Topic1：无线信道模型

信道时延扩展⟹频率选择性衰落

信道多普勒扩展⟹时间选择性衰落

信道角度扩展⟹空间选择性衰落

多径信道对窄带($B_s \ll B_c$)⟹平坦衰落

多径信道对宽带($B_s \gg B_c$)⟹频率选择性衰落

多径信道($T_s \ll T_c$)⟹慢衰落

多径信道($T_s \gg T_c$)⟹快衰落

多径效应会引起移动接收机频率选择性。

多普勒效应会引起移动接收机本地相干载波的载波频偏。

对于有/无直通主路径（LOS）的频率非选择慢衰落信道，信道衰减系数的相位服从均匀分布，而系数的模（包络）则服从莱斯/瑞利分布。

密集散射信道中，不存在直达路径时，接收信号的包络服从瑞利分布，功率服从指数分布。

如果接收信号的采样间隔超过了信道的相干时间，则信号抽样值相互独立。

均匀散射环境中，为使多天线上的接收信号相互独立，天线间隔应该大约为半波长（0.38λ）。

无线信道中的传播特性包括：路径损耗、阴影衰落、多径衰落（按尺度由大到小排列）。

无线移动通信系统的特征：多径性和时变性

Topic2：无线信道的信道容量

假设只有接收端知晓 CSI，关于其信道遍历容量：无论什么信道状态，发送端均以一个恒定的数据速率（即遍历容量）传输，该速率为 AWGN 信道容量对信道状态的统计平均。

假设发送端和接收端均知晓 CSI，关于其香农容量：对于不同的瞬时信道状态，发送端以不同数据速率传输，其平均速率即为信道容量。

假设发送端和接收端均知晓 CSI，若采用信道反转模式，则发送端以恒定的数据速率传输。

容量对比：SNR(dB) > 0：AWGN > CSIT&R > CSIR

SNR(dB) < 0：CSIT&R > AWGN > CSIR

仅接收端已知 CSI 时衰落将使容量减小。

接收平均信噪比相等条件下，AWGN 信道的信道容量比瑞利衰落信道容量大。

衰落信道下为了使容量最大化采用的注水功率分配的原则是：好的多、差的少。

信道反转可以不用考虑信道的状态而以固定速率进行传输。

发射机进行注水功率分配可以在小信噪比条件下为衰落信道获得超过 AWGN 的容量。

信道容量是理论极限，是信道的最大互信息，只取决于信道本身特性，不取决于具体收发技术。

Topic3：数字调制

采用匹配滤波器的 64QAM 的最佳接收机结构中，需要的匹配滤波器个数至少为 2。

假定不采取其它任何措施，随着不断增加发射功率，频率选择性无线信道中的数字调制系统的误码率一定会出现“地板”效应。

数字通信中使错误概率最小的最佳接收准则有最大后验概率（MAP）和最大似然（ML）准则（发送消息等概时的似然比准则）。

衰落信道性能评价的指标取决于衰落信道变化的快慢，有以下 3 种：中断率、平均误码率、中断率和平均误码率的结合。

相同 SNR 下平均误码率：AWGN<快衰落信道<频率选择性衰落信道

瑞利衰落信道下 BPSK 传输：信号发射功率越小/数据传输速率越高/平均接收信噪比越低，误码率越高。

多普勒扩展只影响差分调制。差分移相信号在存在多普勒频移的信道中传输时，符号速率越低，错误概率越高。

对 DPSK 而言，受多普勒影响，误码率曲线会出现地板效应。最大多普勒频移一定时，随着数据速率增加，性能改善；数据速率一定时，随着最大多普勒频移增加，性能恶化；平均接收信噪比越高，误码率越低。

误码率曲线随横坐标（E_b/N_0）下降，因此：误码率随发射功率/信噪比增加而下降，误码率与数据传输速率有关。

信号空间中的点与原点距离的物理意义是符号能量根值（设空间的基是标准正交基）。

幅度/相位调制（线性调制）主要分 3 种：脉冲幅度调制（MPAM）、相移键控（MPSK）、正交幅度调制（MQAM）。

Topic4：分集

对独立的衰落信号进行分集合并的目的：减轻衰落影响。

阵列增益关注平均信噪比（对于最大比合并，与天线是否独立无关）。

分集增益关注瞬时信噪比（取决于多个信道是否独立）。改变了合成信噪比的分布，如果天线相关，则合成信噪比波动大；如果天线独立，则合成信噪比波动小。

多天线系统在非衰落信道中仅能获得阵列增益（无分集增益）；在衰落信道中可同时获得阵列增益和分集增益（取决于是否利用独立衰落路径）。

单发多收系统中，若采用最大比合并/选择合并，阵列增益不取决/取决于多天线信道是否独立。

多天线分集的主要功能：抵抗平坦衰落

Alamouti 方案属于一种发射分集技术。它可以获得分集增益，但没有阵列增益。

几种分集合并算法中，最大比合并（MRC）是性能最佳的，等增益合并（EGC）性能次之，选择合并（SC）性能最差但最容易实现。

所有的分集合并方式都有阵列增益，最大比合并的阵列增益最大。

多径分集中 MRC 性能强于 SC，但是 SC 不用估计信道的相位和幅度。

多径分集中 MRC 性能强于 EGC，但是 EGC 不用估计信道的幅度。

Topic5：自适应调制编码

自适应调制方式只有在发射机信道状态信息已知前提下调节发射功率和调制方式来获得更高的频谱效率并维持可靠的性能。

速率和功率都可变的 MQAM 中，最大可能的编码增益是K。

在可变速率可变功率自适应调制系统中（误码率指标一定，要求频谱效率最大化），如果对信道状态信息进行了高估，则调制阶数被高估、分配的发送功率被高估、实际的误码率高于指标值。

在基于信道反转的可变功率自适应调制系统中（误码率指标一定），调制阶数恒定、接收端信噪比恒定、瞬时频谱效率等于平均频谱效率。

移动通信系统中要进行信道估计，其作用有：为了在接收端进行信号处理与解调、为了在发送端进行信号预处理与自适应调制。

关于可变功率可变速率自适应调制，要求发送端和接收端均知道 CSI；可靠性要求越高，频谱效率离容量的差距越大；其频谱效率大于可变功率恒定速率调制系统。

Topic6&7：MIMO

无论发送端是否知晓 CSI，当信噪比趋于无穷大，MIMO 系统容量随收发天线数线性增长。

MIMO 系统中的空间复用增益与分集增益成反比。

MIMO 系统的分集模式中，分集增益和阵列增益可以同时获得。

对 SIMO 单发多收系统，若采用最大比合并（MRC），而多天线信道相关，则可取得阵列增益，而不能获得分集增益。

若 MIMO 系统工作于分集模式，若多天线信道相关，则可获得分集增益，而不能获得复用增益。

通过对不同路径信号进行相干合并，波束成形可获得分集和阵列增益。

分集目的：提高传输可靠性。复用目的：提高频谱效率。

根据信道条件来调整分集和复用增益：在信道条件差的时候，多用一些天线作分集，在信道条件好的时候，用更多的天线作复用。

M_t发M_r收的 MIMO 系统，信号复用增益最大为$min\{M_t, M_r\}$，分集增益阶数最大为M_tM_r。

多天线技术的主要作用：提高容量或可靠性

仅接收端知道 CSI 时，MIMO 系统中常用的线性接收机有：ZF（迫零接收机）、MF（匹配滤波器）、MMSE（最小均方误差接收机）。

迫零均衡在信道深度衰落的条件下可以使得接收机不能正常解调。迫零均衡器可以完全消除 ISI，可以自适应化，但是噪声增强比较显著。

为了实现一个蜂窝小区里多用户的空分多址（SDMA），要求基站的天线数 N_b≥用户数 N_u。

直达路径（LOS）传输对于 SISO 系统是较为理想，而对于 MIMO 系统则不利，因为限制了复用增益。

信噪比< $0dB$时：MMSE-SIC>MMSE>匹配滤波器>去相关器（迫零接收机）信噪比> $0dB$时：MMSE-SIC>MMSE>去相关器（迫零接收机）>匹配滤波器

Topic8：多载波调制

子信道的衰落补偿技术：可靠性考虑：{时频域交织编码、频域均衡、预编码}、有效性考虑：自适应加载。

频域均衡并没有真正地改善子信道平坦衰落引起的性能下降。

无重叠子信道系统的总带宽为$B = \frac{N(1+\beta+\varepsilon)}{T_N}$，$N$为子载波数，$\beta$为滚降系数，$\varepsilon/T_N$是因时间受限而增加的带宽。

重叠子信道系统的总带宽为$B = \frac{N+\beta+\varepsilon}{T_N} \approx \frac{N}{T_N}$

子载波相互重叠使其正交性易受定时偏差和频率偏差的影响。

正交频分复用（OFDM）的主要功能：解决符号间干扰问题。

OFDM 系统面临的主要挑战：同步问题、峰均功率比（PAPR）问题。

多载波信号的峰均比与子载波路数成正比，较大会造成功放效率下降。有N个子载波时的最大峰均比等于N。

OFDM 系统采用循环前缀（CP）的目的：消除符号间干扰（ISI）和载波间干扰（ICI）。

OFDM 系统采用循环前缀（CP）的原因：克服多径时延影响、变线性卷积为圆周（循环）卷积、简化均衡和解码。

当 OFDM 系统收发载频发生不同步时，会造成：有用信号幅度下降、载波间干扰。

OFDM 系统中，如果各子载波发送时间不同步，当时间差超过 CP 长度时，会造成：ISI 和 ICI。

高峰均比的解决方法：①对高于某个门限值的 OFDM 信号进行削峰；②用互补信号抵消峰值；③采用有失真的非线性功放进行纠正；④采用特殊的编码技术。

ICI 的产生原因：振荡器不匹配、多普勒频移、定时同步误差等。

【例题 4.1】AWGN 信道容量

假设某无线信道中功率随距离下降的关系为$P_r(d) = P_t(d_0/d)^3$，其中$d_0 = 10m$。设信道带宽为$B = 30kHz$，AWGN 的功率谱密度为$N_0/2$，其中$N_0 = 10^{-9}W/Hz$。设发送功率为1 W，求接收端与发送端相距$100m$和$1km$时的信道容量。

(1)　$d = 100m$

接收信噪比为$\gamma = \frac{P_r(d)}{N_0B} = \frac{P_td_0^3}{N_0Bd^3} = \frac{1\times10^3}{10^{-9}\times30\times10^3\times100^3} = \frac{1}{3\times10^{-2}} = 33 = 15\text{dB}$

相应容量为$C = B\,log_2(1+\gamma) = 30000\,log_2(1+33) = 152.6kbps$

(2)　$d = 1km = 1000m$

接收信噪比为$\gamma = \frac{P_r(d)}{N_0B} = \frac{P_td_0^3}{N_0Bd^3} = \frac{1\times10^3}{10^{-9}\times30\times10^3\times1000^3} = \frac{1}{30} = 0.033 = -15\text{dB}$

相应容量为$C = B\,log_2(1+\gamma) = 30000\,log_2(1+0.033) = 1.4kbps$

【例题 4.2】衰落信道容量（接收端已知 CSI）：香农容量（遍历容量）

某平坦衰落信道的增益$\sqrt{g[i]}$为独立同分布，且$\sqrt{g[i]}$有三个可能取值：以概率$p_1 = 0.1$取$\sqrt{g_1} = 0.05$、以概率$p_2 = 0.5$取$\sqrt{g_2} = 0.5$、以概率$p_3 = 0.4$取$\sqrt{g_3} = 1$。发送功率为$10mW$，噪声的功率谱密度为$N_0/2$，$N_0 = 10^{-9}W/Hz$，信道带宽为$30kHz$。假设接收端知道各个瞬时的$g[i]$、但发送端未知。求该信道的香农容量并与相同平均信噪比的 AWGN 信道容量作比较。

接收端有三种可能的信噪比：

$\gamma_1 = P_tg_1/N_0B = 10\times10^{-3}\times0.05^2/(10^{-9}\times30\times10^3) = 0.8333$

$\gamma_2 = P_tg_2/N_0B = 10\times10^{-3}\times0.5^2/(10^{-9}\times30\times10^3) = 83.33$

$\gamma_3 = P_tg_3/N_0B = 10\times10^{-3}\times1^2/(10^{-9}\times30\times10^3) = 333.33$

对应的出现概率分别为$p_1 = 0.1$，$p_2 = 0.5$，$p_3 = 0.4$，因此香农容量为$C = \sum_i B\,log_2(1+\gamma_i)\,p(\gamma_i) = 30000[0.1\,log_2(1+0.8333) + 0.5\,log_2(1+83.33) + 0.4\,log_2(1+333.33)] = 199.26kbps$

信道的平均信噪比为$\bar{\gamma} = 0.1\times0.8333 + 0.5\times83.33 + 0.4\times333.33 = 175.08 = 22.43\text{dB}$，对应的 AWGN 信道的容量为$C = B\,log_2(1+175.08) = 223.8kbps$，比相同平均信噪比下接收端已知 CSI 的平坦衰落信道容量约大$25kbps$。

【例题 4.4】衰落信道容量（收发端都知道 CSI）：香农容量与时域注水法

考虑与前例相同的信道，带宽为$30kHz$，有三个可能的接收信噪比：出现$\gamma_1 = 0.8333$的概率是$p_1 = 0.1$、出现$\gamma_2 = 83.33$的概率是$p_2 = 0.5$、出现$\gamma_3 = 333.33$的概率是$p_3 = 0.4$。假设发送端和接收端都知道瞬时的 CSI，求此信道的遍历容量。

收发端都知道 CSI 时的最佳功控方案为注水法，先来确定中断门限γ_0，需满足$\sum_{\gamma_i\geq\gamma_0}\left(\frac{1}{\gamma_0}-\frac{1}{\gamma_i}\right)p(\gamma_i) = 1$。

先假设所有信道状态都会用来传输，即假设$\gamma_0 \leq \min_i \gamma_i$，然后验证求得的$\gamma_0$是否小于最差信道状态的信噪比。如果不是将产生矛盾，需要重新假设至少有一个信道状态是不传输数据的，再重断进行计算。将本题条件代入上式得

$\sum_{i=1}^3\frac{p(\gamma_i)}{\gamma_0} - \sum_{i=1}^3\frac{p(\gamma_i)}{\gamma_i} = 1 \Rightarrow \frac{1}{\gamma_0} = 1 + \sum_{i=1}^3\frac{p(\gamma_i)}{\gamma_i} = 1 + \left(\frac{0.1}{0.8333}+\frac{0.5}{83.33}+\frac{0.4}{333.33}\right) = 1.13$

解得$\gamma_0 = 1/1.13 = 0.89 > 0.8333 = \gamma_1$。因为只有当信噪比大于$\gamma_0$时才进行传输，但前面假设所有信噪比下都传输，出现矛盾。因此，我们假设信噪比为γ_1时不传输，重新计算γ_0。此时上式成为

$\sum_{i=2}^3\frac{p(\gamma_i)}{\gamma_0} - \sum_{i=2}^3\frac{p(\gamma_i)}{\gamma_i} = 1 \Rightarrow \frac{0.9}{\gamma_0} = 1 + \sum_{i=2}^3\frac{p(\gamma_i)}{\gamma_i} = 1 + \left(\frac{0.5}{83.33}+\frac{0.4}{333.33}\right) = 1.0072$

解得$\gamma_0 = 0.9/1.0072 = 0.89$，满足$\gamma_1 < \gamma_0 < \gamma_2$。信道容量为

$C = \sum_{i=2}^3 B\,log_2\left(\frac{\gamma_i}{\gamma_0}\right)p(\gamma_i) = 30000\left(0.5\,log_2\frac{83.33}{0.89} + 0.4\,log_2\frac{333.33}{0.89}\right) = 200.82kbps$

【例题 4.7】频率选择性衰落信道容量与频域注水法

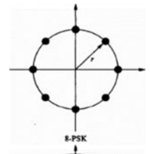
考虑一个时不变频率选择性分块衰落信道，它由三个带宽为$1MHz$的子信道组成，频率响应分别为$H_1 = 1$、$H_2 = 2$、$H_3 = 3$。发送端功率上限为$10mW$，噪声的功率谱密度为$N_0/2$，$N_0 = 10^{-9}W/Hz$。求信道的香农容量及对应的最佳功率分配。

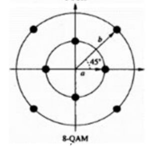
先求出每个子信道的信噪比$\gamma_j = |H_j|^2P_j/(N_0B)$，得到$\gamma_1 = 10$、$\gamma_2 = 40$、$\gamma_3 = 90$。中断门限$\gamma_0$为要满足$\sum_j\left(\frac{1}{\gamma_0}-\frac{1}{\gamma_j}\right) = 1$。假设在所有子信道上都分配功率，则$\frac{3}{\gamma_0} = 1 + \sum_j\frac{1}{\gamma_j} = 1.14 \Rightarrow \gamma_0 = 2.64 < \gamma_j, \forall j$。由于$\gamma_0$小于所有子信道的信噪比，所以假设成立，因此中断门限就是为$\gamma_0 = 2.64$。对应的信道容量为

$$C = \sum_{j=1}^3 B\,log_2\left(\frac{\gamma_j}{\gamma_0}\right) = log_2\left(\frac{10}{2.64}\right) + log_2\left(\frac{40}{2.64}\right) + log_2\left(\frac{90}{2.64}\right) = 10.93Mbps$$

【例题】信号空间分析：星座图

考虑下图所示的八进制星座图。





(1)　若 8QAM 中各星座点间的最小距离为 A，求内圆与外圆的半径 a、b。

$a^2 = \left(\frac{A}{2}\right)^2 + \left(\frac{A}{2}\right)^2 = \frac{A^2}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{\sqrt{2}}A = 0.7071A$

$c^2 = A^2 - \left(\frac{A}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}A^2 \Rightarrow b = \frac{A}{2} + c = 1.366A$

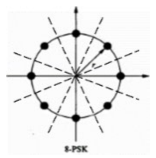
(2)　若 8PSK 中相邻星座点的间距为 A，求半径 r。

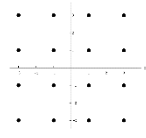
$\frac{A/2}{r} = \sin\frac{\pi}{8} \Rightarrow r = \frac{A}{2\sin\frac{\pi}{8}} = 1.3066A$

(3)　求这两种星座图的平均发送功率，并作比较。

8PSK：$P = r^2 = 1.7071A^2$

8QAM：$P = \frac{4a^2+4b^2}{8} = \frac{3+\sqrt{3}}{4}A^2 = 1.1830A^2$





(4)　求 8QAM 信号的平均符号能量。

$E_s = \frac{4a^2+4b^2}{8} = \frac{4\times0.7071^2+4\times1.366^2}{8} = 1.18$

(5)　如果通过 AWGN 信道，画出 8PSK 信号接收机的判决区域。

(6)　如果 16QAM 星座整体向x方向平移距离d，此时信号的平均符号能量如何变化？

由于$E_s = \frac{1}{16}\left[\sum_{i=1}^{16}(x_i^2+y_i^2)\right] \Rightarrow E_s = \frac{1}{16}\left\{\sum_{i=1}^{16}[(x_i+d)^2+y_i^2]\right\} = \frac{1}{16}\left[\sum_{i=1}^{16}(x_i^2+2x_id+d^2+y_i^2)\right] = \frac{1}{16}\left[\sum_{i=1}^{16}(x_i^2+d^2+y_i^2)\right] = \frac{1}{16}\left[\sum_{i=1}^{16}(x_i^2+y_i^2)\right] + d^2$，故信号的平均符号能量将升高$d^2$。（仅适用于星座点关于$y$轴对称）

【例题】脉冲成形

速率为$2400bit/s$的数字信号经过 4PSK 调制解调器（modem）送往电话信道传输，该信道可利用的最大频率范围是$500\sim2900Hz$，发送滤波器采用升余弦滤波器，当发送信号占用信道可利用的最大频率范围时，试求：

(1) 符号速率

$$r_s=\frac{r_b}{log_2 M}=\frac{2400}{2}=1200Baud$$

(2) 载波频率

$$f_c=\frac{2900-500}{2}+500=1700Hz$$

(3) 升余弦滤波器的滚降系数

$$\eta=\frac{r_s}{B}=\frac{1}{1+\alpha}\Longrightarrow\alpha=\frac{B}{r_s}-1=\frac{2400}{1200}-1=1$$

【例题 4.4 改】自适应调制

考虑与前例相同的信道，带宽为$30kHz$，有三个可能的接收信噪比：出现$\gamma_1=0.8333$的概率是$p_1=0.1$、出现$\gamma_2=83.33$的概率是$p_2=0.5$、出现$\gamma_3=333.33$的概率是$p_3=0.4$。假设发送端和接收端都知道瞬时的 CSI，目标误比特率为$P_b=10^{-3}$，采用速率可变功率可变的 MQAM 调制，求此信道的速率。

$K=\frac{-1.5}{ln(5P_b)}=0.2831$

先假设所有信道状态都会用来传输，即假设$\gamma_K\le\min_i\gamma_i$

$\sum_{i=1}^3\frac{p(\gamma_i)}{\gamma_K}-\sum_{i=1}^3\frac{p(\gamma_i)}{\gamma_i}=K\Longrightarrow\frac{1}{\gamma_K}=K+\sum_{i=1}^3\frac{p(\gamma_i)}{\gamma_i}=0.2831+\left(\frac{0.1}{0.8333}+\frac{0.5}{83.33}+\frac{0.4}{333.33}\right)=0.4103$

解得$\gamma_K=1/0.4103=2.4372>0.8333=\gamma_1$，出现矛盾。

因此，我们假设信噪比为γ_1时不传输，重新计算γ_K。此时上式成为

$\sum_{i=2}^3\frac{p(\gamma_i)}{\gamma_K}-\sum_{i=2}^3\frac{p(\gamma_i)}{\gamma_i}=K\Longrightarrow\frac{0.9}{\gamma_K}=K+\sum_{i=2}^3\frac{p(\gamma_i)}{\gamma_i}=0.2831+\left(\frac{0.5}{83.33}+\frac{0.4}{333.33}\right)=0.2903$

解得$\gamma_K=0.9/0.2903=3.1000$，满足$\gamma_1<\gamma_K<\gamma_2$。于是相应的频带平均利用率为

$\frac{R}{B}=\sum_{i=2}^3 log_2\left(\frac{\gamma_i}{\gamma_K}\right)p(\gamma_i)=0.5\times log_2\left(\frac{83.33}{3.1000}\right)+0.4\times log_2\left(\frac{333.33}{3.1000}\right)=5.0737bps/Hz$

于是$R=5.0737\times30000=152kbps$

【例题 10.2】MIMO 信道的容量（静态信道）

某 MIMO 信道的信道增益矩阵为$H=\begin{bmatrix}0.1&0.3&0.7\\0.5&0.4&0.1\\0.2&0.6&0.8\end{bmatrix}$，$H$的奇异值分解为

$\begin{bmatrix}-0.555&0.3764&-0.7418\\-0.3338&-0.9176&-0.2158\\-0.7619&-0.1278&-0.6349\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1.3333&0&0\\0&0.5129&0\\0&0&0.0965\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-0.2811&-0.7713&-0.5710\\-0.5679&-0.3459&-0.7469\\-0.7736&-0.5342&-0.3408\end{bmatrix}$，假设$\rho=P/\sigma_n^2=10dB$，$B=1Hz$，求信道容量和最优的功率分配。

由H的奇异值分解知信道奇异值分别为$\sigma_1=1.3333$、$\sigma_2=0.5129$、$\sigma_3=0.0965$。由$\gamma_i=\rho\sigma_i^2=10\sigma_i^2$可得$\gamma_1=17.7769$、$\gamma_2=2.6307$、$\gamma_3=0.0931$。假设所有并行信道都分配有功率，那么由功率约束条件可得

$\sum_{i=1}^3\left(\frac{1}{\gamma_0}-\frac{1}{\gamma_i}\right)=1\Longrightarrow\frac{3}{\gamma_0}=1+\sum_{i=1}^3\frac{1}{\gamma_i}=12.1749$

解得$\gamma_0=0.2685$，这与$\gamma_3=0.0931<\gamma_0=0.2685$矛盾，因此第三个信道没有分配功率。再由功率约束条件得到

$\sum_{i=1}^2\left(\frac{1}{\gamma_0}-\frac{1}{\gamma_i}\right)=1\Longrightarrow\frac{2}{\gamma_0}=1+\sum_{i=1}^2\frac{1}{\gamma_i}=1.4364$

解得$\gamma_0=1.392<\gamma_2$，这个γ_0即为正确的门限值。从而$\frac{P_i}{P}=\frac{1}{\gamma_0}-\frac{1}{\gamma_i}=\frac{1}{1.392}-\frac{1}{\gamma_i}$，因此$P_1=0.662P$、$P_2=0.338P$。

容量为$C=log_2\left(\frac{\gamma_1}{\gamma_0}\right)+log_2\left(\frac{\gamma_2}{\gamma_0}\right)=4.59$。

【例题 10.2】自适应调制+MIMO

考虑一个2×2 MIMO 系统，其信道矩阵如下

$$H=\begin{bmatrix}2&1\\3&4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-0.3827&-0.9239\\-0.9239&0.3827\end{bmatrix}\begin{bmatrix}5.4&0\\0&0.9\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-0.6552&-0.7555\\-0.7555&0.6552\end{bmatrix}$$

假设总发射功率为$10dB$，每个接收天线的噪声功率为$0dB$，系统带宽为$B=100kHz$。在整个问题中假设调制仅限于矩形 MQAM，并使用 BER 边界$P_b\le0.2e^{-1.5\gamma/(M-1)}$进行计算。

(1) 首先考虑空间复用。假设两个空间信道之间功率分配相等，且每个信道的$P_b\le10^{-3}$，求出可分别在两个空间信道上发送的最大 MQAM 星座图大小。同时，求出在这些假设下的总数据速率。

由于$P=10dB=10W$，$\sigma^2=N_0B=0dB=1W$，故$\rho=P/\sigma^2=10/1=10$

系统采用均等功率分配，即$P_1=P_2=P/2=5W$，且由H的奇异值分解知$\sigma_1=5.4$，$\sigma_2=0.9$，所以$\gamma_1=\sigma_1^2\frac{P_1}{N_0B}=5.4^2\frac{5}{1}=145.8$，$\gamma_2=\sigma_2^2\frac{P_2}{N_0B}=0.9^2\frac{5}{1}=4.05$

通过$P_b\le0.2e^{-1.5\gamma/(M-1)}$得$M\le1+\frac{1.5\gamma}{-ln(5P_b)}$，故$M_1=42.27\Longrightarrow M_1=32$，$M_2=2.15\Longrightarrow M_2=2$。

假设只允许矩形 MQAM，那么数据速率为$R=B\,log_2(M_1)+B\,log_2(M_2)=600kbps$

(2) 现在考虑波束成形。求出在波束成形下，当$P_b\le10^{-3}$时，可以通过 MIMO 信道发送的最大 MQAM 星座图尺寸。同时求出波束成形下的数据速率以及波束成形的发射和接收天线权重向量。

使用波束成形时，只有一个数据流，对应于最大奇异值。因此，$\gamma=\sigma_1^2\frac{P}{N_0B}=5.4^2\frac{10}{1}=291.6$。于是$M=1+\frac{1.5\gamma}{-ln(5P_b)}=83.55\Longrightarrow M=64$，因此$R=B\,log_2(M)=600kbps$。发射天线权重向量是$V$的第一列，即$[-0.6552,-0.7555]^T$，接收天线权重向量是$U^H$的第一行，即$[-0.3827,-0.9239]$。

【例题】自适应加载（基于自适应调制）+多载波调制

在本题中，我们研究采用自适应调制的多载波调制，假设有 4 个独立的 AWGN 子信道。假设总带宽为$100kHz$，总发射功率为$P=400mW$，每个子信道的噪声功率为$1mW$。如果每个子信道的发射功率均为$100mW$，则每个子信道的接收信噪比为$\gamma_1=5dB$，$\gamma_2=5dB$，$\gamma_3=10dB$，$\gamma_4=12dB$。

(1) 假设有最佳的发射和接收 CSI，信道的容量是多少？假设只有最佳的接收 CSI，信道的容量是多少？

- 有最佳的发射和接收 CSI 时：

由于信噪比是针对$P_i=100mW$给出的，而总发射功率为$P=400mW$，因此将所有功率都分给单个子信道时信噪比要高$6dB$，即$\gamma_1=\gamma_2=11dB=10^{1.1}=12.59$，$\gamma_3=16dB=10^{1.6}=39.81$，$\gamma_4=18dB=10^{1.8}=63.10$。

接下来我们求γ_0。假设$\gamma_0<\gamma_i,\forall i$，则有

$\sum_{i=1}^4\left(\frac{1}{\gamma_0}-\frac{1}{\gamma_i}\right)=1\Longrightarrow\frac{4}{\gamma_0}=1+\sum_{i=1}^4\frac{1}{\gamma_i}=1+2\times\frac{1}{12.59}+\frac{1}{39.81}+\frac{1}{63.10}=1.20$

解得$\gamma_0=3.33<\gamma_i,\forall i$，因此假设成立，此时信道的容量为

$C=\sum_{i=1}^4 B_N\,log_2\left(\frac{\gamma_i}{\gamma_0}\right)=\frac{100kHz}{4}\left(2\times log_2\left(\frac{12.59}{3.33}\right)+log_2\left(\frac{39.81}{3.33}\right)+log_2\left(\frac{63.10}{3.33}\right)\right)=291.4kbps$

- 只有最佳的接收 CSI 时：

发射机处进行均等功率分配，即$P_i=100mW$，因此我们可以使用问题表述中给出的值：$\gamma_1=5dB=10^{0.5}=3.16$，$\gamma_3=10dB=10^{1.0}=10$，$\gamma_4=12dB=10^{1.2}=15.85$。此时信道的容量为

$C=\sum_{i=1}^4 B_N\,log_2(1+\gamma_i)=\frac{100kHz}{4}(2\times log_2(4.16)+log_2(11)+log_2(16.85))=291.2kbps$

(2) 求出每个子信道上目标 BER 为10^{-3}时可传输的最大数据速率以及相应的功率分配策略。（假设每个子信道采用不受限制的 MQAM 调制，并使用受制于 BER$\le0.2e^{-1.5\gamma/(M-1)}$的 BER 进行计算。）

$K=\frac{-1.5}{ln(5P_b)}=\frac{-1.5}{ln(5\times10^{-3})}=0.2831$

由于信噪比是针对$P_i=100mW$给出的，而总发射功率为$P=400mW$，因此全功率信噪比要高$6dB$，即$\gamma_1=\gamma_2=11dB=10^{1.1}=12.59$，$\gamma_3=16dB=10^{1.6}=39.81$，$\gamma_4=18dB=10^{1.8}=63.10$。

最优功率分配策略为：$\frac{KP_i}{P}=\begin{cases}\frac{1}{\gamma_K}-\frac{1}{\gamma_i} & \gamma_i\ge\gamma_K\\0 & \gamma_i<\gamma_K\end{cases}$，约束条件为$\sum_{i=1}^4\frac{P_i}{P}=1$。这表明：$\sum_{i=1}^4\frac{1}{K}\left(\frac{1}{\gamma_K}-\frac{1}{\gamma_i}\right)=1\Longrightarrow\frac{4}{\gamma_K}=K+\sum_{i=1}^4\frac{1}{\gamma_i}=0.2831+\left(2\times\frac{1}{12.59}+\frac{1}{39.81}+\frac{1}{63.10}\right)=0.4829\Longrightarrow\gamma_K=\frac{4}{0.4829}=8.283$。假设$\gamma_K<\gamma_i,\forall i$，由于$\gamma_K=8.283<\gamma_i,\forall i$，因此假设成立。

功率分配策略为$P_1=P_2=\frac{P}{K}\left(\frac{1}{\gamma_K}-\frac{1}{\gamma_{1\,or\,2}}\right)=\frac{400}{0.2831}\left(\frac{1}{8.283}-\frac{1}{12.59}\right)=58.35mW$，$P_3=\frac{P}{K}\left(\frac{1}{\gamma_K}-\frac{1}{\gamma_3}\right)=\frac{400}{0.2831}\left(\frac{1}{8.283}-\frac{1}{39.81}\right)=135.10mW$，$P_4=\frac{P}{K}\left(\frac{1}{\gamma_K}-\frac{1}{\gamma_4}\right)=\frac{400}{0.2831}\left(\frac{1}{8.283}-\frac{1}{63.10}\right)=148.20mW$。

由$M_i=\frac{\gamma_i}{\gamma_K}=1+K\gamma_i\frac{P_i}{P}$，得$M_1=M_2=1.519$，$M_3=4.806$，$M_4=7.617$，于是最大数据速率为$R=\sum_{i=1}^4 B_N\,log_2(M_i)=2\times15.078+56.621+73.231=160kbps$

【例题】OFDM

设一个 OFDM 系统的总带宽为$B=1MHz$，信道的最大时延扩展为$T_m=5\mu s$，每个子信道都采用 16QAM 调制，采用$N=128$个子载波来消除 ISI，循环前缀的长度为$\mu=8$。求(1)子载波间隔；(2)每个 OFDM 符号的传输时间；(3)CP 的长度是否能确保无 ISI；(4)系统比特速率；(5)如果不加 CP，系统的比特速率？(6)如果不加 CP，且 75%的子载波用于数据传输，其他子载波用于导频和保护，系统的比特速率是多少？

(1) $B_N=B/N=1MHz/128=7.8125kHz$

(2) $T=T_N+T_{CP}=T_N+\mu T_N/N=T_N(1+\mu/N)=128(1+8/128)=136\mu s$

(3) $T_{CP}=\mu T_N/N=128\times8/128=8\mu s>5\mu s=T_m$，故无 ISI

(4) $R_b=\frac{N}{T}\log_2 M=\frac{128}{136\times10^{-3}}\log_2 16=3.76Mbps$

(5) $R_b=\frac{N}{T_N}\log_2 M=B\log_2 M=10^6\log_2 16=4Mbps$

(6) $R_b=\frac{0.75N}{T_N}\log_2 M=0.75B\log_2 M=0.75\times10^6\log_2 16=3Mbps$

AWGN 信道	$\gamma=P_r/N_0B$	$C=B\,log_2(1+\gamma)$	
平坦衰落信道（CSIR）	$\gamma_i=P_tg_i/N_0B$ （$\sqrt{g_i},g[i]\ge0$为时变的信道增益，g_i信道的功率增益）	$C=\sum_i B\,log_2(1+\gamma_i)p(\gamma_i)$	
平坦衰落信道（CSITR） 【时域注水法】	$\sum_{i:\gamma_i\ge\gamma_0}\left(\frac{1}{\gamma_0}-\frac{1}{\gamma_i}\right)p(\gamma_i)=1\Longrightarrow\gamma_0$	$C=\sum_{i:\gamma_i\ge\gamma_0}B\,log_2\left(\frac{\gamma_i}{\gamma_0}\right)p(\gamma_i)$	$\frac{P_i}{\bar{P}}=\begin{cases}\frac{1}{\gamma_0}-\frac{1}{\gamma_i} & \gamma_i\ge\gamma_0\\0 & \gamma_i<\gamma_0\end{cases}$
时不变频率选择性衰落信道 【频域注水法】	$\gamma_j=\frac{\lvert H_j\rvert^2P_j}{N_0B}\Longrightarrow\sum_j\left(\frac{1}{\gamma_0}-\frac{1}{\gamma_j}\right)=1\Longrightarrow\gamma_0$ （γ_j为信道状态，即是假设将所有功率都分给这个子信道时第j个子信道的信噪比，P_j为发送总功率）	$C=\sum_{j:\gamma_j\ge\gamma_0}B\,log_2\left(\frac{\gamma_j}{\gamma_0}\right)$	$\frac{P_j}{P}=\begin{cases}\frac{1}{\gamma_0}-\frac{1}{\gamma_j} & \gamma_j\ge\gamma_0\\0 & \gamma_j<\gamma_0\end{cases}$
自适应调制 （速率可变功率可变的 MQAM）	$K=\frac{-1.5}{ln(5P_b)}\Longrightarrow\sum_{i:\gamma_i\ge\gamma_K}\left(\frac{1}{\gamma_K}-\frac{1}{\gamma_i}\right)p(\gamma_i)=K\Longrightarrow\gamma_K$	$M(\gamma)=1+K\gamma\frac{P(\gamma)}{\bar{P}}=\frac{\gamma}{\gamma_K},\gamma\ge\gamma_K$ （矩形 MQAM 时$M(\gamma)$须向下取 2 的幂次方） $\Longrightarrow\frac{R}{B}=\sum_{i:\gamma_i\ge\gamma_K}log_2\left(\frac{\gamma_i}{\gamma_K}\right)p(\gamma_i)\Longrightarrow R$	$\frac{KP_i}{\bar{P}}=\begin{cases}\frac{1}{\gamma_K}-\frac{1}{\gamma_i} & \gamma_i\ge\gamma_K\\0 & \gamma_i<\gamma_K\end{cases}$
MIMO 静态信道容量（CSITR） 【注水法】	$\sigma_i=\sqrt{\lambda_i},\rho=P/\sigma^2\Longrightarrow\gamma_i=\rho\sigma_i^2$ $\Longrightarrow\sum_{i:\gamma_i\ge\gamma_0}\left(\frac{1}{\gamma_0}-\frac{1}{\gamma_i}\right)=1\Longrightarrow\gamma_0$ （σ_i信道增益矩阵H的奇异值，λ_i为HH^H的第i大特征值，P为发送功率，σ^2为噪声功率，ρ为归一化信道增益条件下每接收天线的平均信噪比）	$C=\sum_{i:\gamma_i\ge\gamma_0}B\,log_2\left(\frac{\gamma_i}{\gamma_0}\right)$	$\frac{P_i}{P}=\begin{cases}\frac{1}{\gamma_0}-\frac{1}{\gamma_i} & \gamma_i\ge\gamma_0\\0 & \gamma_i<\gamma_0\end{cases}$
MIMO 分集增益 【波束成形】	$\sigma_{max}=\sqrt{\lambda_{max}}\Longrightarrow\gamma=\sigma_{max}^2\rho$	$C=B\,log_2(1+\gamma)=B\,log_2(1+\sigma_{max}^2\rho)$	
自适应调制+MIMO （速率可变功率可变的 MQAM）	$\sum_{i=1}^{R_H}\frac{KP_i}{P}=\sum_{i:\gamma_i\ge\gamma_K}^{R_H}\left(\frac{1}{\gamma_K}-\frac{1}{\gamma_i}\right)=K\Longrightarrow\gamma_K$ （R_H为信道增益矩阵H的秩）	$M(\gamma_i)=1+K\frac{P_i\gamma_i}{P}=\frac{\gamma_i}{\gamma_K},\gamma_i\ge\gamma_K$ （矩形 MQAM 时$M(\gamma_i)$须向下取 2 的幂次方） $R_{max}=\sum_{i:\gamma_i\ge\gamma_K}^{R_H}B\,log_2\left(\frac{\gamma_i}{\gamma_K}\right)$	$\frac{KP_i}{P}=\begin{cases}\frac{1}{\gamma_K}-\frac{1}{\gamma_i} & \gamma_i\ge\gamma_K\\0 & \gamma_i<\gamma_K\end{cases}$
自适应调制+多载波调制 （非速率可变功率可变的 MQAM）	$\sum_{i:\gamma_i\ge\gamma_c}\left(\frac{1}{\gamma_c}-\frac{1}{\gamma_i}\right)=1\Longrightarrow\gamma_c$ （γ_i为信道状态，即是假设将所有功率都分给这个子信道时第i个子信道的信噪比）	$C=\sum_{i:\gamma_i\ge\gamma_c}B_N\,log_2\left(\frac{\gamma_i}{\gamma_c}\right)$	$\frac{P_i}{P}=\begin{cases}\frac{1}{\gamma_c}-\frac{1}{\gamma_i} & \gamma_i\ge\gamma_c\\0 & \gamma_i<\gamma_c\end{cases}$