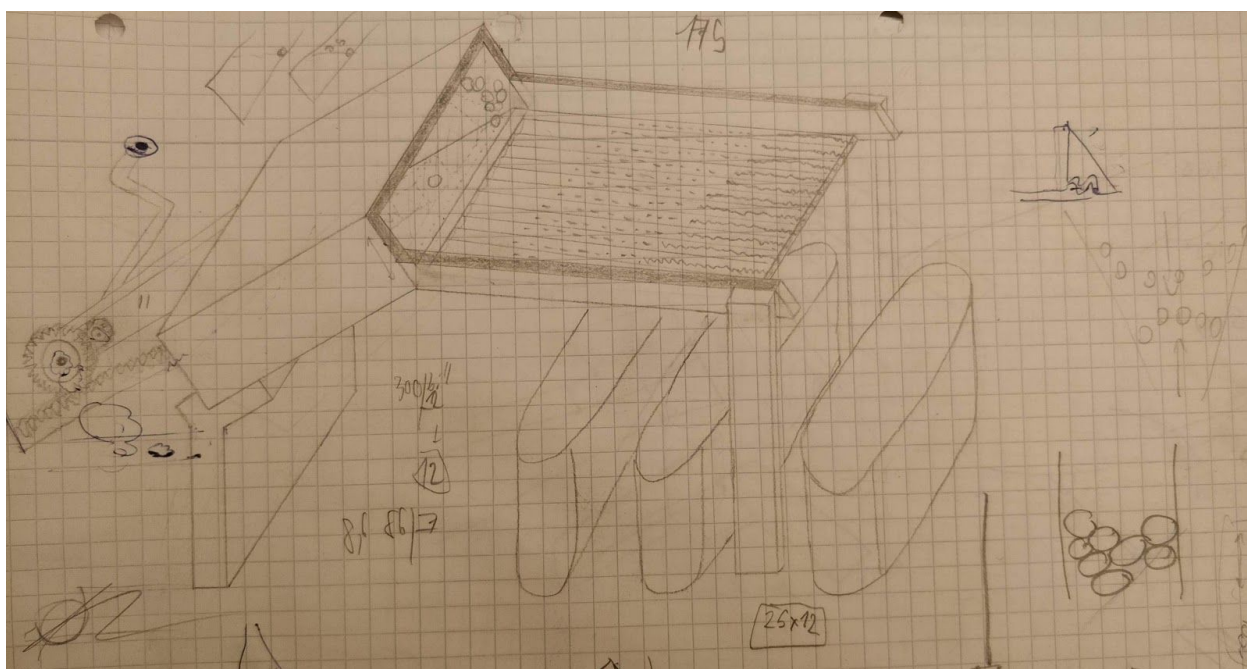
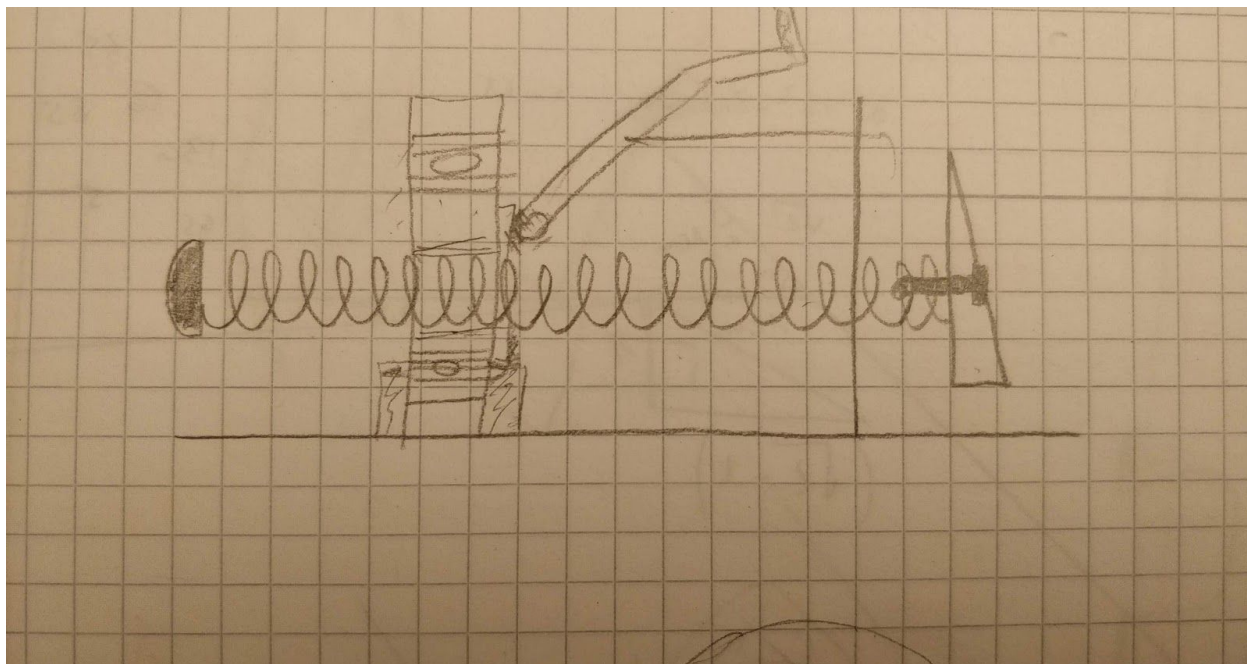


Pour le stockage des billes, nous avons d'abord pensé à stocker les billes anarchiquement dans un réservoir en hauteur et de profiter de la gravité pour donner mouvement aux billes grâce à la force de gravité. Dans ce cas là, la manivelle permettait d'enclencher le pivotement d'une plaque relâchant les billes dans les rails. Cependant, il nous est rapidement devenu évident que nous n'utilisons pas la manivelle à son plein potentiel et que nous ne contrôlions pas le flux de billes. Pour pallier à ces deux problèmes, nous avons d'abord décidé de placer directement des rails dans notre réservoir et de demander avant le début du tri à l'utilisateur de passer la main sur la couche de billes pour être sûr qu'il n'y en ai aucune d'empilés. Dans un deuxième temps, pour réguler le flux, nous avons décidé d'employer la manivelle et une plaque qui en remontant à vitesse régulière permet de pousser régulièrement qui tombe sur les rails. Pour faire remonter cette plaque nous avons tout d'abord décidé d'employer une vis sans fin actionnée par la manivelle mais l'angle de rotation obtenue n'était pas pratique pour l'utilisation. De plus, pour obtenir un écoulement de 2 billes par tour de manivelle, il fallait avoir un très petit pas de vis qui n'était pas standard dans les sites commerçant que nous avons rencontré. Pour remédier à ce problème, nous avons fait le pari d'employer un fil de nylon fixé à la plaque de remontée, s'enroulant autour d'un arbre lors de l'actionnement de la manivelle.

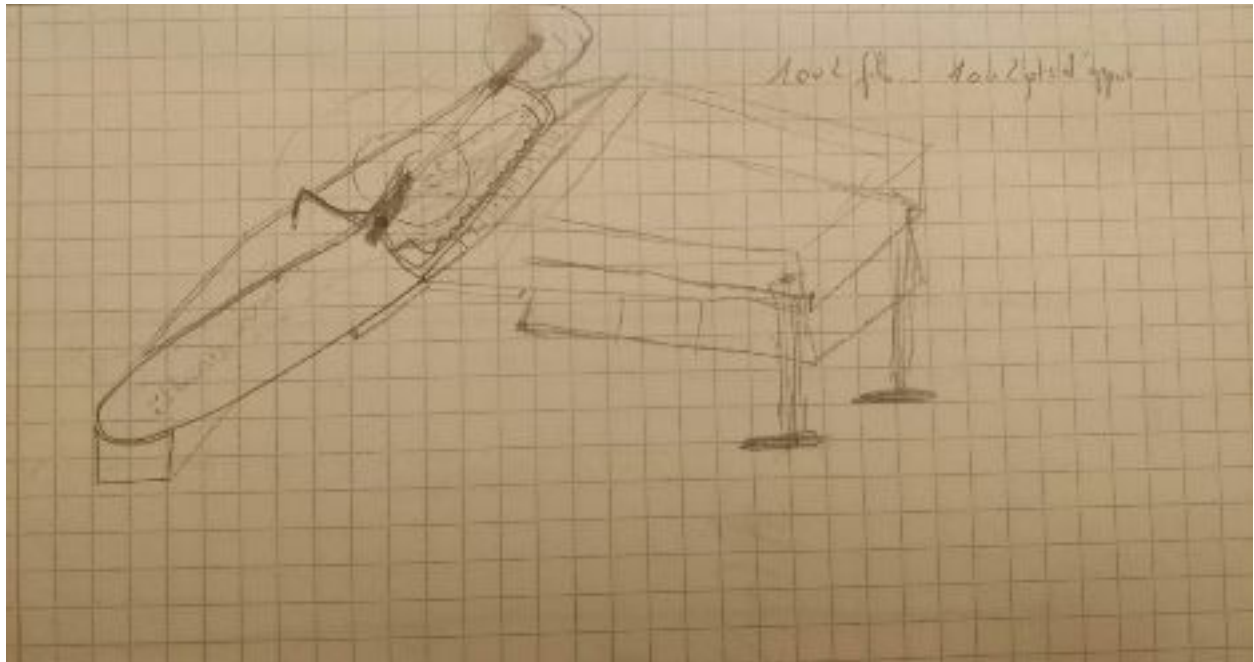
Le système de remontée mécanique des billes avec le réservoir, la plaque coulissante et les rails étaient donc déjà pensé. Nous avons ensuite imaginer le mécanisme des récipients à billes. Tout d'abord nous avons pensé à laisser des bacs au niveau du sol en dessous du lieu où devaient atterrir les billes après le triage des billes à travers les rails. Cependant ce concept n'est pas très précis et l'utilisateur aurait pu par inadvertance mal disposé les bac. C'est pourquoi nous avons décidé de faire coulisser les bacs à billes juste en dessous des rails à la manière d'une tiroir pour pouvoir aussi limiter la chute des billes et éviter leur détérioration.

Ainsi le système de tri mécanique dans sa totalité fut pensé, c'est pourquoi nous nous sommes penché sur les détails techniques concernant les piliers de la machine afin de la tenir en équilibre lors de l'utilisation de la manivelle. Nous avons intuitivement fixé deux piliers identiques sur les deux extrémités des rails.

Autres dessins... les 3 systèmes de remontée principaux imaginés



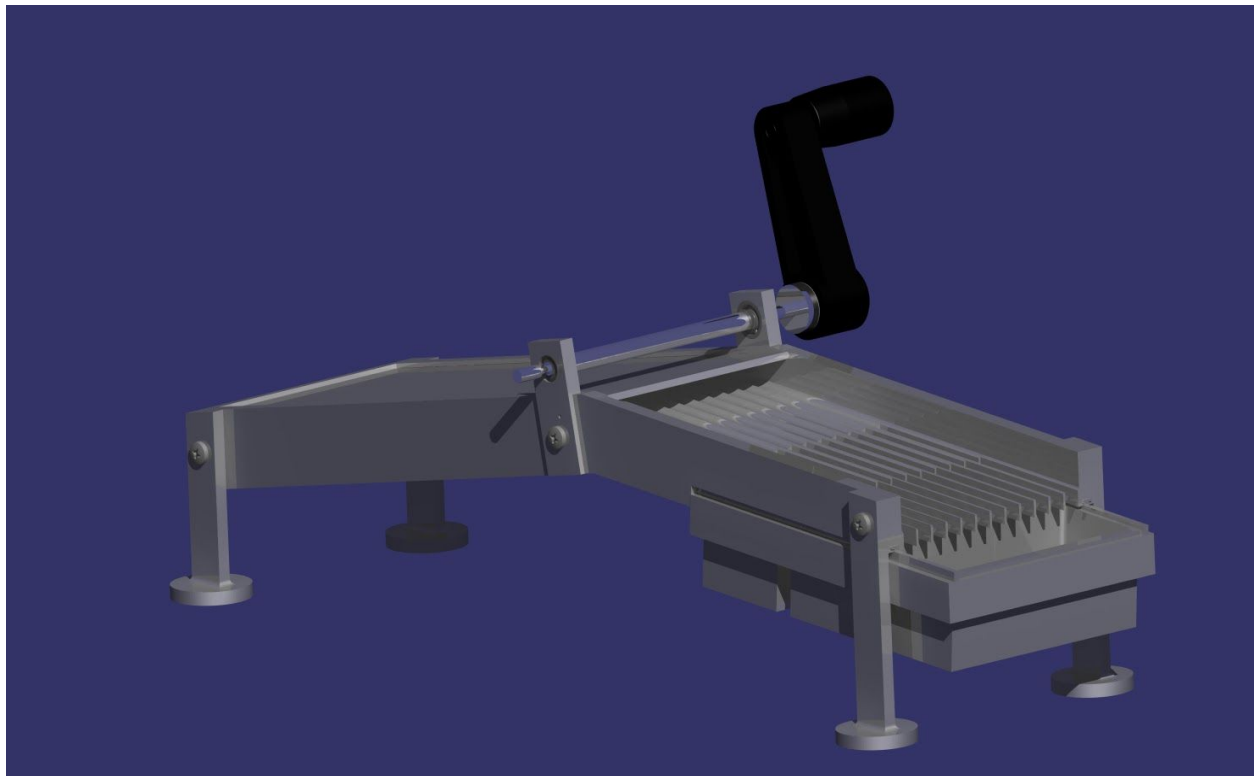
Celui-ci a été retenu pour sa facilité de mise en place



Il fait usage de fils de nylon pour remonter la une plaque au fond du récipient, poussant alors les billes vers le haut.

## Choix Final

Les jours passèrent tandis que notre concept final se précisait... Il était décidé de conceptualiser et de calculer notre trieuse de billes de roulement. Le système de remontée mécanique de la plaque coulissante dans le réservoir à bille à l'aide de la manivelle mûrissait. Nous avons finalement décidé de réduire l'épaisseur du récipient pour ne laisser la place à qu'une ligne de billes afin de réduire la probabilité de blocage. En conséquence, nous l'avons rendu plus profond pour pouvoir accueillir les 300 billes. Le choix des piliers fut fixé pour donner l'angle et donc la vitesse voulu aux billes à la montée et à la descente dans les rails . Le système de récupération de billes à travers des bacs coulissants a été retenu et nous l'avons aussi repris pour la fermeture du récipient principal.



## Détails techniques

### Liste des pièces et brève description technique des choix

#### Vis tête Bombée cruciforme

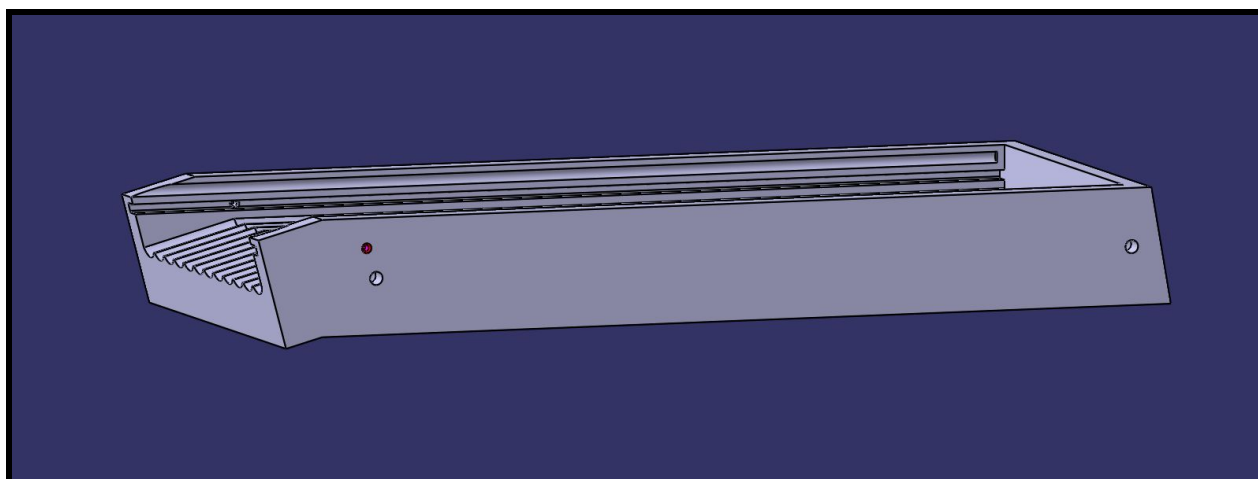
Pour l'assemblage de la machine finale, nous avons voulu limiter au plus possible le matériel nécessaire. C'est pour ça que nous avons opté pour l'usage de vis cruciforme, ou vis Phillips.

Ce format de tête est très répandu dans le commerce et nécessite qu'un tournevis à tête cruciforme pour être visé. De plus, la profondeur de la fente permet un engagement facile du tournevis et évite les dérapages. Finalement, le choix d'une tête bombée vient de l'homogénéité du design de notre machine qui privilégie les courbes aux angles tranchants pour le confort et la sécurité de l'utilisateur.

Nos vis sont fournis en longueur unique : 10 mm. Le diamètre de vis M4 étant le plus petit diamètre permis par le cahier de charge, il convenait parfaitement aux dimensions et aux force appliquées sur celles-ci.

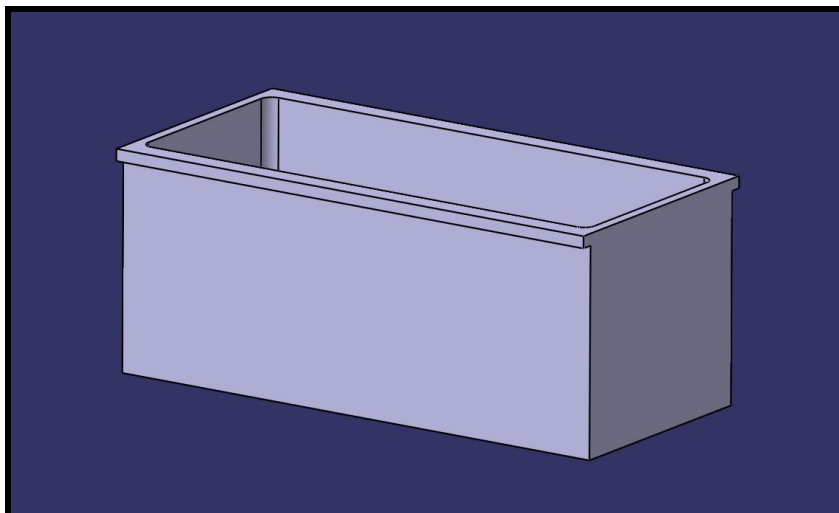
#### Réipient de départ

Le réipient (**9**) sert à contenir les billes avant le tri, c'est également lui qui est responsable du bon déroulement du tri. Il est couvert par un couvercle (**3**) qui peut être retiré afin d'y placer les billes plus facilement. Ce réipient sert de guide à la plateforme de remontée (**7**) et à la fixation de la manivelle.



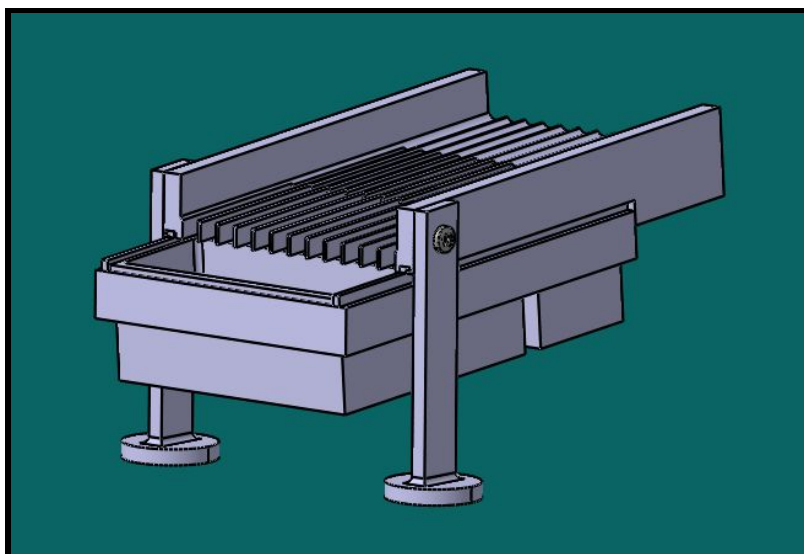
### Boîte billes

Le but ultime de notre machine étant de permettre à son utilisateur de trier avec aisance les billes, nous avons voulu faire en sorte que la récupération de celles ci soit le plus simple et modulable possible. De ce fait, nous avons décidé de placer nos trois boîtes billes (**2**) sur un support de bacs (**14**) pouvant coulisser dans la machine à la manière d'un tiroir. Cela lui assurera stabilité et robustesse.



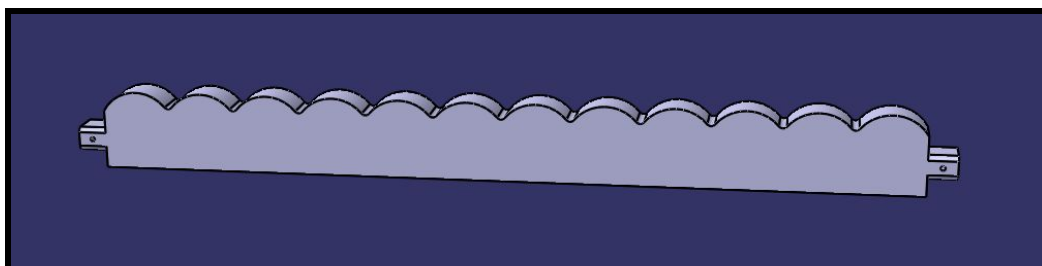
## Rails

Lors de la conception de notre système de trieuse à billes, les rails **(8)** ont toujours été à la base de toutes nos pensées de mécanisme. Ainsi ils sont devenu la pièce maîtresse du projet et nous les avons conçu de sorte à accueillir et trier les billes en un temps record. Les dimensions de ceux-ci ont été déterminées par des ratio issus d'expériences réelles avec le matériel mis à disposition. Le choix de l'aluminium a été fait pour minimiser les frottements des billes. Les rails permettent de séparer les billes de 5 mm et 6 mm de diamètre, les billes de 7 mm tombent au bout. Ils servent également d'appui pour le support de bacs **(14)**.



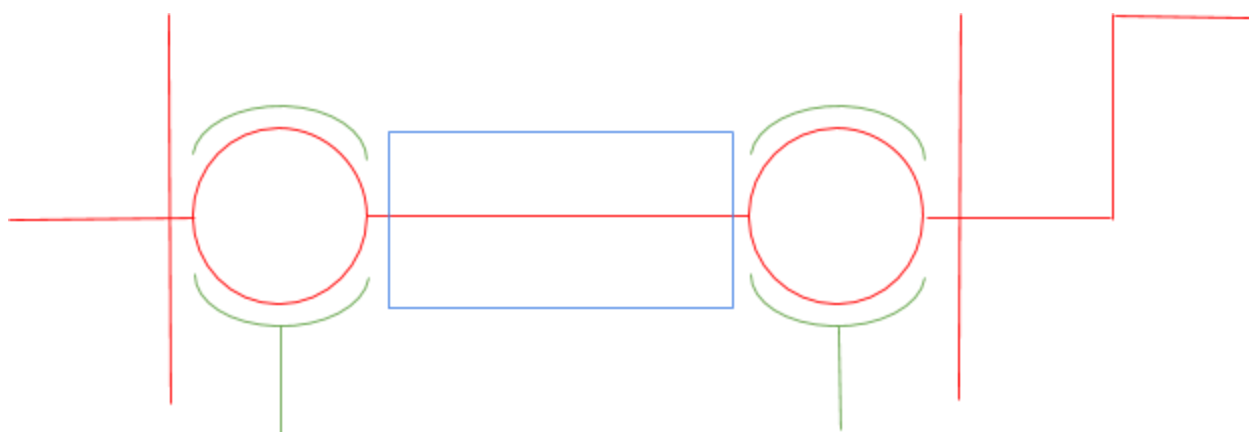
## Plateforme de remontée

Cette plaque de remontée **(7)** est très importante pour la mise en marche et le bon fonctionnement de la machine, elle permet d'amener les billes dans les rails **(8)** pour les trier efficacement. Elle est relié au fil de nylon lui même relié à l'arbre manivelle **(1)**. Elle coulisse de façon guidée vers le haut du récipient **(9)**. Son orientation est maintenue par les rails eux-même qui l'empêche de dévier.



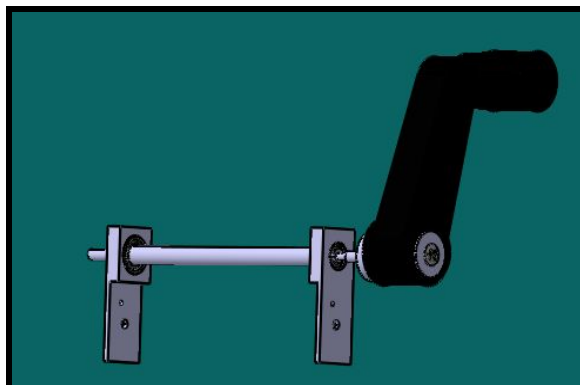
## Manivelle

La manivelle est un point crucial dans le cahier des charges, c'est vraiment la pièce importante qui nous a été imposé pour démarrer et/ou faire fonctionner la machine. C'est pourquoi nous avons voulu imaginer notre système dans la volonté de créer une fusion intime entre la manivelle et les pièces qu'elle gouverne. Celle ci est directement relié à une bobine en fil de nylon permettant de faire monter et descendre notre plaque coulissante de manière contrôlée en y instaurant une vitesse de montée et descente mécanique grâce à la vitesse angulaire fournie par l'utilisateur a la manivelle. Des roulements à billes sont intégrés sur l'arbre manivelle **(1)** afin de relier efficacement le mouvement de rotation de la manivelle et de l'arbre grâce à un serrage.



*Schéma de liaison du système lié à la manivelle*

Nous fournissons un assemblage serré des pièces **(1)**, **(10)**, **(11)**, **(12)** et **(13)**. Sur l'arbre manivelle **(1)** nous montons d'abord les supports manivelles de droite et de gauche respectivement **(11)** et **(12)** et sur le bout de celui-ci nous serrons l'extrémité manivelle **(13)** sur laquelle l'utilisateur pourra monter la manivelle à l'aide d'une vis et d'une rondelle **(10)**.



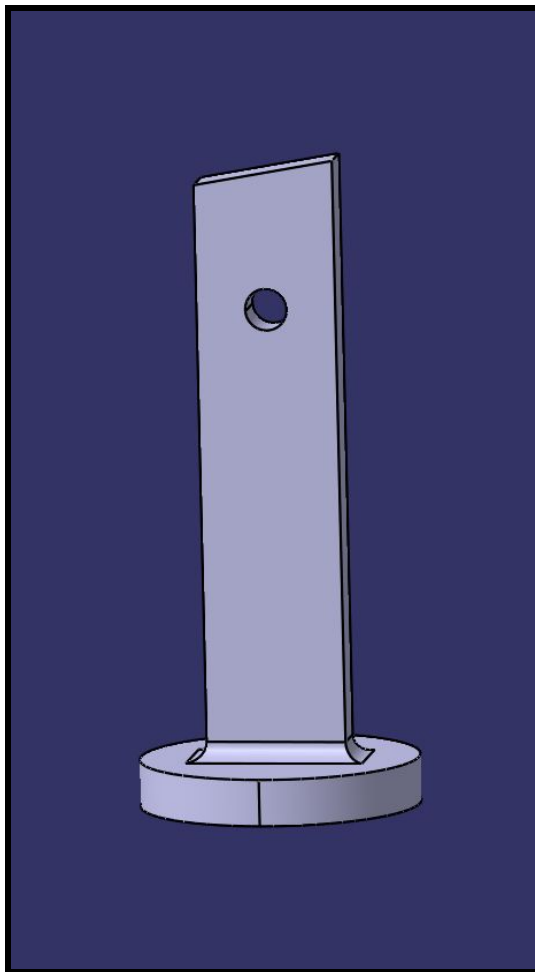


### Fil en nylon

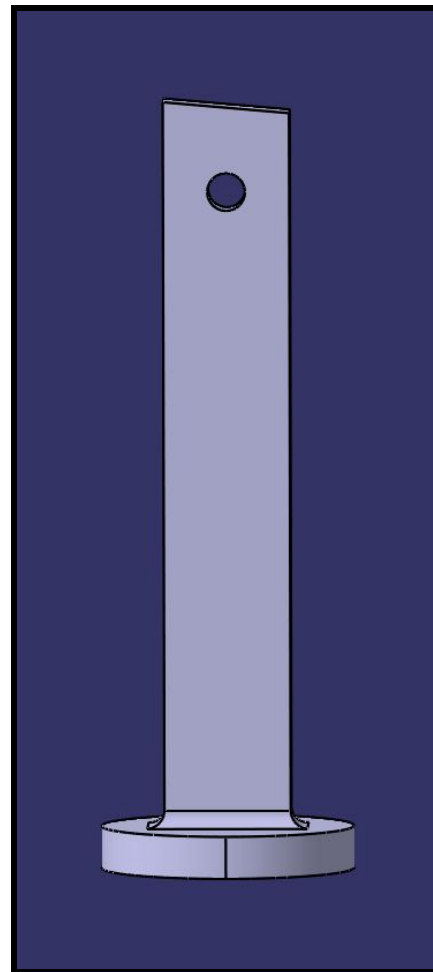
Le fil en nylon a été choisi pour sa qualité à résister à l'usure ainsi que pour sa qualité de faible encombrement. En effet il va être fixée au fond du réservoir c'est à dire dans la plaque coulissante et à la bobine reliée à la manivelle, c'est pourquoi le fil passe à travers le réservoir où se situe les billes au départs et qu'il est important qu'il soit fin pour ne pas interférer.

### Piliers

Les 4 piliers servent à soutenir la machine et assurer une bonne stabilité ainsi qu'une élévation confortable pour l'actionnement de la manivelle. Il y a deux piliers avant et deux piliers arrière respectivement (6) et (5) qui se différencie par leur taille (les piliers avant sont de plus grande taille). L'ensemble des piliers possède des angles pour épouser la forme des rails (8) et du récipient (9).



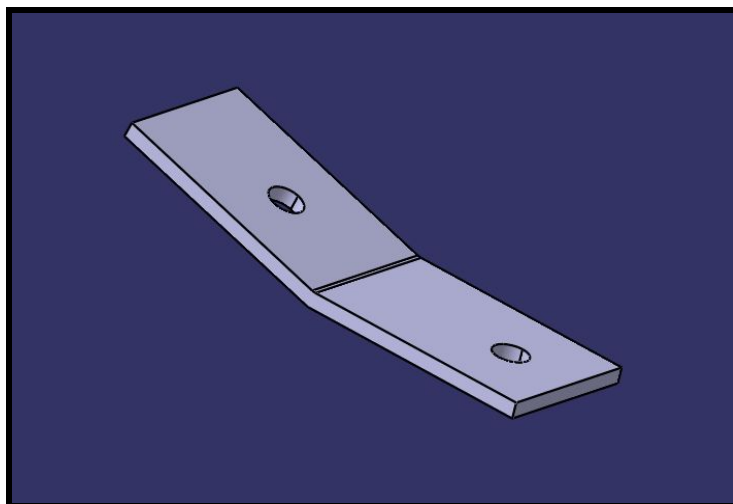
Pied arrière



Pied avant

## Équerres

Nous employons deux équerres (**4**) nécessaires à l'assemblage de notre trieuse à billes. Elles permettent de fixer les rails (**8**) au récipient (**9**).



## Références des pièces achetées

BDJS4-10	Vis à tête bombée cruciforme Diamètre M4 Longueur de 10mm Acier inoxydable
MBCH8	Manivelle alésage carré Epaisseur de la poignée 23mm Diamètre du trou carré 8mm Section de montage 40,5mm Nylon renforcé (avec fibre de verre) et phénol
604U-H	Roulement à billes Diamètre intérieur 5mm Diamètre extérieur 14mm Acier inoxydable
Monofil ASSO "ULTRA" 35.5/100	Fil en Nylon Longueur 300mm Diamètre 0,35mm

## Matériaux

### Considérations

- Acier

Module de Young  $E = 200 \text{ GPa}$

Coefficient de poisson :  $\nu = 0,3$

Limite élastique en traction  $\sigma_Y = 300 \text{ MPa}$

Densité :  $\rho = 7,86$

Coefficient de frottement dynamique acier-acier :  $\mu_d = 0,1$

- Aluminium

Module de Young  $E = 69 \text{ GPa}$

Coefficient de Poisson :  $\nu = 0,346$

Limite élastique en traction  $\sigma_Y = 45 \text{ MPa}$

Densité :  $\rho = 2,7$

Coefficient de frottement dynamique aluminium-acier :  $\mu_d = 0,4$

Coefficient de frottement dynamique aluminium-aluminium :  $\mu_d = 1,05$

- Plastique PEHD

Module de young  $E = 0,9 \text{ GPa}$

Coefficient de Poisson :  $\nu = 0,46$

Limite élastique en traction  $\sigma_Y = 30 \text{ MPa}$

Densité :  $\rho = 0,95$

Coefficient de frottement dynamique PEHD-acier :  $\mu_d = 0,5$

- Nylon

Module de young  $E = 2,9 \text{ GPa}$

Coefficient de Poisson :  $\nu = 0,39$

Limite élastique en traction :  $\sigma_Y = 45 \text{ MPa}$

Densité :  $\rho = 1,15$

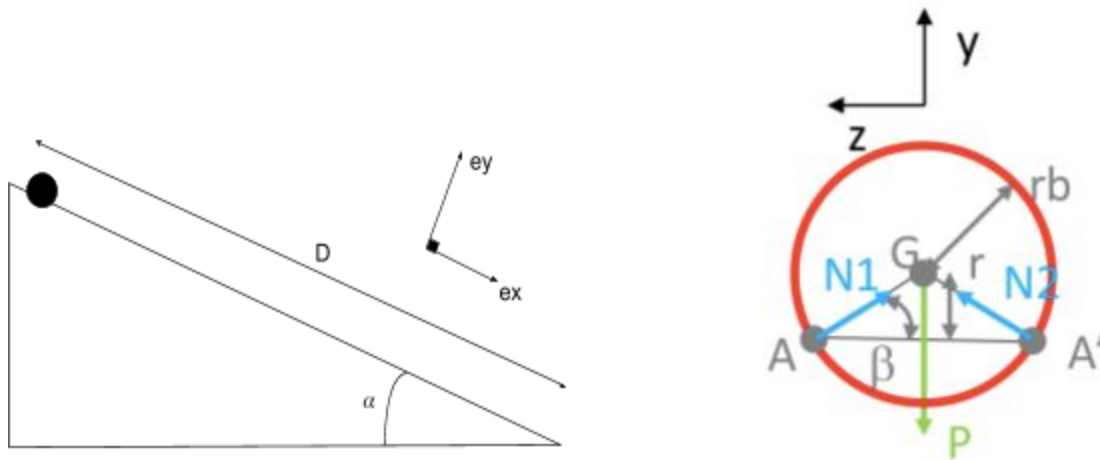
Coefficient de frottement dynamique nylon-acier :  $\mu_d = 0,15$

## Masse de la trieuse

Equerre 2x	12 g
Support bac 1x	142 g
Arbre manivelle 1x	52 g
Extremite manivelle 1x	6 g
Rails 1x	287 g
Pied avant 2x	54 g
Pied arrière 2x	44 g
Support manivelle 2x	12 g
Boites billes 3x	207 g
Vis 11x	22 g
Roulement à bille 2x	6 g
Couvercle 1x	135 g
Plaque de remontée 1x	7 g
Rondelle 1x	1 g
Manivelle 1x	184 g
Recipient 1x	1136 g
<b>Total</b>	<b>2307 g</b>

## Calculs

### Roulement sur le rail - équation de mouvement



Lors de ce calcul, on suppose que les billes roulent sans glisser

Donnees de base :

Dans le cas d'une sphere,

$$a = g \frac{5\sin(\beta)^2}{2 + 5\sin(\beta)^2} (\sin(\alpha) - f \cos(\alpha))$$

$$\beta = \arccos\left(\frac{L}{2r_b}\right)$$

$\alpha = 5^\circ$  : pente des rails

$$L = AA' = 5,1mm$$

$$f = \frac{e}{r} = 0,001N$$

Pour la bille de 5mm de diamètre, on obtient  $a = 381mm.s^{-2}$

Pour la bille de 6mm de diamètre, on obtient  $a = 346mm.s^{-2}$

Pour la bille de 7mm de diamètre, on obtient  $a = 317mm.s^{-2}$

$$v(t) = at + V_0$$

$$x(t) = \frac{1}{2}at^2 + V_0t$$

On cherche la vitesse apres une distance D de chute :

$$D = \frac{1}{2}at^2 + V_0t$$

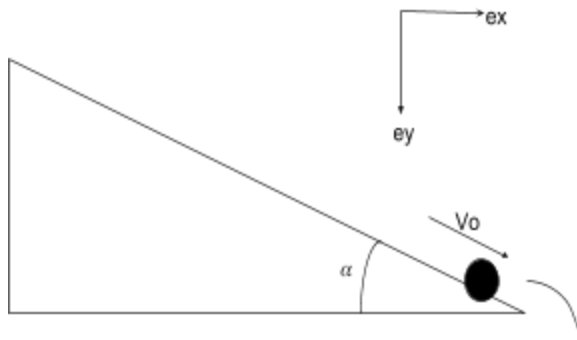
$$\Delta = v_0^2 + 2aD$$

$$t = \frac{-v_0 \pm \sqrt{v_0^2 + 2aD}}{a}$$

Pour la bille de 5mm de diamètre, on a  $D = 43\text{mm}$  et on obtient  $v = 181\text{mm.s}^{-1}$

Pour la bille de 6mm de diamètre, on a  $D = 96\text{mm}$  et on obtient  $v = 258\text{mm.s}^{-1}$

Pour la bille de 7mm de diamètre, on a  $D = 149\text{mm}$  et on obtient  $v = 307\text{mm.s}^{-1}$



Chute : sans frottement

On considere le centre de masse

$$\vec{a} = \vec{g}$$

$$\vec{v}(t) = \vec{g}t + \vec{v}_0$$

$$v(D)_x = v(D) \cos(\alpha)$$

$$v(D)_y = v(D) \sin(\alpha)$$

$$v(t)_x = v(D)$$

$$v(t)_y = gt + v(D)_y$$

$$x(t) = v(D)t + C \quad \text{C vaut 0 avec le repere}$$

$$y(t) = \frac{1}{2}gt^2 + v(D)t + C \quad \text{C vaut 0 avec le repere}$$

Cherche la distance parcourue en fonction de la hauteur de chute ;

$x(y)$  exprime  $t$  en fonction de  $y$  :

$$\frac{1}{2}gt^2 + v(D)_y t - y = 0$$

$$\Delta = v(D)_y^2 + 2gy$$

$$t = \frac{-v(D)_y \pm \sqrt{\Delta}}{g}$$

En pratique, on ne conserve que la deuxième partie de la parabole, on obtient:

$$t = \frac{-v(D)_y + \sqrt{\Delta}}{g}$$

On injecte dans  $x$  :

$$x(y) = v(D)_x \left( \frac{-v(D)_y + \sqrt{\Delta}}{g} \right)$$

Chaque bille doit chuter de 6mm pour tomber dans le bac

Après application numérique, on obtient:

Pour la bille de 5mm de diamètre, on obtient  $x = 6,6$  mm

Pour la bille de 6mm de diamètre, on obtient  $x = 9,59$  mm

Pour la bille de 7mm de diamètre, on obtient  $x = 11,56$  mm

Dans chaque cas, la distance que la bille peut se permettre de parcourir est d'au moins 28 mm. On en déduit donc que les billes chutent correctement dans chaque bac.



## Efforts sur le fil de nylon

Longueur de 300mm

Limite élastique  $\sigma_Y = 45MPa$

Module de Young  $E = 2,9GPa$

Coefficient de poisson  $\nu = 0,39$

$$M_{tot} = N\rho V$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

On suppose que dans le pire des cas nous avons 300 billes en acier de 7 mm:

$$\rho = 8000kg/m^3$$

$$N = 300N$$

$$r = 7.10^{-3}m$$

$$A.N : M_{tot} = 431g$$

Effort de traction

$$\sigma = \frac{F}{S}$$

Déformation

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_o}$$

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E}$$

$$L_{final} = L_o(1 + \varepsilon)$$

Application numérique :

$$S = \left(\frac{0,35}{2}\right)^2\pi$$

$$F = mg = 3N$$

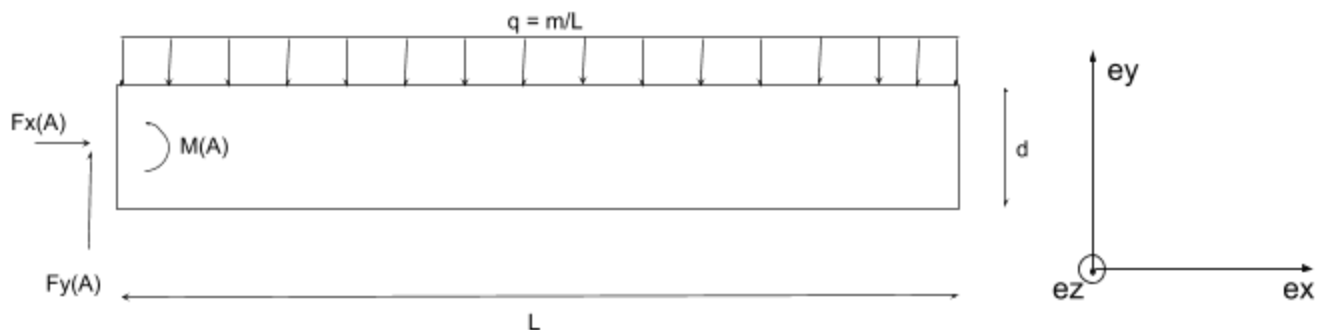
$$\sigma = 31,2MPa \quad \sigma < \sigma_Y$$

$$L_{final} = 303,2mm$$

Le fil supporte donc avec une marge de 30,6% la charge maximale.

## Calcul de déflexion et support maximal des rails

Les rails sont assimilés à des poutres de longueur  $L$  et hauteur  $d$ . Les rails subissent des forces provenant du poids des billes qu'on considère réparti uniformément le long des rails. La charge  $q$  est en réalité inférieure dû à la répartition "inclinée" du poids des billes.



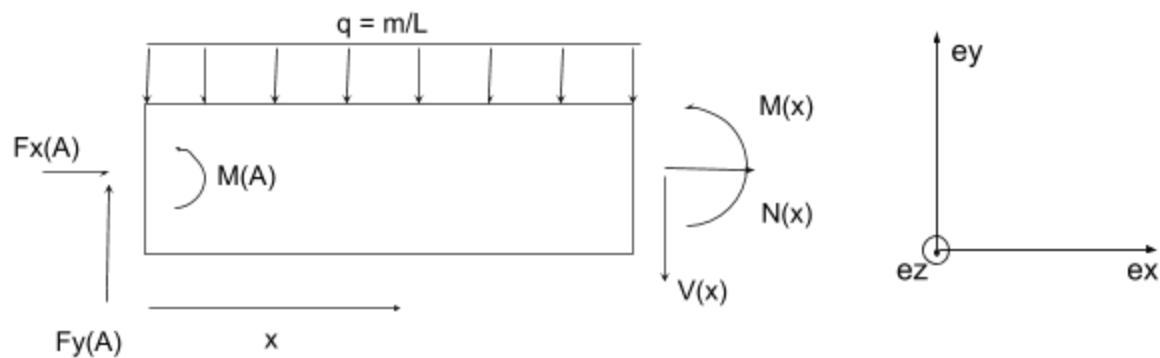
Nous déduisons de cela :

$$\sum F(x) = 0 \Leftrightarrow F_{x(A)} = 0$$

$$\sum F(y) = 0 = F_{y(A)} - mg \Leftrightarrow F_{y(A)} = mg$$

$$\sum M = 0 = M_{(A)} - mg \frac{L}{2} \Leftrightarrow M_{(A)} = mg \frac{L}{2}$$

Pour trouver la flèche maximale il faut effectuer une coupe.



Nous obtenons depuis cette coupe: le cisaillement  $V(x)$  et la flèche  $w(x)$  en  $x$ .

$$\sum F(x) = 0 = F_{x(A)} + N(x) \Leftrightarrow N(x) = 0$$

$$\sum F(y) = 0 = F_{y(A)} - mg\frac{x}{L} - V(x) \Leftrightarrow V(x) = mg - mg\frac{x}{L} = -mg(\frac{x}{L} - 1)$$

avec  $M(x)$  le moment de flexion en  $x$

$$\sum M = 0 = M_{(A)} - mg\frac{x^2}{2L} + xV(x) + M(x)$$

$$M(x) = mg\frac{x^2}{2L} - M_{(A)} - xV(x) = -mg(\frac{x^2}{2L} - x + \frac{L}{2})$$

$$w'(x) = \int M(x)dx = -\frac{1}{EI}mg(\frac{x^3}{6L} - \frac{x^2}{2} + \frac{Lx}{2})$$

$$w(x) = \int w'(x)dx = -\frac{1}{EI}mg(\frac{x^4}{24} - \frac{x^3}{6} + \frac{x^2L}{4})$$

Ainsi (dans le pire des cas où on considère la présence de 5 billes sur le rail) en prenant

$$x = \frac{L}{2}$$

$$I = \frac{ed^3}{12}$$

$$e = 1,06mm$$

$$d = 15mm$$

$$L = 107,14mm$$

$$E_{aluminium} = 69GPa$$

$$\rho = 8000kg.m^{-3}$$

$$r_{bille} = 3,5mm$$

on trouve une flèche maximale

$$w(\frac{L}{2}) = -1,75.10^{-1}\mu m$$

or la flèche maximale correspondant à ce matériau est de

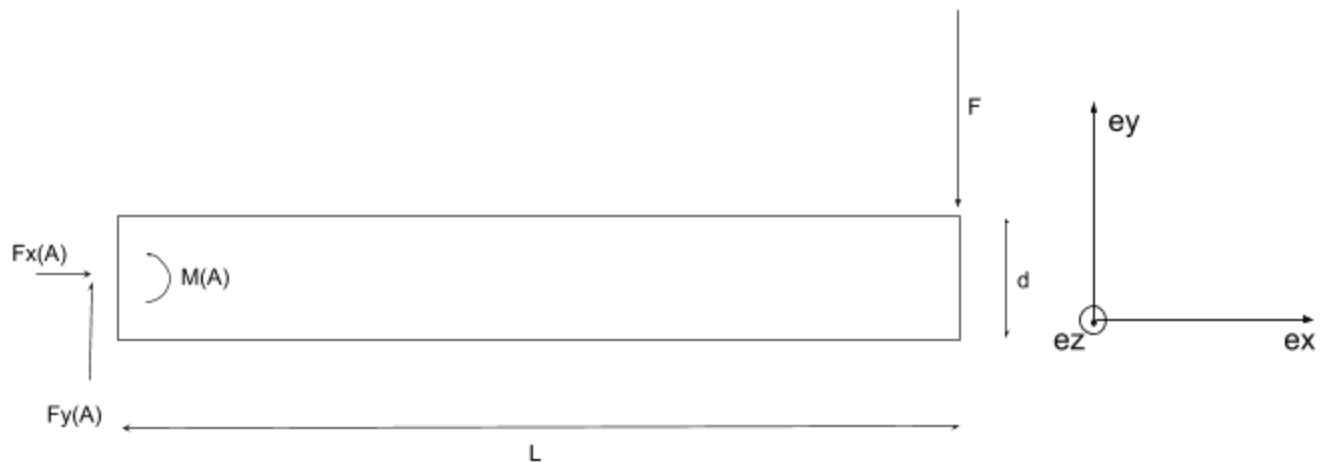
$$\frac{L}{100} = 1,07.10^3\mu m \gg |w(\frac{L}{2})|$$

Donc il n'y a aucun problème de mauvaise flexion en lien avec les rails de notre machine.

## Calcul des efforts sur la manivelle

On applique le même raisonnement à la partie la plus fine de notre arbre, zone la plus sensible à la rupture.

Cette fois-ci la force est appliquée à l'extrémité de l'arbre de longueur  $L$ .



De la même façon que précédemment on trouve en faisant une somme des forces et somme des moments que

$$F_{x(A)} = 0$$

$$F_{y(A)} = F$$

$$M_{(A)} = LF$$

Nous n'avons pas besoin de décomposer le problème, ainsi on trouve la flèche en fonction de  $x$  telle que

$$w(x) = \frac{1}{EI} \int \int M_{(A)} dx = \frac{LF}{EI} \int \int dx = \frac{LFx^2}{2EI}$$

Car  $w'(0) = 0$  (tangence au point  $x = 0$ ) et  $w(0) = 0$  (position au point  $x = 0$ ) ce qui nous permet d'intégrer sans introduire de constante d'intégration.

Nous voulons en déduire la force maximale que nous pouvons appliquer à travers la manivelle (au bout de la poutre de section circulaire) via la force  $F$ , en prenant

$$x = L$$

$$w_{max} = \frac{L}{100}$$

$$I = \frac{\pi d^4}{64}$$

$$d = 4mm$$

$$L = 15mm(\text{dans le pire des cas})$$

$$E_{acier} = 200GPa$$

Nous obtenons ainsi

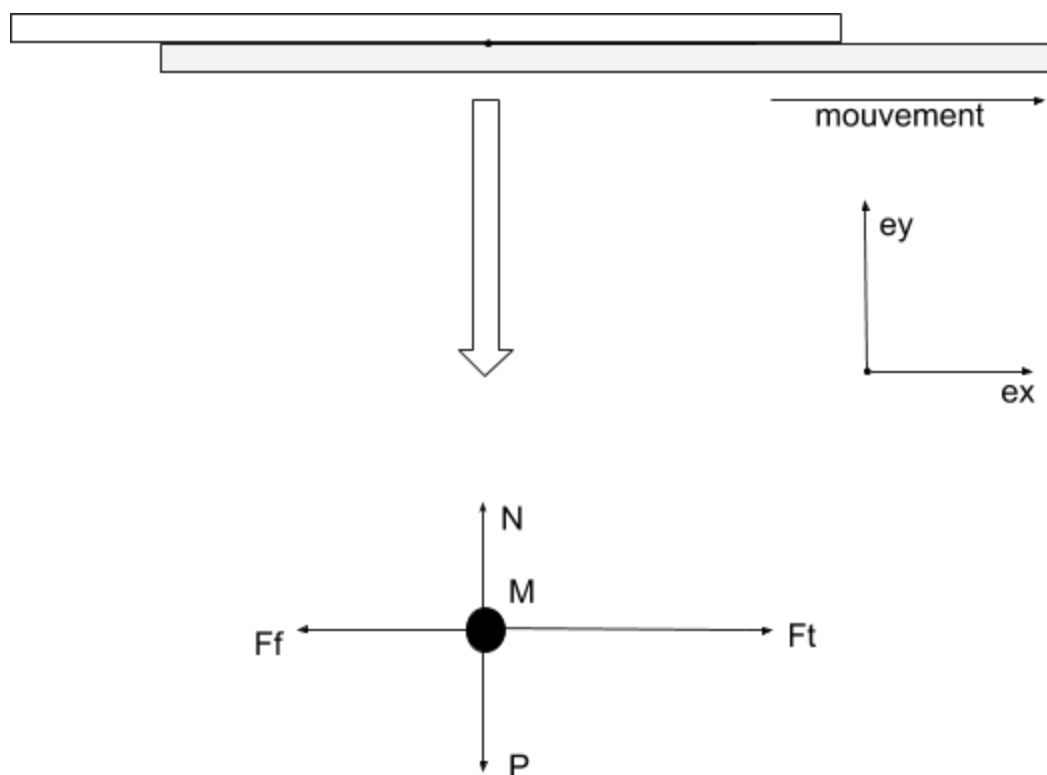
$$\frac{L}{100} = \frac{L^3 F}{2EI} \Leftrightarrow F = \frac{EI}{50L^2}$$

Et l'application numérique nous donne  $F = 35N$  max.

Donc on en déduit que la masse maximale que peut supporter l'arbre est d'environ 3,6kg.

On en conclut qu'il faut avertir l'utilisateur qu'il faut employer la manivelle avec beaucoup de précaution pour éviter la casse.

## Forces de frottement entre récipient à billes et rails



On pose grâce à la somme des forces en x et y que :

$$N - P = 0 \Leftrightarrow N = mg$$

$$F_t - F_f \geq 0 \Leftrightarrow F_t \geq \mu_d N$$

$$\Rightarrow F_t \geq \mu_d mg$$

Après application numérique, on obtient :

$$\Rightarrow F_t \geq 3,59N$$

La force requise pour faire coulisser les bacs en contact avec les rails est donc d'au moins 3.6N, ce qui est à la portée de tout usager.

## Calculs liés aux vis

Nous connaissons la type de vis (M4), ainsi nous connaissons la section résistante donc d'après des tables nous pouvons en déduire la force supportée avant rupture selon la classe de qualité. Or on trouve que pour une classe de qualité 4.6 :

$$F = 3510N$$

On cherche la masse maximale supportable :

$$m = \frac{F}{g}$$

$$m = 375kg$$

Notre machine pèse au maximum 2,738 kg avec les billes placées dans le réservoir. On en déduit qu'une vis M4 de qualité 4.6 suffit amplement à supporter la charge, nous en employons 11.

## Conclusion

Au final nous obtenons une machine de 41x15x14 cm<sup>3</sup> contenant 14 pièces différentes. Le montage de la machine se fait en 8 étapes en 15 minutes au besoin d'un tournevis cruciforme. L'efficacité de la trieuse à billes est estimée à un triage de 300 billes en 13 secondes. Notre machine est très légère donc facilement transportable. En revanche la manivelle ne peut supporter qu'une charge faible et est donc fragile.

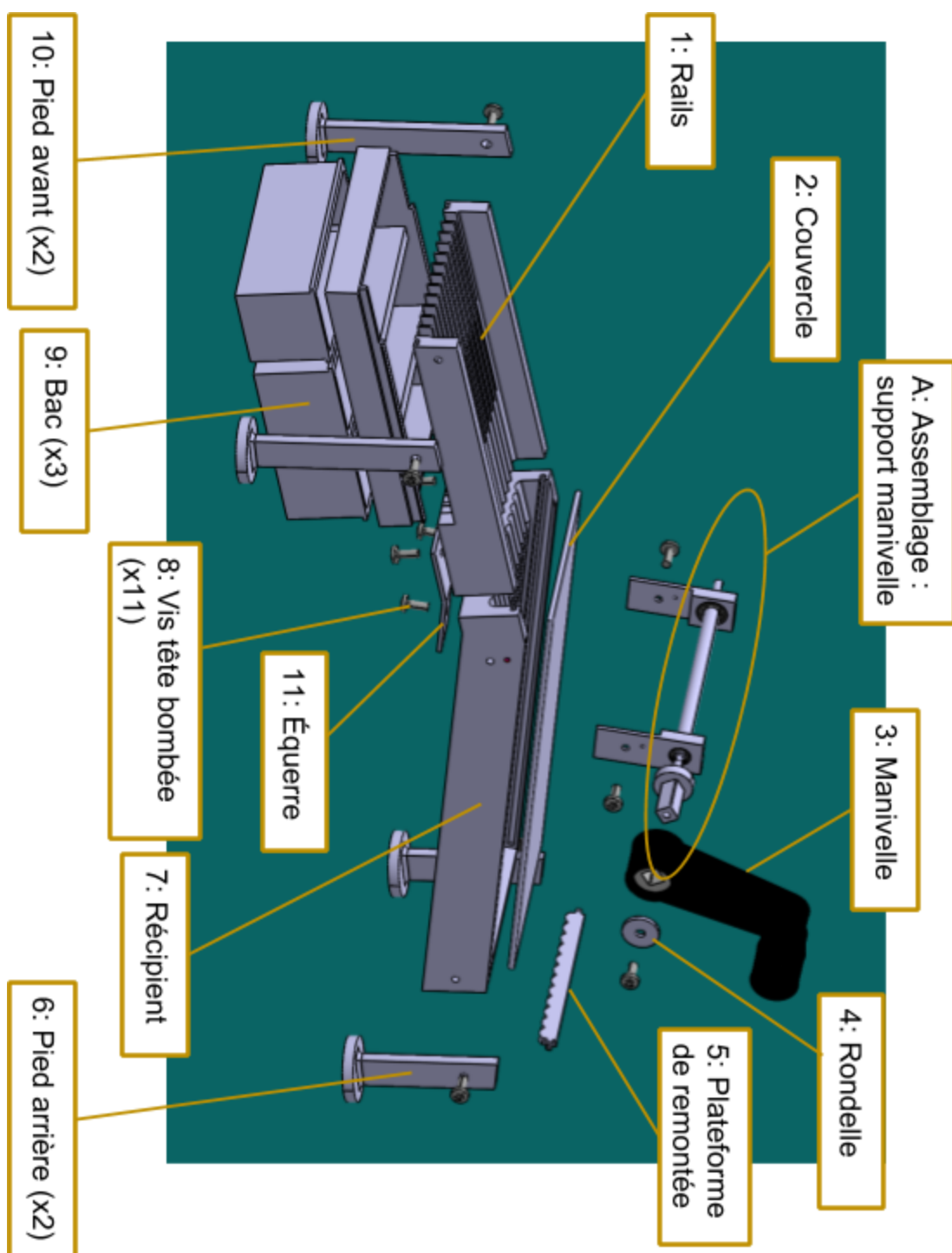
Notre seul regret est de ne pas avoir bien pensé aux blocages dus aux voûtes et d'avoir du passer à un design très linéaire - les billes ne peuvent être versées d'un coup en vrac dans le récipient au départ. Cela a perturbé les plans du projet vis-à-vis du temps imparti et n'a pas facilité notre choix de remontée mécanique de la plaque qui nous a occupé pendant plusieurs semaines. De plus, nous aurions pu arrondir un peu plus les bords de la machine. Certaines de nos dimensions auraient pu avoir des valeurs plus rondes.

Avec beaucoup d'investissement, nous avons réussi à théoriser notre trieuse à billes. Tout n'a pas été facile et nous avons dû faire des choix, les principaux étant le choix du système de remontée mécanique ainsi que le choix des systèmes permettant de faire coulisser à travers des rails différentes pièces de notre machine.

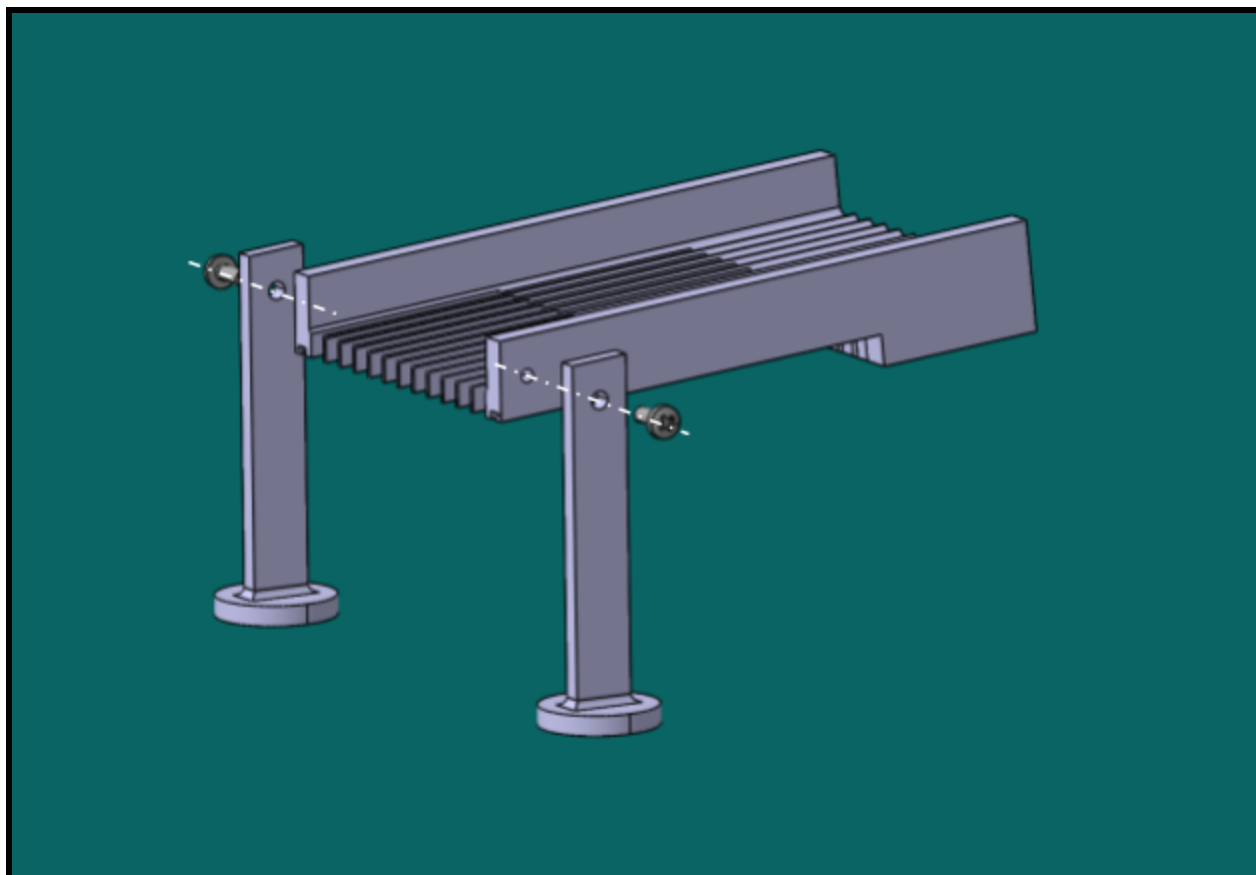
C'est avec beaucoup d'enthousiasme que nous avons participé à cette aventure, à la fois pleine d'humanité et d'intelligence, qui a réuni des hommes venus d'horizons très divers et, au-delà de leurs différences, ont fait bloc pour réussir leur petit bloc.



## Plan et notice de montage



Vérifiez que vous avez tous les composants du schéma ci-dessus avant de suivre les instructions qui suivent (\*):

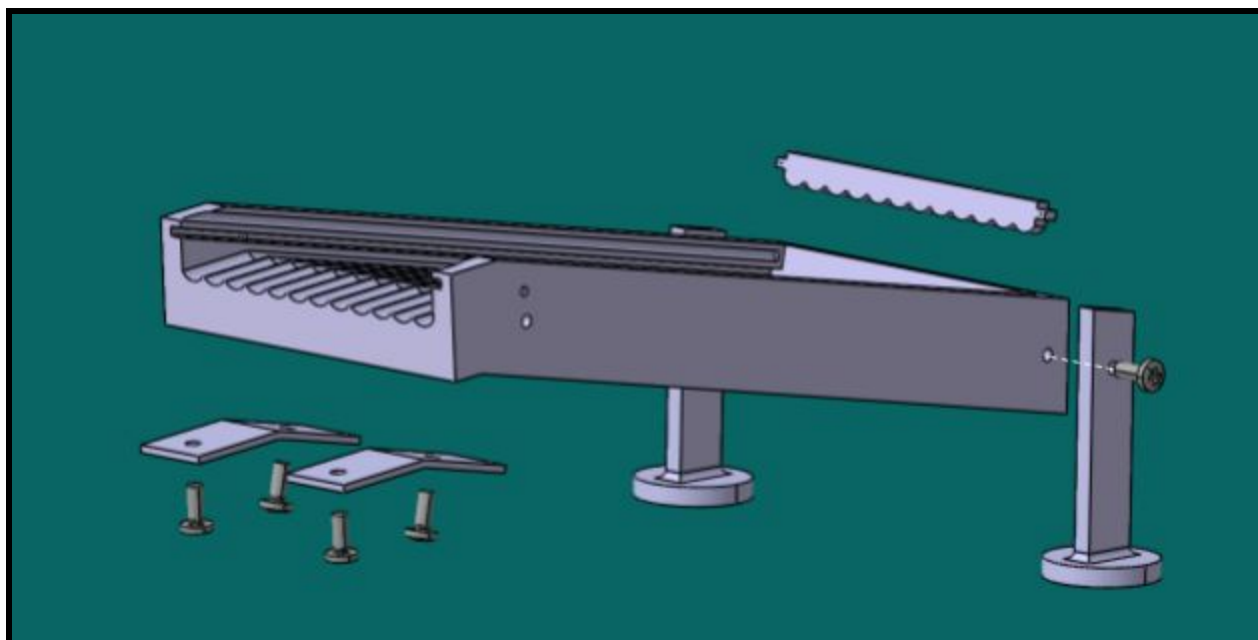


#### VUE GLOBALE DE LA PARTIE RAILS

1. Prendre le complexe de rails **(1)** et visser les pieds avant (plus grands) **(10)** aux rails de chaque côté à l'aide de 2 vis **(8)**.

Attention: vérifier bien que l'extrémité des pieds est bien parallèle aux rails.

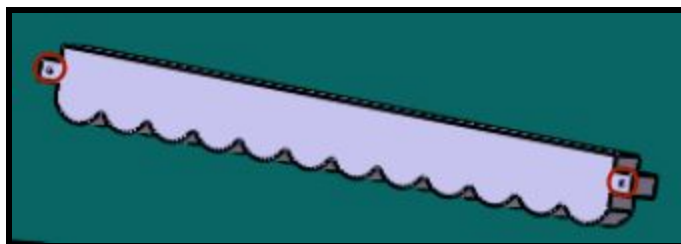
(\*) les numéros qui suivent sont ceux de l'image à la page précédente et non ceux des dessins techniques des pièces car certaines pièces sont serrées avant assemblage



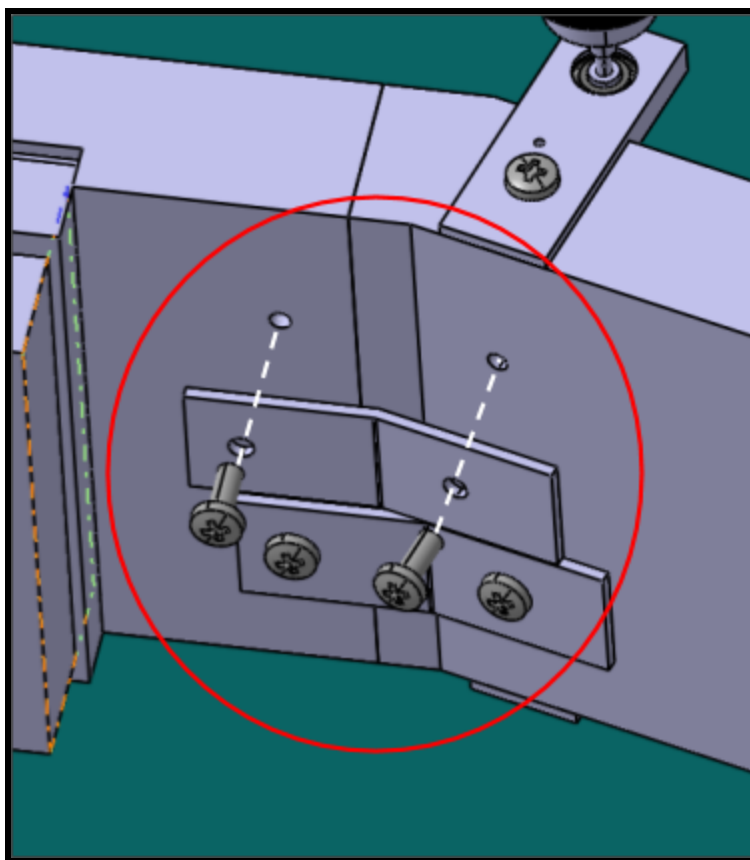
VUE GLOBALE DE LA PARTIE RECIPIENT

2. Prendre le récipient (7) et visser les pieds arrières (plus petits) (6) au récipient de chaque côté à l'aide de 2 vis (8).

Attention: vérifier bien que l'extrémité des pieds est bien parallèle aux rails.

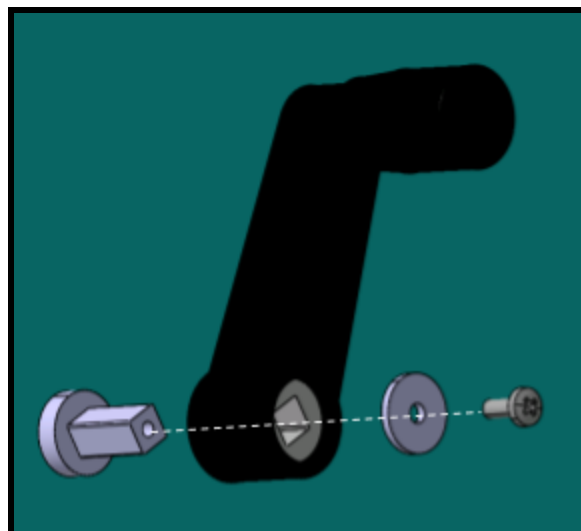


3. Faire passer le fil par les 2 trous de la plaque de remontée (5) (ci-dessus) et la glisser dans le récipient avec les fils qui ressortent pour pouvoir par la suite les passer par les trous présents sur le côté.



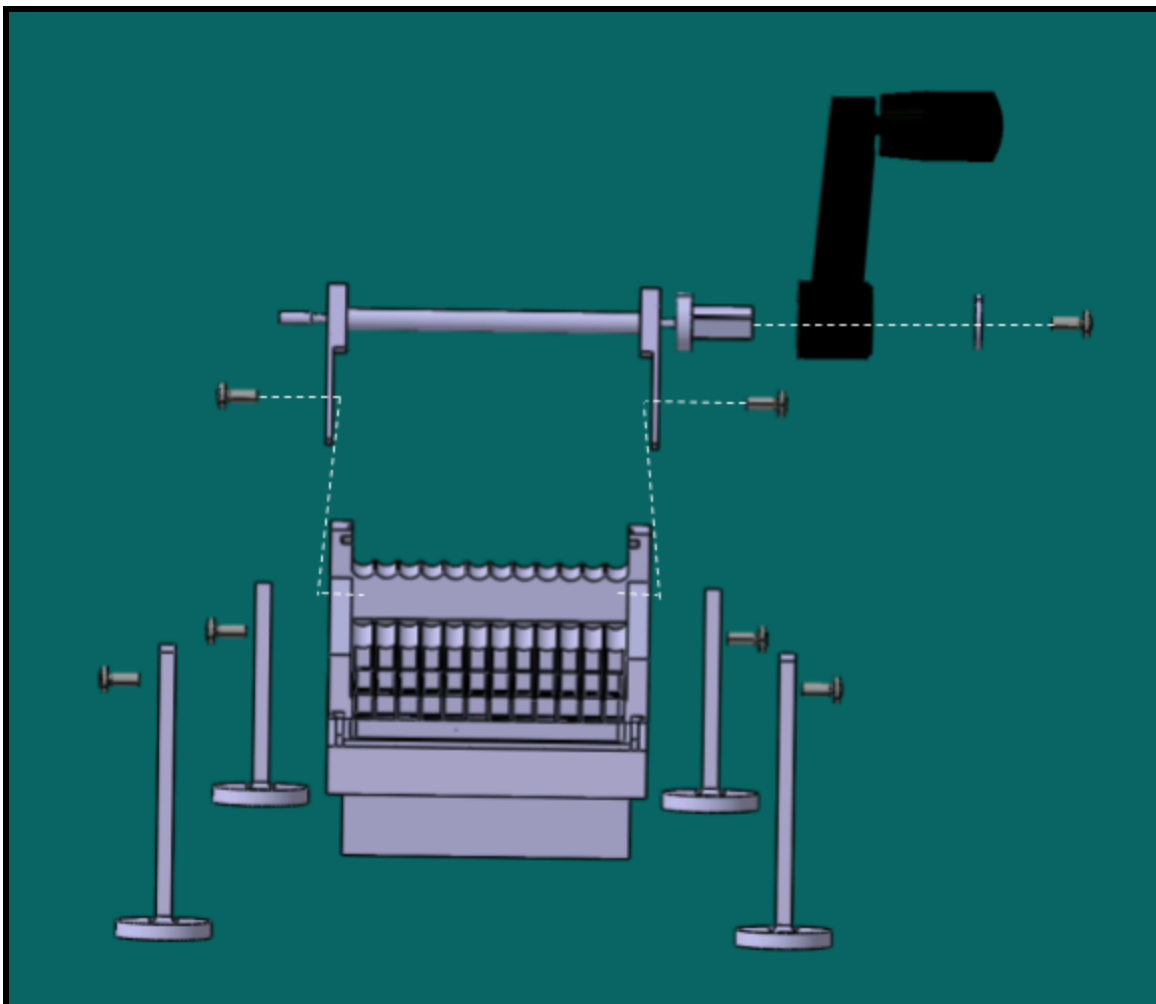
FIXATION DES EQUERRES

4. Visser les équerres (**11**) aux rails (**1**) et au récipient (**7**) comme illustré ci-dessus.



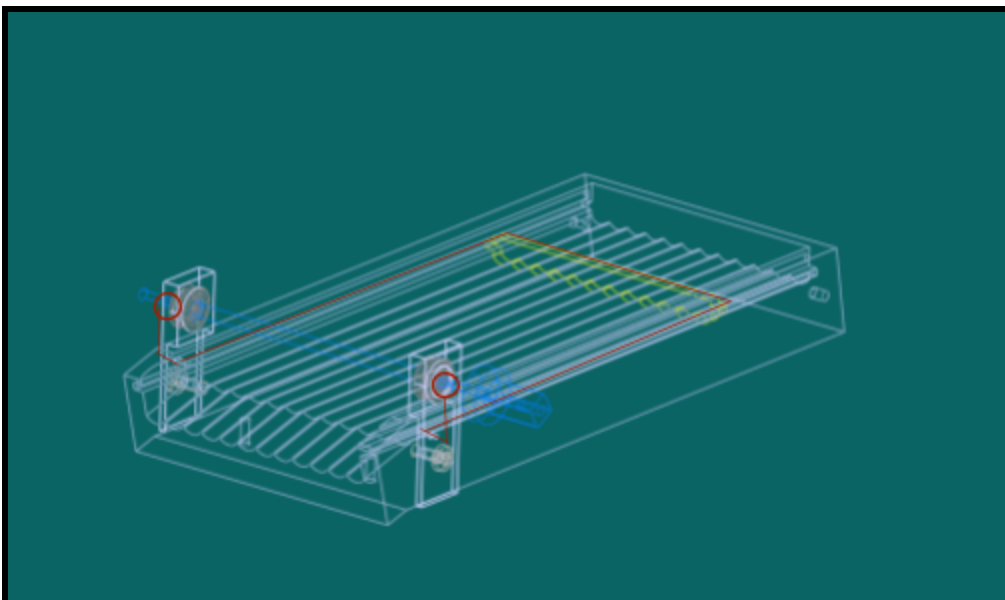
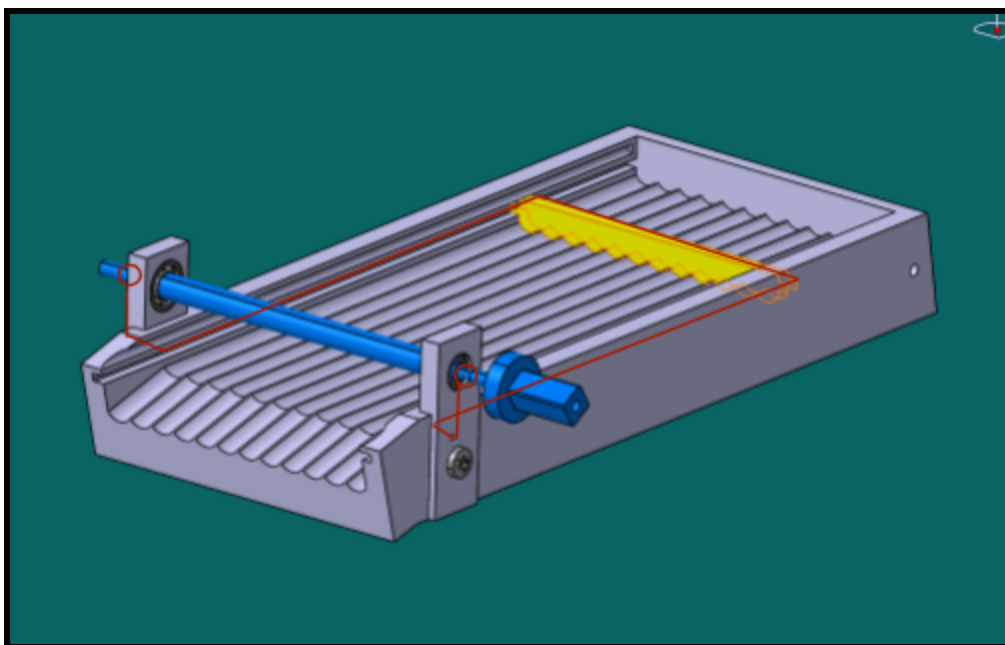
MONTAGE MANIVELLE

5. Visser la manivelle (3) avec le support manivelle (A) à l'aide d'une vis (8) en calant la rondelle (4) entre la vis et la manivelle.



#### ASSEMBLAGE SUPPORT MANIVELLE

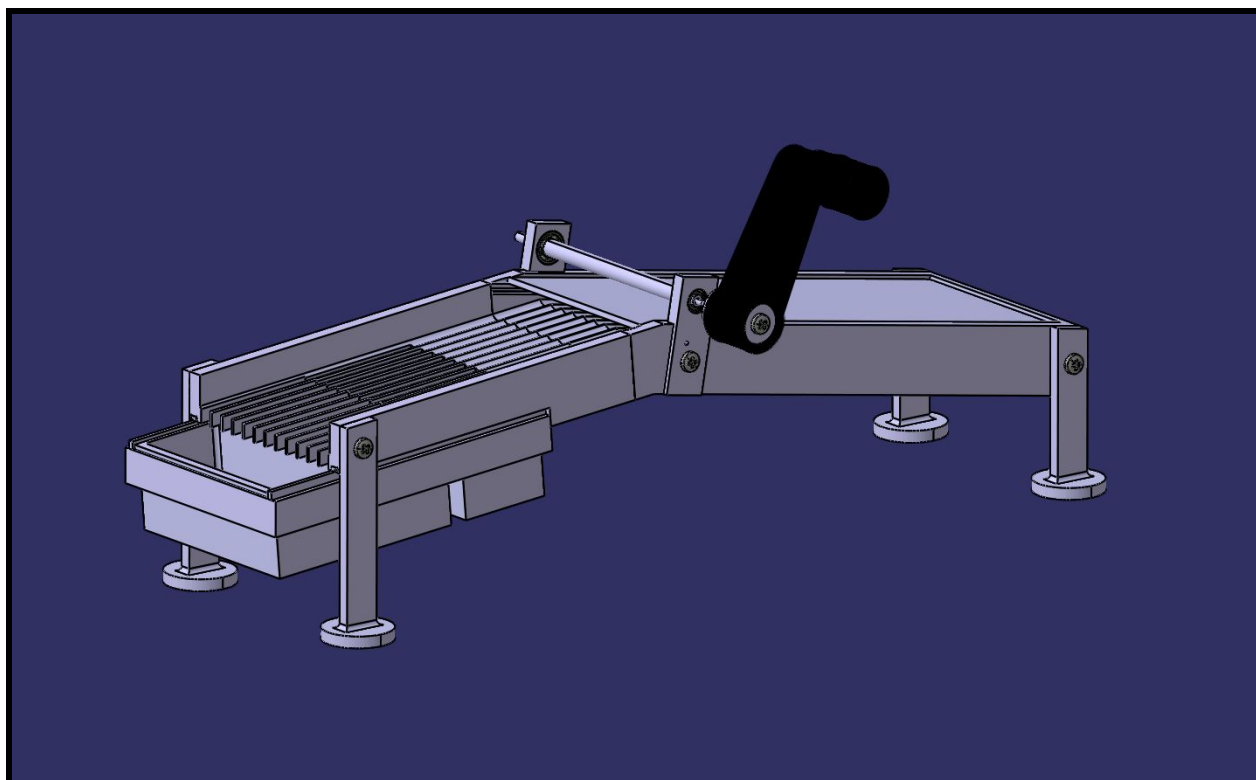
6. Visser le support manivelle (A) avec le récipient (7) à l'aide de 2 vis (8).



#### PASSAGE DU FIL

7. Reprendre le fil de l'étape 3 et le faire passer comme dans l'illustration par les trous prévus à cet effet. Le fil doit être tendu dans la rainure prévue pour son passage.
8. Faire un noeud solide aux emplacements marqués par un cercle en faisant passer le fil par le trou. Pour assurer la tension dans le fil et donc la remontée des billes prenez-garde de bien placer la plaque coulissante dans le fond avant de faire le deuxième noeud. Couper le fil extra pour qu'il ne gêne pas par la suite.

Une fois la machine trieuse à billes construite, les bacs restants sont à introduire en les faisant coulisser en-dessous des rails.



*FIN - Trieuse prête à utilisation - voir le mode d'emploi.*

## Mode d'emploi

Ouvrez le récipient en tirant le couvercle et assurez vous que la plaque de remontée soit au plus bas - poussez la avec la main si nécessaire. Placez les billes dans le réservoir en les répartissant avec la main au besoin - évitez la superposition pour pouvoir fermer le récipient, celui-ci assure que les billes ne débordent pas. Refermez le récipient et vérifiez que les bacs de réception soient bien positionnés (le tiroir soutenant les bacs glissés sous les rails).

Vous pouvez désormais actionner la manivelle, maintenez un rythme constant d'environ un tour par seconde - le sens est libre. A épuisement du réservoir stoppez l'actionnement de la manivelle. Retirer le support des bacs à billes à la manière d'un tiroir. Finalement, vous pouvez retirer chaque bac séparément.

## Annexes nécessaires à la compréhension du dossier

(page suivante)