Sprawozdanie

Wstęp do multimediów (WMM) Laboratorium #1:
Analiza częstotliwościowa sygnałów czasu dyskretnego

Zespół:

Łukasz Szydlik

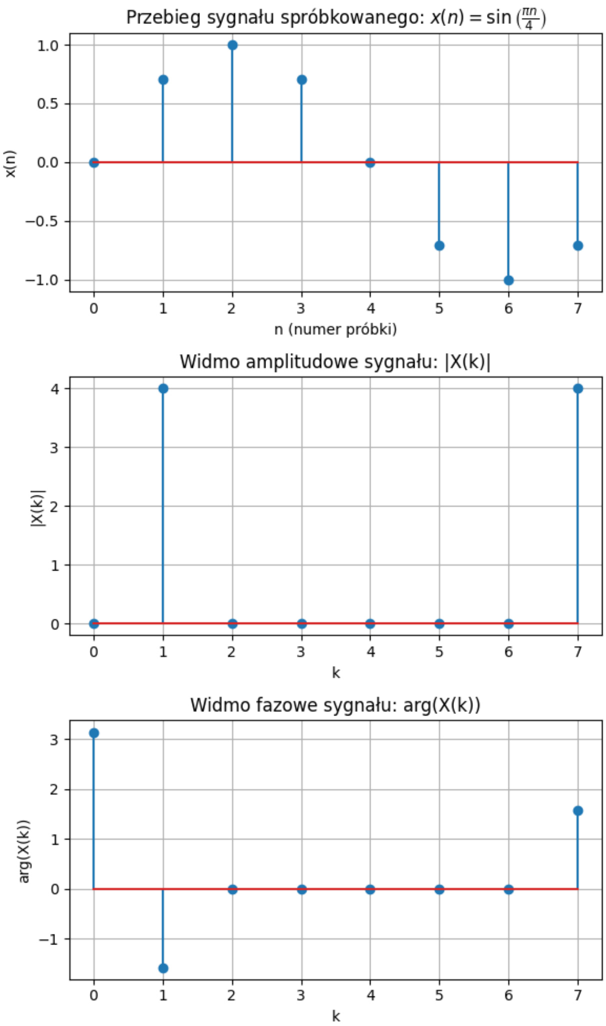
Marek Dzięcioł

Zad. 1

Liczba próbek (w jednym okresie) sygnału rzeczywistego $s(t) = sin(2\pi t)$ wynosi N, gdzie N jest potęgą 2.

Zad. 1a)

Przyjmując N = 8 wykreślić przebieg sygnału spróbkowanego, widmo amplitudowe i fazowe oraz zweryfikować eksperymentalnie słuszność twierdzenia Parsevala.



Eksperymentalna weryfikacja twierdzenia Parsevala dla sygnału spróbkowanego dała następujące wyniki:

- Energia sygnału w dziedzinie czasu: 4.0
- Energia sygnału w dziedzinie częstotliwości: 4.0

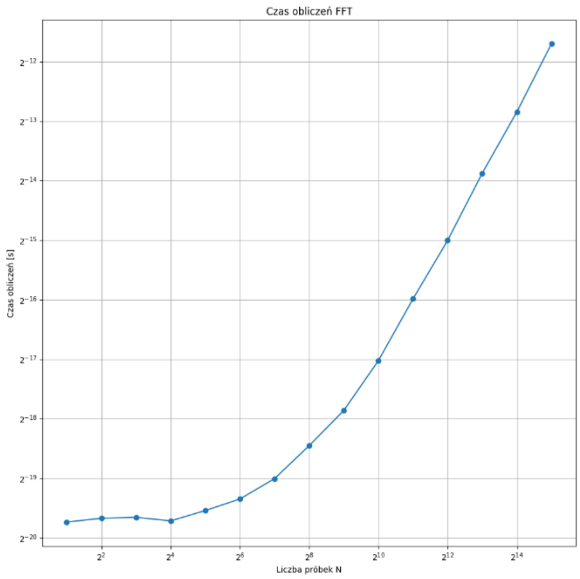
Wynik eksperymentu potwierdza słuszność twierdzenia Parsevala, gdyż energia sygnału w dziedzinie czasu równa się energii obliczonej w dziedzinie częstotliwości.

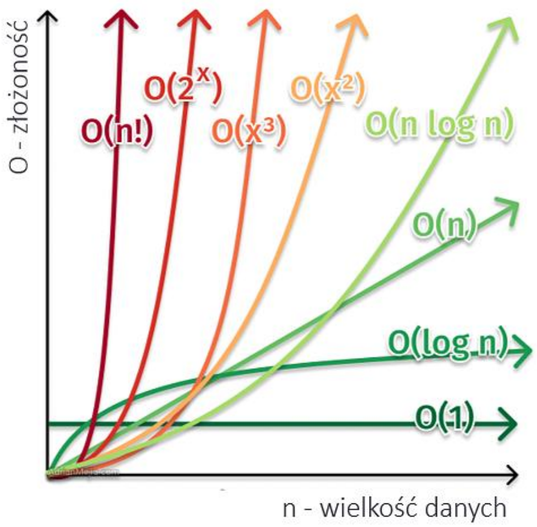
Równość Parsevala	$\sum_{n=0}^{N-1} \lvert x(n) \rvert^2 = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \lvert X(k) \rvert^2$

Zad. 1b)

Wykreślić wykres przedstawiający czas wyznaczania widma sygnału dyskretnego za pomocą algorytmu FFT w funkcji liczby próbek N = 2 l , $l \in \mathbb{N}$. Dobrać samodzielnie wartości N . Skomentować kształt otrzymanego wykresu odnosząc się do teoretycznej złożoności obliczeniowej algorytmu FFT.

Wykres przedstawia czas wyznaczania widma sygnału dyskretnego za pomocą algorytmu FFT w funkcji liczby próbek N = 2 l , $l \in \mathbb{N}$





Kształt otrzymanego wykresu jest zgodny z teoretyczną złożonością obliczeniową algorytmu FFT, która wynosi: O(NlogN)

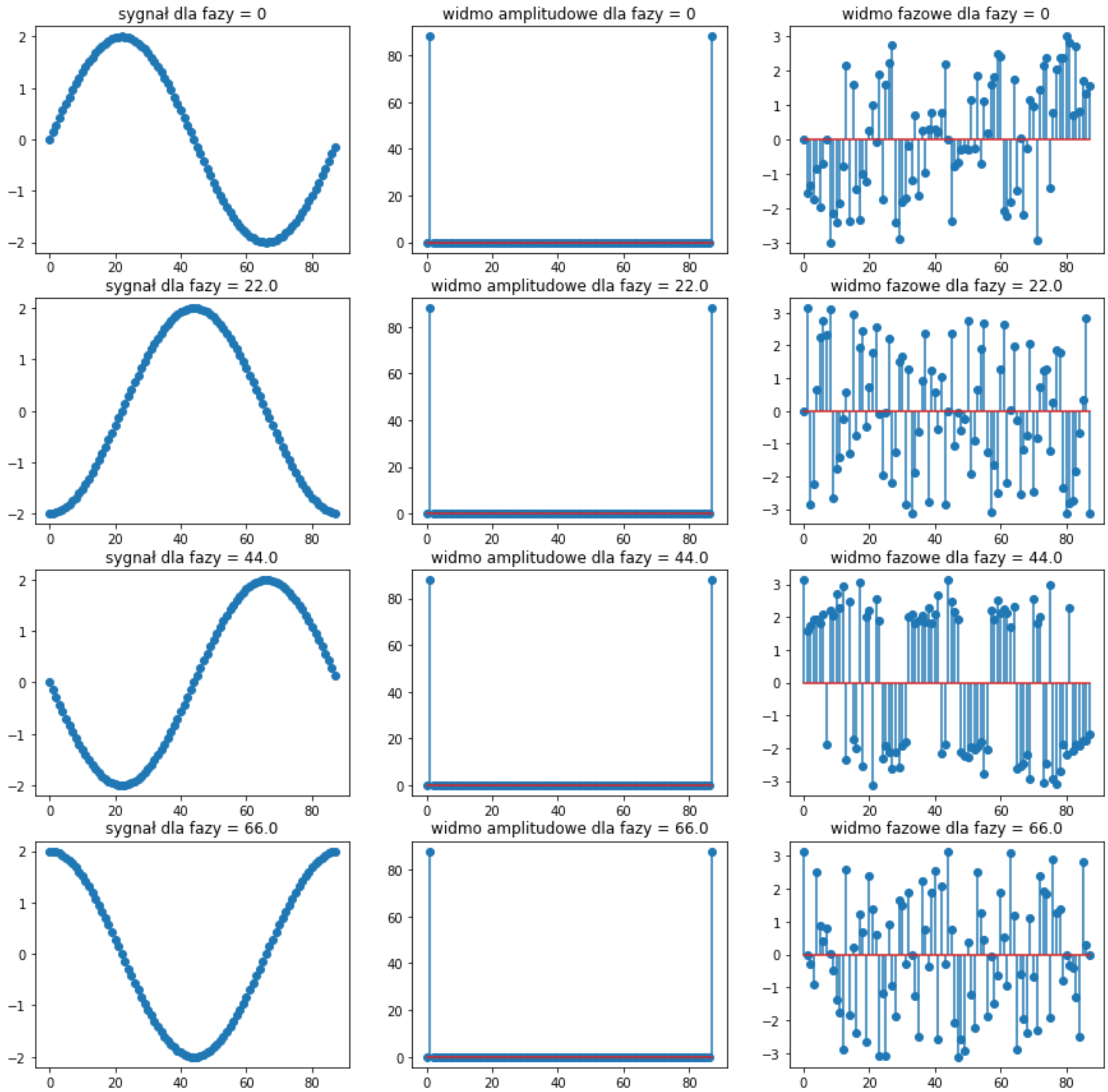
Komentarz do wykresu:

- Wykres czasu obliczeń FFT przedstawiony jest w skali logarytmicznej na obu osiach, przez co charakterystyczna krzywa wzrostu wskazuje na złożoność większą niż liniowa (O(N)), ale mniejszą niż kwadratowa (O(N^2)).
- Widoczny jest łagodny wzrost dla mniejszych wartości N, który przyspiesza przy większych wartościach N.
- Dla dużych wartości N wzrost jest wyraźnie szybszy niż liniowy, ale znacznie wolniejszy niż w przypadku klasycznego DFT - O(N^2), co potwierdza efektywność algorytmu FFT.

Zad. 2

Zbadać wpływ przesunięcia w czasie na postać widma amplitudowego i widma fazowego dyskretnego sygnału harmonicznego $s[n] = A\ sin\ (2\pi n/N)$ o amplitudzie $A = 2$ i okresie podstawowym $N = 88$. W tym celu dla każdej wartości $n0 \in \{0, N/4\ , N/2\ , 3N/4\ \}$ wykreślić widmo amplitudowe i fazowe przesuniętego sygnału $s[n - n0]_N$. Skomentować otrzymane wyniki.

Poniższe wykresy zawierają przesunięte w czasie sygnały, ich widma amplitudowe i widma fazowe.

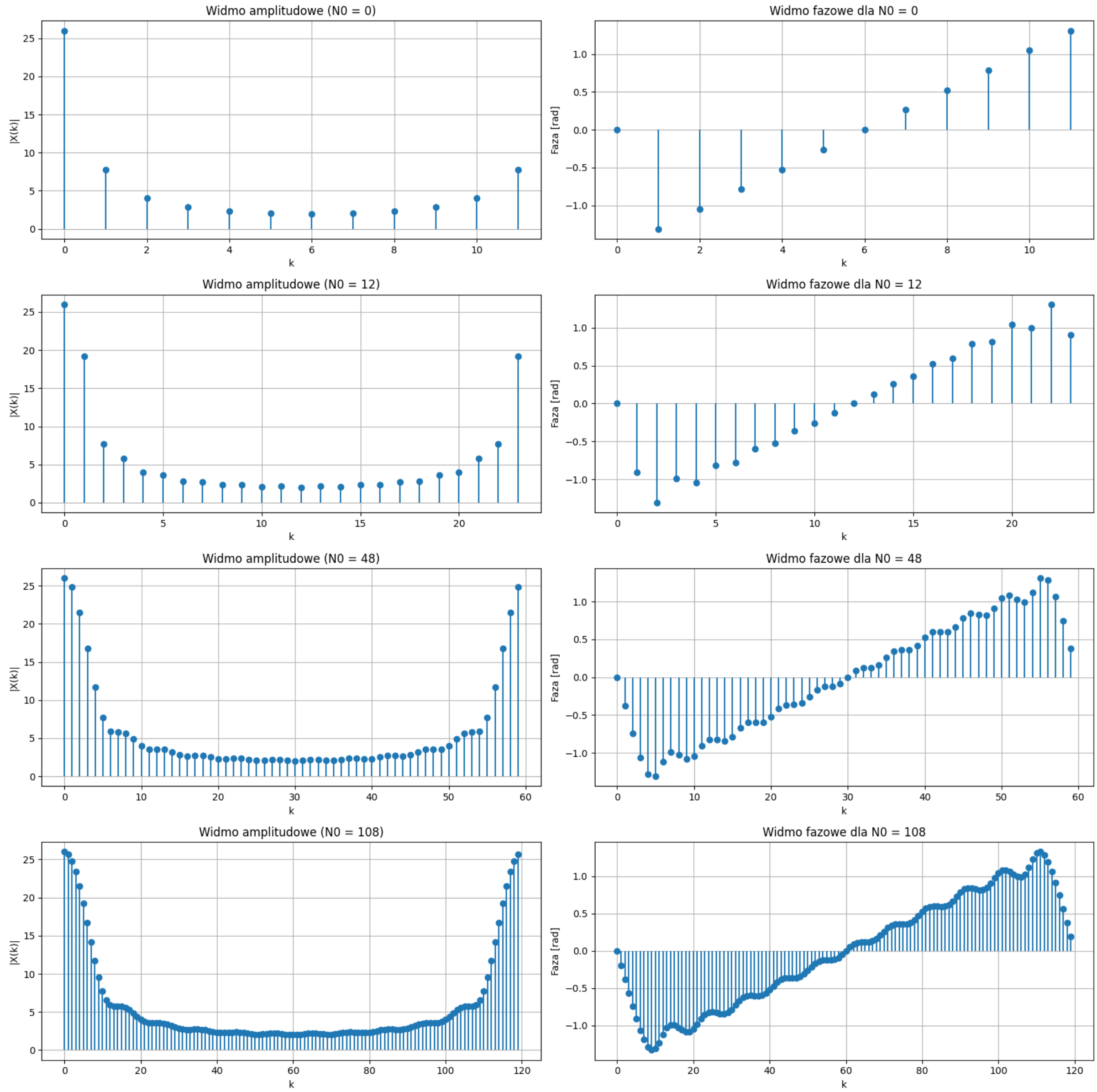


Widmo amplitudowe pomimo przesunięć pozostaje bez zmian natomiast widmo fazowe ulega zmianie. Jest to obserwacja zgodna z własnością przesunięcia w czasie DFT z wykładu 4.

przesunięcie w czasie	$x(n-m)$	$X(k)\exp\left(-j2\pi k\frac{m}{N}\right)$

Zad. 3

Zbadać wpływ dopełnienia zerami na postać widma amplitudowego i widma fazowego dyskretnego sygnału $s[n] = A\,(1 - (n \bmod N)\ /\ N\ )$ o amplitudzie $A = 4$ i okresie podstawowym $N = 12$. W tym celu dla każdej wartości $N0 \in \{0, 1N, 4N, 9N\}$ wykreślić widmo amplitudowe i fazowe sygnału $s[n]$ dopełnionego $N0$ zerami. Skomentować otrzymane wyniki.

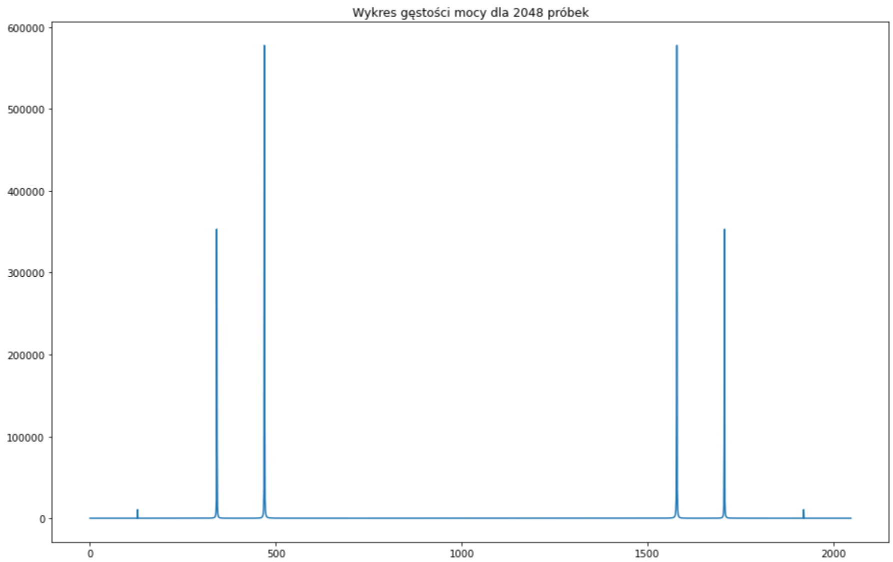


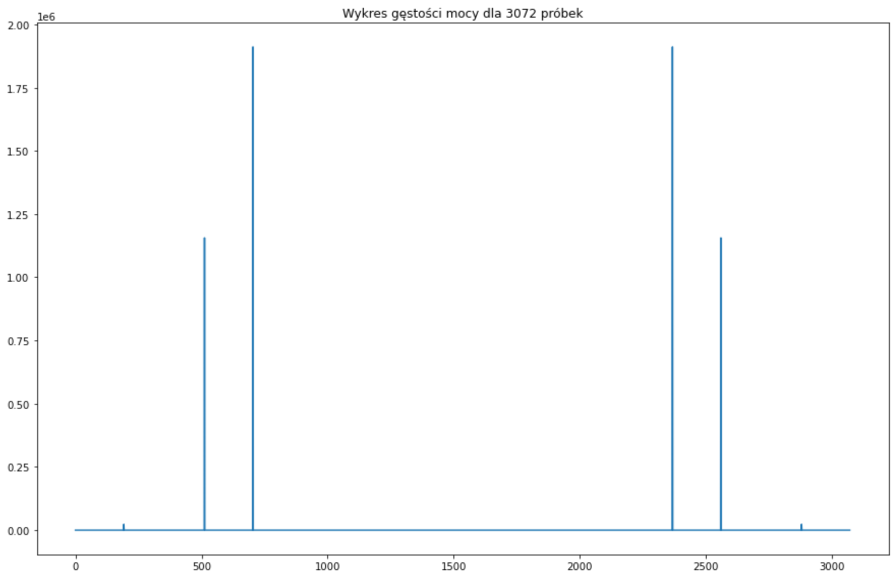
Dopełnianie zerami zwiększa rozdzielczość częstotliwościową. FFT wylicza widmo w większej liczbie punktów, co powoduje, że widmo amplitudowe staje się bardziej szczegółowe. Wartości amplitud pozostają takie same, ponieważ nie dodajemy nowych informacji, a jedynie "zagęszczamy" widmo. Widmo fazowe nie ulega zmianie w strukturze. Dopełnianie zerami nie zmienia przesunięcia fazowego ani nie wprowadza dodatkowych składowych fazowych. Nowe punkty w widmie są generowane poprzez interpolację wartości istniejących.

Zad. 4

Dany jest sygnał rzeczywisty s(t) = A1 sin(2πf_1 *t) + A2 sin(2πf_2*t) + A3 sin(2πf_3*t) , gdzie A1 = 0.1 , f1 = 3000 Hz, A2 = 0.7 , f2 = 8000 Hz, A3 = 0.9 , f3 = 11000 Hz. Przy założeniu, że częstotliwość próbkowania wynosi fs = 48000 Hz, a liczba próbek sygnału wynosi N1 = 2048, przedstawić wykres widmowej gęstości mocy sygnału spróbkowanego. Czy dla podanej liczby próbek mamy do czynienia ze zjawiskiem przecieku widma? Czy sytuacja uległaby zmianie dla liczby próbek N2 = 3/2*N1 ? Odpowiedź uzasadnić.

Poniższe wykresy przedstawiają widma gęstości mocy dla N1 i N2 próbek





Tak, dochodzi do zjawiska przecieku widma ponieważ zamiast prostych kresek w spodziewanych częstotliwościach mamy jeszcze "rozlewanie" się mocy wokół spodziewanych częstotliwości.

Zwiększenie ilości próbek pozytywnie wpływa na redukcję przecieku widma, ponieważ wydłużamy czas obserwacji sygnału. Zjawisko zapewne wtedy też występuje, ale jest o wiele mniej zauważalne.