中国科学院大学（南京）2024 至 2025 学年春季学期

《矩阵分析与应用》期末考试

考试形式：开卷　　　　考试时间：两小时

问题	一	二	三	四	五	总分
分数	50	12	8	15	15	100
得分						

一、(50 分)填空题(每个空格 5 分)

1. 所有 3 阶反对称实矩阵的全体构成的实线性空间维数为________.

2. 设$A=\begin{pmatrix}1&1&0\\1&k&0\\0&0&k^2\end{pmatrix}$为正定矩阵，则k满足的条件是________.

3. 设$A=\begin{pmatrix}1&-1\\0&1\\1&0\end{pmatrix}$可以写成奇异值分解$A=USV$的形式，则$S=$________.

4. 设行列式$D=\begin{vmatrix}1&1&1&2\\1&1&-2&0\\1&2&0&-1\\1&5&10&17\end{vmatrix}$,则D中第 4 行元素的代数余子式之和$A_{41}+A_{42}+A_{43}+A_{44}=$________.

5. 设n是正整数，则$\begin{pmatrix}2&1&0\\0&2&1\\0&0&2\end{pmatrix}^n=$________.

6. 矩阵方程$\begin{pmatrix}1&1\\1&-1\end{pmatrix}X=\begin{pmatrix}1&2\\0&3\end{pmatrix}$的解为________.

7. 设$A=\begin{pmatrix}1&-2\\3&4\end{pmatrix}$，则矩阵A的

(ⅰ)Frobenius 范数$\|A\|_F=$________.　　(ⅱ)矩阵$1-$范数$\|A\|_1=$________.

(ⅲ)矩阵$2-$范数$\|A\|_2=$________.　　(ⅳ)矩阵$\infty-$范数$\|A\|_\infty=$________.

二、(12 分)讨论实数a, b为何值时线性方程组$\begin{cases}ax_1+x_2+x_3=4\\x_1+bx_2+x_3=3\\x_1+2bx_2+x_3=4\end{cases}$

(1) 无解并说明理由

(2) 有唯一解并求其解

(3) 有无穷多解并求其通解

三、(8 分)假设xy平面上有 5 个点：$(1,2),(2,3),(3,5),(4,4),(5,6)$。请使用最小二乘法求出与这 5 个点最接近的一条直线$y=kx+b$.

四、(15 分)设$A=\begin{pmatrix}0.1&0.7\\0.3&0.6\end{pmatrix}$。求矩阵幂级数$\sum_{k=2}^{\infty}A^k$的和。

五、(15 分)设$A=\begin{pmatrix}-2&1&-1\\0&1&0\\1&1&0\end{pmatrix}$。讨论矩阵幂級数$\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k^2}A^k$的敛散性。如果收敛并讨论是否绝对收敛。