

2-2 直線方程式的應用

林信安老師編寫

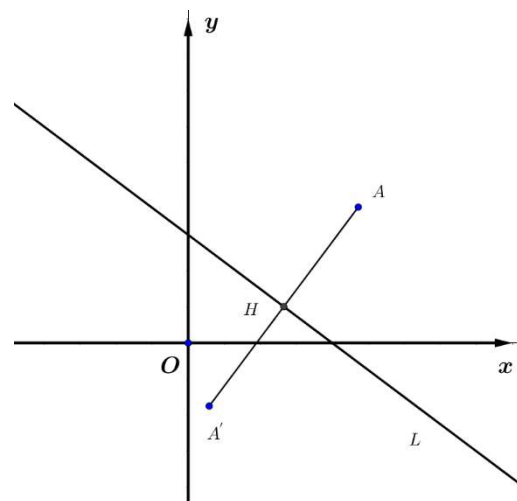
(甲)點對直線對稱

◆ 直線對稱的意義

設直線 L 外有一點 A ，若 A 點對直線 L 的對稱點為 A' 點，則直線 L 為 $\overline{AA'}$ 的中垂線。

其中直線 L 與 $\overline{AA'}$ 的交點稱為 A 對直線 L 的投影點。

若給定 A 點的坐標與直線 L 的方程式，可以根據 A 點的坐標與直線 L 的方程式找到對稱點 A' 的坐標嗎？



[例題1] 已知點 $A(3, -9)$ ，直線 $L: 2x + 3y - 5 = 0$ ，試求下列問題：

(1) A 在 L 上的投影點 H 的坐標

(2) A 關於 L 的對稱點 A' 的坐標

(3) A 點到直線 L 的距離

Ans : (1)(7, -3) (2)(11, 3) (3) $2\sqrt{13}$

(練習1) 坐標平面上，有一點 $A(-1, 2)$ 與直線 $L: 3x + 2y = 14$ ，試求

(1) A 點對直線 L 的投影點 H 坐標。

(2) A 點對直線 L 的對稱點 A' 坐標。

(3) A 點到 L 的距離。

Ans : (1) $H(2, 4)$ (2) $A'(5, 6)$ (3) $\sqrt{13}$

◆ 點到直線的距離

給定 A 點的座標與直線方程式，可以根據例題 1 的做法求出 A 點對直線的投影點 H，於是 \overline{AH} 就是 A 點到直線 L 的距離，因此我們可以用 A 點的坐標與直線 L 方程式的係數來表示 A 點到直線 L 的距離。

方法一：

給定一點 $A(x_0, y_0)$ ，直線 L 的方程式 $ax+by+c=0$ ，設 A 點在直線 L 外，且 $b \neq 0$ ，H 為 A 點對直線 L 的投影點。

\therefore 過 A 點與直線 L 垂直的直線方程式為 $bx-ay=bx_0-ay_0$

$$\therefore \text{解} \begin{cases} ax+by=-c \\ bx-ay=bx_0-ay_0 \end{cases} \text{求得 } H\left(\frac{1}{a^2+b^2}(b^2x_0-aby_0-ac), \frac{1}{a^2+b^2}(a^2y_0-abx_0-bc)\right)$$

$$\begin{aligned} \text{於是 } \overline{AH}^2 &= \left[x_0 - \frac{1}{a^2+b^2}(b^2x_0-aby_0-ac)\right]^2 + \left[y_0 - \frac{1}{a^2+b^2}(a^2y_0-abx_0-bc)\right]^2 \\ &= \left[\frac{1}{(a^2+b^2)^2}(a^2x_0+b^2x_0-b^2x_0+aby_0+ac)^2\right] + \left[\frac{1}{(a^2+b^2)^2}(a^2y_0+b^2y_0+abx_0-a^2y_0+bc)^2\right] \\ &= \frac{a^2}{(a^2+b^2)^2}(ax_0+by_0+c)^2 + \frac{b^2}{(a^2+b^2)^2}(ax_0+by_0+c)^2 \\ &= \frac{1}{(a^2+b^2)}(ax_0+by_0+c)^2 \\ \Rightarrow \overline{AH} &= \frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}} \end{aligned}$$

方法二：

給定一點 $A(x_0, y_0)$ ，直線 L 的方程式 $ax+by+c=0$ ，令 d 代表 A 點到 L 的距離。

不失一般性，可以先假設 $ab \neq 0$ ，A 不在 L 上

(1°) 先令 $(x_0, y_0) = (0, 0)$ ，

直線 L 的 x, y 截距分別為 $\frac{-c}{a}$ 、 $\frac{-c}{b}$

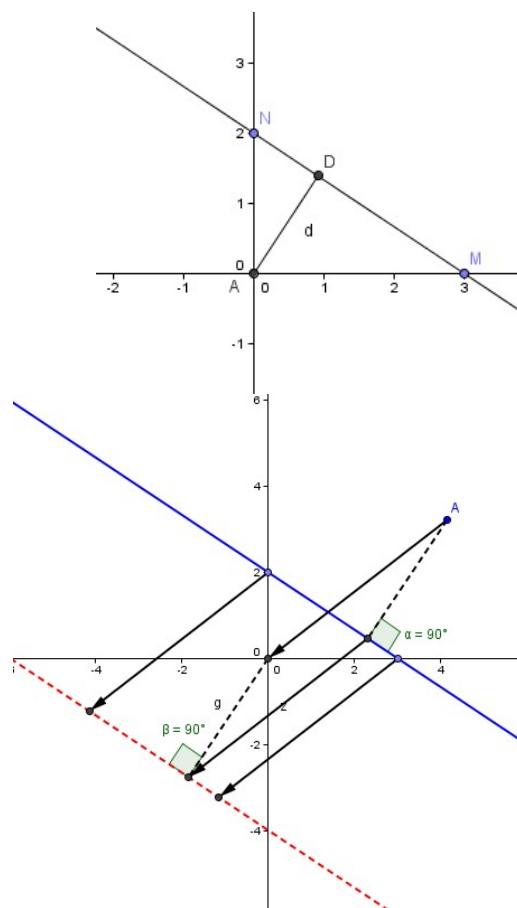
如右圖，可以得知 $\overline{MN} \cdot d = \overline{OM} \cdot \overline{ON}$

$$\Rightarrow \sqrt{\left(\frac{-c}{a}\right)^2 + \left(\frac{-c}{b}\right)^2} \cdot d = \left|\frac{-c}{a}\right| \left|\frac{-c}{b}\right|$$

$$\text{化簡可得 } d = \frac{|c|}{\sqrt{a^2+b^2}} \text{。}$$

(2°) $(x_0, y_0) \neq (0, 0)$

將 L 沿著 A 至原點 O 方向來移動至 L'



L'的方程式為 $a(x+x_0)+b(y+y_0)+c=0$

$$\Leftrightarrow ax+by+(ax_0+by_0+c)=0$$

如右圖，可以得知，

$$d=\text{原點 } O \text{ 到 } L' \text{ 的距離由(1°)的結果，} d=\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

(練習2) 試求下列各點到直線 $L: 3x-4y+20=0$ 的距離：

$$(1) A(-2,5) \quad (2) B(0,3) \quad \text{Ans: } (1) \frac{6}{5} \quad (2) \frac{8}{5}$$

(練習3) 坐標平面上有一圓的圓心為 $(-4,6)$ ，直線 $L: 2x+y=3$ 為切線，試求此圓的半徑。

$$\text{Ans: } \sqrt{5}$$

[例題2] 坐標平面上， $\triangle ABC$ 的頂點坐標為 $A(-1,3)$ 、 $B(2,0)$ 、 $C(5,5)$ ，試求下列各小題：

(1)直線 BC 的方程式。(2) A 點到直線 BC 的距離。(3) $\triangle ABC$ 的面積。

$$\text{Ans: } (1) 5x-3y-10=0 \quad (2) \frac{24}{\sqrt{34}} \quad (3) 12$$

[例題3] 坐標平面上，兩平行直線 $L_1: ax+by+c_1=0$ 、 $L_2: ax+by+c_2=0$ ，試以 L_1 與 L_2 的係

$$\text{數來表示 } L_1 \text{ 與 } L_2 \text{ 的距離。} \quad \text{Ans: } \frac{|c_1-c_2|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

(練習4) 坐標平面上，直線 $L_1: 4x-3y+2=0$ 、直線 $L_2: 4x-3y+12=0$ ，試求直線 L_1 與 L_2 的距離。 $\text{Ans: } 2$

(練習5) 坐標平面上， $\triangle ABC$ 的頂點坐標為 $A(-3,4)$ 、 $B(2,-1)$ 、 $C(6,5)$ ，試求 $\triangle ABC$ 的面積。
 $\text{Ans: } 25$

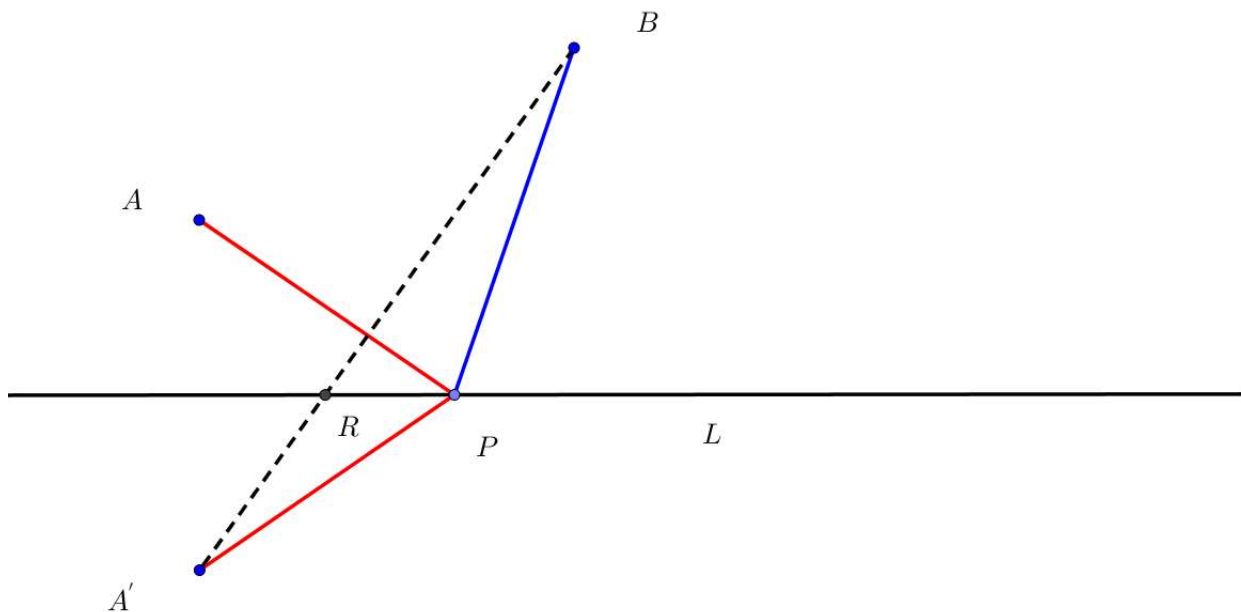
◆ 反射問題

考慮一點光源發射光線到一面鏡子，反射光線通過另一點，光會走最短的路徑，這就是最小原理，光會如何反射呢？

數學化上述問題：

設 A (光源)、 B 為平面上不在直線 L (鏡面)上同側的兩點， P 是 L 上的動點，當 P 落在何

處會使得 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 的值最小呢？



設 A 點對直線 L 的對稱點為 A' ， $\because L$ 為 $\overline{AA'}$ 的中垂線， $\therefore \overline{AP} = \overline{A'P}$

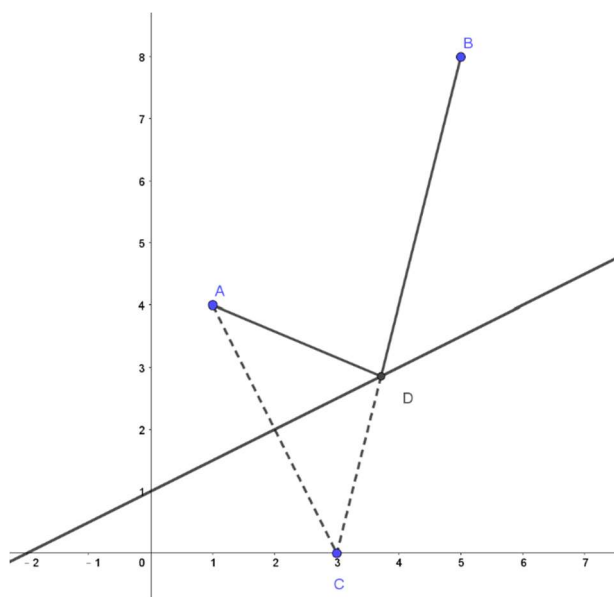
$$\Rightarrow \overline{AP} + \overline{BP} = \overline{A'P} + \overline{BP} \geq \overline{A'B},$$

當 P 點移動至 $\overline{A'B}$ 與 L 的交點 R 點時， $\overline{A'P} + \overline{BP} = \overline{A'R} + \overline{RB} = \overline{A'B}$

故當 P 點移動至 R 時， $\overline{AP} + \overline{BP}$ 最小值為 $\overline{A'B}$ 。

根據上述的說明，若從 A 發射光線，會經由 R 點反射，反射光線會通過 B 點。

[例題4] 設一光線從光源 $A(1,4)$ 射出、經由直線 $L: x-2y+2=0$ 反射後，經過點 $B(5,8)$ ，試求反射點坐標。 Ans: $(\frac{26}{7}, \frac{20}{7})$



(練習6) 自 $A(-3, 3)$ 發出的點光源，若光線在直線 $3x-5y-10=0$ 上點 $P(7, 5)$ 處反射走向遠方，求反射線所在的直線方程式。

Ans: $3x-y-16=0$

(練習7) 設 $A(3, -1)$ ， $B(9, 3)$ ， P 為 $L: 2x-3y+4=0$ 上一點，

當 P 點坐標為_____時 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 有最小值為有最小值為_____。

Ans: $P(4, 4)$ 、 $2\sqrt{26}$

(練習8) 在直線 $x-5y-12=0$ 上找一點 Q ，使得 $|\overline{QA} - \overline{QB}|$ 有最大值，則 Q 點的坐標

為_____，又此最大值為_____。 Ans: $Q(8, \frac{-4}{5})$ ， $\sqrt{74}$

(丙)二元一次不等式的解區域

◆ 二元一次不等式的解區域：

二元一次不等式是指 $ax+by+c>(<, \geq, \leq)0$ 這種形式的不等式。

二元一次不等式 $ax+by+c>(<, \geq, \leq)0$ 的解區域，

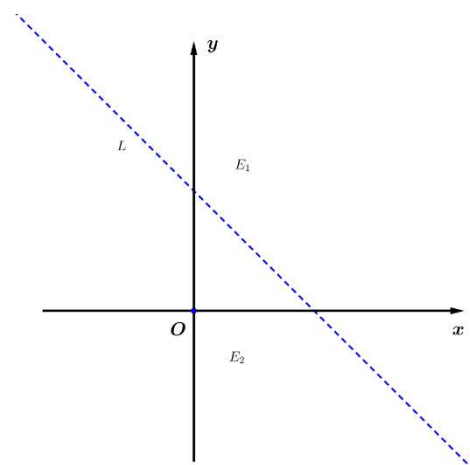
即為所有滿足該不等式的解 (x_0, y_0) 所形成的圖形。

如何找出二元一次不等式的解區域呢？

例子一：

請在坐標平面上畫出二元一次不等式 $x+y-4>0$ 與 $x+y-4<0$ 的點 (x, y) 所形成的區域？

(1) 在坐標平面上，先畫出直線 $L: x+y-4=0$ 的圖形，於是坐標平面被分成兩個半平面 E_1 與 E_2 、直線 L 本身。(如右圖)



(2) 先考慮鉛直線 $x=x_0$ 上那些部分是 $x+y-4>0$ 或 $x+y-4<0$ 的解：

設 $x=x_0$ 與 $x+y-4=0$ 的交點為 $A(x_0, 4-x_0)$ ，

A 點上方的任意點 $P(x_0, y)$

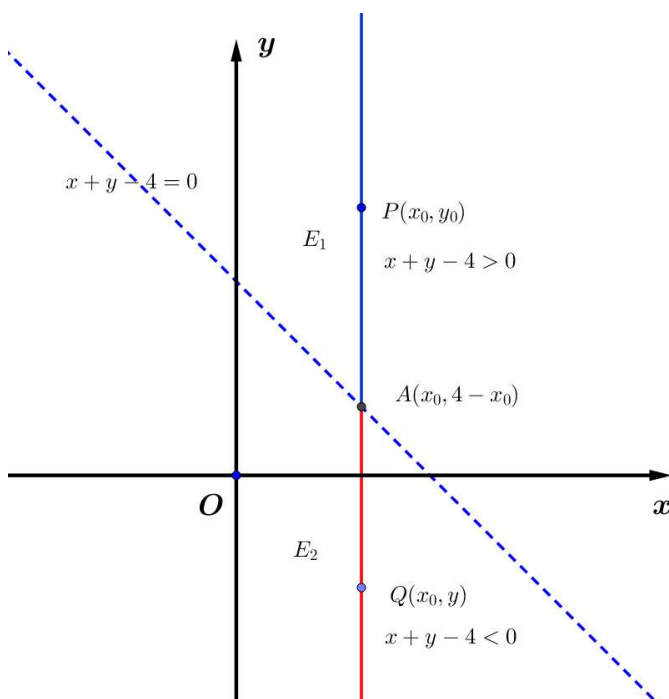
$\Leftrightarrow y > 4 - x_0 \Leftrightarrow x_0 + y > 4$ ，故 (x_0, y) 為 $x+y-4>0$ 的解。

A 點下方的任意點 $Q(x_0, y)$

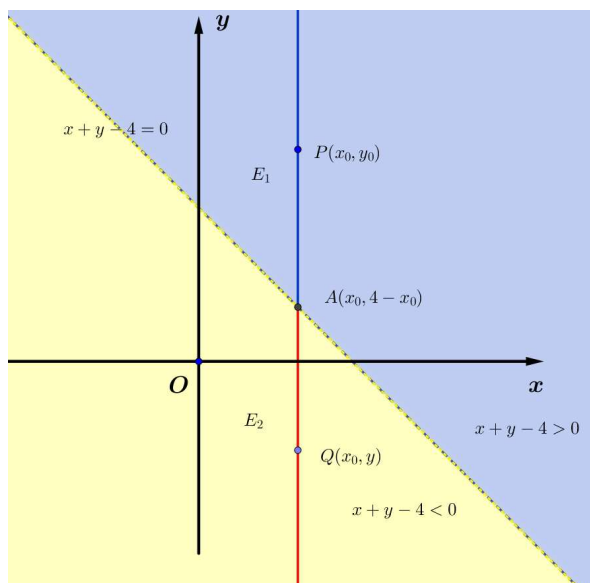
$\Leftrightarrow y < 4 - x_0 \Leftrightarrow x_0 + y < 4$ ，故 (x_0, y) 為 $x+y-4<0$ 的解。

根據上述的討論，可以得知在 $x=x_0$ 這條鉛直線上，A 點上方

的所有點都是 $x+y-4>0$ 的解；A 點下方的所有點都是 $x+y-4<0$ 的解

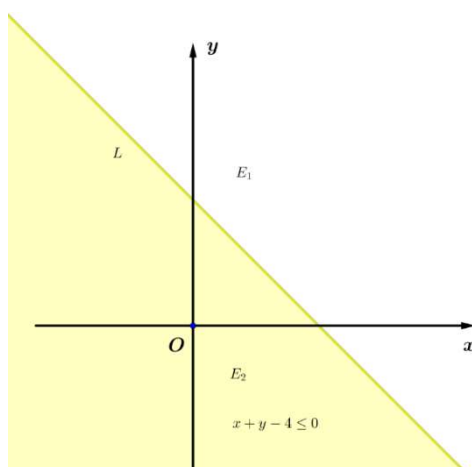
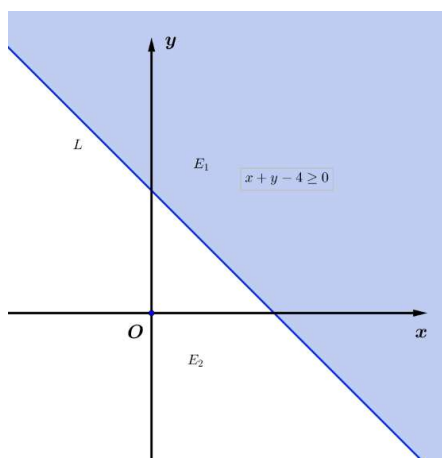


(3)現在讓 $x=x_0$ 作變動(如下圖)，滿足 $x+y-4>0$ 的點 (x,y) 形成的解區域是直線 $x+y-4=0$ 上方的平面 E_1 ；滿足 $x+y-4<0$ 的點 (x,y) 形成的解區域是直線 $x+y-4=0$ 下方的平面 E_2 。



從上述的討論，可以得知直線 $L: x+y-4=0$ 將坐標平面分成兩個半平面 E_1 與 E_2 ，其中 E_1 就是 $x+y-4>0$ 的解區域； E_2 就是 $x+y-4<0$ 的解區域。

另外， $x+y-4\geq 0$ 的解區域就是 E_1 加上直線 L ； $x+y-4\leq 0$ 的解區域就是 E_2 加上直線 L 。



一般而言，直線 $L: px+qy+r=0$ 會將座標平面分成兩個半平面 E_1 、 E_2 ，若 E_1 代表 $px+qy+r>0$ 的解區域，則 E_2 代表 $px+qy+r<0$ 的解區域，反之亦然。因此可以得到以下結論：

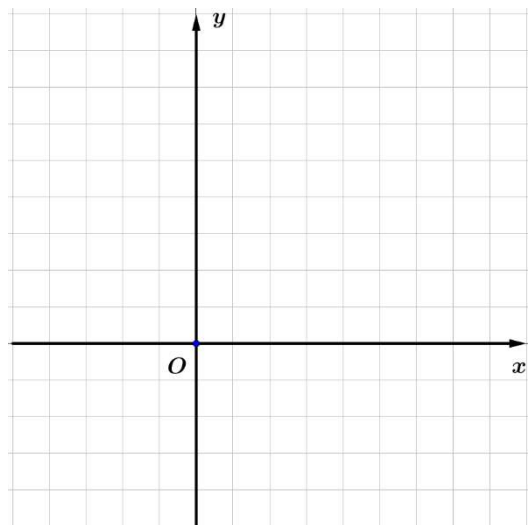
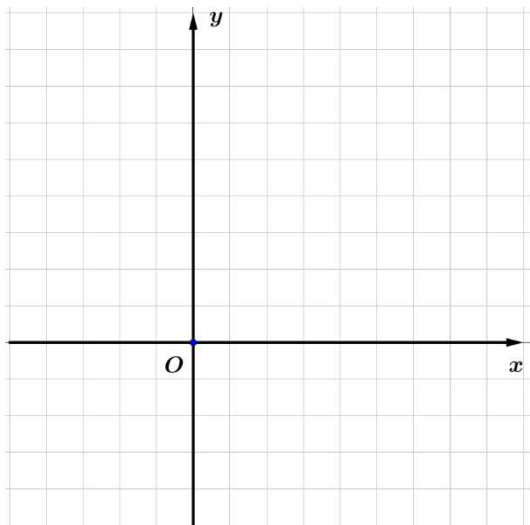
設直線 $L: px+qy+r=0$ ， $A(m,n), B(\alpha,\beta)$

A, B 在直線 L 的同側 $\Leftrightarrow (pm+qn+r)(p\alpha+q\beta+r)>0$

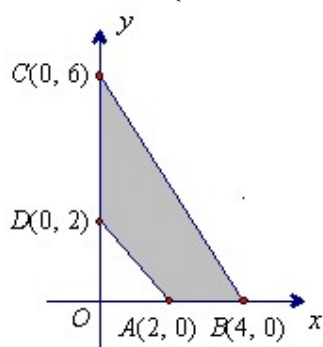
A, B 在直線 L 的異側 $\Leftrightarrow (pm+qn+r)(p\alpha+q\beta+r)<0$

因此實際找解區域時，通常會先找一個解，例如 $(0,0)$ 是 $x+y-4<0$ 的解，那麼跟 $(0,0)$ 落在同一半平面的點都是 $x+y-4<0$ 的解；與 $(0,0)$ 不在同半平面的點都不是 $x+y-4<0$ 的解，而是 $x+y-4>0$ 的解。

- [例題5] (1)試畫出二元一次不等式 $2x-3y-6\geq 0$ 的解區域。
 (2)試畫出二元一次不等式 $2x-6<0$ 的解區域。



- [例題6] 試圖示不等式組
$$\begin{cases} x+y-2\geq 0 \\ 3x+2y-12\leq 0 \\ x\geq 0 \\ y\geq 0 \end{cases}$$
 的解，並求其解區域的面積。



Ans :

10

(練習9) 試在坐標平面上，圖解下列各二元一次不等式：

(1) $3x + y + 6 \geq 0$ ； (2) $2x - 5y - 10 < 0$ ； (3) $x + 2y - 2 > 0$ 。

(練習10) 圖示不等式組 $\begin{cases} 2 \leq x \leq 9 \\ x + y \leq 10 \\ x + 2y \geq 6 \end{cases}$ 的解，並求其可行解區域的面積。

Ans：面積 $\frac{119}{4}$

(練習11) 設 $A(5,6)$ ， $B(-2,0)$ ， $C(1,-2)$ 為坐標平面上的三點

(1) 試以聯立不等式表示 $\triangle ABC$ 的內部？_____。

(2) 若 $P(k,k-1)$ 為 $\triangle ABC$ 內部一點，則實數 k 的範圍為_____。

Ans：(1) $\begin{cases} 6x - 7y + 12 > 0 \\ 2x - y - 4 < 0 \\ 2x + 3y + 4 > 0 \end{cases}$ (2) $-\frac{1}{5} < k < 3$

(練習12) 坐標平面上，已知直線 $L: 2x - y + 12 = 0$ ，點 $A(a, -6)$ 、 $B(3, b)$ ，

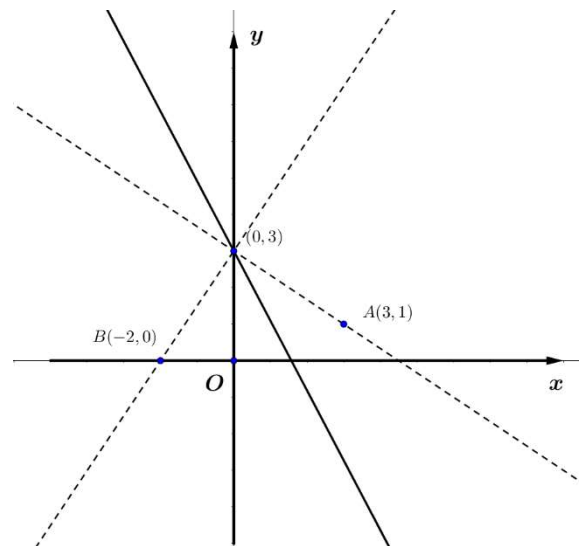
(1) 設 A 在 L 之右半平面中，求 a 值的範圍；

(2) 設 B 在 L 之下半平面中，求 b 值的範圍。

Ans：(1) $a > -9$ (2) $b < 18$

[例題7] 坐標平面上，設直線 L 的斜率為 m ， y 截距 3。若點 $A(3,1)$ 、 $B(-2,0)$ 在 L 的異側，則 m 的範圍為何？

Ans： $m > \frac{3}{2}$ 或 $m < \frac{-2}{3}$

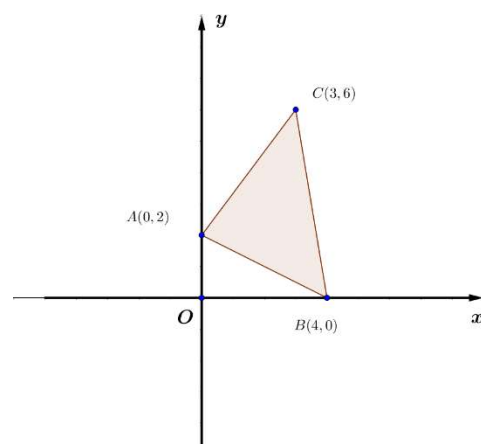


[例題8] 坐標平面上 $\triangle ABC$ 的三個頂點 $A(0,2)$ 、 $B(4,0)$ 、 $C(3,6)$ ，

(1)請用一個二元一次聯立不等式組來表示 $\triangle ABC$ 的邊界與內部。

(2)直線 $y=mx+2$ 平分 $\triangle ABC$ 的面積，試求 m 的值。

$$\text{Ans : (1) } \begin{cases} x+2y-4 \geq 0 \\ 4x-3y+6 \geq 0 \\ 6x+y-24 \leq 0 \end{cases} \quad (2) \frac{2}{7}$$



(練習13) $\triangle ABC$ 的三頂點 $A(1,-2)$ 、 $B(-4,5)$ 、 $C(4,2)$ ，直線 $y=m(x+2)-1$ 與 $\triangle ABC$ 有交點，

試求 m 的範圍。Ans : $m \leq -3$ 或 $m \geq \frac{-1}{3}$

(練習14) 已知 $A(3,2)$ 、 $B(-1,3)$ 在直線 $y=mx$ 的同側，試求 m 的範圍。

Ans : $-3 < m < \frac{2}{3}$

[例題9] (補充教材：直線系)

設兩直線 $L_1: 3x - y - 12 = 0$, $L_2: 2x + y - 13 = 0$ 交於 P 點，

(1) 求 P 點坐標。

(2) 對於任意實數 k , $\Gamma: (3x - y - 12) + k(2x + y - 13) = 0$ 的圖形是什麼？

(3) 承(2), P 點是否恆在 Γ 的圖形上？

(4) 承(3), 若直線 $L: x - 2y + 1 = 0$ 過 P 點且在 Γ 的圖形上, 求 k 的值。

[解答]：

(1) 坐標同時滿足兩方程式的點，為兩直線交點。將兩直線方程式聯立

$$\begin{cases} 3x - y - 12 = 0 \\ 2x + y - 13 = 0 \end{cases}, \text{解之得 } (x, y) = (5, 3), \text{ 即 } P \text{ 點坐標。}$$

(2) $\Gamma: (3x - y - 12) + k(2x + y - 13) = 0$, 此方程式可整理成

$(3 + 2k)x + (-1 + k)y - (12 + 13k) = 0$, 其中 $(3 + 2k)$ 與 $(-1 + k)$ 兩數不全為 0, 故對於任意一個實數 k , Γ 都是二元一次方程式, 其圖形為一直線; 而實數 k 的變動, 使此二元一次方程式隨之變動, 所以 Γ 的圖形是一系列的直線, 稱為直線系。

(3) $\because P$ 是 L_1 與 L_2 的交點, 其坐標 $(5, 3)$ 同時滿足兩直線方程式,

\therefore 將 $(5, 3)$ 代入 Γ 中, $(3x - y - 12) + k(2x + y - 13) = 0 + 0 \cdot k = 0$

恆成立, 即對於任意一個實數 k , P 點恆在 Γ 的圖形上, 得知

$\Gamma: (3x - y - 12) + k(2x + y - 13) = 0$ 的幾何意義, 為經過點 $P(5, 3)$ 的直線系。

(4) 因 k 變動, $\Gamma: (3 + 2k)x + (-1 + k)y - (12 + 13k) = 0$ 變成為

$$L: x - 2y + 1 = 0, \text{ 表示 } \frac{3 + 2k}{1} = \frac{-1 + k}{-2} = \frac{-(12 + 13k)}{1} \text{ 成立,}$$

解之, 得 $k = -1$ 為所求。

[另解]：

已知直線系 $\Gamma: (3x - y - 12) + k(2x + y - 13) = 0$ 中每一直線都經過點 $P(5, 3)$, 而兩點決定一直線, 故只要再找 $P(5, 3)$ 外一點, 即能決定一直線。在 $L: x - 2y + 1 = 0$ 上任取 $P(5, 3)$ 外一點, 譬如 $A(-1, 0)$, 代入得 $\Gamma: [3 \times (-1) - 0 - 12] +$

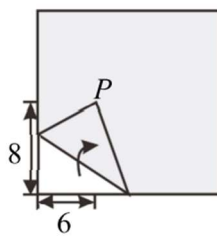
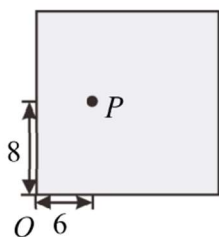
$k[2 \times (-1) + 0 - 13]$, 化簡

為 $-15 - 15k = 0$, 得 $k = -1$ 為所求。

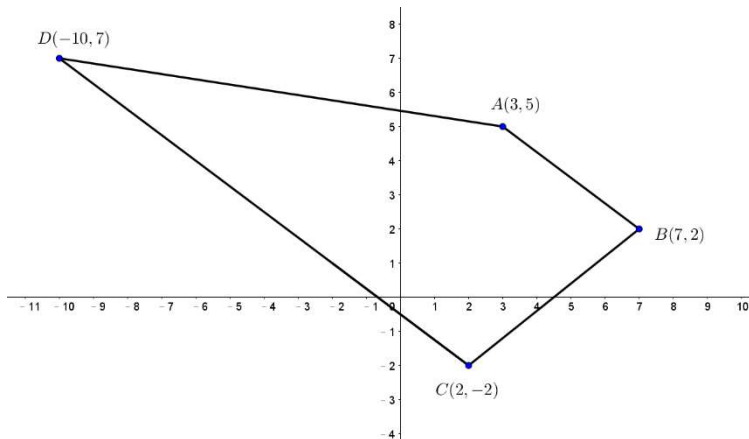
習題

基本題

1. 設點 $A(3,1)$ ，直線 $L: x+2y=0$ ，求 A 點在直線 L 上的投影點 H 及對稱點 A' 之坐標。
2. 坐標平面上有一三角形 ABC ，其中 $A(-2,2)$ 、 $B(3,1)$ 、 $C(0,5)$ ，試求下列問題：
(1) 直線 AB 的方程式。
(2) C 點到直線 AB 的距離。
(3) $\triangle ABC$ 的面積。
3. 小安用神奇球桿撞球，球從坐標平面上點 $P(2,6)$ 打出，碰到檯邊(x 軸)的 A 點，經過完全反射之後，再折向撞擊到 B 球，已知 B 球的坐標 $(7,4)$ ，試求 A 點的坐標為_____，並求所行路徑 $\overline{PA} + \overline{PB} =$ _____。
4. 正方形紙張上有一點 P ， P 點距離紙張左邊界 6 公分，距離下邊界 8 公分。今將紙張的左下角 O 點往內摺至 P 點，如圖所示。則摺進去的三角形面積是_____平方公分。(2023 學測 B)



5. 坐標平面上，有一個四邊形 $ABCD$ 其頂點 $A(3,5)$ 、 $B(7,2)$ 、 $C(2,-2)$ 、 $D(-10,7)$
(1) 請問四邊形 $ABCD$ 是平行四邊形還是梯形。
(2) 試求四邊形 $ABCD$ 的面積。



6. 直線 L 的方程式為 $3x+4y+7=0$ ，試求與 L 平行且與點 $A(-1,4)$ 距離為 3 的直線方程式。

7. 直線 L 的方程式 $2x-3y+1=0$ ，試求與 L 平行且距離為 $\sqrt{13}$ 的直線方程式。

8. 請圖示下列各二次不等式的解區域：

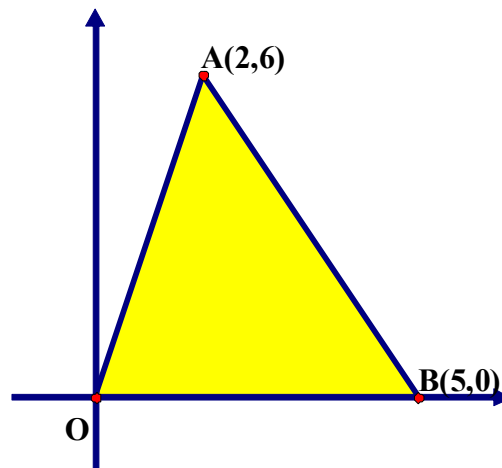
(1) $3x-2y+10>0$ (2) $x+3y-6\leq 0$

(3) $\begin{cases} x+y-4\geq 0 \\ 2x-y+1\leq 0 \end{cases}$

9. 已知右圖為二元一次聯立不等式

$$\begin{cases} x+ay\geq 0 \\ bx+cy\leq 5 \\ y\geq 0 \end{cases}$$

的解區域，試求 a, b, c 。



10. 坐標平面上，直線 $L: 3x-y+6=0$ 、 $A(2,1)$ 、 $B(-3,2)$ ，

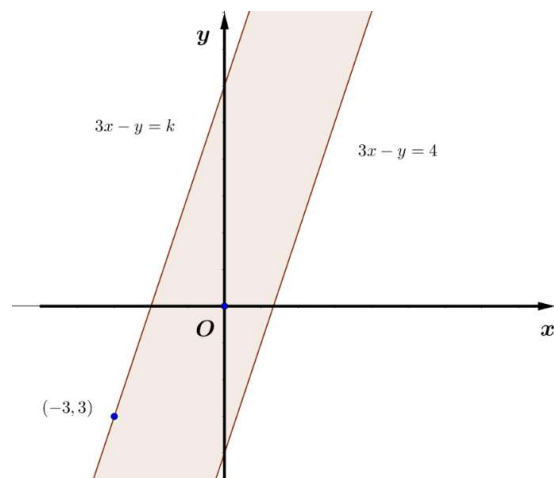
(1) 試問 A 、 B 哪一個點與點 $C(5,-1)$ 同側？

(2) 若點 $P(2,t)$ 與 $Q(-4,1)$ 在直線 L 的異側，試求 t 的範圍。

11. 如圖所示，

(1) 試求 k 的值。

(2) 以二次聯立不等式組表示圖中陰影區域。
(含邊界)

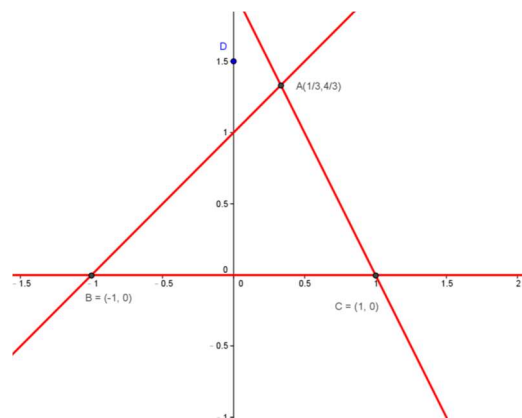


12. $\triangle ABC$ 中三邊所在的直線 $L_1: 2x+y-2=0$ 、 $L_2: y=0$ 、 $L_3: x-y+1=0$ ，

若直線 $L: y=mx+\frac{3}{2}$ 與 $\triangle ABC$ 相交，

(1) $y=mx+\frac{3}{2}$ 恆過哪一點？

(2) 試求 m 的範圍。



13. 試求在二元一次聯立不等式
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 3x + 2y \leq 6 \end{cases}$$
 圖形中有多少個格子點？

(格子點 (x,y) 是指 x,y 坐標都是整數的點)

14. 若 $A(-2,1)$ ， $B(5,7)$ ，點 P 在 y 軸上移動，求 $|\overline{PA} - \overline{PB}|$ 之最大值。

進階題

15. 設 $A(-20,7)$ 、 $B(12,-9)$ ，若 $H(7,-11)$ 是 $\triangle ABC$ 的垂心，求 C 點坐標。

16. 已知點 $A(9,-2)$ ，點 $B(-1,8)$ ，直線 $L: x-2y+7=0$ ，

(1)若 P 為 L 上使 $|\overline{PA} - \overline{PB}|$ 有最大值的點，求 P 點坐標；

(2)若 Q 為 L 上使 $\angle AQB$ 為直角的點，求 Q 點坐標。

17. 設 $A(3,3)$ 、 $B(-1,-5)$ 、 $C(6,0)$ 及直線 $L: y=mx-8m-6$ ，若 L 與 $\triangle ABC$ 相交，則求 m 的範圍。

18. 坐標平面上 O 為原點，

(1)已知 $A(1,2)$ 、 $B(-2,6)$ ，試求 $\triangle OAB$ 的面積。

(2)已知 $A(m,n)$ 、 $B(p,q)$ ，試以 m,n,p,q 來表示 $\triangle OAB$ 的面積。

19. 若實數 $t=a$ 時， $\sqrt{(t-13)^2 + (2t-1)^2} + \sqrt{(t-2)^2 + (2t+1)^2}$ 有最小值 m ，求數對 (a,m) 。

20. 已知 $L_1: 2x-3y+12=0$ ， $L_2: 5x+2y+11=0$ 交於 A 點，今有一直線 L 過點

$P(-1,16)$ 且分別交 L_1 、 L_2 於 B 、 C 兩點，若 P 點在 $\triangle ABC$ 的 \overline{BC} 邊上且 L 使 $\triangle ABC$ 的面積為最小，求 L 的方程式。

答案

1. $H(2,-1)$ 、 $A'(1,-3)$
2. $(1)x+5y-8=0$ $(2)\frac{17}{\sqrt{26}}$ $(3)\frac{17}{2}$
3. $(5,0)$ 、 $5\sqrt{5}$
4. $\frac{625}{24}$

[解法]：

將紙張置於坐標平面上，使得 O 為原點，下邊界與左邊界分別為 x 軸正向與 y 軸正向，因此 P 點坐標為 $(6,8)$ 。

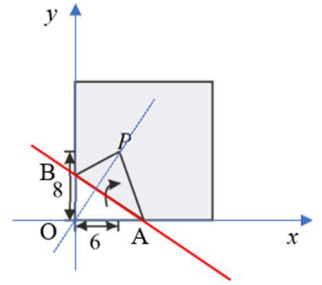
因為摺痕所在直線為直線 OP 的中垂線，求出摺痕所在直線方程

$$\text{式：} y-4=\frac{-3}{4}(x-3)$$

設直線 OP 的中垂線與 x,y 軸的交點為 A 、 $B \Rightarrow A(\frac{25}{3},0)$ 、 $B(0,\frac{25}{4})$

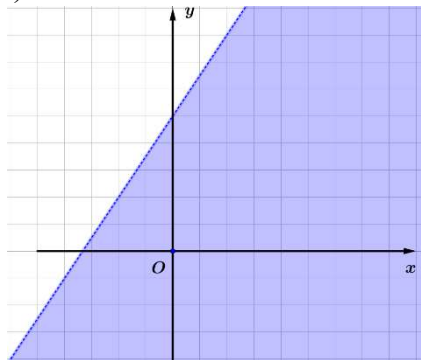
因為 $\triangle PAB$ 與 $\triangle OAB$ 全等，

故摺進去的三角形 $\triangle PAB$ 面積 = 三角形 $\triangle OAB$ 面積 = $\frac{1}{2} \times \frac{25}{3} \times \frac{25}{4} = \frac{625}{24}$ 。

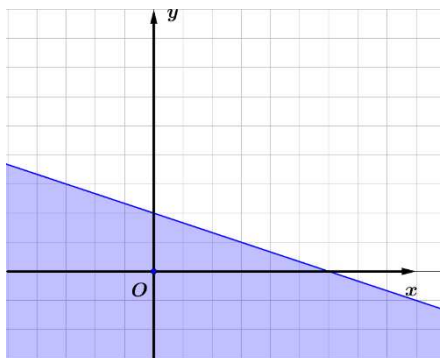


5. (1)梯形 (2)62
6. $3x+4y+2=0$ 或 $3x+4y-28=0$
7. $2x-3y+14=0$ 或 $2x-3y-12=0$

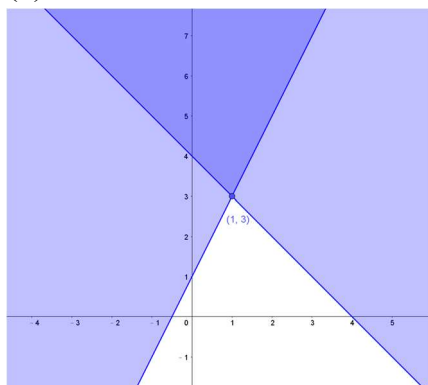
8. (1)



(2)



(3)



9. $a = -\frac{1}{3}, b = 1, c = \frac{1}{2}$

10. (1) A 點 (2) $t < 12$

11. (1) $k = -12$ (2) $\begin{cases} 3x - y - 4 \leq 0 \\ 3x - y + 12 \geq 0 \end{cases}$

12. (1) $(0, \frac{3}{2})$ (2) $m \geq \frac{3}{2}$ 或 $m \leq -\frac{1}{2}$

13. 7 個

14. $3\sqrt{5}$

15. $(-4, -33)$

16. (1) $P(-3, 2)$; (2) $Q(-3, 2)$ 或 $Q(9, 8)$

17. $-3 \leq m \leq -\frac{1}{9}$ (提示：可將 $y = mx - 8m - 6$ 化為 $y + 6 = m(x - 8)$ ，視為一群通過定點 $(8, -6)$ 且斜率為 m 的直線，再畫圖去觀察 m 等於那些值時，會與三角形相交)

18. (1) 5 (2) $\frac{1}{2} |mq - np|$

19. $(\frac{1}{2}, 15)$

[提示：原式可整理成 $\sqrt{5(\sqrt{(t-3)^2+5^2}+\sqrt{t^2+1})}$ ，令 $A(3,5)$ 、 $B(0,1)$ 、 $P(t,0)$ ，

$$\sqrt{(t-3)^2+5^2}+\sqrt{t^2+1}=\overline{AP}+\overline{BP} \quad]$$

20. $3x+5y=77$

[提示：先證明當 P 為 \overline{BC} 中點時 ΔABC 的面積為最小。再過 P 分別對 L_1 、 L_2 作平行線，交 L_1 、 L_2 於 B_1 、 C_1 點，那麼根據平行線的截線性質，可以得知 B_1 、 C_1 分別為 \overline{AB} 、 \overline{AC} 的中點，可求得 B 、 C 點，進而求直線 BC 的方程式。]