上下文无关语言的性质

- 上下文无关语言的泵引理
- 上下文无关语言的封闭性
- 上下文无关语言的判定性质
- 乔姆斯基文法体系

上下文无关语言的判定性质

可判定的 CFL 问题

- 空性: 只需判断文法的开始符号 S 是否为非产生的.
- 有穷性和无穷性:
  1. 用不带无用符号的 CNF 的产生式画有向图;
  2. 变元为顶点, 若有 $A \to BC$, 则 A 到 B 和 C 各画一条有向边;
  3. 检查图中是否有循环.
- 成员性: 利用 CNF 范式, 有 CYK 算法检查串 w 是否属于 L.

CYK[1] 算法

- CNF $G = (V, T, P, S)$, 以 $O(n^3)$ 时间检查 "$w = a_1 a_2 \cdots a_n \in \mathbf{L}(G)$?"
- 以动态规划方式, 在表中由下至上逐行计算 X_{ij}, 再检查 "$S \in X_{1n}$?"

$$X_{ij} = \{A \in V \mid A \overset{*}{\Rightarrow} a_i a_{i+1} \cdots a_j,\ 1 \leq i \leq j \leq n\},$$

- 计算首行

$$X_{ii} = \{A \mid A \to a_i \in P\}$$

- 计算其他

$$X_{ij} = \left\{ A \;\middle|\; \begin{array}{l} i \leq k < j, \\ BC \in X_{ik} X_{k+1,j}, \\ A \to BC \in P \end{array} \right\}$$

$$\begin{array}{ccccccccc}
 & & & & X_{15} & & & & \\
 & & & X_{14} & & X_{25} & & & \\
 & & X_{13} & & X_{24} & & X_{35} & & \\
 & X_{12} & & X_{23} & & X_{34} & & X_{45} & \\
X_{11} & & X_{22} & & X_{33} & & X_{44} & & X_{55} \\
\hline
a_1 & & a_2 & & a_3 & & a_4 & & a_5
\end{array}$$

[1] J. Cocke, D. Younger, T. Kasami 分别独立发现了算法的基本思想

例 5. CNF G 如下, 用 CYK 算法判断 $bbabaa \in \mathbf{L}(G)$?

$$
\begin{aligned}
S &\to AB \mid BC \\
A &\to BA \mid a \\
B &\to CC \mid b \\
C &\to AB \mid a
\end{aligned}
$$

例 5. CNF G 如下, 用 CYK 算法判断 $bbabaa \in \mathbf{L}(G)$?

$$
\begin{aligned}
S &\to AB \mid BC \\
A &\to BA \mid a \\
B &\to CC \mid b \\
C &\to AB \mid a
\end{aligned}
$$

$\{S, A\}$					
$\{B\}$	$\{S, A\}$				
$\{S, C\}$	$\{B\}$	$\{S, A\}$			
$\{A\}$	$\{S, C\}$	$\{B\}$	$\{\}$		
$\{\}$	$\{S, A\}$	$\{S, C\}$	$\{S, A\}$	$\{B\}$	
$\{B\}$	$\{B\}$	$\{A, C\}$	$\{B\}$	$\{A, C\}$	$\{A, C\}$
b	b	a	b	a	a

因为 $S \in X_{16} = \{S, A\}$, 所以 $bbabaa \in \mathbf{L}(G)$.

上下文无关语言的判定性质

不可判定的 CFL 问题

1. 判断 CFG G 是否歧义的?
2. 判断 CFL 是否固有歧义的?
3. 两个 CFL 的交是否为空?
4. 两个 CFL 是否相同?
5. 判断 CFL 的补是否为空? 尽管有算法判断 CFL 是否为空
6. 判断 CFL 是否等于 Σ^*?

上下文无关语言的性质

- 上下文无关语言的泵引理
- 上下文无关语言的封闭性
- 上下文无关语言的判定性质
- 乔姆斯基文法体系

乔姆斯基文法体系

如果文法 $G=(V,T,P,S)$, 符号串 $\alpha \in (V\cup T)^*V(V\cup T)^*$, $\beta \in (V\cup T)^*$, 产生式都形如

$$\alpha \to \beta$$

即每个产生式的左部 α 中至少要有一个变元, 那么:

❶ 称 G 为 0 型文法或短语结构文法;

❷ 若 $|\beta| \geq |\alpha|$, 称 G 为 1 型文法或上下文有关文法;

❸ 若 $\alpha \in V$, 称 G 为 2 型文法或上下文无关文法;

❹ 若 $\alpha \to \beta$ 都形如 $A \to aB$ 或 $A \to a$, 称 G 为 3 型文法或正则文法.