一、 考虑下列三个函数(9分):

n2.5 ， n为非负偶数

*f*1(n)= ，

n3 ， n为非负奇数

*f*3(n)=n\*log2n 。

n4 ， 0≤n≤200

*f*2(n)= ，

n3 ， n>200

试根据О、Ω、θ和o的定义，填写下面的3阶矩阵中的每个空格，且每空只能填一个最确切的符号。其中，*X*(*i*,*j*)的定义如下：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *X*(*i*,*j*)  О，*f*i(n)= О(*f*j(n)) 1≤*i*,*j*≤3 ，  Ω，*f*i(n)= Ω(*f*j(n)) 1≤*i*,*j*≤3 ，  θ， *f*i(n)= θ (*f*j(n)) 1≤*i*,*j*≤3 ，  o， *f*i(n)= o (*f*j(n)) 1≤*i*,*j*≤3 。  *X*(*i*,*j*) = | *f*1 | *f*2 | *f*3 |
| *f*1 |  |  |  |
| *f*2 |  |  |  |
| *f*3 |  |  |  |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| X(i,j) | f1 | f2 | f3 |
| f1 | θ | О | Ω |
| f2 | Ω | θ | Ω |
| f3 | o | o | θ |

一、 考虑下列三个函数(9分):

200*n*3 ， *n*为非负偶数

*f*1(*n*) = ，

300*n*3.5 ， *n*为非负奇数

*f*3(*n*) = *n*2\*log2*n*。

*n*2 ， 0≤*n*≤200

*f*2(*n*) = ，

*n*3 ， *n*>200

试根据О、Ω、θ和o的定义，填写下面的3阶矩阵中的每个空格，且每空只能填一个最确切的符号。其中，*X*(*i*,*j*)的定义如下：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *X*(*i*,*j*)  О，*f*i(*n*)= О(*f*j(*n*)) 1≤*i*,*j*≤3 ，  Ω，*f*i(*n*)= Ω(*f*j(*n*)) 1≤*i*,*j*≤3 ，  θ， *f*i(*n*)= θ (*f*j(*n*)) 1≤*i*,*j*≤3 ，  o， *f*i(*n*)= o (*f*j(*n*)) 1≤*i*,*j*≤3 。  *X*(*i*,*j*) = | *f*1 | *f*2 | *f*3 |
| *f*1 |  |  |  |
| *f*2 |  |  |  |
| *f*3 |  |  |  |
| X(*i*,*j*) | *f*1 | *f*2 | *f*3 |
| *f*1 | θ | Ω | Ω |
| *f*2 | o | θ | Ω |
| *f*3 | o | o | θ |

一、 考虑下列三个函数(9分):

100*n*3 ， *n*为非负偶数

*f*1(*n*) = ，

200*n*3 ， *n*为非负奇数

*f*3(*n*) = *n*2\*log2*n*。

*n*2 ， 0≤*n*≤100

*f*2(*n*) = ，

*n*3 ， *n*>100

试根据О、Ω、θ和o的定义，填写下面的3阶矩阵中的每个空格，且每空只能填一个最确切的符号。其中，*X*(*i*,*j*)的定义如下：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *X*(*i*,*j*)  О，*fi*(*n*)= О(*fj*(*n*)) 1≤*i*,*j*≤3 ，  Ω，*fi*(*n*)= Ω(*fj*(*n*)) 1≤*i*,*j*≤3 ，  θ， *f*i(*n*)= θ (*fj*(*n*)) 1≤*i*,*j*≤3 ，  o， *fi*(*n*)= o (*fj*(*n*)) 1≤*i*,*j*≤3 。  *X*(*i*,*j*) = | *f*1 | *f*2 | *f*3 |
| *f*1 |  |  |  |
| *f*2 |  |  |  |
| *f*3 |  |  |  |
| X(*i*,*j*) | *f*1 | *f*2 | *f*3 |
| *f*1 | θ | θ | Ω |
| *f*2 | θ | θ | Ω |
| *f*3 | О | О | θ |

一、 考虑下列三个函数(9分):

*n*3 ， *n*为非负奇数

*f*1(*n*) = ，

*n*2.5 ， *n*为非负偶数

*f*3(*n*) = *n*2\*log2*n*。

*n*2 ， 0≤*n*≤200

*f*2(*n*) = ，

*n*3 ， *n*>200

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *X*(*i*,*j*) | *f*1 | *f*2 | *f*3 |
| *f*1 |  |  |  |
| *f*2 |  |  |  |
| *f*3 |  |  |  |

试根据О、Ω、θ和o的定义，填写右面的3阶矩阵中的每个空格，

且每空只能填一个最确切的符号。其中，*X*(*i*,*j*)的定义如下：

О，*fi*(*n*)= О(*fj*(*n*)) 1≤*i*, *j*≤3 ，

Ω，*fi*(*n*)= Ω(*fj*(*n*)) 1≤*i*, *j*≤3 ，

θ， *fi*(*n*)= θ (*fj*(*n*)) 1≤*i*, *j*≤3 ，

o， *fi*(*n*)= o (*fj*(*n*)) 1≤*i*, *j*≤3 。

*X*(*i*,*j*) =

注：上述定义中等式左边的函数为矩阵的行标题，右边的函数为列标题。

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| X(*i*,*j*) | *f*1 | *f*2 | *f*3 |
| *f*1 | θ | О | o |
| *f*2 | Ω | θ | o |
| *f*3 | О | О | θ |

一、 考虑下列三个函数(9分):

*f*3(n)=n\*log2n 。

n2 ， n为非负偶数

*f*1(n)= ，

n3 ， n为非负奇数

n2 ， 0≤n≤250

*f*2(n)= ，

n3 ， n>250

试根据О、Ω、θ和o的定义，填写下面的3阶矩阵中的每个空格，且每空只能填一个最恰当的符号。其中，X(*i*,*j*)的定义如下：

О，*f*i(n)= О(*f*j(n)) 1≤*i*,*j*≤3 ，

Ω，*f*i(n)= Ω(*f*j(n)) 1≤*i*,*j*≤3 ，

θ， *f*i(n)= θ (*f*j(n)) 1≤*i*,*j*≤3 ，

o， *f*i(n)= o (*f*j(n)) 1≤*i*,*j*≤3 。以上“=”左侧是下表的行坐标；右侧是下表的列坐标。

X(*i*,*j*) =

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| X(*i*,*j*) | *f*1 | *f*2 | *f*3 |
| *f*1 |  |  |  |
| *f*2 |  |  |  |
| *f*3 |  |  |  |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| X(i,j) | f1 | f2 | f3 |
| f1 | θ | o | Ω |
| f2 | Ω | θ | Ω |
| f3 | o | o | θ |

一、考虑下列三个函数(9分):

f3(n)=n\*log2n 。

n3 ， n为非负奇数

f1(n)= ，

n2 ， n为正偶数

n3 ， 0≤n≤1000

f2(n)= ，

n2 ， n>1000

试根据О、Ω、θ和o的定义，填写下面的3阶矩阵中的每个空格，且每空只能填一个最确切的符号。其中，X(i,j)的定义如下：

О，fi(n)= О(fj(n)) 1≤i,j≤3 ，

Ω，fi(n)= Ω(fj(n)) 1≤i,j≤3 ，

θ， fi(n)= θ (fj(n)) 1≤i,j≤3 ，

o， fi(n)= o (fj(n)) 1≤i,j≤3 。

X(i,j) =

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| X(i,j) | f1 | f2 | f3 |
| f1 |  |  |  |
| f2 |  |  |  |
| f3 |  |  |  |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| X(i,j) | f1 | f2 | f3 |
| f1 | θ | Ω | Ω |
| f2 | ○ | θ | Ω |
| f3 | o | o | θ |

二、某算法的计算时间可用下面的递推关系式描述。试采用迭代方式求解该关系式，并用大写О表示解(要求给出详细的推导过程)。(6分)

a n=1，a为常数

T(n)=

2T(n/2) + c\*n n>1，c为常数

|  |  |
| --- | --- |
| **解:**  **首先考虑n是2的整次幂，即对于某个正整数k，有n=2k。**  **T(n) = 2T(n/2) + c\*n**  **= 2(2T(n/4) + c\*n/2) + c\*n**  **= 4T(n/4) + 2c\*n**  **= 4(2T(n/8) + c\*n/4) + 2c\*n**  **= …**  **= 2kT(1) + k\*c\*n**  **= a\*n + c\*n\*log2n**  **所以，T(n)= О(nlogn)。 4分** | **当n不是2的幂时，**  **考虑到T(n)是n的不减函数，**  **即T(2k)≤T(2k+1)，**  **所以，当2k≤n≤2k+1时，**  **有T(n)≤T(2k+1)，所以仍有**  **T(n)=О(nlogn)。**  **2分** |

**二、答案 (过程4分，结果表示2分，共6分)**

二、某算法的计算时间可用下面的递推关系式描述。试采用迭代方式求解该关系式，并用大写О表示解(要求给出详细的推导过程)。(6分)

a *n*=1，a为常数

T(*n*)=

3T(*n*/2) + c\**n* *n*>1，c为常数

（提示：xlogby = ylogbx）

|  |  |
| --- | --- |
| 解:  首先考虑n是2的整次幂，即对于某个正整数k，有n=2k。  T(n) = 3T(n/2) + c\*n  = 3(3T(n/4) + c\*n/2) + c\*n = 32T(n/22) + 3 \*c\*n/2 + c\*n  = 33T(n/23) + (3/2)2 \*c\*n + 3/2 \*c\*n + c\*n  = …  = 3kT(1) +((3/2)k-1 + (3/2)k-2 + … + (3/2)2 + 3/2 + 1)c\*n  =b\*3k +2\*c(3k-2k) ≤ (b+2\*c)\*3k = О(3k) (4分) | 当n不是2的幂时，考虑到T(n)是n的不  减函数，  即有T(2k)≤T(2k+1)，  所以，当2k≤n≤2k+1时，有T(n)≤T(2k+1)，  所以仍有T(n)=О(3k)。  因为，k=log2n，且xlogby = ylogbx  所以，T(n)= О(nlog23)。 （2分） |

二、某算法的计算时间可用下面的递推关系式描述。试采用迭代方式求解该关系式，并用大写О表示解(要求给出详细的推导过程)。(6分)

*b\*d* *n*=1，*b、d*为常数

T(*n*)=

2T(*n*/2) + *d*\**n* *n*>1，*d*为常数

|  |  |
| --- | --- |
| **解：**  当*n*是2的整次幂，即存在某个正整数*k*，使得*n*=2*k*时，有：  T(n)= 2T(*n*/2) + *d* \**n*  = 2(2T(*n*/4) + *d* \**n*/2) + *d* \**n*  = 4T(*n*/4) + 2\* *d* \**n*  = 4(2T(*n*/8) + *d* \**n*/4) + 2 *\*d* \**n*  = …  = 2*k*T(1) + *k*\* *d* \**n*  = b\* *d* \**n* + *d* \**n*\*log2*n*  所以，T(n)= О(*n*log*n*)。 4分 | 当*n*不是2的幂时，考虑到T(*n*)是  *n*的不减函数，所以有  T(2*k*)≤T(2*k*+1)  因此，当2*k*≤*n*≤2*k*+1时，T(*n*)≤T(2*k*+1)，  所以仍有T(*n*)=О(*n*log*n*)。 （2分） |