

《数字图像处理》复习提纲

1、图像的分类

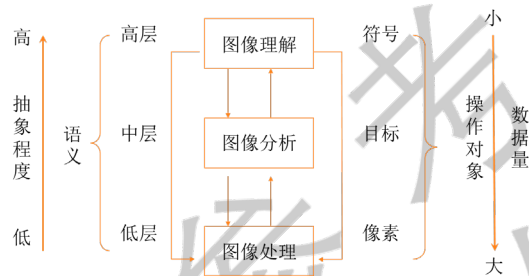
模拟图像、数字图像

2、数字图像分类

按照波段数：单波段、多波段和超波段图像

按灰度级数：二值图像、灰度图像、彩色图像

3、依据抽象的程度和研究方法等不同，数字图像处理可以分为几个层次



4、图像数字化过程，量化级与图像质量的关系

图像数字化包括采样和量化两个过程。

量化级数和图像质量是正相关关系，图像质量会随着量化级数的增多而变好。

5、数字图像的最小单位，以及属性

数字图像的最小单位是像素，像素的位置和灰度就是像素的属性。

6、数字图像的描述

一幅图像可以被看成是空间各个座标点上强度的集合。它的最普遍的数学表达式为

$$I = f(x, y, z, \lambda, t)$$

其中 x, y, z 是空间座标， λ 是波长， t 是时间， I 是图像的强度。

三维静态彩色图像： $I = f(x, y, z, \lambda)$

二维动态彩色图像： $I = f(x, y, \lambda, t)$

动态灰度图像： $I = f(x, y, t)$

静止图像： $I = f(x, y)$

7、视觉细胞

锥状细胞：既能分辨光的强弱，又具有辨色能力。完成白天的视觉过程，称为明视觉。

杆状细胞：可以分辨光的强弱，不具有辨色能力。完成夜晚的视觉过程，称为暗视觉。

所以，夜晚看到的景物只有黑白、浓淡之分，而看不清颜色的差别。

8、数字图像正交变换的目的

- 1、使图像处理问题简化；
- 2、有利于图像特征提取；
- 3、有助于从概念上增强对图像信息的理解。

9、傅里叶变换

特点：

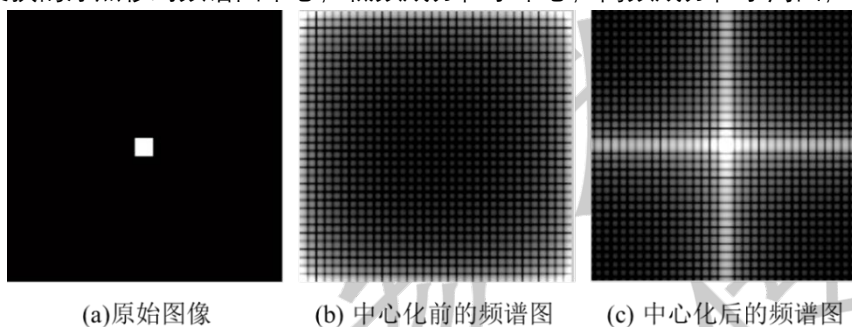
- 1、频谱的直流成分为 $F(0,0)$ ，说明在频谱原点的傅里叶变换 $F(0,0)$ 等于图像的平均灰度级；
- 2、幅度谱 $|F(u,v)|$ 关于原点对称，即 $F(u,v) = F(-u,-v)$ ；
- 3、图像 $f(x,y)$ 平移后，幅度谱不发生变化，仅有相位发生变化。

性质：

线性、比例性质、周期性、共轭对称性、分配性、空域移位特性、频域移位特性.....

频谱中心化：

对一幅图像进行傅立叶变换，变换中心在频谱图左上角，高频成分位于中心，低频成分位于周围。利用移位将变换的原点移到频谱图中心，低频成分位于中心，高频成分位于周围，有助于观察频谱。



10、沃尔什、哈达玛变换

二维沃尔什变换的矩阵形式为

$$W = \frac{1}{N^2} G f G$$

式中， G 为 N 阶沃尔什变换的核矩阵。

离散沃尔什变换 (DWT)：

按沃尔什排列的沃尔什函数： $N = 4$: $G = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$

沃尔什-哈达玛变换 (WHT)：

按哈达玛排列的沃尔什函数： $N = 4$: $G = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ $N = 2$: $G = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$

例题：

已知二维数字图像矩阵为 $f = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}$ ，求此图像的二维沃尔什变换。

$$W = \frac{1}{N^2} G f G = \frac{1}{16} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

11、图像可看成多种频率的合成，低频和高频在图像中的作用

图像的**细节和轮廓**主要位于**高频**部分，高通滤波可以对图像进行**边缘锐化**处理。

图像的**动态范围**主要取决于**低频**部分，低通滤波可以对图像进行**平滑去噪**处理。

12、直方图定义，特点、计算

定义：

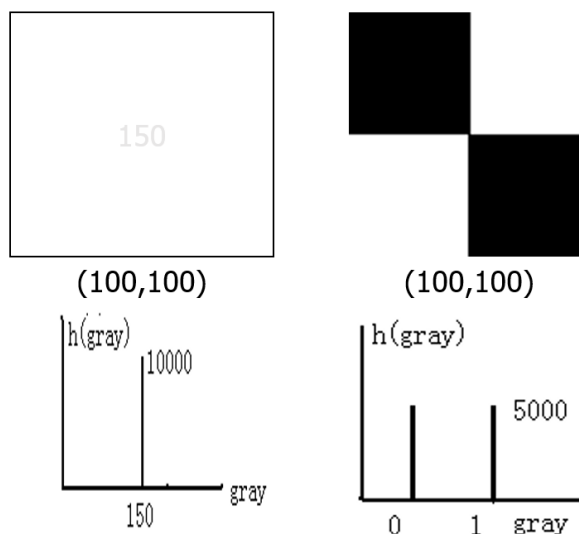
灰度直方图反映的是一幅图像中各灰度级像素出现的频率。

特点：

- 1、灰度直方图只能反映图像的灰度分布情况，而不能反映图像像素的位置,即丢失了像素的位置信息；
- 2、一幅图像对应唯一的灰度直方图，反之不成立。不同的图像可对应相同的直方图；
- 3、一幅图像分成多个区域，多个区域的直方图之和即为原图像的直方图。

例题：

绘制出下列图像的直方图。



13、掌握线性变换（不同斜率、截距对变换的影响）

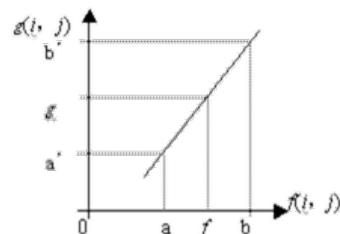
灰度变换的分类：线性变换、非线性变换。

原始图像： $f(i, j)$ ，灰度范围： $[a, b]$ ， $r \in [a, b]$ ；

变换后图像： $g(i, j)$ ，灰度范围： $[a', b']$ ， $s \in [a', b']$

变换存在以下关系：

$$g(i, j) = a' + \frac{b' - a'}{b - a} (f(i, j) - a)$$



斜率 $\frac{b' - a'}{b - a} > 1$ 即 $b' - a' > b - a$ ，使得图像灰度范围增大，即对比度增大，图像变清晰；

斜率 $\frac{b' - a'}{b - a} < 1$ 即 $b' - a' < b - a$ ，使得图像灰度范围缩小，即对比度减小，图像变模糊。

截距 $\frac{a'b - ab'}{b - a} > 0$ 即 $a'b - ab' > b - a$ ，使得图像变亮；

截距 $\frac{a'b - ab'}{b - a} < 0$ 即 $a'b - ab' < b - a$ ，使得图像变暗；

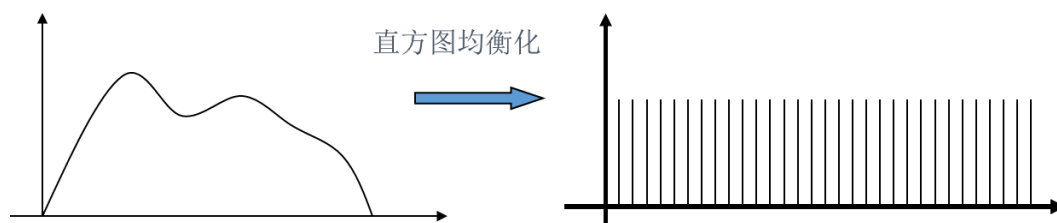
例题：

试给出将灰度范围(4,7)变换成(0,7)的变换方程。

$$g = a' + \frac{b' - a'}{b - a} (f - a) = 0 + \frac{7 - 0}{7 - 4} (f - 4) = \frac{7}{3} (f - 4)$$

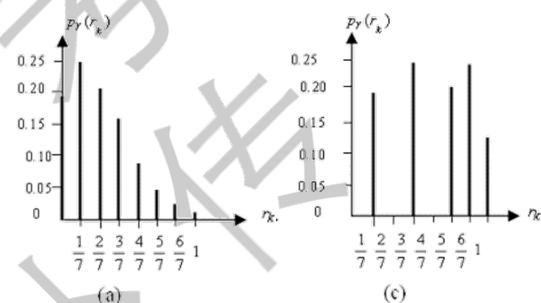
14、掌握非线性变换（直方图均衡）计算

直方图均衡化是将原图像通过某种变换，得到一幅灰度直方图为均匀分布的新图像的方法。



举例说明直方图均衡过程：

r_k	n_k	$p_r(r_k)=n_k/n$	$s_{k\text{计}}$	$s_{k\text{并}}$	n_{sk}	$p_k(s)$
$r_0=0$	790	0.19	0.19	1/7	790	0.19
$r_1=1/7$	1023	0.25	0.44	3/7	1023	0.25
$r_2=2/7$	850	0.21	0.65	5/7	850	0.21
$r_3=3/7$	656	0.16	0.81	6/7		
$r_4=4/7$	329	0.08	0.89	6/7	985	0.24
$r_5=5/7$	245	0.06	0.95	1		
$r_6=6/7$	122	0.03	0.98	1		
$r_7=1$	81	0.02	1.00	1	448	0.11



- ① 列出 r_k ，即灰度级 k 的灰度值；
- ② 列出 n_k ，即灰度级 k 的像素数量；
- ③ 计算 $p_r(r_k) = \frac{n_k}{n}$ ，即灰度级 k 的概率， n 为图像的总像素量；
- ④ 计算 $s_{k\text{计}}$ ，即累计概率；
- ⑤ 计算 $s_{k\text{并}} = \frac{\text{INT}[s_{k\text{计}} \times (M - 1) + 0.5]}{(M - 1)}$ ，即均衡后各像素的灰度值，其中 M 为灰度级数；
- ⑥ 将相同 $s_{k\text{并}}$ 对应的 n_k 合并，得到 n_{sk} ，即均衡后各灰度级的灰度值；
- ⑦ 将相同 $s_{k\text{并}}$ 对应的 $p_r(r_k)$ 合并，得到 $p_k(s)$ ，即均衡后各灰度级的概率；
- ⑧ 按题目要求画出新的直方图。

15、掌握平滑作用

抑制噪声改善图像质量所进行的处理称图像平滑或者去噪。

16、掌握均值计算

邻域平均法：

以 (i, j) 点为中心取一个 $N \times N$ 的窗口($N = 3, 5, 7, \dots$)，窗口内像素组成的点集以 s 来表示，经邻域平均法

滤波后，像素 (i, j) 的输出为 $g(i, j) = \frac{1}{M} \sum_{i, j \in s} f(i, j)$ 。

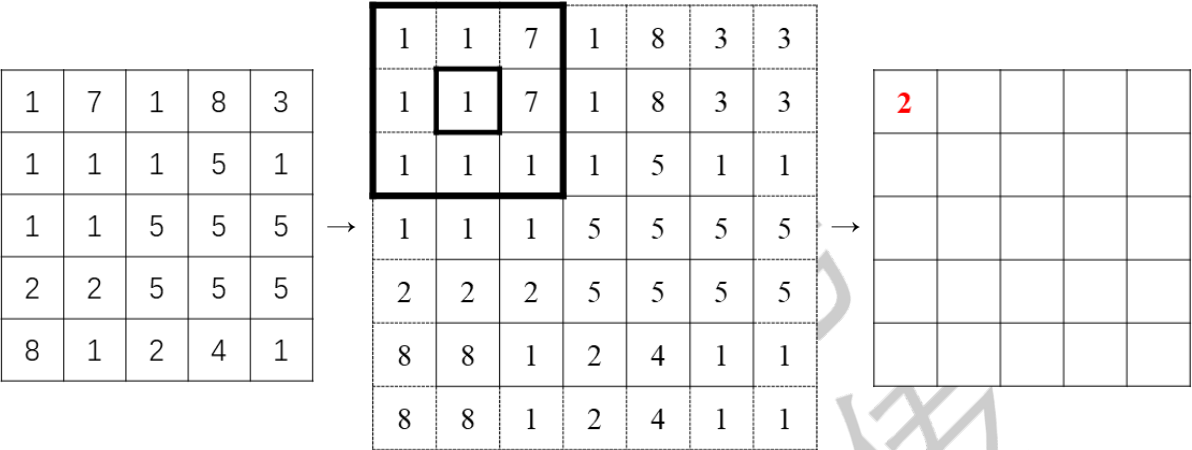
其中， s 为 (i, j) 邻域内像素坐标的集合， M 表示集合 s 内像素的总数。

注意：原点在边界上时，若题目没有说明，需要复制边界。(后面几种方法同样需要)

例题：

以 $H = \frac{1}{10} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ 为模板对下图进行均值滤波处理，请写出处理结果(向下取整)。(以(1,1)点作示例)

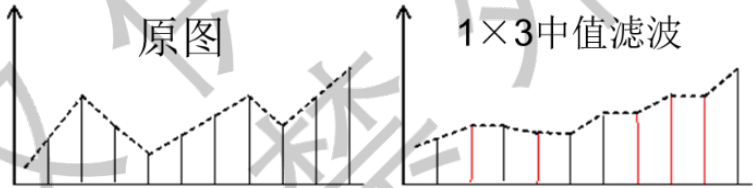
$$g(2,2) = INT \left[\frac{1}{10} (1 \times 1 + 1 \times 1 + 1 \times 7 + 1 \times 1 + 2 \times 1 + 1 \times 7 + 1 \times 1 + 1 \times 1 + 1 \times 1) \right] = INT(2.2) = 2$$



17、掌握中值计算、特点

计算方法：

用邻域窗口内所有灰度的中值代替窗口内原点处的像素值 (非线性)



特点：

当模板窗口内噪声点的个数大于窗口宽度的一半时，中值滤波的效果不好。

例题：

如图为一幅16级灰度的图像，请写出中值滤波的 3x3 滤波器对下图的滤波结果 (只处理灰色区域，不处理边界)。(以(2,2)点作示例)

将模板内的所有数值从小到大排列，取中值。

1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 15



18、掌握锐化作用、特点、计算

作用：

图像锐化处理的目的是加强图像中景物的边缘和轮廓，使模糊图像变得更清晰。

特点：

- 1、只对图像边界的像素起作用，在灰度均匀的区域上像元灰度不变；
- 2、在斜坡底或低灰度侧形成“下冲”；而在斜坡顶或高灰度侧形成“上冲”；
- 3、 α 起调节锐化程度的作用。 α 越大，锐化越强烈，边界轮廓越重。但是并不是 α 越大越好；
- 4、锐化也对噪声起作用，锐化图像的同时也锐化了噪声，所以锐化也不是越强烈越好，即 α 不宜太大；
- 5、系数相加等于1。

计算：

四邻点模板：

0	$-\alpha$	0
$-\alpha$	$1+4\alpha$	$-\alpha$
0	$-\alpha$	0

八邻点模板：

$-\alpha$	$-\alpha$	$-\alpha$
$-\alpha$	$1+8\alpha$	$-\alpha$
$-\alpha$	$-\alpha$	$-\alpha$

注意：若计算结果超过灰度范围（如灰度范围为[0,255]），负值取最小值，正值取最大值。

例题：

用锐化因子 $\alpha = 1$ 的四邻点模板对所给图像进行锐化（不处理边界）。（以(2,2)点作示例）

锐化因子 $\alpha = 1$ 的四邻点模板：

0	-1	0
-1	5	-1
0	-1	0

$$g(2,2) = 0 \times 1 - 1 \times 2 + 0 \times 3 - 1 \times 2 + 5 \times 1 - 1 \times 2 + 0 \times 3 - 1 \times 0 + 0 \times 8 = -1 \quad (\text{取} 0)$$

1	2	3	2	1
2	1	2	6	2
3	0	8	7	6
1	2	7	8	6
2	3	2	6	9

→

1	2	3	2	1
2	-1			2
3				6
1				6
2	3	2	6	9

→

1	2	3	2	1
2	0			2
3				6
1				6
2	3	2	6	9

19、掌握邻点、顶点、四邻点、八邻点

顶点(不一定在中间)：

0	0	0
0	+	0
0	0	0

四邻点：

0	1	0
1	+	1
0	1	0

四对角邻点：

1	0	1
0	+	0
1	0	1

八邻点：

1	1	1
1	+	1
1	1	1

20、掌握勾边（4种算法）

1、梯度法： $\Delta f = |f(x, y) - f(x + 1, y)| + |f(x, y) - f(x, y + 1)|$

2、Roberts 算子： $G_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ $G_y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$

3、Prewitt 算子： $G_x = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ $G_y = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

4、Sobel 算子： $G_x = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ $G_y = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

计算：

题目要求水平方向则 $\Delta f(x, y) = |G_x|$ ，要求垂直方向则 $\Delta f(x, y) = |G_y|$ ，否则 $\Delta f(x, y) = |G_x| + |G_y|$ 。

黑底白边： $g(x, y) = \begin{cases} 1, \Delta f(x, y) \geq T \\ 0, \Delta f(x, y) < T \end{cases}$

白底黑边： $g(x, y) = \begin{cases} 0, \Delta f(x, y) \geq T \\ 1, \Delta f(x, y) < T \end{cases}$

例题：

用梯度算子对所给图像进行勾边处理（白底黑边）， $T=18$ 。（以(1,1)点作示例）

$\therefore \Delta f(1,1) = |f(1,1) - f(2,1)| + |f(1,1) - f(1,2)| = |10 - 5| + |10 - 20| = 15 < 18$

$\therefore g(1,1) = 1$



21、频域中增强

频率域锐化就是为了消除模糊，突出边缘。因此采用高通滤波器让高频成分通过，使低频成分削弱，再经逆傅立叶变换得到边缘锐化的图像。

常用的高通滤波器有：

理想高通滤波器、布特沃斯高通滤波器、指数高通滤波器、梯形高通滤波器

22、图像保真度准则分类、特点

保真度：描述解码图像相对原始图像偏离程度的测度。

常用的保真度准则可分为两大类：客观保真度准则、主观保真度准则。

特点：

客观保真度准则：是一种统计平均意义下的度量准则，对于图像中的细节无法反映出来。

主观保真度准则：人的视觉系统具有独特的特性，用主观的方法来测量图像质量更为合适。

23、统计编码的基本限制

统计编码的基本限制就是码字要有单义性和非续长性。

24、掌握霍夫曼编码、香农－费诺编码、算术编码编码过程

霍夫曼编码：

第一步：把信源 X 中的消息按出现的概率从大到小的顺序排列；

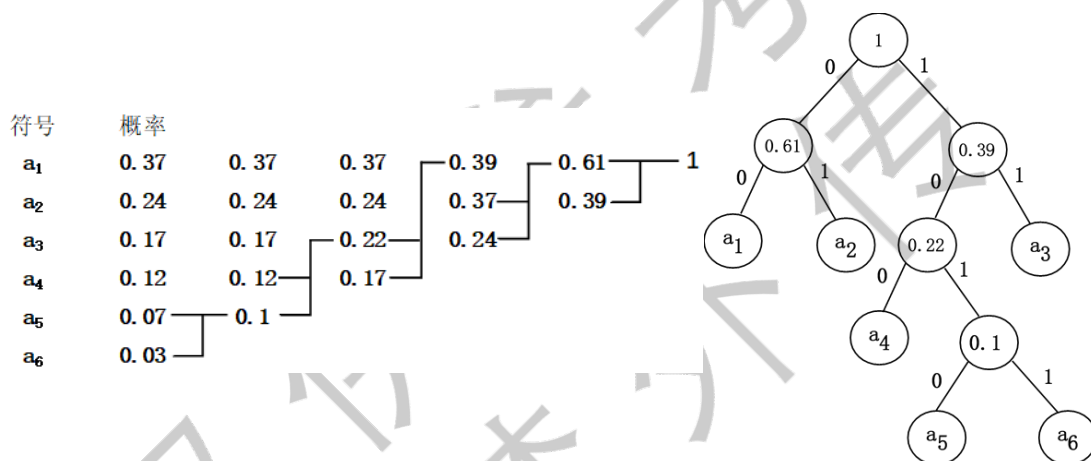
第二步：把最后两个出现概率最小的消息合并成一个消息，从而使信源的消息数减少一个，并同时再次将信源中的消息的概率从大到小排列一次；

第三步：重复上述步骤；

第四步：将被合并的消息分别赋以1和0或0和1（通常上0下1）。

例题：

设有一信源 $X = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6\}$ ，对应概率 $P = \{0.37, 0.24, 0.17, 0.12, 0.07, 0.03\}$ ，求信源符号的霍夫曼编码。



所以，信源符号的霍夫曼编码如下：

信源符号	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6
霍夫曼编码	00	01	11	100	1010	1011

香农－费诺编码：

第一步：把信源 X 中的消息按出现的概率从大到小的顺序排列；

第二步：把 X 分成两个子集合，并且保证两个子集的概率和相等（或相近）；

第三步：给两个子集中的消息分别赋以1和0或0和1（通常上0下1）；

第四步：重复上述步骤。

码字	消息	概率
00	u_1	$\frac{1}{4}$
01	u_2	$\frac{1}{4}$
100	u_3	$\frac{1}{8}$
101	u_4	$\frac{1}{8}$
1100	u_5	$\frac{1}{16}$
1101	u_6	$\frac{1}{16}$
1110	u_7	$\frac{1}{16}$
1111	u_8	$\frac{1}{16}$

消息	概率	码字
u_1	$\frac{1}{4}$	0 0
u_2	$\frac{1}{4}$	0 1
u_3	$\frac{1}{8}$	1 0 0
u_4	$\frac{1}{8}$	1 0 1
u_5	$\frac{1}{16}$	1 1 0 0
u_6	$\frac{1}{16}$	1 1 0 1
u_7	$\frac{1}{16}$	1 1 1 0
u_8	$\frac{1}{16}$	1 1 1 1

算术编码:

初始状态: 概率空间宽度: $A_0 = 1$, 下限初始值 $C_0 = 0$

新区间 $A_n = A_{n-1} \cdot P_n$ (P_n 为 s_n 对应的概率)

新下限 $C_n = C_{n-1} + A_{n-1} \cdot p_n$ (p_n 为 s_n 对应的累积概率)

例如下题, 符号0的概率为 q , 符号1的概率为 p ; 符号0和符号1分配初始区间 $[0,1)$, 符号0出现的概率分配子区间为 $[0, q)$, 符号1出现的概率分配子区间为 $[q, 1)$, 则符号0的累积概率为0, 符号1的累积概率为 q 。

【例 5.2】 输入的符号序列为 0110。通过简单乘法和加法的递归运算, 求 n 个符号输入后的概率区间宽度 A_n 、下限值 C_n 以及上限值 D_n 。

如图 5.6 所示, 符号 1 的发生概率为 p , 符号 0 的发生概率为 q ($q < p$, $q + p = 1$), 则概率子空间范围的划分为: 符号 0 为 $[0, q)$, 符号 1 为 $[q, 1)$ 或 $[1-p, 1)$ 。首先, 以发生概率 q 和 p 的比率对概率空间宽度 A_0 进行内分, 将对应于已被输入符号值的概率空间宽度设置为新的概率空间宽度, 与此同时, 重新设置概率区间下限值。

由于 $s_1 = 0$ 最先被输入, 所以, 下一个概率空间宽度 A_1 为 q , 其下限值 C_1 为 0, 没有变化, 按照实际输入值逐次将这样的程序执行下去, 迭代过程如下:

设定初始值: $A_0 = 1$, $C_0 = 0$

输入 $s_1 = 0$ 后: $A_1 = A_0 q = q$, $C_1 = C_0 = 0$

输入 $s_2 = 1$ 后: $A_2 = A_1 p = qp$, $C_2 = C_1 + A_1 q = q^2$

输入 $s_3 = 1$ 后: $A_3 = A_2 p = qp^2$, $C_3 = C_2 + A_2 q = q^2(1+p)$

输入 $s_4 = 0$ 后: $A_4 = A_3 q = q^2 p^2$, $C_4 = C_3 = q^2(1+p)$

若 $q = p = \frac{1}{2}$, 则 $C_4 = \frac{3}{8}$, 所以 0110 的编码范围下限值为 0.011 (二进制)。

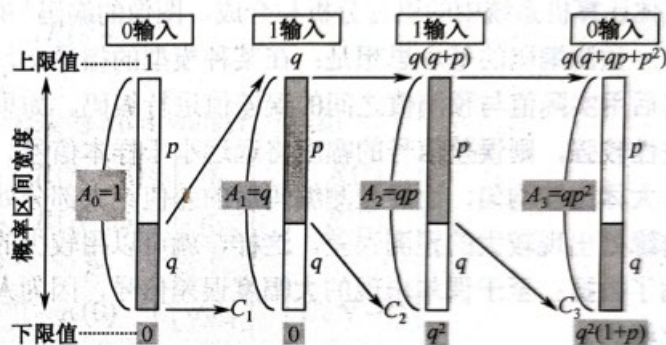


图 5.6 符号序列 0110 的算术编码过程

(最后一个 0 输入下面原来的 $q(p+pq+p^2)$ 改为 $q^2(1+p+p^2)$)

25、编码效率计算

第一步: 计算出该信源的熵:

$$H(X) = - \sum_{i=1}^M P_i \log_2 P_i$$

式中, $H(X)$ 代表熵, P_i 代表第 i 个消息出现的概率。

第二步: 计算每个消息的平均码长:

$$R(X) = \sum_{i=1}^M P_i \cdot L_i$$

式中, $R(X)$ 代表平均码长, L_i 代表第 i 个消息对应的码长。

第三步: 计算编码效率:

$$\eta = \frac{H(X)}{R(X)}$$

例题：

设有一信源 X 及其对应概率为 $\left\{ \begin{matrix} U_0 & U_1 & U_2 & U_3 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{8} & \frac{1}{4} & \frac{1}{8} \end{matrix} \right\}$ ，求下列编码的编码效率。

$$H(X) = \frac{1}{2} \times 1 + \frac{1}{8} \times 3 + \frac{1}{4} \times 2 + \frac{1}{8} \times 3 = \frac{7}{4}$$

编码 1: $\left\{ \begin{matrix} U_0 & U_1 & U_2 & U_3 \\ 00 & 01 & 10 & 11 \end{matrix} \right\}$

$$R(X) = \frac{1}{2} \times 2 + \frac{1}{8} \times 2 + \frac{1}{4} \times 2 + \frac{1}{8} \times 2 = 2$$

$$\eta = \frac{H(X)}{R(X)} = \frac{\frac{7}{4}}{2} = \frac{7}{8}$$

编码 2: $\left\{ \begin{matrix} U_0 & U_1 & U_2 & U_3 \\ 0 & 111 & 10 & 101 \end{matrix} \right\}$

$$R(X) = \frac{1}{2} \times 1 + \frac{1}{8} \times 3 + \frac{1}{4} \times 2 + \frac{1}{8} \times 3 = \frac{7}{4}$$

$$\eta = \frac{H(X)}{R(X)} = \frac{\frac{7}{4}}{\frac{7}{4}} = 1$$

26、掌握预测编码、游程编码、变换编码的原理

预测编码：

利用图像的空间或时间的冗余度，对实际值与预测值之间的误差值进行编码。

游程编码：

通过改变图像的描述方式，来实现图像的压缩。

将一行中灰度值相同的相邻像素，用一个计数值和该灰度值来代替。

变换编码：

通过对信号进行某种函数变换，实现从信号相关性较强的信号空间（如一维时间域、二维空间域）变换到像素相关性较弱、便于编码的另一个信号空间（如频率域）。

27、点处理、局部处理的区别

点处理：输出值仅与像素灰度有关。

如：灰度变换、直方图变换。

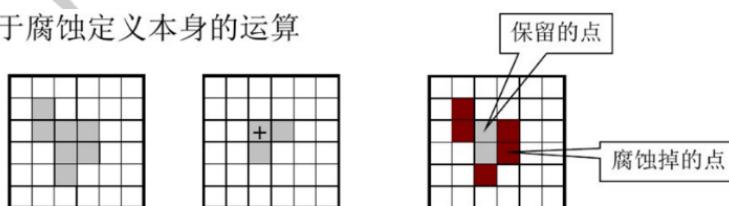
局部处理：输出值由输入图像像素的邻域中的像素值确定。

如：邻域平均法进行平滑、空间域差分法进行锐化。

28、形态学中基本符号，掌握基本运算：腐蚀、膨胀、开、闭

腐蚀： $A \ominus B = \{x: B + x \subset A\}$

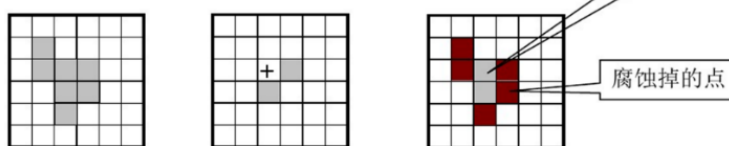
a、基于腐蚀定义本身的运算



图像 A

结构元 B

原点位于结构元素中的腐蚀操作



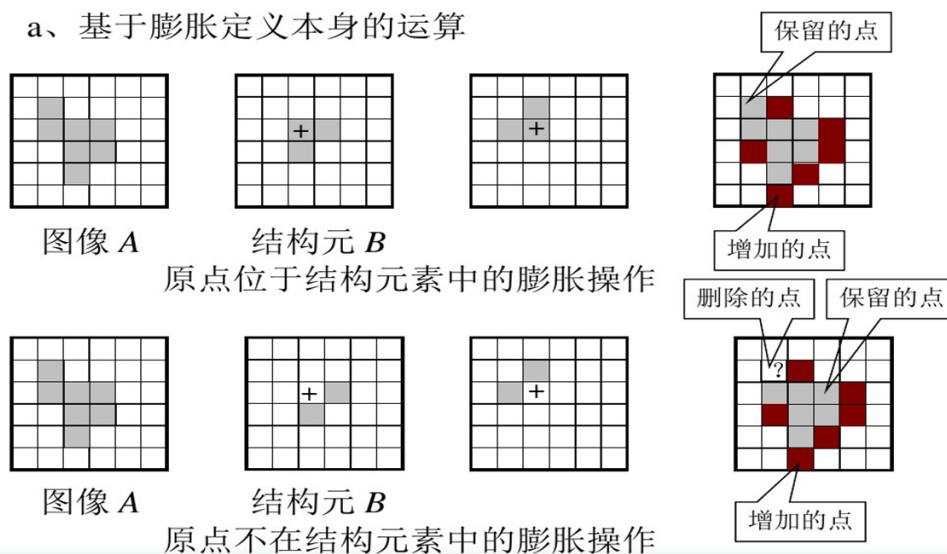
图像 A

结构元 B

原点不在结构元素中的腐蚀操作

膨胀: $A \oplus B = [A^c \ominus B^v]^c$

a、基于膨胀定义本身的运算



开运算: $A \circ B = (A \ominus B) \oplus B$

A 先被 B 腐蚀, 再被 B 膨胀。

闭运算: $A \cdot B = (A \oplus B) \ominus B$

A 先被 B 膨胀, 再被 B 腐蚀。

29、图像压缩分类

图像编码从压缩的角度可以分为: 熵压缩法、无失真编码。

30、JPEG 步骤

编码过程:

第一步: 将量化精度为 8 位的待压缩图像分成若干个 8×8 样值子块, 做基于 8×8 子块的 DCT;

第二步: 根据最佳视觉特性构造量化表, 设计自适应量化器并对 DCT 的频率系数进行量化;

第三步: 为了增加连续的“0”系数的个数, 对量化后的系数进行 Z 字形重排;

第四步: 使用霍夫曼码作为变字长熵编码器, 对量化系数进行编码, 进一步压缩数据量。

解码过程:

与编码过程相反。

