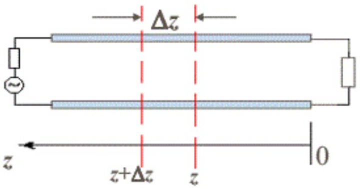
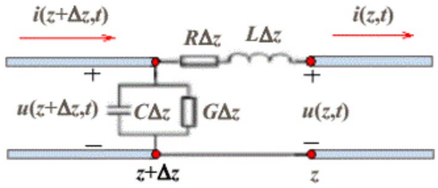
《电波传播与天线》复习提纲

1、 推导均匀传输线的电报方程

解： 设传输线始端接信号源，终端接负载，坐标如图(a)所示。



图(a)



图(b)

其上任意微分小段等效为由电阻$R\Delta z$、电感$L\Delta z$、电容$C\Delta z$和漏电导$G\Delta z$组成的网络，如图(b)所示。

设在时刻t，位置z处的电压和电流分别为$u(z,t)$和$i(z,t)$，而在位置$z+\Delta z$处的电压和电流分别为$u(z+\Delta z,t)$和$i(z+\Delta z,t)$。对很小的Δz，忽略高阶小量，有

$$\begin{cases} u(z+\Delta z,t)-u(z,t)=\frac{\partial u(z,t)}{\partial z}\Delta z \\ i(z+\Delta z,t)-i(z,t)=\frac{\partial i(z,t)}{\partial z}\Delta z \end{cases} \quad \cdots\cdots \text{①}$$

对图(b)，应用基尔霍夫定律可得

$$\begin{cases} u(z,t)+R\Delta z i(z,t)+L\Delta z\frac{\partial i(z,t)}{\partial t}-u(z+\Delta z,t)=0 \\ i(z,t)+G\Delta z u(z+\Delta z,t)+C\Delta z\frac{\partial u(z+\Delta z,t)}{\partial t}-i(z+\Delta z,t)=0 \end{cases} \quad \cdots\cdots \text{②}$$

将式①代入式②，并忽略高阶小量，可得

$$\begin{cases} \frac{\partial u(z,t)}{\partial z}=Ri(z,t)+L\frac{\partial i(z,t)}{\partial t} \\ \frac{\partial i(z,t)}{\partial z}=Gu(z,t)+C\frac{\partial u(z,t)}{\partial t} \end{cases}$$

这就是均匀传输线方程，也称电报方程。

2、 对于由均匀介质填充的金属波导管内如图所示，在如下三个假设条件下

1) 波导管内填充的介质是均匀、线性、各向同性的；

2) 波导管内无自由电荷和传导电流的存在；

3) 波导管内的场是时谐场。

基于 Maxwell 方程，推导得到波导管内的场满足矢量亥姆霍茨方程$\begin{cases}\nabla^2\vec{E}+k^2\vec{E}=0\\ \nabla^2\vec{H}+k^2\vec{H}=0\end{cases}$，其中 k 为自由媒介空间波数。

解： 由前两个假设条件可知，波导内填充介质的ε和μ均为常数，则

$$\begin{cases} \nabla\times\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \\ \nabla\cdot\vec{D}=0 \\ \nabla\times\vec{H}=\frac{\partial\vec{D}}{\partial t} \\ \nabla\cdot\vec{B}=0 \end{cases} \quad \cdots\cdots \text{①}$$

由谐波假设可知$\begin{cases}\vec{E}(r,t)=Re[\vec{E}(r)e^{j\omega t}]\\ \vec{H}(r,t)=Re[\vec{H}(r)e^{j\omega t}]\end{cases}$代入式①可得$\begin{cases}\nabla\times\vec{E}(r)=-j\omega\mu\vec{H}(r)\\ \nabla\times\vec{H}(r)=j\omega\varepsilon\vec{E}(r)\end{cases}$ $\cdots\cdots$ ② $\begin{pmatrix}\vec{B}=\mu\vec{H}\\ \vec{D}=\varepsilon\vec{E}\end{pmatrix}$

对式②中的第一式两边同时取旋度运算并由矢量运算恒等式可得$-\nabla^2\vec{E}(r)=-j\omega\mu\nabla\times\vec{H}(r)$

再将式②中的第二项代入可得$\nabla^2\vec{E}(r)+\omega^2\mu\varepsilon\vec{E}(r)=0$，令$k^2=\omega^2\mu\varepsilon$即可得到所求。

3、 基于无源区电场和磁场所满足的关系：$\begin{cases}\nabla\times\vec{H}(r)=j\omega\varepsilon\vec{E}\\ \nabla\times\vec{E}(r)=-j\omega\mu\vec{H}\end{cases}$，推导得到在直角坐标系中电场和磁场各分量之间所满足的关系：$\begin{cases}E_x=-\frac{j}{k_c^2}(\omega\mu\frac{\partial H_z}{\partial y}+\beta\frac{\partial E_z}{\partial x})\\ E_y=\frac{j}{k_c^2}(\omega\mu\frac{\partial H_z}{\partial x}-\beta\frac{\partial E_z}{\partial y})\\ H_x=\frac{j}{k_c^2}(-\beta\frac{\partial H_z}{\partial x}+\omega\varepsilon\frac{\partial E_z}{\partial y})\\ H_y=-\frac{j}{k_c^2}(\beta\frac{\partial H_z}{\partial y}+\omega\varepsilon\frac{\partial E_z}{\partial x})\end{cases}$。

解：在无源区电场和磁场的各分量沿着传播方向z的变化规律均为$e^{-j\beta z}$，基于此由已知条件可得

$$\nabla\times\vec{E}=\begin{vmatrix}\vec{i}&\vec{j}&\vec{k}\\ \frac{\partial}{\partial x}&\frac{\partial}{\partial y}&\frac{\partial}{\partial z}\\ E_x&E_y&E_z\end{vmatrix}、\nabla\times\vec{H}=\begin{vmatrix}\vec{i}&\vec{j}&\vec{k}\\ \frac{\partial}{\partial x}&\frac{\partial}{\partial y}&\frac{\partial}{\partial z}\\ H_x&H_y&H_z\end{vmatrix}$$

将其展开可得

$$\begin{cases}\frac{\partial E_z}{\partial y}-\frac{\partial E_y}{\partial z}=-j\omega\mu H_x\ \ (1)\\ \frac{\partial E_x}{\partial z}-\frac{\partial E_z}{\partial x}=-j\omega\mu H_y\ \ (2)\\ \frac{\partial E_y}{\partial x}-\frac{\partial E_x}{\partial y}=-j\omega\mu H_z\ \ (3)\end{cases}\begin{cases}\frac{\partial H_z}{\partial y}-\frac{\partial H_y}{\partial z}=j\omega\varepsilon E_x\ \ (4)\\ \frac{\partial H_x}{\partial z}-\frac{\partial H_z}{\partial x}=j\omega\varepsilon E_y\ \ (5)\\ \frac{\partial H_y}{\partial x}-\frac{\partial H_x}{\partial y}=j\omega\varepsilon E_z\ \ (6)\end{cases}$$

将式(1)两边同时乘以$\omega\varepsilon$得 $\omega\varepsilon\frac{\partial E_z}{\partial y}+j\beta\omega\varepsilon E_y=-j\omega^2\mu\varepsilon H_x$ (7) $(\frac{\partial E_y}{\partial z}=-j\beta E_y)$

将式(5)两边同时乘以β得 $-j\beta^2 H_x-\beta\frac{\partial H_z}{\partial x}=j\beta\omega\varepsilon E_y$ (8) $(\frac{\partial H_x}{\partial z}=-j\beta H_x)$

将式(8)代入式(7)中可得 $-j(\omega^2\mu\varepsilon-\beta^2)H_x=\omega\varepsilon\frac{\partial E_z}{\partial y}-\beta\frac{\partial H_z}{\partial x}$

整理得 $H_x=\frac{j}{k_c^2}(-\beta\frac{\partial H_z}{\partial x}+\omega\varepsilon\frac{\partial E_z}{\partial y})$

其中$k_c^2=k^2-\beta^2=\omega^2\mu\varepsilon-\beta^2$为传输系统的本征值。其余各式得推导类似。

4、 基于均匀传输线的电报方程推导均匀无耗传输线上任意一点z处的输入阻抗公式$Z_{in}(z)=Z_0\frac{Z_l+jZ_0\tan\beta z}{Z_0+jZ_l\tan\beta z}$，其中已知终端负载为$Z_l$，$\beta$为相移常数，终端的电流和电压分别为$U_l$和$I_l$。

解：由已知条件知传输线上任意一点的电压和电流为$\begin{cases}U(z)=U_l\operatorname{ch}\gamma z+I_lZ_0\operatorname{sh}\gamma z\\ I(z)=I_l\operatorname{ch}\gamma z+\frac{U_l}{Z_0}\operatorname{sh}\gamma z\end{cases}$

令$\gamma=\alpha+j\beta$，对于无耗传输线，$R=G=0$，则$\alpha=0$，此时$\gamma=j\beta$，$\operatorname{ch}x=\frac{e^x+e^{-x}}{2}$，$\operatorname{sh}x=\frac{e^x-e^{-x}}{2}$

于是对无耗均匀传输线，线上各点电压$U(z)$、电流$I(z)$与终端电压U_l、终端电流I_l的关系如下

$$\begin{cases}U(z)=U_l\cos\beta z+jI_lZ_0\sin\beta z\\ I(z)=I_l\cos\beta z+j\frac{U_l}{Z_0}\sin\beta z\end{cases}\quad\cdots\cdots ①$$

式中，Z_0为无耗传输线的特性阻抗；β为相移常数。

定义传输线上任意一点z处的输入电压和输入电流之比为该点的输入阻抗，记作$Z_{in}(z)$，即

$$Z_{in}(z)=\frac{U(z)}{I(z)}\ \cdots\cdots\ ②$$

将式①代入式②，可得

$$Z_{in}(z)=\frac{U_l\cos\beta z+jI_lZ_0\sin\beta z}{I_l\cos\beta z+j\dfrac{U_l}{Z_0}\sin\beta z}=Z_0\frac{Z_l+jZ_0\tan\beta z}{Z_0+jZ_l\tan\beta z}$$

5、 对于均匀无耗传输线而言，终端负载短路时，推导得到传输线上任意一点z处的输入阻抗为$Z_{in}(z)=jZ_0\tan\beta z$，其中$Z_0$为传输线的特性阻抗，$\beta$为相移常数。

解： 终端负载短路时，即负载阻抗$Z_l=0$，由$\Gamma_l=\frac{Z_l-Z_0}{Z_l+Z_0}$可知终端反射系数$\Gamma_l=-1$。

此时，传输线上任意点z处的反射系数为$\Gamma(z)=\Gamma_l e^{-j2\beta z}=-e^{-j2\beta z}$

将之代入式$\begin{cases}U(z)=U_+(z)+U_-(z)=A_1e^{j\beta z}[1+\Gamma(z)]\\ I(z)=I_+(z)+I_-(z)=\frac{A_1}{Z_0}e^{j\beta z}[1-\Gamma(z)]\end{cases}$，得$\begin{cases}U(z)=A_1\left(e^{j\beta z}-e^{-j\beta z}\right)=j2A_1\sin\beta z\\ I(z)=\frac{A_1}{Z_0}\left(e^{j\beta z}+e^{-j\beta z}\right)=\frac{2A_1}{Z_0}\cos\beta z\end{cases}$

此时传输线上任意一点z处得输入阻抗为$Z_{in}(z)=\frac{U(z)}{I(z)}=\frac{j2A_1\sin\beta z}{\frac{2A_1}{Z_0}\cos\beta z}=jZ_0\tan\beta z$

6、 基于矩形波导中 TE 波横向场所满足的方程$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)H_{oz}(x,y)+k_c^2H_{oz}(x,y)=0$，推导得到 TE 波的截止波数$k_c=\sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2+\left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$，其中$a$为矩形波导的长边尺寸，$b$为短边尺寸，$m,n=0,1,2\ldots$

解： 应用分离变量法，令$H_{oz}(x,y)=X(x)Y(y)$

代入 TE 波横向场满足的波动方程$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)H_{oz}(x,y)+k_c^2H_{oz}(x,y)=0$，并除以$X(x)Y(y)$，得

$$-\frac{1}{X(x)}\frac{\partial^2X(x)}{\partial x^2}-\frac{1}{Y(y)}\frac{\partial^2Y(y)}{\partial y^2}=k_c^2$$

要使上式成立，上式左边每项必须均为常数，设分别为k_x^2和k_y^2，则有

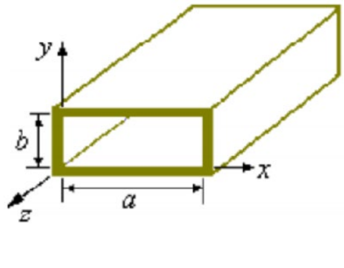
$$\begin{cases}\dfrac{\partial^2X(x)}{\partial x^2}+k_x^2X(x)=0\\ \dfrac{\partial^2Y(y)}{\partial y^2}+k_y^2Y(y)=0\\ k_x^2+k_y^2=k_c^2\end{cases}$$

于是，$H_{oz}(x,y)$的通解为$H_{oz}(x,y)=(A_1\cos k_xx+A_2\sin k_xx)(B_1\cos k_yy+B_2\sin k_yy)$ …… ①

其中，A_1、A_2、B_1、B_2为待定系数，由边界条件确定。

由 TE 波应满足的边界条件$\left.\frac{\partial H_z}{\partial n}\right|_S=0$（式中，$S$表示波导周界，$n$为边界法向单位矢量）知，

H_z应满足的边界条件为$\begin{cases}\left.\frac{\partial H_z}{\partial x}\right|_{x=0}=\left.\frac{\partial H_z}{\partial x}\right|_{x=a}=0\\ \left.\frac{\partial H_z}{\partial y}\right|_{y=0}=\left.\frac{\partial H_z}{\partial y}\right|_{y=b}=0\end{cases}$ …… ②



将式①代入式②可得$\begin{cases}A_2=0,k_x=\frac{m\pi}{a}\\ B_2=0,k_y=\frac{n\pi}{b}\end{cases}$

于是得到矩形波导 TE 波的截止波数$k_c=\sqrt{k_x^2+k_y^2}=\sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2+\left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$

7、 填空题

(1) 微波的频率范围：$300MHz$（波长$1m$）至$3000GHz$（波长 $0.1mm$）
(2) 微波波段划分为：分米波、厘米波、毫米波、亚毫米波
(3) 微波具有的特性：似光性、穿透性、宽频带特性、热效应特性、散射特性、抗低频干扰特性
(4) 无耗传输线的三种工作状态：行波状态、纯驻波状态、行驻波状态
(5) 传输线的三种匹配状态：负载阻抗匹配、源阻抗匹配、共轭阻抗匹配
(6) 无耗传输线具有的特性：$\lambda/4$的变换性、$\lambda/2$的重复性
(7) 阻抗匹配的方法：$\lambda/4$阻抗变换器法、支节调配器法
(8) 实际使用的同轴线其特性阻抗一般有50Ω和75Ω两种。
50Ω的同轴线兼顾了耐压、功率容量和衰减的要求，是一种通用型传输线；
75Ω的同轴线是衰减最小的同轴线，它主要用于远距离传输。
(9) 矩形波导的主模为 TE_{10} 模
(10) 激励波导的三种方法：电激励、磁激励、孔缝激励
(11) 光纤的三种基本结构：阶梯多模光纤、阶梯单模光纤、渐变多模光纤
(12) 光纤的三种色散效应：材料色散、波导色散、模间色散
(13) 主要的阻抗匹配元件：螺钉调配器、阶梯阻抗变换器、渐变型阻抗变换器
(14) 电波传播方式：视距传播、天波传播、地面波传播、不均匀媒质传播
(15) 横向尺寸远小于纵向尺寸并小于波长的细长结构的天线称为线天线