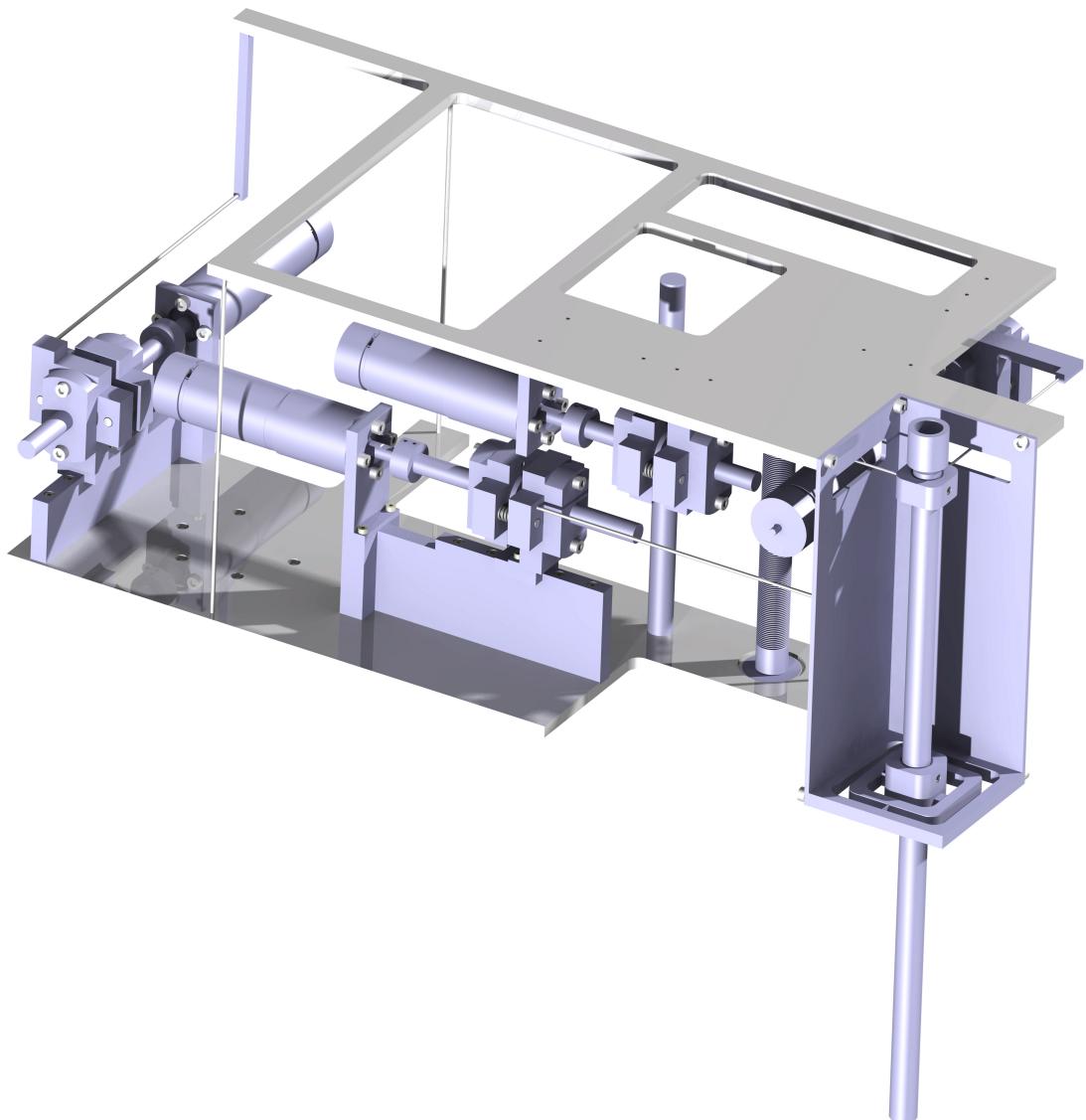

Projet SPOINT - Rapport Final



Alexandre AOUIDIDI, Simon GILGIEN, Gaspard LEROY,
Jean LESUR, Filip SLEZAK

Groupe 19

Table des matières

1	Introduction	5
2	Principe de fonctionnement du mécanisme développé	7
2.1	Explication du principe général de fonctionnement	7
2.2	Schéma cinématique avec des articulations idéales	7
2.3	Calcul de la mobilité selon la méthode de Grübler et discussion des éventuels hyperstatismes	8
2.4	Implémentation des guidages flexibles	8
2.5	Mise en évidence des concepts originaux et explications spécifiques à la solution retenue	9
3	Dimensionnement du mécanisme	11
3.1	Calcul géométrique des courses linéaires et angulaires, des résolutions théoriques et estimation des mouvements parasites	11
3.1.1	Calculs géométrique pour les translations	12
3.1.2	Calculs géométriques pour les rotations	12
3.1.3	Mouvements parasites	12
3.2	Dimensionnement des articulations flexibles : calcul des rigidités et des contraintes maximales de chaque articulation	13
3.2.1	Structure de guidage du trocart	13
3.2.2	Table à tiges	15
3.2.3	Soufflet	16
3.2.4	Tiges de transmission du mouvement pour le trocart et la table	17
3.3	Dimensionnement de la motorisation	18
3.3.1	Actionneur linéaire	18
3.3.2	Motorisation pour le trocart	19
3.3.3	Motorisation pour la table	19
3.3.4	Ressorts de précharge	20
3.3.5	Rails de guidage	20
3.4	Calcul détaillé des performances clés (selon donnée du projet) et discussion de leur conformité avec le cahier des charges	20
4	Construction	23
4.1	Argumentation des choix faits pour la construction	23
4.1.1	Tolérance de la pièce tenant le trocart	23
4.1.2	Tolérances de montage des guidages flexibles	23
4.1.3	Masse du mécanisme	23
4.2	Argumentation des choix des matériaux	23
5	Conclusion	25
6	Annexes	27
6.1	Dessin de construction de l'ensemble du mécanisme avec liste de toutes les pièces . . .	27
6.2	Dessin de détail des pièces fixant le trocart prêt pour envoi en atelier de fabrication .	27

1 Introduction

Le projet de conception mécanique du semestre de printemps a pour but de créer une structure active de guidage d'un trocart pour la chirurgie. Le cahier des charges est le suivant :

1. Dimensions du trocart : tube en acier inox 316L, dont les dimensions sont données dans le dessin de détail annexé.
2. Masse du trocart : $M_{troc} = 80g$.
3. Référentiel : l'axe X est colinéaire avec l'axe principale du trocart. Les axes Y et Z sont perpendiculaires entre eux et définissent un plan normal à l'axe X. L'origine O du référentiel se situe à 5 mm au delà de l'extrémité du trocart.
4. Course angulaire autour des axes Y et Z : $-7^\circ \leq \theta_Y \leq 7^\circ$ et $-7^\circ \leq \theta_Z \leq 7^\circ$. Les éventuelles translations parasites de l'origine O le long de X doivent rester comprises entre $\pm 3mm$.
Résolution angulaire des rotations autour des axes Y et Z : $R_{\theta_Y} = 0.01^\circ$ et $R_{\theta_Z} = 0.01^\circ$.
Vitesse maximale de déplacement de l'origine O en translation le long de Y et de Z : $10mm/s$.
5. Course linéaire le long des axes Y et Z : $-10mm \leq y \leq 10mm$ et $-10mm \leq z \leq 10mm$. La course linéaire doit être garantie pour toutes les orientations du trocart.
Résolution linéaire des translations le long des axes Y et Z : $R_y \leq 0,01mm$ et $R_z \leq 0,01mm$.
Vitesse maximale de déplacement en rotation autour de Y et Z : $1^\circ/s$.
6. Pour des questions de sécurité, le mécanisme doit être irréversible afin de rester immobile en cas de coupure de courant.
7. Les quatre axes doivent être motorisés par des moteurs choisis parmi la gamme Maxon imposée, équipés d'un encodeur rotatif et éventuellement d'un réducteur, également tirés de la gamme Maxon. Les axes linéaires utiliseront obligatoirement une vis et un écrou lisses.
8. Le volume alloué pour le mécanisme est donné. Les dimensions de ce volume sont spécifiées sur le dessin de détail annexé.
9. Le trocart est équipé d'une interface de fixation qui permet de monter et de le démonter aisément sur le mécanisme SPOINT pour stérilisation. Celle-ci devra impérativement se trouver entre les plans P1 et P2.
10. Charge maximale à l'origine O du trocart pendant la chirurgie : $20N$ (direction quelconque).
11. Masse totale maximale admissible du mécanisme SPOINT équipé d'un trocart : $M_{tot} \leq 6kg$.
12. La rigidité du mécanisme mesurée à l'origine O du trocart, dans n'importe quelle direction, doit être supérieure à $60N/mm$. Note : cette valeur est indicative ; il n'est pas demandé dans le cadre de ce projet de prouver par calcul que cette spécification est respectée.
13. Le mécanisme SPOINT doit être équipé de cinq taraudages M6 répartis tous les 60° sur un cercle de $50mm$ de diamètre pour son montage sur la structure passive à 6 DDL.

Nous allons donc dans un premier temps présenter le fonctionnement général du mécanisme élaboré avant d'en aborder le dimensionnement. Par la suite, nous mettrons en avant les choix que nous avons fait par rapport à la construction et aux matériaux. Enfin, des annexes seront proposées afin d'apporter des informations supplémentaires aidant à la compréhension globale.

2 Principe de fonctionnement du mécanisme développé

2.1 Explication du principe général de fonctionnement

Notre mécanisme est la mise en série de deux éléments. Une table à tiges flexibles pour guider le mécanisme dans les translations en Y et Z, et un cardan solidaire à la table qui supporte le trocart, pour permettre les rotations en Y et Z. A chaque degré de liberté est associé un actionneur linéaire.

Le programme de cinématique inverse associé à notre mécanisme doit tout d'abord repérer le trocart et la position à atteindre dans l'espace, puis faire appel aux quatres actionneurs linéaires afin d'atteindre son objectif tout en corrigeant les déplacements parasites inhérents aux guidages flexibles utilisés.

2.2 Schéma cinématique avec des articulations idéales

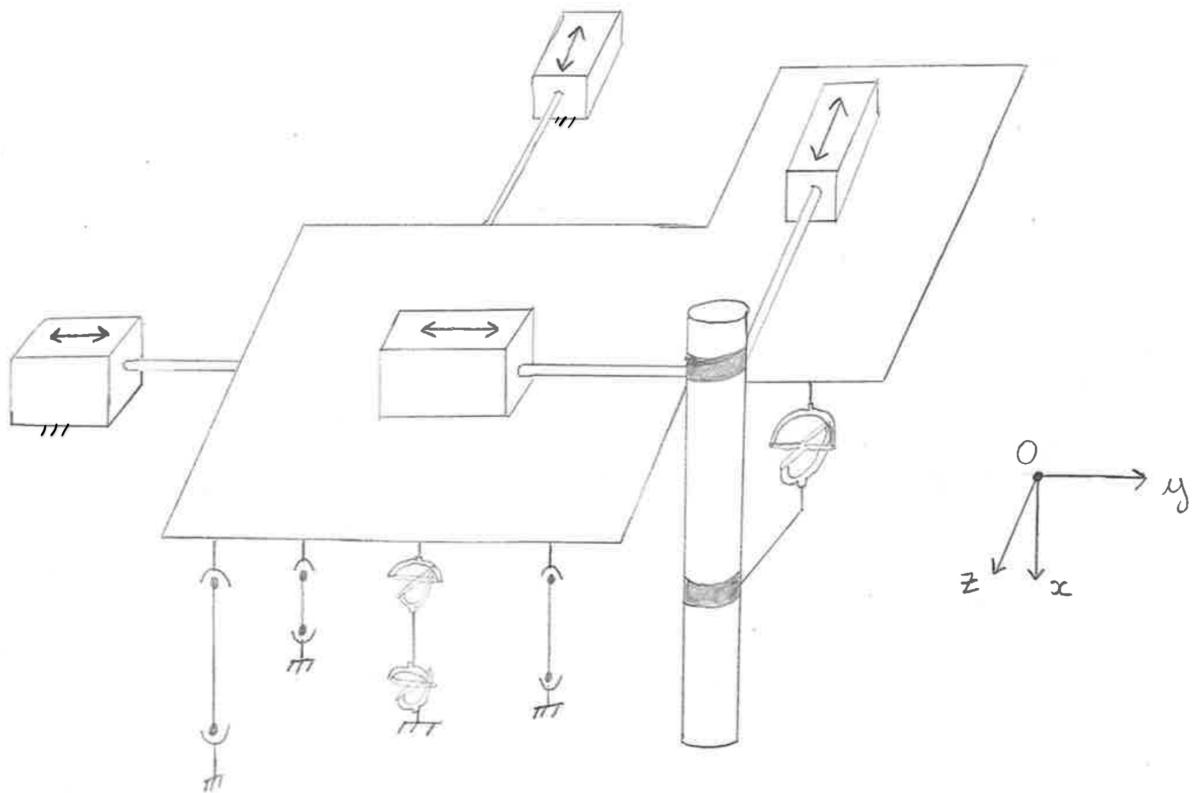


FIGURE 1 – Schéma du mécanisme en représentation idéale

2.3 Calcul de la mobilité selon la méthode de Grübler et discussion des éventuels hyperstatismes

La mobilité de Grübler est donnée par la formule :

$$M = \sum_i d_i - 6b$$

avec d_i le nombre de DDL de l'articulation considérée et b le nombre de boucles.

Le nombre de boucles est $b = k - n + 1 = 5 - 3 + 1 = 3$ avec k le nombre d'articulations et n le nombre de segments. Puisque le trocart est supporté par un cardan monté sur une table tenue par trois tiges à rotules et un soufflet, ayant respectivement 2, 6 et 5 DDL chacun, la mobilité :

$$M = 2 + 3 \cdot 6 + 5 - 6 \cdot 3 = 7$$

$$DOF_{int} = 3$$

$$DOF_{ext} = 4$$

$$DOH = DOF - M = 0$$

Notre cinématique idéale ne présente donc aucun hyperstatisme.

2.4 Implémentation des guidages flexibles

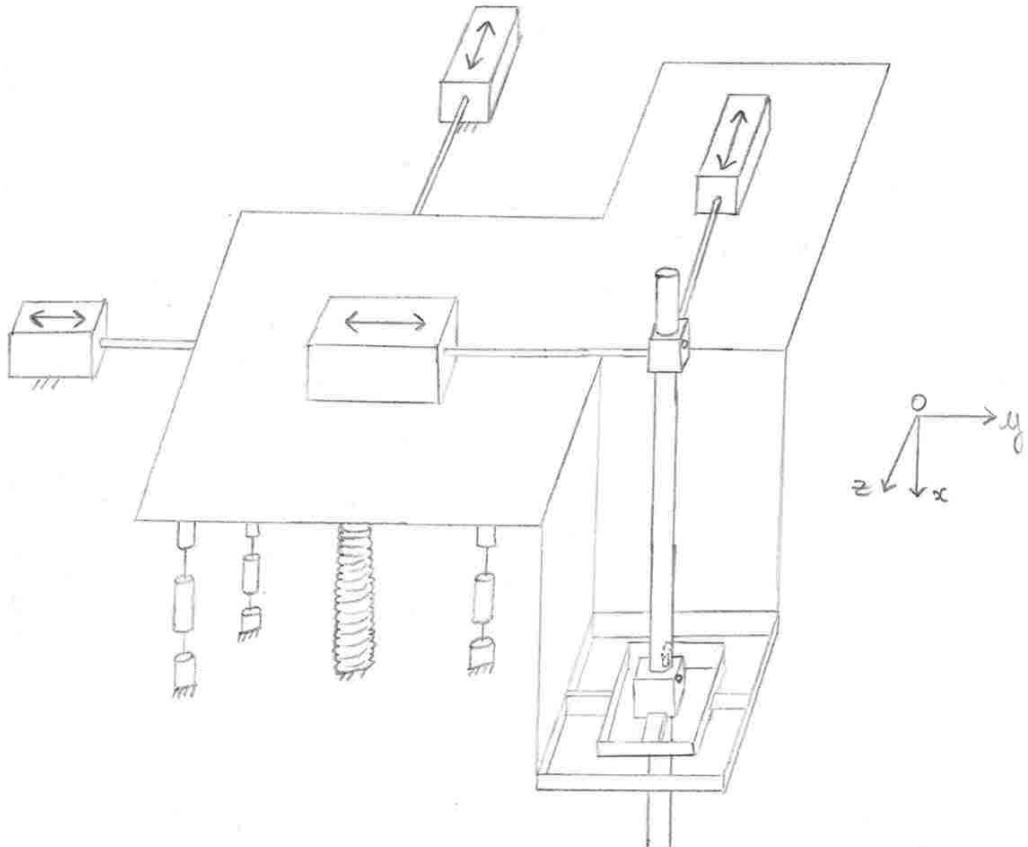


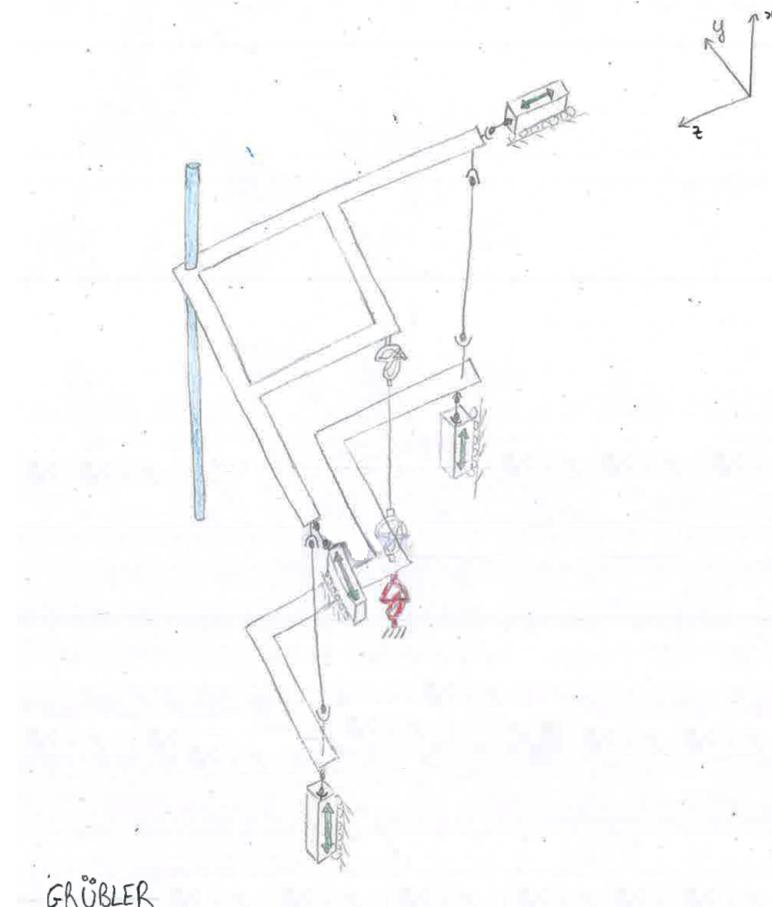
FIGURE 2 – Schéma du mécanisme en représentation flexible

2.5 Mise en évidence des concepts originaux et explications spécifiques à la solution retenue

Nous avons intégré un soufflet au mécanisme afin de bloquer la rotation autour de l'axe X de la table, conformément au cahier des charges. C'est une façon efficace de bloquer ce DDL et permet également d'accompagner les tiges à rotules dans la translation de la table.

Puisqu'il faut limiter le déplacement parasite selon l'axe X, nous avons positionné le trocart de manière à ce que son déplacement parasite soit compensé par celui de la table.

Cette solution est une amélioration de celle présentée lors de la soutenance intermédiaire. Suite aux remarques sur celle que nous avions précédemment choisie, nous avons développée celle-ci afin réduire les courses des actionneurs. Plutôt que de faire les translations sur une table en rotation nous faisons des rotations sur une table en translation. Cela évite le montage compliqué que nous avions avec une biellette de l'espace intégré au soufflet, élimine le pivot, permet de garder tous les moteurs à plat et il est également plus facile de placer le trocart dans le coin du volume de travail. La complication résultante a été le design du cardan (il remplace le pivot) qui est directement attaché au trocart par une vis de serrage.



$$M = 6 + 6 + 2 + 2 + 6 + 6 + 1 + 1 + 6 + 6 + 1 + 1 - 6 \cdot 6 = 10$$

$$Dof_{int} = 6$$

$$Dof_{ext} = 4$$

$$Dof = 0$$

FIGURE 3 – Schéma du concept idéal présenté lors de la soutenance intermédiaire

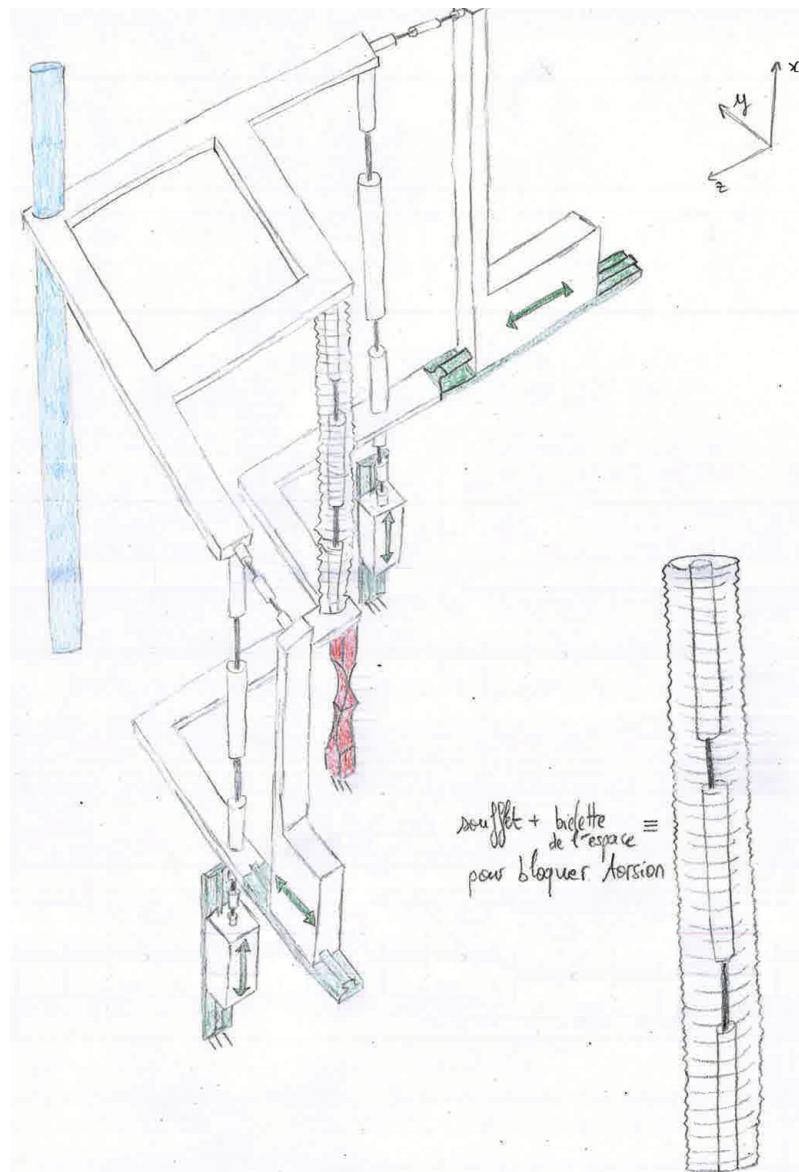


FIGURE 4 – Schéma du concept flexible présenté lors de la soutenance intermédiaire

3 Dimensionnement du mécanisme

3.1 Calcul géométrique des courses linéaires et angulaires, des résolutions théoriques et estimation des mouvements parasites

Dans cette partie, nous nous aidons des figures suivantes.

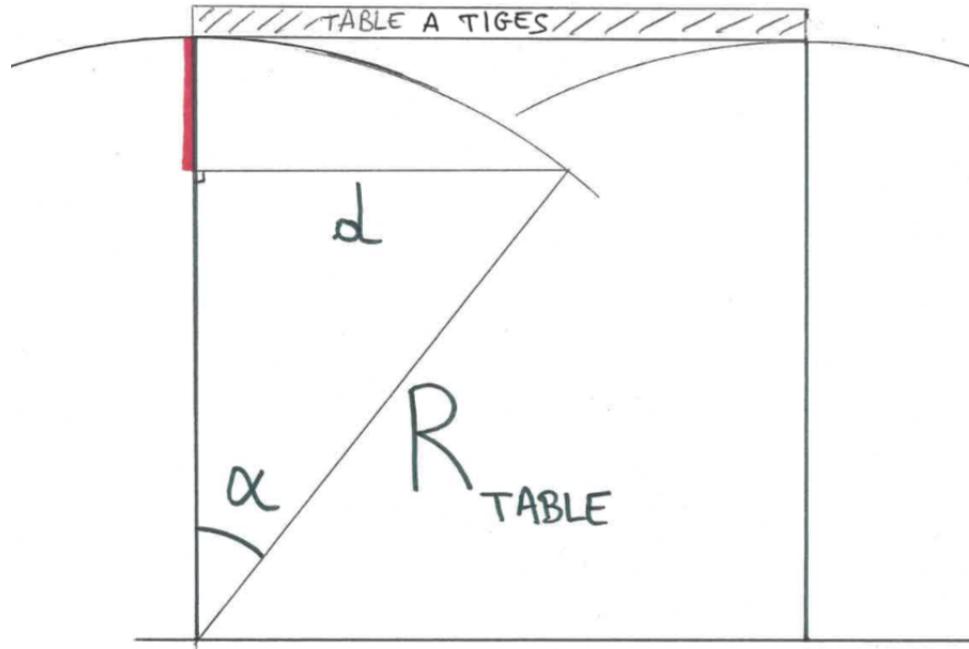


FIGURE 5 – Table à tiges

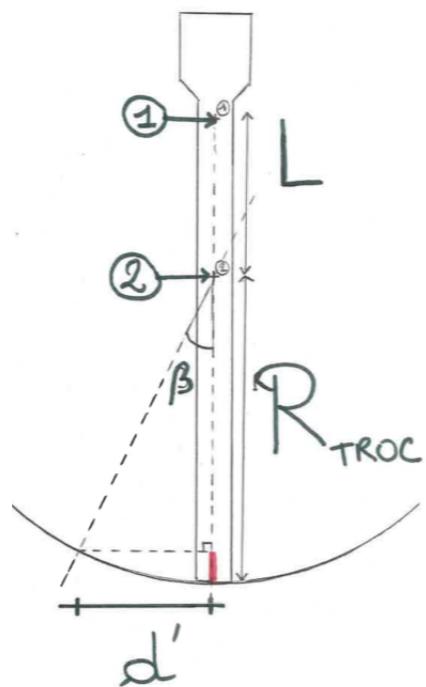


FIGURE 6 – Trocart

Pour les applications numériques de cette partie, nous prendrons les valeurs suivantes : $L = 135\text{mm}$, $R_{troc} = 150\text{mm}$ et $\beta \in [-7^\circ; +7^\circ]$ représente l'angle d'inclinaison du trocart.

3.1.1 Calculs géométrique pour les translations

Puisque le déplacement linéaire du trocart est directement dicté par les actionneurs, la résolution de ceux-ci doit être de 0.01mm .

En outre, notre mécanisme doit être capable de déplacer l'origine \mathcal{O} du trocart de $\pm 10\text{mm}$. Ainsi, la table à tiges flexibles que nous utilisons doit pouvoir se déplacer de $\pm 10\text{mm}$ augmenté d'un terme de correction (d' sur la figure précédente) dû à l'orientation possible du trocart. Ce terme correctif est $d' = R_{troc} * \sin(7^\circ)$. La course totale des actionneurs est donc $f_{actionneur,trans} = 2 * (10\text{mm} + d')$.

Application numérique : $Res_{actionneur,trans} = 10\mu\text{m}$ et $f_{actionneur,trans} = 56,6\text{mm}$.

3.1.2 Calculs géométriques pour les rotations

Les rotations sont effectuées grâce à deux actionneurs linéaires qui exercent une force à une certaine distance du centre de pivotement du trocart. Dans le but d'améliorer au maximum la résolution angulaire, nous devons maximiser la distance L entre le centre de pivotement du trocart (point 2 sur la figure 3) et le point d'appui de l'actionneur (point 1). Puisque la résolution angulaire doit être de 0.01° , il vient que la résolution en translation des actionneurs destinés aux rotations doit être de : $Res_{actionneur,rot} = L * \sin(0.01^\circ)$.

De plus, afin d'orienter le trocart de $\pm 7^\circ$, il faut que la course totale des actionneurs soit de $f_{actionneur,rot} = 2 * L * \sin(7^\circ)$.

Application numérique : $Res_{actionneur,rot} = 23.6\mu\text{m}$ et $f_{actionneur,rot} = 32,9\text{mm}$.

3.1.3 Mouvements parasites

Les déplacements parasites sont indiqués par des traits rouges sur les schémas précédents. Ils doivent être limités à $\pm 3\text{mm}$ au maximum.

En assimilant le mouvement de l'origine du trocart décrit un arc de cercle. Le déplacement parasite associé vaut donc $\delta_{troc} = R_{troc}(1 - \cos \beta)$, où R_{troc} est la longueur entre le centre de rotation du trocart et l'origine \mathcal{O} .

En assimilant le déplacement de la table à un arc de cercle dont le rayon R est la longueur des tiges, le déplacement parasite vertical est : $\delta_{table} = R_{table}(1 - \cos \alpha)$, où α est l'angle entre la position de repos de la table et sa position en bout de course. On a donc $\alpha = \arcsin(\frac{d}{R})$.

D'après le fomulaire, le déplacement parasite d'une table à lames vaut $\lambda = \frac{3f^2}{5l}$. Cette formule est également valable pour une table à tiges puisque les paramètres de largeur et de géométrie n'interviennent pas.

Nous positionnons le trocart vis à vis de la table de sorte que les mouvements parasites de ces deux objets se compensent. Le mouvement parasite total vaut donc $\Delta_{total} = \delta_{table} - \delta_{troc}$.

Application numérique : Avec $R_{troc} = 150\text{mm}$, $R_{table} = 150\text{mm}$, $d = 0.5 \cdot 56.6 = 28.3$, $\beta_{max} = 7^\circ$, $\alpha = 3.82^\circ$, on trouve que $\delta_{table} = 2.69\text{mm}$ et $\delta_{troc} = 1.11\text{mm}$. Le pire des cas arrive lorsque la table se déplace mais que le trocart reste vertical ; le déplacement parasite est donc maximum, il vaut 2.69mm ce qui est bien inférieur aux 3mm maximum.

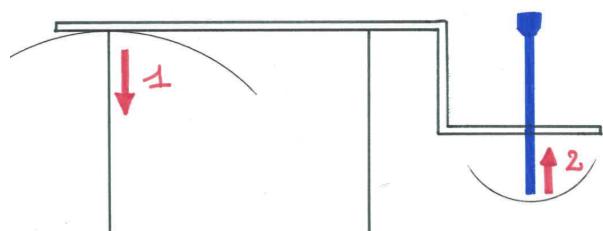


FIGURE 7 – Schéma simplifié de la table à tiges

3.2 Dimensionnement des articulations flexibles : calcul des rigidités et des contraintes maximales de chaque articulation

Nous considérons par la suite que la charge ajoutée par la masse du trocart est déjà incluse dans la charge maximale de 20N imposée par le cahier des charges.

3.2.1 Structure de guidage du trocart

Le schéma suivant présente le système de guidage en rotation du trocart. La cinématique idéale ne possédait pas d'hyperstatismes alors que cette pièce aurait pu en avoir. Néanmoins, puisque cette pièce est monolithique, le problème de l'hyperstatisme disparaît.

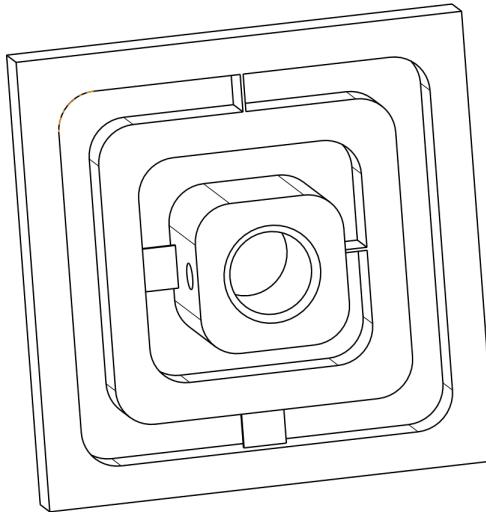
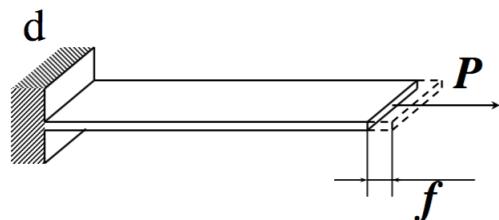


FIGURE 8 – Schéma du mécanisme de guidage et de soutien du trocart

Nous devons dimensionner les lames de telle sorte qu'elles supportent 20N dans toutes les directions. Il y a 3 cas différents et pour chacun, une seule lame participe au blocage d'un DDL.

1. Traction



$$K_{trac} = P / f$$

FIGURE 9 – Schéma d'une lame simple en traction

Nous pouvons tout d'abord écrire $P_{max} = Kf = 20N$. Pour une lame flexible en traction, les formules de rigidité et de courses admissibles sont $K_{trac} = \frac{bhE}{l}$ et $f_{trac} = \frac{\sigma_{adm}l}{E}$, avec l la longueur de la lame, b la largeur, h la hauteur et E le module de Young. Ainsi, en combinant ces équations, on trouve

$$b_{min} = \frac{20N}{h\sigma_{adm}}$$

Application numérique : En prenant, $h=0.4mm$, $\sigma_{adm} = \frac{R_{0.2}}{S} = \frac{2050MPa}{1.5}$ avec S le facteur de sécurité, on trouve que $b_{min} = 36.6 * 10^{-3}mm$.

2. Cisaillement

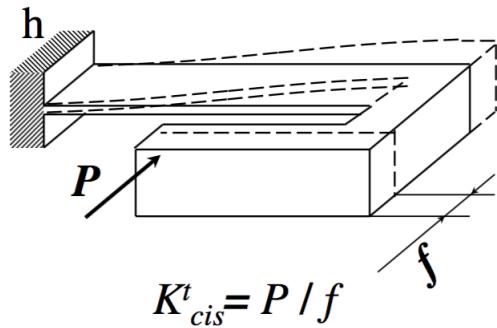


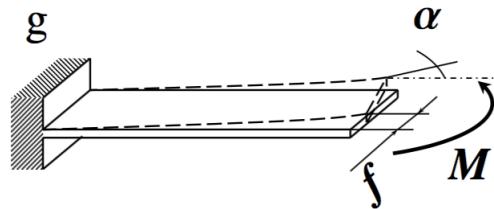
FIGURE 10 – Schéma d'une lame simple en cisaillement

Dans ce cas-ci, la rigidité est donnée par $K_{cis} = \frac{12EI_x}{l^3}$ avec $I_x = \frac{hb^3}{12}$. La course est $f_{cis}^t = \frac{\sigma_{adm}l^2}{3Eb}$. Ainsi, on a

$$b_{min} = \sqrt{\frac{20N * 3 * l}{h\sigma_{adm}}}$$

Application numérique : En prenant, $h = 0.4mm$, $\sigma_{adm} = \frac{R_{0.2}}{S} = \frac{2050MPa}{1.5}$, et $l = 5mm$ on trouve que $b_{min} = 0.741mm$

3. Torsion



$$K_{\alpha M}^t = M / \alpha ; K_{fM}^t = M / f$$

FIGURE 11 – Schéma d'une lame simple en torsion

La rigidité pour une lame dans ce cas-ci est $K_{\alpha M}^t = \frac{EI_x}{l}$ et la course angulaire est $\alpha_M^t = \frac{2\sigma_{adm}l}{Eb}$. On a la relation suivante : $M = K\alpha M^t \alpha_M^t$. Ainsi, le b minimum que nous recherchons s'exprime de la manière suivante :

$$b_{min} = \sqrt{\frac{6 * M}{h\sigma_{adm}}}$$

Application numérique : En prenant, $M = R_{troc} * 20N = 3Nm$, $h = 0.4mm$ $\sigma_{adm} = \frac{2050MPa}{1.5} =$, on trouve que $b_{min} = 5.7mm$

Ainsi, la largeur b minimum pour que les lames résistent à la force de 20N est 5.7mm.

1. Rotation selon x
La rigidité est ici infinie car une lame bloque totalement cette rotation.
2. Rotation selon y
La rotation selon y est entièrement bloquée par une autre lame, la rigidité est donc également infinie.
3. Rotation selon z
La rigidité selon z s'obtient en sommant les rigidités individuelles des lames. Puisque les deux lames sont de mêmes dimensions, on obtient alors :

$$K_{rotation,z} = 2 * \frac{Gbh^3}{3l}$$

Application numérique : Pour de l'acier Böhler ($G = 80 GPa$), $b = 5.7 mm$, $l = 5 mm$ et $h = 0.4 mm$, on trouve $K_{rotation,z} \approx 3.9 Nm/rad$

4. Translation selon x
Une lame bloque la translation selon x, la rigidité est donc infinie.
5. Translation selon y
Une lame bloque la translation selon x, la rigidité est donc infinie.
6. Translation selon z
La translation selon z est totalement bloquée car une lame est en traction et l'autre en compression.

3.2.2 Table à tiges

Dans les calculs suivants, nous négligeons l'influence du soufflet car la majorité des contraintes sont reprises par les tiges. Nous considérons des tiges comme sur la figure suivante :

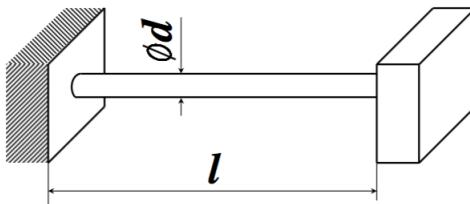


FIGURE 12 – Schéma d'une tige

Tout d'abord, le déplacement parasite de la table vaut :

$$\delta_{table} = l_{tige} \left(1 - \cos \left(\arcsin \left(\frac{course_{table}}{l_{tige}} \right) \right) \right)$$

On doit limiter ce déplacement à $\pm 3 mm$ et puisqu'on connaît la course de la table (56.6 mm total donc 28.3 mm dans un sens), on trouve finalement que $l_{tigemin} = 135 mm$. Par la suite nous prendrons $l_{tige} = 150 mm$.

De plus, la course des tiges doit être la même que la course de la table. On obtient donc :

$$f_{adm} = \frac{\sigma_{adm} * l_{tige}^2}{3Ed_{tige}}$$

$$\Leftrightarrow d_{tige} = \frac{\sigma_{adm} * l_{tige}^2}{3Ef_{adm}}$$

Application numérique : On trouve que $d_{tige} = 1.8 mm$

Finalement, la rigidité de la table s'obtient en triplant la rigidité d'une tige (car 3 tiges articulent la table) On obtient donc :

$$K_{table} = 3 * \frac{12EI_y}{l_{tige}^3} \quad \text{avec } I_y = \frac{\pi * d_{tige}^4}{64}$$

Application numérique : On trouve que $K_{table} = 1077N/m$

La charge critique de la table est de $354N$ (on applique la formule $\frac{8\pi^2EI}{l^2}$). Le flambage est pris en compte dans la charge critique.

3.2.3 Soufflet

Le but du soufflet est de bloquer la rotation de la table à tiges autour de l'axe x . Nous utilisons pour cela un soufflet SERVOMETER tiré des dimensions standards et des formules tirées de leur catalogue. [3] La longueur à vide du soufflet doit être la même que celle des tiges supportant la table, à savoir $150mm$. On choisit donc de prendre $130mm$ de longueur active et $10mm$ pour permettre le montage à chaque extrémité. Ce soufflet est sollicité de trois façon :

1. Compression : afin de supporter le mouvement parasite de translation selon x de la table à tiges. La course nécessaire est de $2.69mm$
2. Cisaillement : afin de suivre le mouvement de la table à tige en y et z . La course est de $\pm 28.3mm$ dans chaque direction, pour une course totale donnée par

$$\pm\sqrt{2} \cdot 28.3mm = 40mm$$

3. Torsion : pour bloquer la rotation autour de l'axe x . Le moment maximal est donné par la force appliquée sur le trocart multipliée par la distance entre le trocart et l'actionneur de la table, soit $100mm$.

$$T = 20N \cdot 100mm = 2000Nmm = 2Nm$$

Les soufflets sont fabriqués en nickel sans soufre, et le catalogue [3] nous donne les propriétés mécaniques suivantes :

Module d'Young : $E = 160 \text{ GPa}$

Limite élastique : $\sigma_{el} = 759 \text{ MPa}$

De plus, on trouve le coefficient de Poisson du nickel [2] :

$\nu = 0.31$

On utilise un facteur de sécurité de $S = 1.5$ et l'approximation $\tau_{adm} = 0.5\sigma_{adm}$ [4]. Nous obtenons donc :

$\sigma_{adm} = 506 \text{ MPa}$

$\tau_{adm} = 253 \text{ MPa}$

Nous utilisons un soufflet de diamètre extérieur $D = 12.7mm$ et intérieur $d = 9.14mm$ composé de $N = 160$ ondulations avec un pas $n = 0.81mm$ et d'épaisseur $t = 0.064mm$. Le catalogue [3] nous donne les valeurs suivantes :

Course admissible par ondulation : $s = 0.19mm$

Rigidité par ondulation : $r = 90.2N/mm$

On vérifie que ce soufflet supporte les contraintes calculées plus haut :

1. Compression : La course maximale admissible pour 1 million de cycles est donnée par

$$f_{comp} = 0.84 \cdot \frac{0.001 \cdot (D - d - t)^2 \cdot N}{t} = 25.7mm$$

Soit nettement plus que nécessaire

2. Cisaillement : La course maximale est donnée par

$$f_{cis} = 0.82 \cdot 0.25 \cdot \frac{N^2 ns}{D} = 63.6 \text{ mm}$$

Ce qui correspond à un facteur de sécurité de $S = 1.59$

La rigidité vaut

$$K_{cis} = \frac{D^2 nr}{5.25 \cdot L^3} = 0.91 \text{ N/m}$$

Pour une force de rappel maximale de

$$F_{cis} = K_{cis} \cdot 40 \text{ mm} = 0.04 \text{ N}$$

3. Torsion : On approxime le soufflet par un cylindre creux de diamètre extérieur D et d'épaisseur t . Le moment d'inertie polaire vaut donc

$$I_p = \frac{\pi}{32} \cdot (D^4 - (D - 2t)^4)$$

et le moment admissible est donné par

$$T_{max} = \frac{2\tau I_p}{D} = 4.04 \text{ Nm}$$

La rigidité en torsion est donnée par

$$K_{tors} = \frac{I_p G}{L} = 47 \text{ Nm/rad} \text{ avec } G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

3.2.4 Tiges de transmission du mouvement pour le trocart et la table

Nous considérons ici l'effet du flambage potentiel des tiges de transmission du mouvement des actionneurs linéaires.

1. Tiges de transmission pour le guidage du trocart

La force critique avant le flambage est donnée par :

$$f_{crit} = \left(\frac{\pi}{L_{eff}}\right)^2 EI \quad \text{avec } L_{eff} = 0.5L, I = \frac{\pi * d^4}{64}$$

La force critique est la somme de la force de rappel du guidage du support du trocart et des 20N du cahier des charges.

La rigidité en rotation du support du trocart est de 3.9 Nm/rad , l'angle maximum d'inclinaison est de 7° , le moment de rappel est $M_{rappel} = K_{tors} * \alpha = 0.476 \text{ Nm}$. La force de rappel associée est donc $F_{rappel,cardan} = 3.53 \text{ N}$ puisque le bras de levier est de 135 mm . Nous ajoutons le facteur de sécurité pour cette force.

Ainsi, $F_{crit} = 1.5(20 + 3.53) = 35.3 \text{ N}$. Pour des tiges de diamètre 1 mm , la longueur maximum pour éviter le flambage est :

$$L = \sqrt{\frac{\pi^2 EI}{0.5^2 * F_{crit}}} = 104 \text{ mm}$$

De plus, nous devons contrôler que les tiges de guidage ne cèdent jamais. Lorsque le trocart est le plus décentré, le déplacement parasite selon X vaut $2 * 135 \text{ mm} (1 - \cos(7^\circ)) = 2.01 \text{ mm}$. Nous avons ici approximé que le déplacement simultané selon les axes Y et Z produit le même déplacement parasite selon X. Le déplacement parasite selon Y ou Z vaut : $135 \text{ mm} \cdot \sin(7^\circ) =$

16.45mm. Celui-ci est à prendre en compte pour le cisaillement des tiges de transmission. La course totale vaut $\sqrt{(16.45\text{mm})^2 + (2.01\text{mm})^2} = 16.57\text{mm}$; nous pouvons donc déterminer la longueur de la tige.

$$f_{cis} = \frac{\sigma_{adm} l^2}{3Ed} \iff l = \sqrt{\frac{f_{cis} 3Ed}{\sigma_{adm}}}$$

Application numérique : En prenant $d = 1\text{mm}$, $f_{cis} = 16.57\text{mm}$ ainsi que les valeurs précédemment citées, il vient que $l = 84.4\text{mm}$. Ainsi, pour éviter le flambage et les effets du cisaillement, il faut choisir l parmi [84.4; 104]mm. Nous choisissons donc une tige de 90mm.

2. Tiges de transmission pour le guidage de la table

La force à transmettre en compression est la somme des 20N appliqués sur le trocart et de la force de rappel de la table. Cette dernière est composée des forces de rappel des tiges et du soufflet.

$$F_{comp} = 20\text{N} + K_{table} \cdot 28.3\text{mm} + F_{soufflet,cis} = 50.5\text{N}$$

En appliquant le facteur de sécurité, il faut résister au flambage pour une force

$$F_{crit} = S \cdot F_{comp} = 75.8\text{N}$$

Pour une tige de diamètre 1.5mm, on trouve comme ci-dessus $L = 159.3\text{mm}$.

La course en cisaillement de la table est la combinaison du déplacement de la table dans l'autre direction et du déplacement parasite en x de la table.

$$f_{cis} = \sqrt{(28.3\text{mm})^2 + (2.69\text{mm})^2} = 28.43\text{mm}$$

Comme ci-dessus, on trouve la longueur minimale $l = 135.4\text{mm}$. On peut donc choisir une tige de diamètre 1.5mm et de longueur $l = 140\text{mm}$.

3.3 Dimensionnement de la motorisation

3.3.1 Actionneur linéaire

Nos actionneurs sont composés d'un moteur, d'une vis sans fin, d'un rail de guidage Schneeberger et d'un système à contre-écrou pour avoir une construction sans jeu. L'écrou que nous avons choisi est un écrou à collet à méplat pour vis drylin avec filet trapézoïdal, JFRM.

Dans la suite, nous nous aidons du schéma suivant :

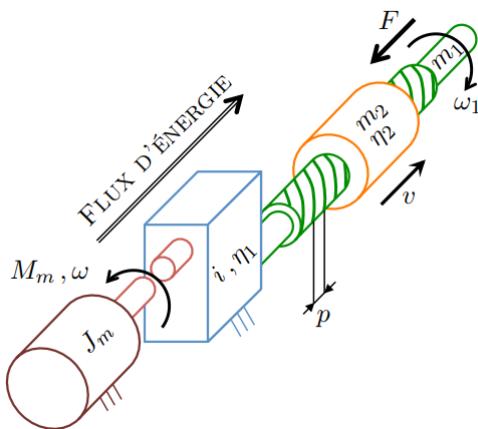


FIGURE 13 – Schéma simplifié d'un actionneur

Le bloc m2 du schéma correspond à notre système d'écrou - contre-écrou ; le bloc bleu correspond au réducteur. Le rail de guidage Schneeberger n'est pas représenté sur ce schéma.

Le couple minimum requis pour faire fonctionner notre mécanisme est la somme des moments dûs au serrage et au déserrage des écrous.

$$M_{min} = r(P_{ext} + F_{precharge})\tan(\theta + \rho) + rF_{precharge}\tan(\theta - \rho)$$

avec $\theta = Arctg(\frac{pas}{2\pi r})$, $\rho = Arctg(\mu)$ et r le rayon sur flanc de la vis sans fin. La force de précharge doit en tout temps être supérieure à la force externe. Puisque les tiges de transmission (cf partie 3.2.4) transmettent une force de 35.3N et 75.8 en prenant en compte le SF, la précharge que nous choisissons est de 80N.

Le couple réduit vu par les moteurs guidant le trocart est donc :

$$M_R = \frac{M_{min}}{i\eta_1}$$

avec η_1 le rendement du réducteur moteur et i son rapport de réduction. Le calcul de l'inertie réduite s'obtient par la méthode de l'énergie. En négligeant la part d'énergie stockée dans les guidages flexibles, nous avons donc :

$$\begin{aligned} E_{cin} &= \frac{J_1\omega_1^2}{2} + \frac{m_2v^2}{2} \\ E_{in} &= \frac{J_1\omega_1^2}{2\eta_1} + \frac{mv^2}{2\eta_1\eta_2} \end{aligned}$$

Les relations des vitesses sont les suivantes : $\omega_1 = \frac{\omega}{i}$, $\frac{\omega_1}{2\pi} = \frac{v}{p}$ Ainsi, on a :

$$\frac{J_R\omega^2}{2} = \frac{J_1\omega_1^2}{2\eta_1} + \frac{mv^2}{2\eta_1\eta_2}$$

et donc :

$$J_R = \frac{J_1}{i^2\eta_1} + \frac{m_2p^2}{4\pi^2i^2\eta_1\eta_2}$$

L'accélération de l'arbre moteur est donc :

$$a = \frac{M_m - M_R}{J_m + J_R}$$

3.3.2 Motorisation pour le trocart

Application numérique : Avec les valeurs suivantes : $r = 3.1mm$, $\mu = 0.18$, $Arctg(\mu) = 0.178$, un pas de 1.5mm, $\theta = 0.077$, $P_{ext} = 35.3N$ on trouve que $M_{min} = 68mNm$.

La vitesse de déplacement de l'actionneur doit être de 2.35mm/s. En effet, on doit pouvoir orienter le trocart avec $1^\circ/s$; le déplacement linéaire est donc $L_{troc}\sin(1^\circ) = 2.35mm$. Le nombre de tour par minute est donc de 94. (2.35mm/s avec un pas de 1.5mm). Nous choisissons donc le moteur MAXON RE 25, Commutation Graphite, 20 Watt ; référence : 339150 avec un réducteur GP26A (référence : 406762 ; i=19, $\eta = 0.80$). La vitesse nominale de ce moteur est de 8310tr/min, son couple nominal est de 27.5mNm. Avec ce réducteur, le couple de sortie est 522.5mNm et sa vitesse de 437.4 tr/min. L'encodeur que nous avons choisi est un Encoder MR, type ML, 500CPT, 3 Channels (référence : 225778).

L'inertie de la vis est $\frac{m_{vis}r^2}{2} = 6.2 \cdot 10^{-5}kgm^2$, $m_{vis} = 40g$, $m_{écrou} = 12.7g \times 2$

3.3.3 Motorisation pour la table

Application numérique : Avec les valeurs suivantes : $r = 3.1mm$, $\mu = 0.18$, $Arctg(\mu) = 0.178$, un pas de 1.5mm, $\theta = 0.077$, $P_{ext} = 75.8$ on trouve que $M_{min} = 100mNm$.

Le moment réduit vu par l'actionneur est donc 100mNm. La vitesse de déplacement de l'actionneur doit être de 10mm/s. Le nombre de tour par minute est donc de 400. (10mm/s avec un pas de 1.5mm). Nous choisissons un moteur et réducteur identique (MAXON RE 25, Commutation Graphite, 20 Watt et GP26A).

3.3.4 Ressorts de précharge

Afin d'éviter d'exercer un moment sur la vis sans fin, nous utilisons une construction à deux ressorts symétriques par rapport à la vis sans fin. Afin d'obtenir une précharge totale de 80N, chaque ressort doit exercer une force de 40N. Nous utilisons des ressorts fournis par Durovis [1]. On trouve que la longueur comprimée du ressort est de

$$L_{comprimé} = L_0 - \frac{F}{K} = 6.78mm$$

3.3.5 Rails de guidage

Nous avons choisi d'utiliser les rails de guidage Schneeberger. En effet, ils ont un jeu extrêmement réduit et répondent à nos exigences. Afin de répondre aux contraintes d'encombrement, nous avons choisi d'utiliser les rails MNNS7.

3.4 Calcul détaillé des performances clés (selon donnée du projet) et discussion de leur conformité avec le cahier des charges

Calcul pour l'accélération linéaire selon Y et Z : En considérant les valeurs suivantes : $M_m = 0,0275Nm$, $M_R = 6.6Nm$, $J_m = 1,45 \cdot 10^{-6}$ et $J_R = 1.27 \cdot 10^{-6}$ on trouve que l'accélération angulaire de l'arbre moteur vaut : $7,69 \cdot 10^3 rad/s^{-2}$. Puisque le réducteur a un rapport $i=19$, l'accélération en sortie de réducteur est égale à $4.05 \cdot 10^2 rad/s^{-2}$; l'accélération en nombre de tours vaut $2.54 \cdot 10^3 tr/s^{-2}$. L'accélération linéaire vaut donc : $3.81m/s^{-2}$.

Calcul pour l'accélération angulaire selon Y et Z : En considérant les valeurs suivantes : $M_m = 0,0275Nm$, $M_R = 4,47Nm$, $J_m = 1,45 \cdot 10^{-6} kg \cdot m^2$ et $J_R = 6,27 \cdot 10^{-7} kg \cdot m^2$ on trouve que l'accélération angulaire de l'arbre moteur vaut : $1,11 \cdot 10^4 rad/s^{-2}$. Puisque le réducteur a un rapport $i=19$, l'accélération en sortie de réducteur est égale à $5,83 \cdot 10^2 rad/s^{-2}$; l'accélération en nombre de tours vaut $3,67 \cdot 10^3 tr/s^{-2}$. En utilisant l'approximation des petits angles, on trouve que l'accélération angulaire du trocart est $40,7 rad/s^{-2}$.

Calcul pour la résolution linéaire théorique selon de Y et Z : Lorsque le moteur fait un tour, l'axe en sortie du réducteur effectue $\frac{1}{19}$ de tour, le chariot sur la vis sans fin se déplace de $\frac{1.5}{19} mm$. Puisque le chariot et la table sont reliés par une tige, le déplacement de la table est identique à celui du chariot. Notre encodeur fait 500 codes par tour, on trouve donc que la résolution linéaire théorique est de $0.16 \mu m$.

Calcul pour la résolution angulaire théorique autour de Y et Z : Lorsque le moteur fait un tour, l'axe en sortie du réducteur effectue $\frac{1}{19}$ de tour, le chariot sur la vis sans fin se déplace de $\frac{1.5}{19} mm$. En utilisant l'approximation des petits angles, on trouve que l'angle du trocart dû à ce déplacement est de $5.85 \cdot 10^{-4} rad$. Notre encodeur fait 500 codes par tour, on trouve donc que la résolution théorique est de $6.7 \cdot 10^{-5} ^\circ$.

Calcul de la vitesse en translation selon Y et Z : La vitesse nominale est de 8310 tours/min, la vitesse en sortie de réducteur est donc $\frac{8310}{19} tours/min$. Puisque le pas est de 1,5mm, on trouve que la vitesse en translation de la table vaut $10.9mm/s$.

Calcul de la vitesse de déplacement en rotation : La vitesse nominale est de 8310 tours/min, la vitesse en sortie de réducteur est donc $\frac{8310}{19} tours/min$. Puisque le pas est de 1,5mm, on trouve que la vitesse en translation du chariot vaut $10.9mm/s$. Finalement, en utilisant l'approximation des petits angles, il vient que la vitesse de rotation du trocart est de $4.6^\circ/s$.

Le tableau suivant résume les calculs faits ci-dessus.

Paramètres	Valeurs
Accélération linéaire maximale selon Y [m/s ²]	3.81
Accélération linéaire maximale selon Z [m/s ²]	3.81
Accélération angulaire maximale autour de Y [rad/s ²]	40.7
Accélération angulaire maximale autour de Z [rad/s ²]	40.7
Résolution linéaire théorique du trocart selon Y [mm]	0.00016
Résolution linéaire théorique du trocart selon Z [mm]	0.00016
Résolution angulaire théorique du trocart autour de Y [°]	$6.7 \cdot 10^{-5}$
Résolution angulaire théorique du trocart autour de Z [°]	$6.7 \cdot 10^{-5}$
Vitesse de translation de la table selon Y et Z [mm/s]	10.9
Vitesse de rotation du trocart autour de Y et Z [°/s]	4.6

Vérification de l'irréversibilité : Dans notre système d'écrou-contre-écrou, il y a toujours un écrou en montée et un autre en descente. Ainsi, on vérifie que l'angle $\theta = \text{Arctg}(\frac{\text{pas}}{2\pi r}) = 0.0768$ est inférieur à l'angle $\rho = \text{Arctg}(\mu) = 0.178$. Notre mécanisme est donc bien irréversible.

4 Construction

4.1 Argumentation des choix faits pour la construction

4.1.1 Tolérance de la pièce tenant le trocart

Le trocart doit s'insérer dans un alésage. Il est nécessaire de pouvoir le retirer facilement afin de pouvoir le stériliser. Néanmoins, le jeu doit être minimal afin de garantir la précision du mécanisme. La tolérance du trocart étant imposée ($g8$), nous constatons que l'usage d'un alésage standard H7 correspond à un jeu compris entre 6 et $51\mu m$. Ceci correspond à un jeu imperceptible qui permet d'insérer et de retirer le trocart facilement, tout en limitant le jeu devant être repris par la vis de serrage. De plus, l'utilisation d'un alésage standard permet de limiter le coût de fabrication de la pièce.

4.1.2 Tolérances de montage des guidages flexibles

Sur recommandation du catalogue de soufflet [3], nous avons décidé de souder cette pièce et de généraliser le procédé aux tiges flexibles. Afin de positionner les différents éléments à souder sur le socle et la table, nous avons prévu des alésages de profondeur $1mm$ sur les supports. Nous avons ici choisi des tolérances H8 h9, ce qui correspond à un assemblage encore facilement mobile à la main pour permettre le montage et la soudure, mais qui permet néanmoins un placement précis.

4.1.3 Masse du mécanisme

Nous avons ajouté des découpes importantes aux plaques afin de limiter la masse du mécanisme. Nous avons ainsi obtenu un poids de $5.783kg$, ce qui est inférieure à la limite de $6kg$ imposée par le cahier des charges.

4.2 Argumentation des choix des matériaux

En ce qui concerne le support du trocart, nous devons assurer une rotation de $\pm 7^\circ$; il faut donc dimensionner les lames de torsion de telle sorte que cette rotation soit possible.

Pour une lame simple en torsion, nous avons :

$$\alpha_{tors} = \frac{\sigma_{adm}l}{hG\sqrt{3}} \Leftrightarrow \frac{l}{h} = \frac{G\alpha\sqrt{3}}{\sigma_{adm}} \Leftrightarrow \frac{l}{h} = \frac{SG\alpha\sqrt{3}}{R_{0.2}}$$

avec S le facteur de sécurité.

Les contraintes de volume du mécanisme nous imposent de minimiser ce ratio (la position nominale du trocart doit se trouver à $30mm$ des bords du volume de travail). Nous devons donc trouver le rapport $\frac{G}{R_{0.2}}$ minimal. Le rapport minimal est atteint pour l'acier Böhler K190 (DIN X220CrVMo13-4).

	DIN	E[GPa]	G[GPa]	$R_{0.2}$ [MPa]
Acier Böhler	X220CrVMo13-4	196	80	2050

5 Conclusion

Nous avons tous beaucoup apprécié le projet de conception mécanique de ce semestre qui nous a permis d'utiliser concrètement la matière abordée lors du dernier semestre. La division en deux parties de ce cours (cours au semestre d'automne puis projet au printemps) nous a beaucoup plu. Nous avions ainsi le recul suffisant pour bien aborder le projet SPOINT et assimiler la matière.

Dans l'ensemble, notre mécanisme répond au cahier des charges bien que deux des quatres moteurs dépassent légèrement de l'espace alloué. Les résolutions imposées sont atteintes, les vitesses et les courses maximales également. De plus, notre mécanisme est irréversible.

Ce projet nous a permis de bien nous familiariser avec les guidages flexibles, guidages qui sont une manière très élégante de réaliser un assemblage.

6 Annexes

- 6.1 Dessin de construction de l'ensemble du mécanisme avec liste de toutes les pièces
- 6.2 Dessin de détail des pièces fixant le trocart prêt pour envoi en atelier de fabrication

Références

- [1] Durovis AG. *Ressorts de compression disponibles*. URL : <https://www.durovis.ch/fr/pdfgenerator?prodID=11090&catID=12>. (consulté le 16.05.2019).
- [2] Nickel - *Properties, Fabrication and Applications of Commercially Pure Nickel*. URL : <https://www.azom.com/properties.aspx?ArticleID=2193>. (consulté le 15.05.2019).
- [3] *Soufflets en métal électrodéposé SERVOMETER*. URL : https://www.acces.ac/index.php?controller=attachment&id_attachment=229. (consulté le 12.05.2019).
- [4] Aaron D. Deutschman ; Walter J. Michels ; Charles E. WILSON. *Machine design : theory and practice*. Macmillan, 1975. ISBN : 0-02-329000-5.