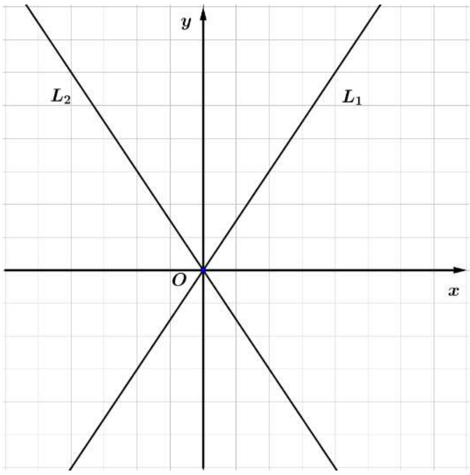
第二章圓與直線

2-1 直線方程式及其圖形

林信安老師編寫

(甲)斜率的概念

一個斜坡的傾斜程度，可用水平方向每前進一個單位時，鉛直方向上升或下降多少個單位距離來表示，在坐標平面上，可以用這個概念來顯示直線的傾斜程度。在坐標平面上，每一條直線對水平線 x 軸而言，不僅有**傾斜度**，同時還有**方向**的問題。
例如右圖中，L_1 和 L_2 對 x 軸的**傾斜度**是相同的，但**方向**不一樣，就像斜坡一樣，有上升或下降的情形，**可否用一個值來表示直線的傾斜度與方向呢？**



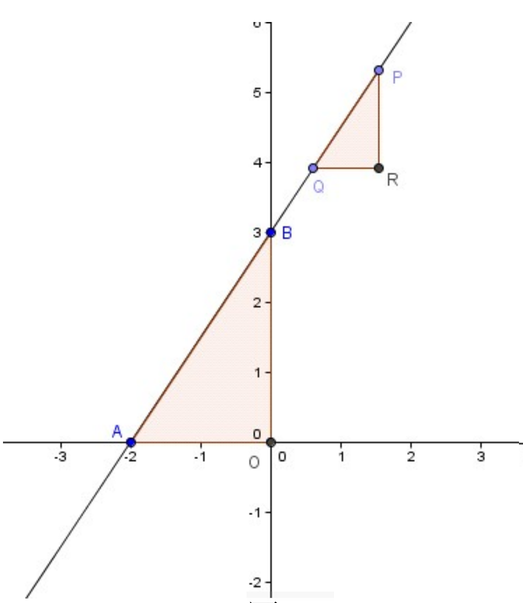
◆ 引入斜率：
如下圖一：
設直線 AB 上兩相異點 P(x_1 , y_1)、Q(x_2 , y_2)，根據三角形的相似性質：

$$\frac{RP}{RQ}=\frac{OB}{OA}=\frac{3}{2}\quad\Rightarrow\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=\frac{3}{2}\Rightarrow\frac{y\text{坐標對應相減}}{x\text{坐標對應相減}}=\frac{3}{2}$$

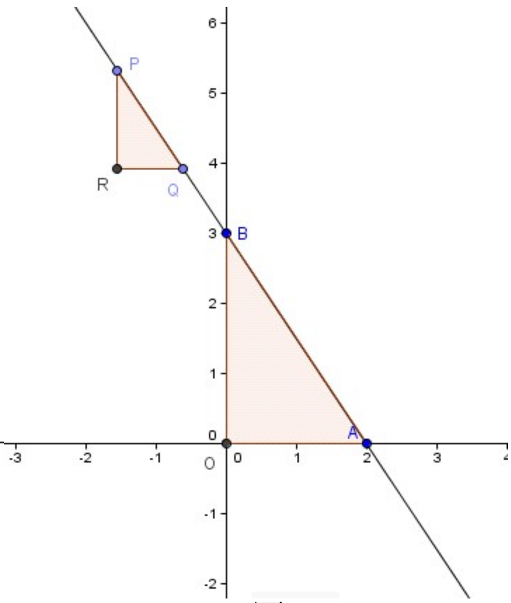
如下圖二：
設直線 AB 上兩相異點 P(x_1 , y_1)、Q(x_2 , y_2)，根據三角形的相似性質：

$$\frac{RP}{RQ}=\frac{OB}{OA}=\frac{3}{2}\quad\Rightarrow\frac{y_1-y_2}{x_2-x_1}=\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=\frac{-3}{2}\Rightarrow\frac{y\text{坐標對應相減}}{x\text{坐標對應相減}}=\frac{-3}{2}$$



圖一



圖二

根據上面的討論，可以得知在直線 AB 上任取兩點 $P(x_1 , y_1)$、$Q(x_2 , y_2)$，其中 $x_1 \neq x_2$，那麼 $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ $\left(\frac{y\text{坐標對應相減}}{x\text{坐標對應相減}}\right)$ 為一定值，故可用$\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$來描述直線的「**傾斜度與方向**」。

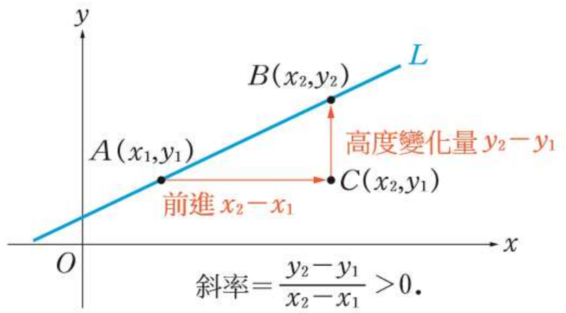
◆　斜率的定義：

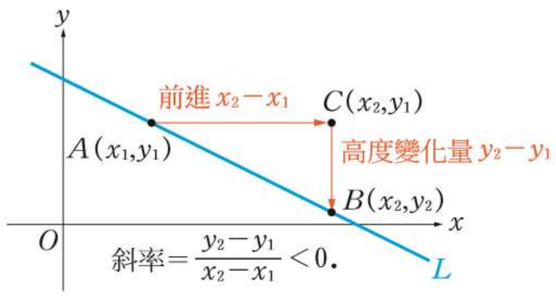
一、定義斜率：

設直線 L 上有兩相異點 $P_1(x_1,y_1)$、$P_2(x_2,y_2)$

(a)若 $x_1 \neq x_2$，則定義直線 L 的斜率為$\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$。

(b)若 $x_1=x_2$，直線 L 為一鉛直線，不定義它的斜率。





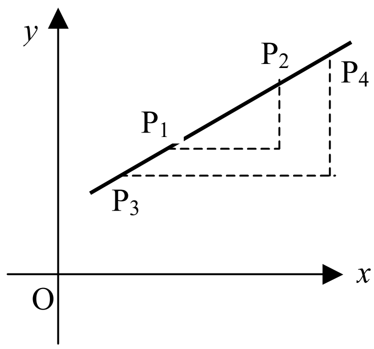
一直線的斜率是定值嗎？

若在直線 L 上任取其他相異兩點 $P_3(x_3,y_3)$，$P_4(x_4,y_4)$，如圖，

由相似三角形對應邊成比例，

可得 $m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{y_4-y_3}{x_4-x_3}$，又由於$\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}$，

$\frac{y_4-y_3}{x_4-x_3}=\frac{y_3-y_4}{x_3-x_4}$，所以比值 m 不會因為所選取的兩點不同或順序不同而改變其值。



二、斜率的詮釋：

設直線 L 的斜率為 k，根據斜率的意義，

當 k 為正數時，若直線 L 的點 x 坐標每**增加(向右)**a 單位，則 y 坐標**增加(上升)**ka 單位。

當 k 為負數時，若直線 L 的點 x 坐標每**增加(向右)**a 單位，則 y 坐標**減少(下降)**ka 單位。

例如：

直線 L 的斜率為 $\frac{3}{2}$，L 上的點 x 坐標每增加(向右)2 單位，y 坐標增加(上升)3 單位。

直線 L 的斜率為 $\frac{-3}{2}$，L 上的點 x 坐標每增加(向右)2 單位，y 坐標減少(下降)3 單位。

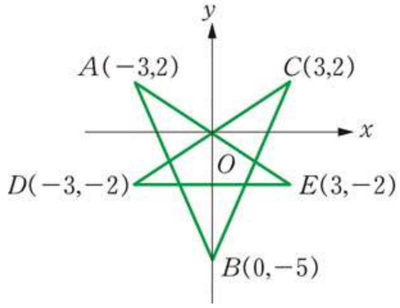
[例題1] 如右圖，直線 AB，BC，CD，DE，EA 的斜率分別為 m_1，m_2，m_3，m_4，m_5。

(1)試求 m_1，m_2，m_3，m_4，m_5 之值。

(2)試比較 m_1，m_2，m_3，m_4，m_5 的大小。

(3)原點 O 是否為直線 CD 與直線 EA 的交點？

[解法]：



(1) $m_1=\dfrac{-5-2}{0-(-3)}=-\dfrac{7}{3}$，$m_2=\dfrac{2-(-5)}{3-0}=\dfrac{7}{3}$，

$m_3=\dfrac{2-(-2)}{3-(-3)}=\dfrac{4}{6}=\dfrac{2}{3}$， $m_4=\dfrac{-2-(-2)}{-3-3}=0$，

$m_5=\dfrac{2-(-2)}{-3-3}=-\dfrac{4}{6}=-\dfrac{2}{3}$。

(2) 因 $\dfrac{7}{3}>\dfrac{2}{3}>0>-\dfrac{2}{3}>-\dfrac{7}{3}$，

故 $m_2>m_3>m_4>m_5>m_1$。

(3) 直線 OC 的斜率 $=\dfrac{2-0}{3-0}=\dfrac{2}{3}$，

直線 OD 的斜率 $=\dfrac{-2-0}{-3-0}=\dfrac{2}{3}$。

因為直線 OC 的斜率等於直線 OD 的斜率，且此兩直線有共同點 O，所以此兩直線為同一直線，即 C，O，D 三點共線；同理 A，O，E 三點共線。於是 O 點確實是直線 CD 與直線 EA 的交點。

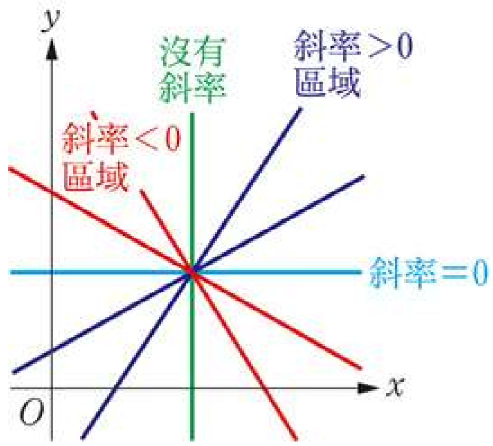
◆ 斜率與傾斜程度：

直線斜率的絕對值代表傾斜程度，傾斜程度愈大，則其斜率的絕對值也愈大。

(a)當直線由左下到右上傾斜時，其斜率為正。

(b)當直線由左上到右下傾斜時，其斜率為負。

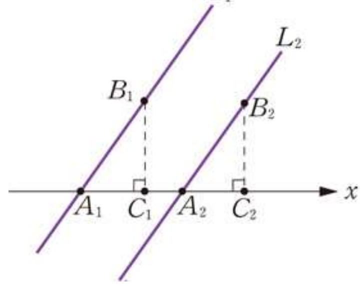
(c)當直線成水平時，其斜率為 0。



◆ 平行與斜率：

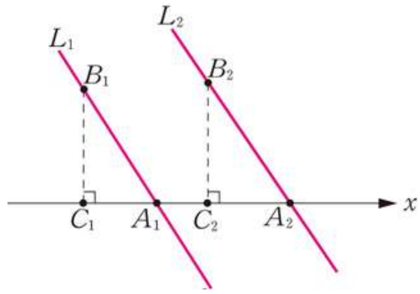
設兩相異直線 L_1 與 L_2 都不垂直 y 軸，且 L_1，L_2 分別交 x 軸於 $A_1(a_1，0)$，$A_2(a_2，0)$。今在 L_1，L_2 上分別再各取一點 $B_1(x_1，y_1)$，$B_2(x_2，y_2)$

(如圖)L_1 的斜率 $m_1=\dfrac{y_1-0}{x_1-a_1}$，$L_2$ 的斜率 $m_2=\dfrac{y_2-0}{x_2-a_2}$，過 B_1，B_2 分別作 x 軸的垂線，其垂足依次為 C_1，C_2，則



$L_1 // L_2 \Longleftrightarrow \triangle A_1B_1C_1 \sim \triangle A_2B_2C_2$

$\Longleftrightarrow \dfrac{\overline{B_1C_1}}{\overline{A_1C_1}} = \dfrac{\overline{B_2C_2}}{\overline{A_2C_2}} \Longleftrightarrow \dfrac{y_1-0}{x_1-a_1} = \dfrac{y_2-0}{x_2-a_2} \Longleftrightarrow m_1 = m_2$。



若 L_1，L_2 皆垂直 y 軸，則顯然地，$m_1 = 0 = m_2$。
於是我們有下面的結論：

設兩相異直線 L_1，L_2 的斜率分別為 m_1，m_2，則 $L_1 // L_2 \Longleftrightarrow m_1 = m_2$。

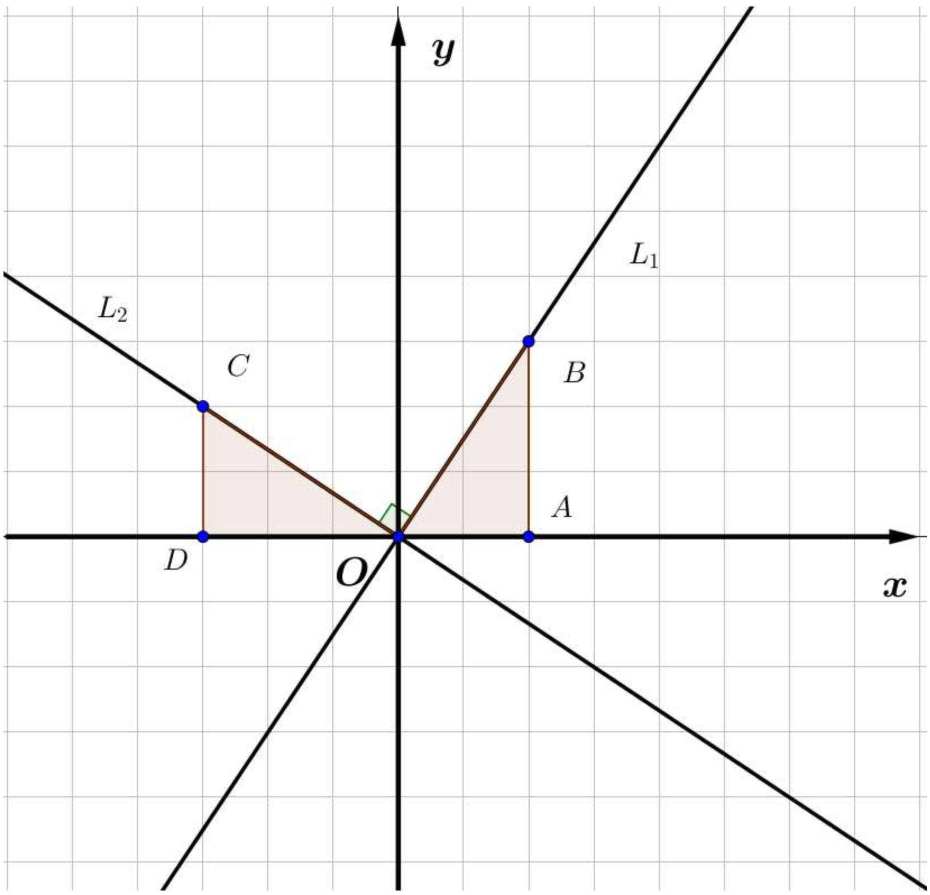
◆ 垂直與斜率：
兩直線平行斜率相等似乎很合理，而當兩直線垂直時，兩線的斜率會有甚麼關係呢？
先觀察下面例子：

如圖，$L_1 \perp L_2$，且 L_1 的斜率為 $\dfrac{3}{2}$，取設 A(2,0)，故 B(2,3)，在 L_2 上取 C 點，使得

$\overline{OC} = \overline{OB}$，因為 $L_1 \perp L_2$，可以得到 $\Delta OAB \cong \Delta CDO$，因此 $\dfrac{\overline{DC}}{\overline{OD}} = \dfrac{\overline{OA}}{\overline{AB}} = \dfrac{2}{3}$

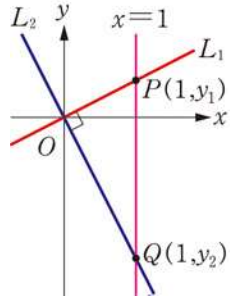
即 L_2 的斜率為 $\dfrac{-2}{3}$。因此(L_1 的斜率)× (L_1 的斜率)=−1。

上述的規律並不是巧合，因為若 $L_1 \perp L_2$，則 $\Delta OAB \cong \Delta CDO$ 總是會成立，因此會得到「(L_1 的斜率)× (L_1 的斜率)=−1」的結果。



接下來，用畢氏定理與其逆定理證明上述的結果：

設直線 L_1，L_2 都不與 x 軸垂直，其斜率分別為 m_1，m_2，不妨令 L_1 與 L_2 都過原點 O（如果它們不通過原點，可將直線平移，斜率是不會改變的），且與直線 $x=1$ 分別交於點 $P(1，y_1)$，$Q(1，y_2)$，如下圖，則 $m_1=\frac{y_1}{1}=y_1$，$m_2=\frac{y_2}{1}=y_2$。



$L_1\perp L_2$

$\Longleftrightarrow$ $\triangle POQ$ 是直角三角形（$\angle POQ$ 為直角）

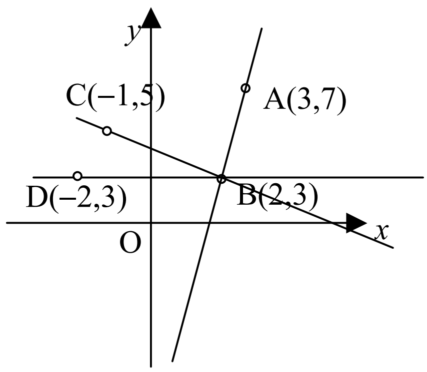
$\Longleftrightarrow$ $\overline{PQ}^2=\overline{OP}^2+\overline{OQ}^2 \Longleftrightarrow (y_1-y_2)^2=(1^2+y_1^2)+(1^2+y_2^2)$

$\Longleftrightarrow (m_1-m_2)^2=〔(1^2+m_1^2)+(1^2+m_2^2)〕$

$\Longleftrightarrow m_1m_2=-1$。所以有以下的結果：

設直線 L_1，L_2 的斜率分別為 m_1，m_2，則 $L_1\perp L_2 \Longleftrightarrow m_1\cdot m_2=-1$。

[例題2] 設 $A(2, 5)$、$B(6, 3)$、$C(-a, 2)$、$D(10, a)$、$E(11, a+1)$，則
(1)若 $\overline{AB}\,//\,\overline{CD}$，求 a 之值；
(2)若 $\overline{AB}\perp\overline{CD}$，求 a 之值；
(3)若 A、C、E 三點共線，求 a 之值。
Ans：(1) $a=-2$　(2) $a=-22$　(3) $a=-5$ 或 $a=7$



(練習1)　如圖，試求直線 AB、BD、BC 的斜率。

Ans：$4,0,-\frac{2}{3}$

(練習2)　設 A(2,1)、B(3,5)、C(0,−1)、D(2,a)

(1)若 $\overline{AB}//\overline{CD}$ 則 a=____。(2)若 $\overline{AB}\perp\overline{CD}$ 則 a=____。Ans：$7,-\frac{3}{2}$

(練習3)　設 A(5, 16)、B(−1, k+7)、C(k, 0)、D(1, −2)，求下列各條件下實數 k 之值：

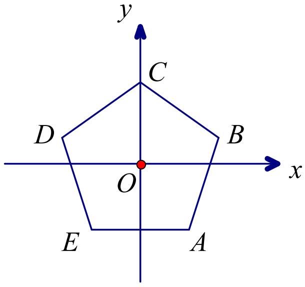
(1) $\overline{AB}\,//\,\overline{CD}$；(2) $\overline{AB}\perp\overline{CD}$；(3) A、B、C 三點共線。

Ans：(1) $k=3$ 或 7；　(2) $k=-3$；　(3) $k=-3$ 或 17。

(練習4)　右圖，正五邊形 $ABCDE$ 之 C 點在 y 軸上，$\overline{EA}$ 平行 x 軸。

試比較各邊斜率的大小。

Ans：$m_{AB}>m_{CD}>m_{EA}>m_{BC}>m_{DE}$



(乙)直線方程式

◆　方程式與圖形：

在平面上建立平面坐標系後，每一個點 P 都可以用數對(x,y)來表示 P 的位置。同樣的，一條直線或一個圓或其它的幾何圖形都可對應一個方程式。

例如：

一個以原點 O 為圓心，2 為半徑的圓 C，如何利用代數方程式來表示呢？

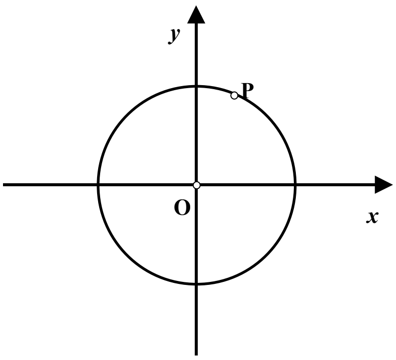
設 P(x,y)為圓 C 上任一點，

$\Leftrightarrow \overline{\mathrm{OP}}^2=2^2 \Leftrightarrow (x-0)^2+(y-0)^2=2^2$

所以，圓 C 上每一點 P(x,y)的坐標都 滿足 $x^2+y^2=4$。

反之，滿足 $x^2+y^2=4$ 的點(x,y)都會在圓 C 上。

如此我們就說圓 C 的方程式為 $x^2+y^2=4$。



結論：

求平面圖形 G 的方程式 $f(x,y)=0$：

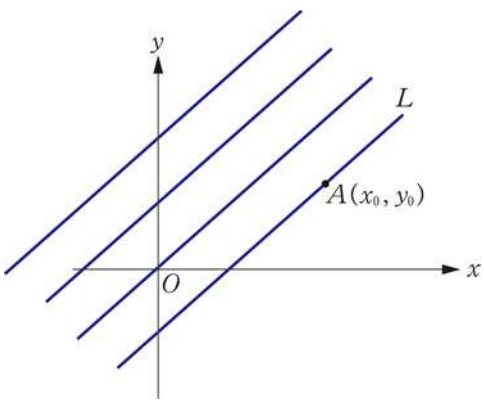
(1)若 P(x,y)為 G 上的任一點，找出 x,y 的關係 $f(x,y)=0$。

(2)驗證滿足 $f(x,y)=0$ 上的點(x,y)是否在 G 上。

◆　直線的特徵決定方程式

平面上斜率為 m 的直線有無限多條，其中恰有一條直線通過定點 A。

如何由斜率與已知點求直線方程式呢？

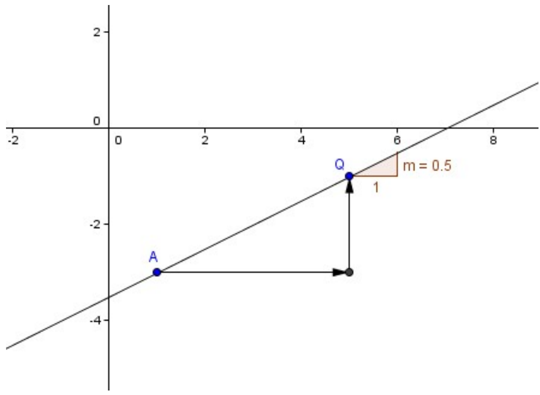


例一：

求作一直線過點 A(1,−3)且斜率為$\frac{1}{2}$的直線方程式。

[解法]：

(1°)設 P(x,y)為直線 L 上一點，根據斜率的定義，可以得知



當 $x\neq1$ 時，$\frac{y-(-3)}{x-1}=\frac{1}{2}\Rightarrow y-(-3)=\frac{1}{2}(x-1)$

當 $x=1$ 時，點 A(1,−3)亦滿足上式。

因此直線 L 上任一點 P(x,y)均為方程式 $y-(-3)=\frac{1}{2}(x-1)$的解。

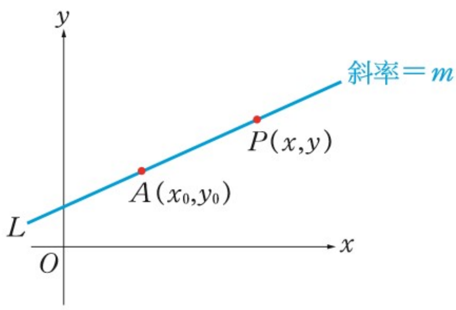
(2°)設 Q(m,n)為方程式 $y-(-3)=\frac{1}{2}(x-1)$的解，且 Q≠A

故 $n-(-3)=\frac{1}{2}(m-1)\Rightarrow\frac{n-(-3)}{m-1}=\frac{1}{2}\Rightarrow$直線 QA 的斜率為$\frac{1}{2}$。

因為過 A 點且斜率為$\frac{1}{2}$的直線恰有一條，故直線 QA 即為直線 L。

因此方程式 $y-(-3)=\frac{1}{2}(x-1)$的解都落在直線 L 上。

[例題3] 坐標平面上，過一定點 **A(x_1,y_1)**且斜率為 $\boldsymbol{m}$ 的直線只有一條，
方程式為 $\boldsymbol{y-y_1=m(x-x_1)}$。



由直線的特徵(斜率)與線上的點，即可將直線的方程式表示出來。

在坐標平面上， 過定點 A(x_1,y_1)且斜率為 m 的直線只有一條，方程式為 $y-y_1=m(x-x_1)$， 稱為點斜式。

例二：求過點 A(3,4)、B(−4,7)的直線方程式。

例三：求過點 A(3,4)、B(3,7)的直線方程式。

例四：設直線 L 的斜率為 m，y 截距為 b(即直線 **L** 與 $\boldsymbol{y}$ 軸相交於點$\mathbf{(0,}\boldsymbol{b}\mathbf{)}$)，
則 L 的方程式為 $y=mx+b$。

例五：設直線 L 的 x,y 截距分別為 a,b(直線與 x,y 軸的交點為$(a,0)$、$(0,b)$)，$ab\neq0$，則直線方程式為$\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$。

求直線方程式，可以先判別直線是否為鉛直線，若不是鉛直線，找斜率與線上一點，再用點斜式即可求得直線方程式。

例六：
設直線 L：$3x-2y+6=0$，試求此直線的斜率。

◆ 二元一次方程式的圖形

不論是鉛直線的方程式 $x=c$（c 為常數），或是其他直線藉由一點及斜率求出的方程式，都可以化成一個二元一次方程式 $ax+by+c=0$（a，b，c 為實數，a，b 不全為 0）。

反之，一個二元一次方程式 $\boldsymbol{ax+by+c=0}$ 的圖形也都是表示一直線，說明如下：

(1) 若 $b=0$（此時 $a\neq 0$），則 $x=-\dfrac{c}{a}$，圖形為鉛直線。

(2) 若 $b\neq 0$，則 $ax+by+c=0$ 可化成 $y=\left(-\dfrac{a}{b}\right)x+\left(-\dfrac{c}{b}\right)$，其圖形就是

「斜率為 $-\dfrac{a}{b}$，y 截距為 $-\dfrac{c}{b}$（過定點 $\left(0,-\dfrac{c}{b}\right)$）」的直線。

我們把二元一次方程式 $ax+by+c=0$ 稱為直線的一般式。

由直線方程式 $\boldsymbol{ax+by+c=0}$ 可以得知直線的特徵(斜率)
(a)若 $\boldsymbol{b=0}$，則此直線為鉛直線。
(b)若 $\boldsymbol{b\neq 0}$，則此直線的斜率為 $\boldsymbol{-\dfrac{a}{b}}$。

[例題4] 試求下列三小題：

(1)過點(3,−2)而與直線 $5x-4y+1=0$ 垂直的直線方程式。

(2)x 截距 1，且與過點(3,2)、(−5,7)之直線平行的直線方程式。

(3)已知三角形之頂點為 A(−1,−10)、B(2,−1)、C(6,−3)，試求ΔABC 的垂心 H。

Ans：(1)$4x+5y=2$ (2)$5x+8y=5$ (3)H(3，−2)

[例題5] 試求下列各小題：

(1)直線 L 過點(2,6)且與 x 軸及 y 軸之截距和為 1，試求 L 的方程式。

(2)直線 L 在兩軸之截距的絕對值相等，並經過(−3,1)，
則直線 L 的方程式為何？

Ans：(1)$y-6=2(x-2)$；$y-6=\frac{3}{2}(x-2)$　(2)$x+y+2=0$，$x-y+4=0$，$x+3y=0$

[例題6] 直線 L 的方程式為 $2x+3y=6$

(1)將直線 L 右移 2 單位得到直線 L_1，試求 L_1 的方程式。

(2)將直線 L 下移 3 單位得到直線 L_2，試求 L_2 的方程式。

Ans：(1)L_1：$2(x-2)+3y=6$　(2)L_2：$2x+3(y+3)=6$

(練習5)　求出下列條件所決定的直線方程式：

(1)過兩點(2,5)與(6,−5)　(2)過點(−3,4)，x 截距−1

(3)x 截距−5，y 截距−4　(4)斜率為$-\frac{1}{3}$，y 截距−3

(5)過(−2,−5)而垂直於直線 $x-2y=7$　(6)過點(3,4)且與直線 $2x+5y=0$ 平行

Ans：(1)$5x+2y-20=0$(2)$2x+y+2=0$(3)$\frac{x}{-5}+\frac{y}{-4}=1$

(4)$y=\frac{-1}{3}x-3$(5)$2x+y+9=0$ (6)$2x+5y-26=0$

(練習6)　直線 L 的方程式為 $4x-3y=24$

(1)將直線 L 左移 3 單位得到直線 L_1，試求 L_1 的方程式。

(2)將直線 L 上移 2 單位得到直線 L_2，試求 L_2 的方程式。

Ans：(1)L_1：$4(x+3)-3y=24$　(2)L_2：$4x-3(y-2)=24$

習題

基本題

1. 是非題：(正確填入O，錯誤填×)

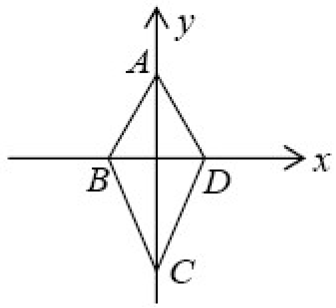
 (　　) 直線 L_1、L_2 的斜率分別為$\dfrac{-2}{3}$、$\dfrac{1}{2}$，傾斜程度 L_1 比 L_2 小。

 (　　) 通過點 A(−2,3)，斜率為$\dfrac{-7}{3}$的直線方程式為 $y-3=(\dfrac{-7}{3})(x+2)$

 (　　) 直線 L 的方程式 $5x+4y=0$ 的斜率為$\dfrac{5}{4}$。

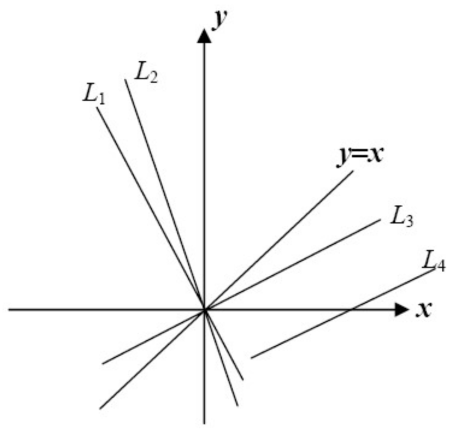
2. 如右圖所示，坐標平面上一鳶形 ABCD，其中 A,C 在 y 軸上，B,D 在 x 軸上，

 且$\overline{AB}=\overline{AD}=2$，$\overline{BC}=\overline{CD}=4$，$\overline{AC}=5$。令 m_{AB}、m_{BC}、m_{CD}、m_{DA} 分別表示直線 AB、BC、CD、DA 之斜率。



 試問以下那些敘述成立？
 (A)此四數值中以 m_{AB} 為最大。
 (B)此四數值中以 m_{BC} 為最小。
 (C)$m_{BC}=-m_{CD}$
 (D)$m_{AB}\times m_{BC}=-1$
 (E)$m_{CD}+m_{DA}>0$

3. 坐標平面上四條直線 L_1、L_2、L_3、L_4 與 x 軸、y 軸及直線 $y=x$ 的相關位置如圖所示，其中 L_1 與 L_3 垂直，而 L_3 與 L_4 平行。設 L_1、L_2、L_3、L_4 的方程式分別為 $y=m_1x$、$y=m_2x$、$y=m_3x$、以及 $y=m_4x+c$。
 試問下列哪些選項是正確的？
 (1) $m_3>m_2>m_1$　　(2) $m_1\cdot m_4=-1$
 (3) $m_1<-1$　　(4)$m_2\cdot m_3<-1$　　(5)$c>0$。
 (2009 學科能力測驗)



4. 設 A(1,1),B(3,5),C(5,3),D(0,−7),E(2,−3)及 F(8,−6)為坐標平面上的六個點。若直線 L 分別與三角形 ABC 及三角形 DEF 個恰有一個交點，則 L 的斜率之最小可能值為______。(2012 學科能力測驗)

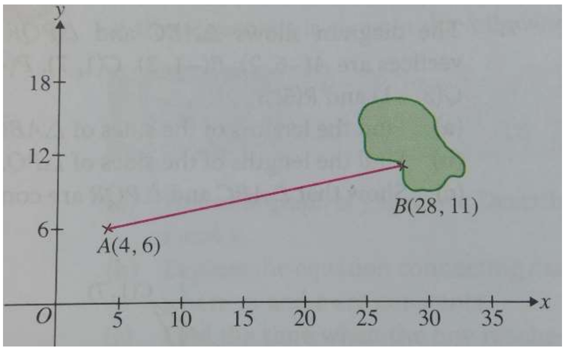
5. 設坐標平面上兩直線 L_1 , L_2 的斜率皆為正，且 L_1 , L_2 有一夾角的平分線斜率為 $\frac{11}{9}$ 。另一直線 L 通過點$(2,\frac{1}{3})$且與 L_1 , L_2 所圍成的有界區域為正三角形，試問 L 的方程式為下列哪一選項？
(1)$11x-9y=19$　(2)$9x+11y=25$　(3)$11x+9y=25$　(4)$27x-33y=43$　(5)$27x+33y=65$。
(2022 學測 A)

6. 已知直角三角形 ABC 三頂點坐標為 A(2,−1)、B(5,1)、C(3,a)，則實數 a 可為__________。

7. 設 A(3,1)、B(1,k)、C(−2,−1)，若 A、B、C 三點共線，求 k 之值。

8. 舊金山市 Filbert 街世界上很陡峭的街道之一，右圖是其街道的一段，已知此段街道長 69.5 公尺，垂直下降的距離為 19.8 公尺，試求此街道的斜率。
(四捨五入至小數點後第二位)

9. 如圖 A(4,6)代表一艘船目前的位置，而 B(28,11)代表島上碼頭的位置。圖中單位長代表 1 公里，假設這艘船沿著直線 AB 前進 2 小時候到達 B 點。
(1)試求直線 AB 的方程式。
(2)求此艘船的速度。
(四捨五入至小數點後第二位)



10. 求滿足下列條件的直線方程式：
(1)過 A(1,4)、B(3,0)二點的直線。
(2)過 A(−2,7)、B(−2,0) 二點的直線。
(3)平行 $x+2y-3=0$ 且在 x 軸上的截距為 8 的直線。
(4) 過 A(3,−2)且在二坐標軸截距相等的直線。
(5)垂直 $2x-y=3$ 且與 x,y 軸所圍成的三角形面積為 2 的直線。
(6)斜率為$\frac{-4}{3}$且與二坐標軸所圍成直角三角形的斜邊長為 5 的直線。
(7) 試求截距之和為 5，且與二座標軸所成的面積為 3 的直線方程式。

11. 設ΔABC 之三頂點 A(−2,3)、B(0,2)、C(4,−1)，則求

(1)直線 AB 的方程式。

(2)BC 邊的中線方程式，重心坐標。

(3)AC 邊的高所在的直線方程式，垂心坐標。

(4)AB 邊的中垂線，外心坐標。

12. L_1：$x+y=4$，L_2：$2x-y=8$，L 過(1,0)與 L_1、L_2 交於 A,B，若$\overline{AB}$的中點為(1,0)，則 L 方程式為何？

進階題

13. 已知直線 L 過兩直線 $10x+3y-18=0$ 與 $11x-12y+18=0$ 的交點，則

(1)若 L 過原點，求 L 的方程式

(2)若 L 之斜率為 8，求 L 的方程式。

14. 坐標平面上，直線 L 通過定點(2,3)且在第一象限內與兩坐標軸所圍成的三角形面積為最小，求 L 的方程式與最小面積。

15. ΔABC 中，已知一頂點 A(1,7)，過 B、C 兩中線所在的直線方程式為 $x+y-5=0$ 與 $x-2y+7=0$，試求下列問題：

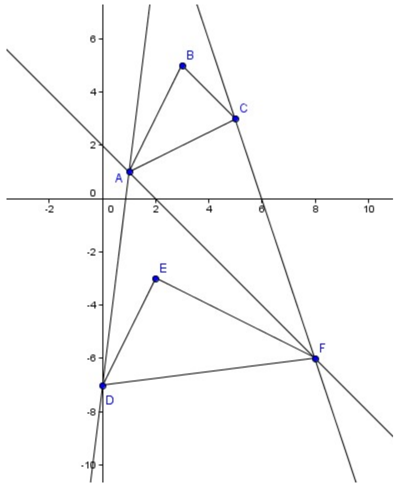
(1)過 A 點的中線所在的直線方程式。　(2)直線 BC 的方程式。

16. (Euler 線)ΔABC 的垂心 H、重心 G、外心 O 三點共線。

答案

1. ×、O、×

2. (B)(C)(E)



3. (2)(3)(4)

   (1) $m_3 > 0$，但 $m_2 < m_1 < 0$，故(1)不真

   (2) 因為 L_3 與 L_4 平行，且 L_1 與 L_3 垂直，
   從而 L_1 與 L_4 垂直，故 $m_1 \cdot m_4 = -1$

   (3) 因為 $0 < m_3 < 1$，所以 $|m_1| > 1$。又因為 $m_1 < 0$，
   故 $m_1 < -1$

   (4) 因為 $m_2 < m_1 \Rightarrow m_2 m_3 < m_1 m_3 = -1$

   (5) c 為 L_4 的 Y 軸截距，如附圖，顯然 $c < 0$

4. −3

   [解法]：

   直線 AD、CF、AF 的斜率分別為 8,−3、−1

   故 L 的斜率之最小可能值為−3。

5. (5)

   依題意，利用正三角形內角平分線會垂直平分底邊的性質，可以得知 L 與平分線會垂直，因此 L 的斜率為 $\frac{-9}{11}$，又 L 通過點 $(2, \frac{1}{3})$，故 L 的方程式為 $27x+33y=65$。

   故選(5)

6. $-\frac{5}{2}, 4, \pm\sqrt{3}$

7. $k=\frac{1}{5}$

8. 0.3

9. (1)$y-6=\frac{5}{24}(x-4)$　　(2)12.26

10. (1)$2x+y=6$ (2)$x+2=0$ (3)$x+2y=8$ (4)$x+y=1$ 或 $2x+3y=0$ (5)$x+2y=\pm2\sqrt{2}$

    (6)$4x+3y=\pm12$(7) $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}=1$，$\frac{x}{3}+\frac{y}{2}=1$，$\frac{x}{6}+\frac{y}{-1}=1$，$\frac{x}{-1}+\frac{y}{6}=1$

11. (1)$x+2y-4=0$ (2)$5x+8y-14=0$，$(\frac{2}{3}, \frac{4}{3})$

    (3)$3x-2y+4=0$，$(22,35)$(4)$4x-2y+9=0$，$(-10,-\frac{31}{2})$

12. $4x+y=4$

13. (1) $7x-3y=0$　(2) $8x-y-6=0$。

14. $3x+2y=12$，12(提示：可以假設直線為$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$，再利用 A>0,B>0，$\frac{A+B}{2}\geq\sqrt{AB}$ 去找出面積最小時的 a,b 值。)

15. (1)$x=1$　(2)$x+4y=11$
[提示：先利用兩中線求中心 G(1,4)，就可以求出過 A 點中線的直線方程式。
然後用分點公式可以找出邊$\overline{BC}$中點 D$(1,\frac{5}{2})$，設 C(m,n)、B$(2-m,5-n)$，再分別帶入兩中線方程式。]

16. 略
[提示：可以設 A(0,0)、B$(c,0)$、C((p,q)，找出垂心 H、重心 G、外心 O 的坐標，進而證明其共線。]