2-4

2-4　已知连续系统的输入输出算子方程及 0_- 初始条件为：

(1) $y(t)=\dfrac{2p+4}{(p+1)(p+3)}f(t)$, $y(0_-)=2$, $y'(0_-)=1$;

(2) $y(t)=\dfrac{-(2p+1)}{p(p^2+4p+8)}f(t)$, $y(0_-)=0$, $y'(0_-)=1$, $y''(0_-)=0$;

(3) $y(t)=\dfrac{3p+1}{p(p+2)^2}f(t)$, $y(0_-)=y'(0_-)=0$, $y''(0_-)=4$.

试求系统的零输入响应 $y_x(t)(t/0)$。

解：(1) $p_1=-1$, $p_2=-3$, $y(t)=A_1\mathrm{e}^{-t}+A_2\mathrm{e}^{-3t}$,

$$\begin{cases}2=A_1+A_2\\1=-A_1-3A_2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}A_1=3.5\\A_2=-1.5\end{cases}\Rightarrow y(t)=3.5\mathrm{e}^{-t}-1.5\mathrm{e}^{-3t}\ ,\ t/\ \ 0;$$

(2) $p_1=0$, $p_{2,3}=-2\pm\mathrm{j}2$, $y(t)=A_1+A_2\mathrm{e}^{-2t}\cos(2t+A_3)$,

$$\begin{cases}0=A_1+A_2\cos A_3\\1=-2A_2(\cos A_3+\sin A_3)\\0=4A_2 2\cos A_3\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}A_1=0\\A_2=0.5\\A_3=-90^\circ\end{cases}\Rightarrow y(t)=0.5\mathrm{e}^{-2t}\sin 2t\ ,\ t/\ \ 0.$$

(3) $p_1=0$, $p_{2,3}=-2$, $y(t)=A_1+(A_2t+A_3)\mathrm{e}^{-2t}$,

$$\begin{cases}0=A_1+A_3\\0=A_2-2A_3\\4=-4A_2+4A_3\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}A_1=1\\A_2=-2\\A_3=-1\end{cases}\Rightarrow y(t)=1-(2t+1)\mathrm{e}^{-2t}\ ,\ t/\ \ 0.$$

2-7 已知三个连续系统的传输算子 $H(p)$分别为：

(1) $\dfrac{2p+4}{(p+1)(p+3)}$； (2) $\dfrac{-(2p+1)}{p(p^2+4p+8)}$； (3) $\dfrac{3p+1}{p(p+2)^2}$.

试求各系统的单位冲激响应 $h(t)$。

解：(1) $H(p)=\dfrac{1}{p+1}+\dfrac{1}{p+3}\Rightarrow h(t)=(\mathrm{e}^{-t}+\mathrm{e}^{-3t})\varepsilon(t)$；

(2) $$H(p)=-\frac{\frac{1}{8}}{p}+\frac{Ap+B}{p^2+4p+8}=\frac{(A-\frac{1}{8})p^2+(B-\frac{1}{2})p-1}{p(p^2+4p+8)}\Rightarrow A=\frac{1}{8},B=-1.5$$

$$\Rightarrow H(p)=-\frac{\frac{1}{8}}{p}+\frac{\frac{1}{8}(p+2)-0.875\times 2}{(p+2)^2+2^2}$$

$$\Rightarrow h(t)=(-\frac{1}{8}+\frac{1}{8}\mathrm{e}^{-2t}\cos 2t-0.875\mathrm{e}^{-2t}\sin 2t)\varepsilon(t)；$$

(3) $$H(p)=\frac{\frac{1}{4}}{p}+\frac{2.5}{(p+2)^2}-\frac{\frac{1}{4}}{p+2}\Rightarrow h(t)=(\frac{1}{4}+\frac{5}{2}t\mathrm{e}^{-2t}-\frac{1}{4}\mathrm{e}^{-2t})\varepsilon(t).$$

2-12　求下列各组信号的卷积积分。

(1) $f_1(t)=\varepsilon(t)$, $f_2(t)=\varepsilon(t-1)$;　　(2) $f_1(t)=\varepsilon(t)$, $f_2(t)=\mathrm{e}^{-t}\varepsilon(t)$;

(3) $f_1(t)=\mathrm{e}^{-t}\varepsilon(t)$, $f_2(t)=\mathrm{e}^{-2t}\varepsilon(t)$;　　(4) $f_1(t)=\mathrm{e}^{-t}\varepsilon(t)$, $f_2(t)=\sin t\varepsilon(t)$;

(5) $f_1(t)=\sin\pi t[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-1)]$, $f_2(t)=\delta(t-1)+\delta(t+2)$;

(6) $f_1(t)=\sum_{n=0}^{\infty}\delta(t-nT)$, $f_2(t)=\sin\frac{\pi}{T}t\,\varepsilon(t)$.

解：(1) $y(t)=(t-1)\varepsilon(t-1)$;

(2) $y(t)=(\int_0^t \mathrm{e}^{-\tau}\mathrm{d}\tau)\varepsilon(t)=(1-\mathrm{e}^{-t})\varepsilon(t)$;

(3) $y(t)=\frac{1}{2-1}(\mathrm{e}^{-t}-\mathrm{e}^{-2t})\varepsilon(t)=(\mathrm{e}^{-t}-\mathrm{e}^{-2t})\varepsilon(t)$;

2-20

2-17　已知某系统的微分方程为 $y''(t)+3y'(t)+2=f'(t)+3f(t)$，$0_-$初始条件 $y(0_-)=1$，$y'(0_-)=2$，试求：

(1) 系统的零输入响应 $y_x(t)$；

(2) 激励 $f(t)$5 ™(t)时，系统的零状态响应 $y_f(t)$和全响应 $y(t)$；

(3) 激励 $f(t)$5 e^{23t} ™(t)时，系统的零状态响应 $y_f(t)$和全响应 $y(t)$。

解：(1) 算子方程为：$(p+1)(p+2)y(t)=(p+3)f(t)$

$$\therefore y_x(t)=A_1e^{-t}+A_2e^{-2t} \Rightarrow \begin{cases}1=A_1+A_2\\2=-A_1-2A_2\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}A_1=4\\A_2=-3\end{cases}$$

$$\Rightarrow y_x(t)=4e^{-t}-3e^{-2t},\ t/\ \ 0_-;$$

$$(2)\ H(p)=\frac{p+3}{p^2+3p+2}=\frac{2}{p+1}-\frac{1}{p+2} \Rightarrow h(t)=(2e^{-t}-e^{-2t})\varepsilon(t)$$

$$y_f(t)=h(t)*\varepsilon(t)=(\frac{3}{2}-2e^{-t}+\frac{1}{2}e^{-2t})\varepsilon(t)$$

$$y(t)=y_x(t)+y_f(t)=(\frac{3}{2}+2e^{-t}-\frac{5}{2}e^{-2t})\varepsilon(t)$$

$$(3)\ y_f(t)=h(t)*e^{-3t}\varepsilon(t)=(e^{-t}-e^{-2t})\varepsilon(t)$$

$$y(t)=y_x(t)+y_f(t)=(5e^{-t}-4e^{-2t})\varepsilon(t)$$

3-10 试求下列信号的频谱函数。

(1) $f_1(t)=\varepsilon(-t)$； (2) $f_2(t)=e^{t}\varepsilon(-t)$； (3) $f_3(t)=\frac{1}{2}\operatorname{sgn}(-t)$；

(4) $f_4(t)=e^{j2t}\varepsilon(t)$； (5) $f_5(t)=\varepsilon(t-3)$； (6) $f_6(t)=e^{-|t|}\cos t$.

解： (1) $F_1(j\omega)=\pi\delta(-\omega)-\frac{1}{j\omega}=\pi\delta(\omega)-\frac{1}{j\omega}$；

(2) $\because f(t)=e^{-t}\varepsilon(t)\leftrightarrow F(j\omega)=\frac{1}{1+j\omega}$， $\therefore F_2(j\omega)=F(-j\omega)=\frac{1}{1-j\omega}$；

(3) $F_3(j\omega)=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{-j\omega}\right)=j\frac{1}{\omega}$； (4) $F_4(j\omega)=\pi\delta(\omega-2)+\frac{1}{j(\omega-2)}$；

(5) $F_5(j\omega)=[\pi\delta(\omega)+\frac{1}{j\omega}]e^{-j3\omega}=\pi\delta(\omega)+\frac{1}{j\omega}e^{-j3\omega}$；

(6) $\because e^{-|t|}\leftrightarrow\frac{2\times1}{1^2+\omega^2}$， $f(t)\cdot\cos\Omega t\leftrightarrow\frac{1}{2}F[j(\omega+\Omega)]+\frac{1}{2}F[j(\omega-\Omega)]$

$$\therefore F_6(j\omega)=\frac{1}{1+(\omega+1)^2}+\frac{1}{1+(\omega-1)^2}=\frac{2(\omega^2+2)}{\omega^4+4}\ .$$

3-12　已知信号 $f(t)$ 的频谱函数 $F(\mathrm{j}\varpi)$ 如下，求信号 $f(t)$ 的表达式。

(1) $F(\mathrm{j}\,\omega)=\delta(\omega-\omega_0)$；　(2) $F(\mathrm{j}\,\omega)=\delta(\omega+\omega_0)-\delta(\omega-\omega_0)$；

(3) $F(\mathrm{j}\,\omega)=\varepsilon(\omega+\omega_0)-\varepsilon(\omega-\omega_0)$；　(4) $F(\mathrm{j}\,\omega)=\begin{cases}\dfrac{\omega_0}{\pi}, & |\omega|\le\omega_0;\\ 0, & |\omega|>\omega_0.\end{cases}$

解：(1) $\because \delta(t)\longleftrightarrow 1$，　$\therefore 1\longleftrightarrow 2\pi\delta(-\varpi)=2\pi\delta(\varpi)$，

$$(2)\ f(t)=\frac{1}{2\pi}(e^{-\mathrm{j}\,\omega_0 t}-e^{\mathrm{j}\,\omega_0 t})=\frac{1}{j\pi}\sin\omega_0 t;$$

$$(3)\ \frac{1}{2\pi}[\pi\delta(t)+\frac{1}{\mathrm{j}t}]\leftrightarrow\varepsilon(-\omega)\quad\Rightarrow\quad\frac{1}{2}\delta(t)-\frac{1}{\mathrm{j}2\pi t}\leftrightarrow\varepsilon(\omega)$$

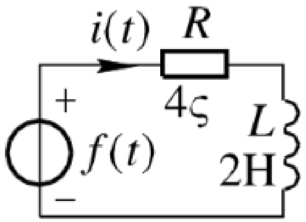
$$\Rightarrow f(t)=[\frac{\delta(t)}{2}-\frac{1}{\mathrm{j}2\pi t}](e^{-\mathrm{j}\,\omega_0 t}-e^{\mathrm{j}\,\omega_0 t})=\frac{1}{\pi t}\sin\omega_0 t=\frac{\omega_0}{\pi}\mathrm{Sa}(\omega_0 t);$$

$$方法二：\because G_{2\omega_0}(t)\longleftrightarrow 2\omega_0\mathrm{Sa}\left(\frac{\omega 2\omega_0}{2}\right)=2\omega_0\mathrm{Sa}(\omega\ \omega_0)$$

$$\therefore 2\omega_0\mathrm{Sa}(t\ \omega_0)\leftrightarrow 2\pi G_{2\omega_0}(\omega)\ \Rightarrow\ f(t)=\frac{\omega_0}{\pi}\mathrm{Sa}(\omega_0 t)\leftrightarrow G_{2\omega_0}(\omega)=F(\mathrm{j}\,\omega);$$

$$(4) F(\mathrm{j}\,\omega)=\frac{\omega_0}{\pi}G_{2\omega_0}(\omega)\leftrightarrow\frac{1}{2\pi}\cdot\frac{\omega_0}{\pi}\cdot 2\omega_0\mathrm{Sa}(\omega_0 t)=\left(\frac{\omega_0}{\pi}\right)^2\mathrm{Sa}(\omega_0 t).$$

3-26 图示电路，$f(t)=10\mathrm{e}^{-t}\text{™}(t)+2\text{™}(t)$。求关于 $i(t)$ 的单位冲激响应 $h(t)$ 和零状态响应 $i(t)$。



解：$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{1}{R+\mathrm{j}\omega L}=\frac{1}{4+\mathrm{j}2\omega}=\frac{1/2}{\mathrm{j}\omega+2}\Rightarrow h(t)=\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-2t}\varepsilon(t)$$

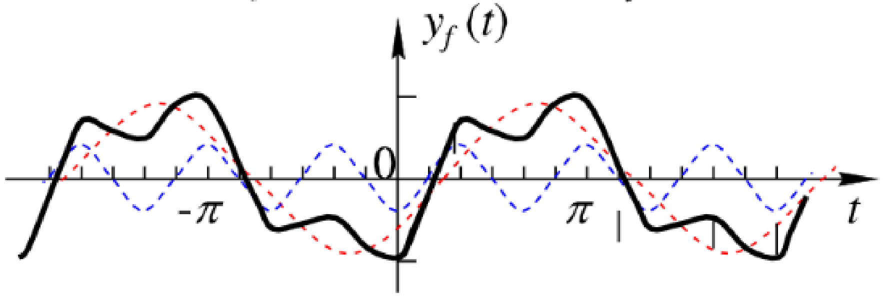
$$I(\mathrm{j}\omega)=\frac{1/2}{\mathrm{j}\omega+2}\left[\frac{10}{\mathrm{j}\omega+1}+\frac{2}{\mathrm{j}\omega}+2\pi\delta(\omega)\right]$$

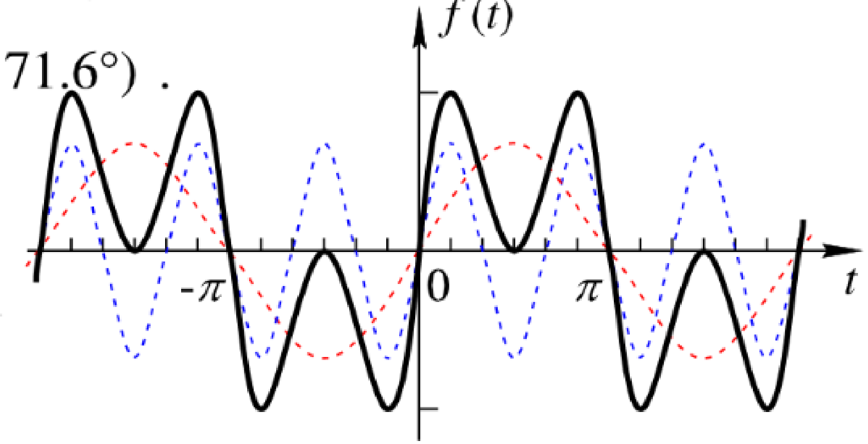
$$=\frac{1/2}{\mathrm{j}\omega}+\frac{1}{2}\delta(\omega)+\frac{5}{\mathrm{j}\omega+1}-\frac{11/2}{\mathrm{j}\omega+2}\quad\Rightarrow\quad i(t)=\left(\frac{1}{2}+5\mathrm{e}^{-t}-\frac{11}{2}\mathrm{e}^{-t}\right)\varepsilon(t)$$

3-28 设 $H(\mathrm{j}\,\omega)=\dfrac{1}{1+j\,\omega}$，$f(t)=\sin t+\sin 3t$，求$y_{\mathrm{f}}(t)$， 并绘 $f(t)$与 $y_{\mathrm{f}}(t)$的波形。

解： $y_{\mathrm{f}}(t)=1\times\left|\dfrac{1}{1+\mathrm{j}1}\right|\sin(t-\mathrm{arctg}\dfrac{1}{1})+1\times\left|\dfrac{1}{1+\mathrm{j}3}\right|\sin(3t-\mathrm{arctg}\dfrac{3}{1})$

$$=\frac{1}{\sqrt{2}}\sin(t-45°)+\frac{1}{\sqrt{10}}\sin(3t-71.6°)\ .$$





3-29 已知系统的频域系统函数为 $H(\mathrm{j}\,\omega)=\dfrac{\mathrm{j}\,\omega}{-\omega^2+\mathrm{j}5\omega+6}$，系统的初始状态为 $y(0_-)=2$，$y'(0_-)=1$，激励 $f(t)=\mathrm{e}^{-t}\varepsilon(t)$。求全响应 $y(t)$。

解：$$Y_f(\mathrm{j}\,\omega)=\frac{\mathrm{j}\,\omega}{(\mathrm{j}\,\omega+2)(\mathrm{j}\,\omega+3)}\left(\frac{1}{\mathrm{j}\,\omega+1}\right)=\frac{-0.5}{\mathrm{j}\,\omega+1}+\frac{2}{\mathrm{j}\,\omega+2}-\frac{1.5}{\mathrm{j}\,\omega+3}$$

$$y_f(t)=(2\mathrm{e}^{-2t}-0.5\mathrm{e}^{-t}-1.5\mathrm{e}^{-3t})\varepsilon(t)$$

$$\lambda_1=-2,\ \lambda_2=-3\Rightarrow y_x(t)=C_1\mathrm{e}^{-2t}+C_2\mathrm{e}^{-3t}\Rightarrow\begin{cases}2=C_1+C_2\\1=-2C_1-3C_2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}C_1=7\\C_2=-5\end{cases}$$

$$\Rightarrow y_x(t)=7\mathrm{e}^{-2t}-5\mathrm{e}^{-3t},\ t/\quad 0$$

$$\Rightarrow y(t)=y_x(t)+y_f(t)=9\mathrm{e}^{-2t}-6.5\mathrm{e}^{-3t}-0.5\mathrm{e}^{-t},\ t/\quad 0$$

4-3. 利用拉变的基本性质，求下列函数的拉氏变换。

(1) t^2+2t　(2) $\sin(\omega t+\frac{\pi}{4})$　(3) $1+(t-2)\mathrm{e}^{-t}$　(4) $t^2\mathrm{e}^{-at}$

(5) $\mathrm{e}^{-t}[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-2)]$　(6) $5\mathrm{e}^{-2t}\cos(\omega t+\frac{\pi}{4})$　(7) $\mathrm{e}^{-2t}+\mathrm{e}^{-(t-1)}\varepsilon(t-1)+\delta(t-2)$

(8) $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[\sin 2t\,\varepsilon(t)]$　(9) $\varepsilon(2t-2)$　(10) $\delta(\frac{1}{2}t-1)$

解： (1) $F(s)=\frac{2}{s^3}+\frac{2}{s^2}$　(2) $f(t)=\frac{\sqrt{2}}{2}(\sin\omega t+\cos\omega t)$，$F(s)=\frac{\sqrt{2}(\omega+s)}{2(s^2+\omega^2)}$

(3) $F(s)=\frac{1}{s}+\frac{1}{(s+1)^2}-\frac{2}{s+1}$　(4) $F(s)=\frac{2}{(s+a)^3}$　(5) $F(s)=\frac{1}{s+1}-\frac{\mathrm{e}^{-2(s+1)}}{s+1}$

(6) $F(s)=\frac{2.5\sqrt{2}(s+2-\omega)}{(s+2)^2+\omega^2}$　(7) $F(s)=\frac{1}{s+2}+\frac{\mathrm{e}^{-s}}{s+1}+\mathrm{e}^{-2s}$

(8) $F(s)=s\frac{2}{s^2+2^2}-0=\frac{2s}{s^2+4}$　(9) $\varepsilon(t-1)\leftrightarrow\frac{\mathrm{e}^{-s}}{s}$　(10) $2\delta(t-2)\leftrightarrow 2\mathrm{e}^{-2s}$.

4-7. 求下列函数的拉氏反变换。

(1) $\dfrac{s-1}{s^2+2s+2}$； (2) $\dfrac{s^2+1}{s^2+2s+2}$； (3) $\dfrac{s^2+2}{(s+2)(s^2+1)}$；

(4) $\dfrac{s^2+4s+1}{s(s+1)^2}$； (5) $\dfrac{1}{s^2(s+2)}$； (6) $\dfrac{s}{(s^2+1)^2}$.

解： (1) $F(s)=\dfrac{s+1-2\times 1}{(s+1)^2+1^2}$， $f(t)=\mathrm{e}^{-t}(\cos t-2\sin t)=2.236\mathrm{e}^{-t}\cos(t+63.4°)$;

(2) $F(s)=1-\dfrac{2(s+1)-1}{(s+1)^2+1^2}$，

$f(t)=\delta(t)-\mathrm{e}^{-t}(2\cos t-\sin t)=\delta(t)+2.236\mathrm{e}^{-t}\cos(t-153.4°)$;

(3) $F(s)=\dfrac{6/5}{s+2}-\dfrac{1}{5}\dfrac{s-2}{s^2+1}$， $f(t)=1.2\mathrm{e}^{-2t}+0.447\cos(t-116.6°)$; $(-0.2-j0.4)$

(4) $F(s)=\dfrac{1}{s}+\dfrac{2}{(s+1)^2}$， $f(t)=1+2t\mathrm{e}^{-t}$;

(5) $F(s)=\dfrac{0.25}{s+2}+\dfrac{0.5}{s^2}-\dfrac{0.25}{s}$， $f(t)=0.25\mathrm{e}^{-2t}+0.5t-0.25$;

(6) $F(s)=-\dfrac{1}{2}\dfrac{d}{ds}\left(\dfrac{1}{s^2+1}\right)$， $f(t)=0.5t\sin t$. (频域微分性质)

4-13. 已知连续系统的微分方程为：$y''(t)+2y'(t)+y(t)=8f'(t)+2f(t)$，求在下列输入时的零输入响应、零状态响应和完全响应：

(1) 已知 $f(t)5$ ™(t)，$y(0_-)51$，$y'(0_-)52$；

(2) 已知 $f(t)5\mathrm{e}^{22t}$ ™(t)，$y(0_-)50$，$y'(0_-)51$；

(3) 已知 $f(t)5$ ™$(t21)$，$y(0_-)51$，$y'(0_-)521$。

解：$$Y(s)=\frac{(s+2)y(0\_)+y'(0\_)}{(s+1)^2}+\frac{(8s+2)F(s)}{(s+1)^2}=Y_x(s)+Y_f(s)$$

(1) $$Y_x(s)=\frac{(s+2)+2}{(s+1)^2}=\frac{1}{s+1}+\frac{3}{(s+1)^2}\Rightarrow y_x(t)=(1+3t)\mathrm{e}^{-t},\ t/\ \ 0;$$

$$Y_f(s)=\frac{(8s+2)}{s(s+1)^2}=\frac{2}{s}-\frac{2}{s+1}+\frac{6}{(s+1)^2}\Rightarrow y_f(t)=(2-2\mathrm{e}^{-t}+6t\mathrm{e}^{-t})\varepsilon(t);$$

$$y(t)=(1+3t)\mathrm{e}^{-t}+2-2\mathrm{e}^{-t}+6t\mathrm{e}^{-t}=3-2\mathrm{e}^{-t}+9t\mathrm{e}^{-t},\ t/\ \ 0;$$

(2) $$Y_x(s)=\frac{1}{(s+1)^2}\Rightarrow y_x(t)=t\mathrm{e}^{-t},\ t/\ \ 0;$$

$$Y_f(s)=\frac{(8s+2)}{(s+2)(s+1)^2}=\frac{-14}{s+2}+\frac{14}{s+1}-\frac{6}{(s+1)^2}\Rightarrow y_f(t)=[(14-6t)\mathrm{e}^{-t}-14\mathrm{e}^{-2t})\varepsilon(t);$$

$$y(t)=(14-5t)\mathrm{e}^{-t}-14\mathrm{e}^{-2t},\ t/\ \ 0;$$

(3) $$Y_x(s)=\frac{(s+2)-1}{(s+1)^2}=\frac{1}{s+1}\Rightarrow y_x(t)=t\mathrm{e}^{-t},\ t/\ \ 0;$$

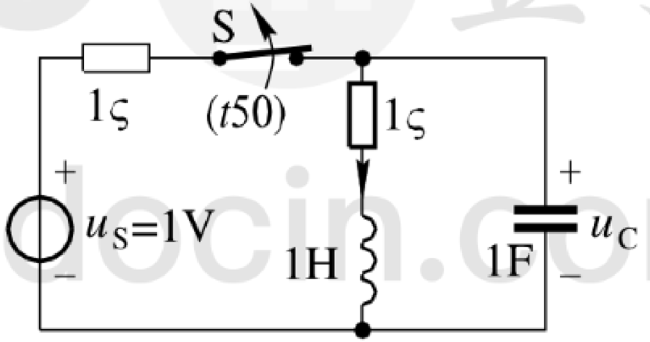
$$Y_f(s)=\frac{(8s+2)}{s(s+1)^2}\mathrm{e}^{-s}=[\frac{2}{s}-\frac{2}{s+1}+\frac{6}{(s+1)^2}]\mathrm{e}^{-s}\Rightarrow y_f(t)=[2+(6t-8)\mathrm{e}^{-(t-1)}]\varepsilon(t-1);$$

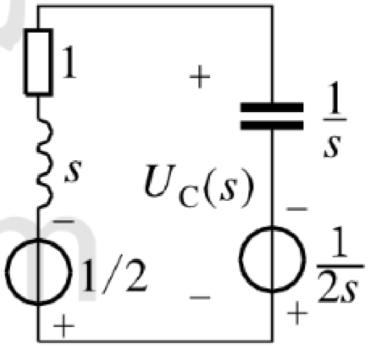
$$y(t)=\mathrm{e}^{-t}+[2+(6t-8)\mathrm{e}^{-(t-1)}]\varepsilon(t-1),\ t/\ \ 0.$$

4-15. 图示电路原已达稳态，在 t=0 时将开关 S 打开，试求 t≥0 时的 $u_C(t)$。

解： $u_C(0\_)=0.5\text{V}$, $i_L(0\_)=0.5\text{A}$,

运算电路如右图。



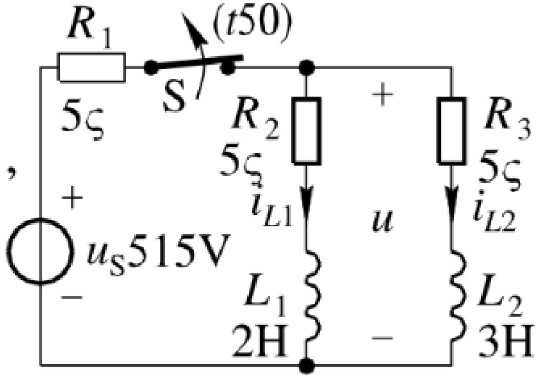


$$U_C(s)=\frac{\frac{1}{2}-\left(\frac{1}{2}/(1+s)\right)}{\frac{1}{s+1}+s}=\frac{\frac{1}{2}s}{s^2+s+1}=\frac{\frac{1}{2}(s+\frac{1}{2})-\frac{1}{2\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{3}}{2}}{(s+\frac{1}{2})^2+(\frac{\sqrt{3}}{2})^2}$$

$$u_C(t)=\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}t}\left(\frac{1}{2}\cos\frac{\sqrt{3}}{2}t-\frac{1}{2\sqrt{3}}\sin\frac{\sqrt{3}}{2}t\right)$$

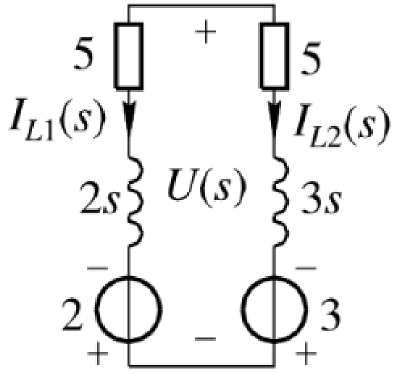
$$=0.577\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}t}\cos(\frac{\sqrt{3}}{2}t+30^\circ)\ \text{V},\ t/\ \ 0$$ （注意到：$\frac{1}{2}+\mathrm{j}\frac{1}{2\sqrt{3}}=0.577\underline{/30^\circ}$ ）

4-16. 图示电路原已达稳态，在 t=0 时将开关 S 闭合，试求 $t \geqslant 0$ 时的 $i_{L1}(t)$ 和 $u(t)$ 。



解： $i_{L1}(0_-) = i_{L2}(0_-) = \dfrac{0.5 \times 15}{7.5} = 1\text{A}$,

运算电路如右图。



$$I_{L1}(s) = \frac{2-3}{10+5s} = -\frac{0.2}{s+2} \Rightarrow i_{L1}(t) = -0.2\mathrm{e}^{-2t}\,\text{A};$$

$$U(s) = \frac{-(5+2s)\times 0.2}{s+2} - 2 = -2.4 - \frac{0.2}{s+2}$$

$$\Rightarrow u(t) = -2.4\delta(t) - 0.2\mathrm{e}^{-2t}\,\text{V},\ t/\ \ 0.$$

例5-7

例 5-7 若描述某离散时间系统的差分方程为

$$y(k)+3y(k-1)+2y(k-2)=2^k\varepsilon(k)$$

初始值 $y(0)=0, y(1)=2$。试求系统的全响应 $y(k)$。

解 (1) 求齐次差分方程通解 $y_0(k)$。因差分方程的特征方程为

$$\lambda^2+3\lambda+2=0$$

其特征根 $\lambda_1=-1, \lambda_2=-2$,故齐次方程的通解为

$$y_0(k)=C_1(-1)^k+C_2(-2)^k$$

(2) 求非齐次差分方程的特解 $y_d(k)$。因激励 $f(k)=2^k$,由表 5-1 可知

$$y_d(k)=A2^k$$

将它代入原方程得

$$A2^k+3A2^{k-1}+2A2^{k-2}=2^k$$

消去 2^k 得

$$A+\frac{3}{2}A+\frac{A}{2}=1$$

可得 $A=\dfrac{1}{3}$,故

$$y_d(k)=\frac{1}{3}(2)^k, \quad k\geqslant 0$$

(3) 求非齐次差分方程在给定初始值下的完全解。因

$$y(k)=y_0(k)+y_d(k)=C_1(-1)^k+C_2(-2)^k+\frac{1}{3}(2)^k$$

由

$$y(0)=C_1+C_2+\frac{1}{3}=0$$

$$y(1)=-C_1-2C_2+\frac{2}{3}=2$$

解得 $C_1=\dfrac{2}{3}, C_2=-1$,所以所求全响应为

$$y(k)=\frac{2}{3}(-1)^k-(-2)^k+\frac{1}{3}(2)^k, \quad k\geqslant 0$$

此例中,初始值是 $k=0$ 和 1 的 $y(k)$值,也就是外施激励作用以后的响应值,即全响应中的值,注意与零输入时的初始条件区别。