

## 考虑换相软开关三相不平衡调节的主动配电网多目标运行优化

闵 亮<sup>1</sup>, 姜铖伟<sup>2</sup>, 杨 进<sup>1</sup>, 余 渐<sup>3</sup>

(1. 格拉斯哥大学工程学院, 格拉斯哥 G128QQ, 英国; 2. 中国农业大学信息与电气工程学院, 北京市 100083;  
3. 苏格兰电力公司, 格拉斯哥 G25AD, 英国)

**摘要:** 由于三相负荷的日益不平衡, 主动配电网中的功率损耗和三相电压相位不平衡问题日益严重。作为一种可取代传统联络开关的电力电子设备, 智能软开关为减少网损与缓解不平衡问题提供了潜在方案。为此, 引入三相四线制的背靠背电压源型变流器作为智能软开关的拓扑结构, 同时针对该拓扑设计了相应的换相控制策略。在此基础上, 提出了以减少网损和缓解电压不平衡度为优化目标的基于三相四线制换相软开关的主动配电网多目标优化运行模型; 应用对称半定规划算法, 通过凸松弛将原始非凸非线性模型转换为便于求解的半正定规划模型, 该模型可对三相电网进行三相解耦与分析。最后, 在改进的 IEEE 123 节点系统中进行案例研究, 验证了所提模型及其求解算法的可行性和有效性。

**关键词:** 智能软开关; 换相控制; 对称半定规划算法; 主动配电网; 三相不平衡

### 0 引言

随着通过电力电子设备接入的分布式电源 (distributed generator, DG) 和可调控负载的渗透水平不断提高, 传统配电网正在向主动配电网 (active distribution network, ADN) 转变, 并具备本地发电、柔性配电调度和用户侧储能的综合能力<sup>[1]</sup>。然而, 在这一过程中, 分布式新能源发电的间歇性和潜在的不稳定性将会对 ADN 的运行产生负面影响, 增加电网运行的复杂性和挑战性。在 ADN 中, 大规模存在的三相相位不平衡已经对配电网的安全稳定运行构成了挑战。随着单相分布式发电 (光伏) 和单相负载 (电动车、热泵) 的接入增加, 三相容量利用不均衡、功率损耗、继电保护误触发和感应电机损坏等三相相位不平衡所造成的问题将会进一步加剧<sup>[2-3]</sup>。同时, 电力系统中超过 80% 的网损发生在配电网。目前, 在英国配电网中, 超过 50% 的变电站的三相相电流的峰值差异超过 50%; 超过 1.5% 的温室气体排放是由配电网中的网损导致的<sup>[2]</sup>。因此, 配电网运营商和电力客户都必须考虑网损问题及其引发的碳排放问题。由此可见, 配电网优化运行需要同时缓解三相相位不平衡和减小网损。

在当前的 ADN 中, 由快速可调 and 可控的背靠

背电压源变流器 (voltage source converter, VSC) 构成的智能软开关 (soft open point, SOP) 通常用于代替传统的网络馈线联络开关<sup>[4]</sup>。SOP 不仅能够准确调控其所连接两端馈线的有功和无功功率, 而且可以隔离所连接两端馈线之间的干扰和故障。对于传统背靠背 VSC 的 SOP, 一般采用双闭环控制模式来控制流过 SOP 的有功和无功功率<sup>[5]</sup>。通常, SOP 一侧的 VSC 采用有功/无功功率 ( $P/Q$ ) 控制, 其中有功和无功功率的参考值与实际值之间的误差被转换为参考  $dq$  电流分量, 而另一侧的 VSC 采用定直流电压/无功功率 ( $U_{dc}/Q$ ) 控制以维持直流电容两端的电压<sup>[6]</sup>。在电网故障期间, 连接到失电负载的 SOP 一侧可采用交流电压/频率 ( $V/f$ ) 控制, 为负载提供持续供电<sup>[7]</sup>。

目前对背靠背 VSC 的 SOP 研究中, 三相三线制两电平 VSC 是最常用的拓扑结构<sup>[8]</sup>。然而, 由于 ADN 中性线的存在, 可以将三相解耦, 实现对三相电流的独立控制<sup>[9-10]</sup>。无论是并网运行还是孤岛运行的情况下, 三相四线制 VSC 都是最适用于不平衡配电网的变流器拓扑之一<sup>[11-12]</sup>。然而, 目前尚未有将三相四线制 VSC 作为 SOP 拓扑结构的研究。本文采用三相四线制背靠背 VSC 作为 SOP 的拓扑结构, 以在 ADN 不平衡的情况下实现更好的控制效果。文献[13-14]首先提出了“换相 SOP”的概念, 但其 SOP 的功率交换只能在 SOP 两侧指定的交流相之间进行, 无法实现真正的换相 SOP, 并且换相

收稿日期: 2022-09-17; 修回日期: 2023-02-23。

上网日期: 2023-05-17。

国家自然科学基金面上项目 (51977211)。

SOP的底层控制策略并未给出,同时其优化运行策略也有待开发。

在ADN的优化运行方面,很多研究已经考虑了基于SOP的网络运行优化。凸优化算法也称凸最优潮流算法,主要包括直流最优潮流、二阶锥规划、半定规划等,被广泛应用于基于SOP的运行优化,其原因如下:1)基于背靠背VSC的SOP约束条件本身就是凸的<sup>[15]</sup>,而文献[16]已证明非凸最优潮流问题(包括单相最优潮流和三相最优潮流)可以转换为凸的问题;2)因为凸集的交集是凸的,所以凸优化中的最优潮流问题的约束和SOP约束的集合在数学上仍然是凸的<sup>[17]</sup>。直流最优潮流由于无法计算配电系统优化所需的网络损耗、电压约束和无功功率潮流,通常应用于输电系统而非配电系统优化<sup>[18]</sup>。文献[19]将配电网中的单相最优潮流作为混合整数二阶锥规划进行推导,以实现全局网络的潮流最优解。文献[20]提出了一种基于准牛顿法的不平衡三相最优潮流优化,并在OpenDSS中实现了配电系统的优化运行。文献[21]证明了可以利用“总线注入”半正定规划模型来获得原始非凸最优潮流问题的全局最优解。文献[22]指出将基于分支模型的半正定规划模型作为等效物理模型,可以提高“总线注入”半正定规划模型的数值稳定性。文献[23]用对称半正定规划模型替换了基于分支模型的半正定规划模型,并证明了对称半正定规划算法可以利用对称分量实现配电网的三相解耦,进而提高优化计算的数值准确度和效率。然而,对称半正定规划算法尚未应用于基于SOP的不平衡ADN优化运行中。

针对上述研究内容,本文提出了基于三相四线制背靠背VSC拓扑的SOP,并运用换相控制使得SOP两侧VSC的每一相都可以独立控制,进而实现换相SOP两个交流侧的三相都可以不同的值输入或输出功率。针对不平衡的三相四线制ADN,提出了基于三相四线制换相SOP的优化运行策略,并应用对称半正定规划算法通过凸松弛将原始非凸非线性模型转换为半正定规划模型,以最大程度地减少网损和电压不平衡度。

## 1 三相四线制换相SOP

### 1.1 拓扑结构

SOP主要的拓扑结构包括背靠背VSC<sup>[24-25]</sup>、多端VSC、统一潮流控制器(UPFC)<sup>[26]</sup>等。

背靠背VSC适用于SOP主要由于以下特性<sup>[27]</sup>:1)VSC在有功和无功功率控制方面具有灵活性,SOP的两个VSC都可以通过控制网侧的电压和

电流,从而完全控制流经直流电容的有功功率,同时两个VSC可以实现独立无功功率控制;2)由于直流电容器将两个交流侧解耦,SOP可以隔离馈线之间的干扰和故障,一侧馈线上的网络干扰或故障可以通过对称的背靠背VSC与另一侧隔离<sup>[28]</sup>。

在配电网中,三相四线制VSC拓扑的SOP相比于三相三线制VSC拓扑的SOP更具有优势。由于中性线的普遍存在,使得三相四线制VSC拓扑能够应用到SOP中。由于三相四线制VSC的第四桥臂与电网中性线相连,在VSC控制层面可以将三相解耦,进而实现三相功率的独立控制以及对中性线电流的控制<sup>[10-11]</sup>。而传统的三相三线制VSC,其控制上无法实现对三相网络的解耦,导致其在输入、输出功率时的三相功率值相同,极大地限制了控制的灵活性。

基于上述分析,本文提出如图1所示的三相四线制背靠背VSC作为SOP的拓扑结构,其主电路拓扑结构由位于交流馈线联络点之间并通过公共直流电容连接的两个VSC组成,这种新的SOP拓扑主要包括两个基于三相四线制两电平绝缘栅双极型晶体管(IGBT)的VSC和一个公共的直流电容器。两个VSC的交流侧通过LC滤波器连接到交流电网。直流电容器用于能量缓冲并降低直流侧电压纹波。LC滤波器在VSC的交流侧用以消除高频谐波。在三相四线制SOP中,VSC第四桥臂的中点与交流电网的中性线相连接形成拓扑中的第4根线。图中:a、b、c、n分别表示a、b、c相和中性线; $T_1$ 至 $T_8$ 为晶闸管。

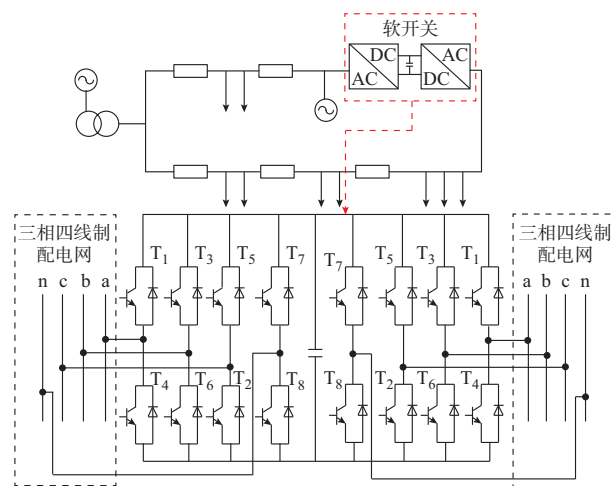


图1 SOP拓扑结构与安装位置示意图  
Fig. 1 Schematic diagram of SOP topology and installation location

### 1.2 换相控制策略

传统SOP中,两侧的VSC通常分别采用 $V_{dc}/Q$

控制和  $P/Q$  控制,通过  $dq0$  坐标下的比例-积分-微分(PID)控制器实现<sup>[29]</sup>。因此,SOP输入侧或输出侧的三相始终具有相同的功率。

与传统 SOP 不同的是,换相 SOP 可以独立控制每相电流和功率,这意味着换相 SOP 交流侧的三相可以3个不同的值吸收或释放功率<sup>[30]</sup>。

SOP 的换相控制如图 2 所示。为了实现换相控制,比例谐振(proportional-resonant, PR)控制器<sup>[31]</sup>将用于控制 VSC。PR 控制器由用于控制输出电压的电压控制环和用于向脉宽调制器(PWM)提供参考信号的电流控制环组成<sup>[32]</sup>。

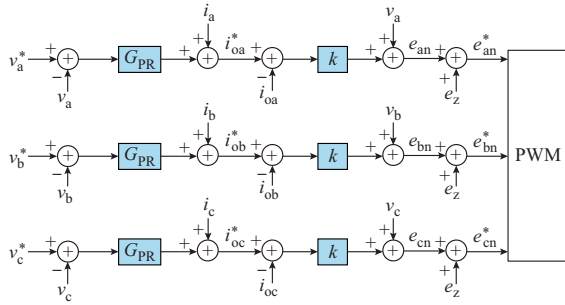


图 2 SOP 换相控制图

Fig. 2 Diagram of SOP phase-switching control

PR 控制器的传递函数  $G_{PR}$  如下:

$$G_{PR} = k_p + \frac{2k_i\omega_c s}{s^2 + 2\omega_c s + \omega_n^2} \quad (1)$$

式中:  $k_p$  和  $k_i$  分别为比例和积分增益系数;  $\omega_n$  为输出的角频率,取  $100\pi$  rad/s;  $\omega_c$  为带宽频率。

电压环的控制方程为:

$$\begin{bmatrix} i_{oa}^* \\ i_{ob}^* \\ i_{oc}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + G_{PR} \begin{bmatrix} v_a^* - v_a \\ v_b^* - v_b \\ v_c^* - v_c \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中:  $v_a^*$ 、 $v_b^*$ 、 $v_c^*$  分别为 a、b、c 相电压的指令值;  $i_{oa}^*$ 、 $i_{ob}^*$ 、 $i_{oc}^*$  分别为电压环输出的 a、b、c 相电流的指令值;  $i_a$ 、 $i_b$ 、 $i_c$  分别为变流器 a、b、c 相的输出电流值;  $v_a$ 、 $v_b$ 、 $v_c$  分别为变流器 a、b、c 相的输出电压值。

电流环的控制方程为:

$$\begin{bmatrix} e_{an} \\ e_{bn} \\ e_{cn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k(i_{oa}^* - i_{oa}) \\ k(i_{ob}^* - i_{ob}) \\ k(i_{oc}^* - i_{oc}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中:  $k$  为增益系数;  $i_{oa}$ 、 $i_{ob}$ 、 $i_{oc}$  分别为变流器 a、b、c 相的电感电流值;  $e_{an}$ 、 $e_{bn}$ 、 $e_{cn}$  分别为电流环输出的 a、b、c 相电压值。

由于第四桥臂的存在,  $e_{an}$ 、 $e_{bn}$ 、 $e_{cn}$  应与第四桥臂电压相加,以得到变流器的输出电压:

$$\begin{cases} e_{an}^* = e_{an} + e_z \\ e_{bn}^* = e_{bn} + e_z \\ e_{cn}^* = e_{cn} + e_z \end{cases} \quad (4)$$

$$e_z = (0.5 - \mu)v_{dc} - (1 - \mu)v_{max} - \mu v_{min} \quad (5)$$

式中:  $e_{an}^*$ 、 $e_{bn}^*$ 、 $e_{cn}^*$  分别为变流器输出的 a、b、c 相电压值;  $e_z$  为 VSC 第四桥臂的参考电压;  $v_{dc}$  为变流器的直流电压值;  $v_{max}$  和  $v_{min}$  分别为直流电压的最大值和最小值;  $\mu$  为分布比例,其值介于 0 到 1 之间。

采用 PR 控制器可以控制 VSC 每相的电压和电流。由于 PR 控制器在 abc 坐标中,不需要额外的解耦控制回路,从而简化了控制器的设计过程。

## 2 基于换相 SOP 的 ADN 不平衡优化运行模型

基于换相 SOP 的 ADN 运行优化模型包括目标函数、配电网潮流约束、SOP 运行约束和 DG 运行约束等,并应用对称半正定规划算法对模型进行求解。

### 2.1 目标函数

总体优化目标旨在最小化网损,同时最大程度缓解电压不平衡,其目标函数如下:

$$\min f = W_L f^L + W_{VUF} f^{VUF} \quad (6)$$

$$f^L = \sum_{i=1}^{24} \sum_{j=1}^N \sum_{\varphi} \operatorname{Re}(Z_{ij} \dot{I}_{ij,t}^2) + \sum_{t=1}^{24} P_{SOP,t}^{\text{Loss}} \quad (7)$$

$$f^{VUF} = \sum_{i=1}^N \frac{|\dot{V}_{i,-}|^2}{|\dot{V}_{i,+}|^2} \quad (8)$$

$$W_L = \frac{\rho_L}{f_0^L} \quad (9)$$

$$W_{VUF} = \frac{\rho_{VUF}}{f_0^{VUF}} \quad (10)$$

$$\rho_L + \rho_{VUF} = 1 \quad (11)$$

式中:  $W_L$  为网损目标的权重系数;  $W_{VUF}$  为电压不平衡目标的权重系数;  $f^L$  和  $f^{VUF}$  分别为系统的网损和电压不平衡系数;  $Z_{ij}$  为支路  $ij$  的阻抗值;  $\dot{I}_{ij,t}$  为  $t$  时刻支路  $ij$  的电流相量;  $P_{SOP,t}^{\text{Loss}}$  为  $t$  时刻所有 SOP 的全部功率损耗;  $\varphi = a, b, c$  表示 a、b、c 相;  $\dot{V}_{i,-}$  和  $\dot{V}_{i,+}$  分别为节点  $i$  的负序、正序电压;  $f_0^L$  和  $f_0^{VUF}$  分别为优化前原始网络系统的网损和电压不平衡度;  $\rho_L$  和  $\rho_{VUF}$  分别为网损和电压不平衡度的权重;  $N$  为网络节点总数。

在多目标优化中使用了权重加权法(weighted sum method, WSM)<sup>[33]</sup>。网损权重  $\rho_L$  和电压不平衡度权重  $\rho_{VUF}$  之和为 1<sup>[34]</sup>。考虑到实际 ADN 运行更加注重经济效率,同时为方便在第 3 章的算例分析



中与文献[35]中优化方案进行结果比较,  $\rho_L$  和  $\rho_{VUF}$  的取值与文献[35]相同,分别为0.68和0.32。

$\dot{V}_{i,+}$  和  $\dot{V}_{i,-}$  的计算公式如下:

$$\dot{V}_{i,+} = \frac{1}{3} (\dot{V}_{i,t}^a + \alpha^2 \dot{V}_{i,t}^b + \alpha \dot{V}_{i,t}^c) \quad (12)$$

$$\dot{V}_{i,-} = \frac{1}{3} (\dot{V}_{i,t}^a + \alpha \dot{V}_{i,t}^b + \alpha^2 \dot{V}_{i,t}^c) \quad (13)$$

$$\alpha = 1 \angle 120^\circ \quad (14)$$

式中:  $\dot{V}_{i,t}^a$ 、 $\dot{V}_{i,t}^b$ 、 $\dot{V}_{i,t}^c$  分别为  $t$  时刻节点  $i$  的 a、b、c 相电压相量。

## 2.2 ADN潮流约束

系统的潮流功率平衡约束条件为:

$$\sum (S_{ij,t} - Z_{ij} I_{ij,t}) + S_{j,t} + y_{j,t} v_{j,t} = \sum S_{jk,t} \quad (15)$$

式中:  $S_{ij,t}$  为  $t$  时刻支路  $ij$  的功率向量;  $Z_{ij}$  为支路  $ij$  的阻抗向量;  $I_{ij,t}$  为  $t$  时刻支路  $ij$  的电流向量;  $S_{j,t}$  为  $t$  时刻节点  $j$  的注入功率向量;  $v_{j,t}$  为  $t$  时刻节点  $j$  的电压向量;  $y_{j,t}$  为  $t$  时刻节点  $j$  的等效电容向量;  $S_{jk,t}$  为  $t$  时刻流过节点  $j$  的下游功率向量。

支路的电压平衡方程和节点电压约束为:

$$v_{j,t} = v_{i,t} - (S_{ij,t} Z_{ij}^H + S_{ij,t}^H Z_{ij}) + Z_{ij} I_{ij,t} Z_{ij}^H \quad (16)$$

$$\underline{v}_i \leq v_{i,t} \leq \overline{v}_i \quad (17)$$

式中: 上标 H 表示赫米特矩阵转置;  $\underline{v}_i$  和  $\overline{v}_i$  分别为网络节点电压的下限和上限。

电网参考节点的电压为:

$$v_0 = v_0^{\text{ref}} (v_0^{\text{ref}})^H \quad (18)$$

式中:  $v_0^{\text{ref}}$  为参考节点的节点电压向量;  $v_0$  为参考节点的节点电压二阶决策变量矩阵。

各节点电压向量、支路电流向量和相对应的二阶决策变量定义为:

$$\begin{cases} v_{i,t} = V_{i,t} V_{i,t}^H \\ I_{ij,t} = I_{ij,t} I_{ij,t}^H \\ S_{ij,t} = V_{i,t} I_{ij,t}^H \end{cases} \quad (19)$$

式中:  $V_{i,t}$  为  $t$  时刻节点  $i$  的电压向量;  $I_{ij,t}$  为  $t$  时刻支路  $ij$  的电流向量。

## 2.3 三相四线制换相 SOP 的运行约束

基于背靠背 VSC 拓扑的 SOP 可控变量为两端 VSC 传输的有功功率以及输出的无功功率。在传统三相三线制 SOP 中,由于每侧 VSC 的三相功率相同,可控变量为 SOP 两侧 VSC 传输的有功功率。

在基于三相四线制背靠背 VSC 拓扑的换相 SOP 中,由于两侧 VSC 的每一相都可以独立控制,可控变量为换相 SOP 每一相的有功功率。在所有基于背靠背 VSC 拓扑的 SOP 中,两侧 VSC 的无功功率输出因直流环节的隔离而互不影响,仅需要满

足 VSC 的容量约束即可。

### 1) 换相 SOP 的运行约束

换相 SOP 中每一相的有功功率都可以独立控制。因此,在考虑功率损耗的情况下,换相 SOP 中所有相的输入功率与输出功率之和应为 0。换相 SOP 的运行约束如下:

$$\sum_{\varphi} (P_{\varphi,i,t}^{\text{SOP}} + P_{\varphi,i,t}^{\text{SOP, Loss}}) + \sum_{\varphi} (P_{\varphi,j,t}^{\text{SOP}} + P_{\varphi,j,t}^{\text{SOP, Loss}}) = 0 \quad (20)$$

式中:  $P_{\varphi,i,t}^{\text{SOP}}$  为  $t$  时刻 SOP 位于节点  $i$  处的换流器  $\varphi$  相输入/输出有功功率;  $P_{\varphi,i,t}^{\text{SOP, Loss}}$  为  $t$  时刻 SOP 位于节点  $i$  处的换流器  $\varphi$  相有功损耗。

### 2) 换相 SOP 的功率损耗约束

在建模过程中考虑了 SOP 的有功功率损耗系数。SOP 的功率损耗约束为:

$$P_{\varphi,i,t}^{\text{SOP, Loss}} = A_{\text{SOP}} \sqrt{(P_{\varphi,i,t}^{\text{SOP}})^2 + (Q_{\varphi,i,t}^{\text{SOP}})^2} \quad (21)$$

$$P_{\varphi,j,t}^{\text{SOP, Loss}} = A_{\text{SOP}} \sqrt{(P_{\varphi,j,t}^{\text{SOP}})^2 + (Q_{\varphi,j,t}^{\text{SOP}})^2} \quad (22)$$

式中:  $A_{\text{SOP}}$  为 SOP 的功率损耗系数;  $Q_{\varphi,i,t}^{\text{SOP}}$  为  $t$  时刻 SOP 位于节点  $i$  处的换流器  $\varphi$  相输入/输出无功功率。

### 3) 换相 SOP 的容量约束

SOP 的容量约束为:

$$\sqrt{(P_{\varphi,i,t}^{\text{SOP}})^2 + (Q_{\varphi,i,t}^{\text{SOP}})^2} \leq \frac{S_i^{\text{SOP, Cap}}}{3} \quad (23)$$

$$\sqrt{(P_{\varphi,j,t}^{\text{SOP}})^2 + (Q_{\varphi,j,t}^{\text{SOP}})^2} \leq \frac{S_j^{\text{SOP, Cap}}}{3} \quad (24)$$

式中:  $S_i^{\text{SOP, Cap}}$  为 SOP 位于节点  $i$  处 VSC 的额定容量。

## 2.4 ADN 中 DG 的运行约束

由于单相 DG (如光伏) 的接入会加剧 ADN 的三相不平衡问题,本文在第 3 章的算例分析中将 DG 加入 ADN 中。

DG 的有功出力等于给定的指令值,其约束为:

$$P_{\varphi,i}^{\text{DG}} = P_{\varphi,i}^{\text{DG, ref}} \quad (25)$$

DG 的无功功率与功率因数的约束为:

$$Q_{\varphi,i}^{\text{DG}} = P_{\varphi,i}^{\text{DG}} \tan(\theta_{\varphi,i}^{\text{DG}}) \quad (26)$$

DG 的容量约束为:

$$\sqrt{(P_{\varphi,i}^{\text{DG}})^2 + (Q_{\varphi,i}^{\text{DG}})^2} \leq S_{\varphi,i}^{\text{DG}} \quad (27)$$

式中:  $P_{\varphi,i}^{\text{DG, ref}}$  为安装在节点  $i$  的  $\varphi$  相 DG 有功功率的输出指令值;  $P_{\varphi,i}^{\text{DG}}$  和  $Q_{\varphi,i}^{\text{DG}}$  分别为安装在节点  $i$  的  $\varphi$  相 DG 输出的有功功率和无功功率;  $\theta_{\varphi,i}^{\text{DG}}$  为安装在节点  $i$  的  $\varphi$  相 DG 的功率因数角;  $S_{\varphi,i}^{\text{DG}}$  为安装在节点  $i$  的  $\varphi$  相 DG 的容量。

## 2.5 采用对称半正定规划算法的模型求解

第2章中所述的优化目标函数、配电网潮流约束、换相SOP运行约束以及DG运行约束,本质上都是非凸非线性优化模型,可通过对称半正定规划算法对其进行凸松弛,进而转化为基于对称半正定规划算法的优化运行模型<sup>[23]</sup>,从而较大程度地简化原模型的求解复杂度,加快其收敛速度。

### 2.5.1 基于对称半正定规划算法的配电网潮流约束

三相系统可以通过对称分量变换进行解耦<sup>[36]</sup>。因此,三相电压的相位分量可以转换为对称分量,表示为:

$$\begin{cases} V_{i,t}^{abc} = A V_{i,t}^{012} \\ A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \\ A^H = A^{-1} \end{cases} \quad (28)$$

式中:  $V_{i,t}^{abc}$  和  $V_{i,t}^{012}$  分别为  $V_{i,t}$  的相位分量和对称分量。

三相变量和阻抗参数可用对称分量法表示为:

$$\begin{cases} v_{i,t}^{abc} = A v_{i,t}^{012} A^H \\ I_{i,t}^{abc} = A I_{i,t}^{012} A^H \\ S_{i,t}^{abc} = A S_{i,t}^{012} A^H \\ z_{i,t}^{abc} = A z_{i,t}^{012} A^H \\ y_{i,t}^{abc} = A y_{i,t}^{012} A^H \end{cases} \quad (29)$$

式中:  $v_{i,t}^{abc}$ 、 $I_{i,t}^{abc}$ 、 $S_{i,t}^{abc}$ 、 $z_{i,t}^{abc}$ 、 $y_{i,t}^{abc}$  分别为电压、电流、功率、阻抗、阻纳的相位分量;  $v_{i,t}^{012}$ 、 $I_{i,t}^{012}$ 、 $S_{i,t}^{012}$ 、 $z_{i,t}^{012}$ 、 $y_{i,t}^{012}$  分别为电压、电流、功率、阻抗、阻纳的对称分量。

网损计算表达式和潮流约束的对称半正定规划模型为:

$$\begin{cases} f^L = \sum (A I_{i,t}^{012} z_{i,t}^{012} A^H) + \sum P_{SOP,t}^{Loss} \\ \sum [A (S_{i,t}^{012} - I_{i,t}^{012} z_{i,t}^{012}) A^H] + S_{j,t} + y_{i,t}^{012} v_{i,t}^{012} = \\ \sum (A S_{jk,t}^{012} A^H) \\ v_{j,t}^{012} = v_{i,t}^{012} - (S_{ij,t}^{012} (z_{ij,t}^{012})^H + (S_{ij,t}^{012})^H z_{ij,t}^{012}) + \\ z_{ij,t}^{012} I_{ij,t}^{012} (z_{ij,t}^{012})^H \\ v_i \leq A v_{i,t}^{012} A^H \leq \bar{v}_i \\ v_0^{012} = v_0^{012,ref} (v_0^{012,ref})^H \\ \begin{bmatrix} v_i^{012} & S_{ij}^{012} \\ (S_{ij}^{012})^H & I_{ij}^{012} \end{bmatrix} \geq 0 \end{cases} \quad (30)$$

式中:  $v_0^{012}$  和  $v_0^{012,ref}$  分别为  $v_0$  和  $v_0^{ref}$  的对称分量; “ $\geq$ ”

为对称半正定矩阵标准符号;  $v_i$ 、 $S_{ij}$ 、 $I_{ij}$  分别为节点  $i$  的电压向量、支路  $ij$  的功率向量、支路  $ij$  的电流向量; 上标“012”表示对称分量。

对于所有与单相馈线或两相馈线相连的三相节点,引入式(31)中的二阶决策变量,用以将对称分量转换回相量分量。

$$v_{i,t}^{abc} = A v_{i,t}^{012} A^H \quad (31)$$

### 2.5.2 基于对称半正定规划算法的换相SOP运行约束

式(21)至式(24)中的SOP约束需转换为对称半正定规划算法模型,如式(32)至式(35)所示。

$$\begin{bmatrix} \frac{S_i^{SOP,Cap}}{3} & P_{\varphi,i,t}^{SOP} + jQ_{\varphi,i,t}^{SOP} \\ P_{\varphi,i,t}^{SOP} - jQ_{\varphi,i,t}^{SOP} & \frac{S_i^{SOP,Cap}}{3} \end{bmatrix} \geq 0 \quad (32)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{S_j^{SOP,Cap}}{3} & P_{\varphi,j,t}^{SOP} + jQ_{\varphi,j,t}^{SOP} \\ P_{\varphi,j,t}^{SOP} - jQ_{\varphi,j,t}^{SOP} & \frac{S_j^{SOP,Cap}}{3} \end{bmatrix} \geq 0 \quad (33)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{P_{\varphi,i,t}^{SOP, Loss}}{A_{SOP}} & P_{\varphi,i,t}^{SOP} + jQ_{\varphi,i,t}^{SOP} \\ P_{\varphi,i,t}^{SOP} - jQ_{\varphi,i,t}^{SOP} & \frac{P_{\varphi,i,t}^{SOP, Loss}}{A_{SOP}} \end{bmatrix} \geq 0 \quad (34)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{P_{\varphi,j,t}^{SOP, Loss}}{A_{SOP}} & P_{\varphi,j,t}^{SOP} + jQ_{\varphi,j,t}^{SOP} \\ P_{\varphi,j,t}^{SOP} - jQ_{\varphi,j,t}^{SOP} & \frac{P_{\varphi,j,t}^{SOP, Loss}}{A_{SOP}} \end{bmatrix} \geq 0 \quad (35)$$

### 2.5.3 基于对称半正定规划算法的DG运行约束

DG的容量约束也需要转换为对称半正定规划模型,转换后的约束如下:

$$\begin{bmatrix} S_{\varphi,i}^{DG} & P_{\varphi,i}^{DG} + jQ_{\varphi,i}^{DG} \\ P_{\varphi,i}^{DG} - jQ_{\varphi,i}^{DG} & S_{\varphi,i}^{DG} \end{bmatrix} \geq 0 \quad (36)$$

## 2.6 整体优化流程

基于换相SOP的ADN运行优化流程如图3所示。

## 3 算例分析

在MATLAB R2018a中采用Yalmip<sup>[37]</sup>编码,使用MOSEK作为求解器,以证明基于换相SOP和对称半正定规划算法的ADN优化运行策略的有效性。系统运行环境为:Windows 10 Intel i7-7700HQ CPU @2.80 GHz, 16.0 GB RAM。

### 3.1 改进的IEEE 123节点配电网系统

采用图4所示改进的IEEE 123节点系统验证

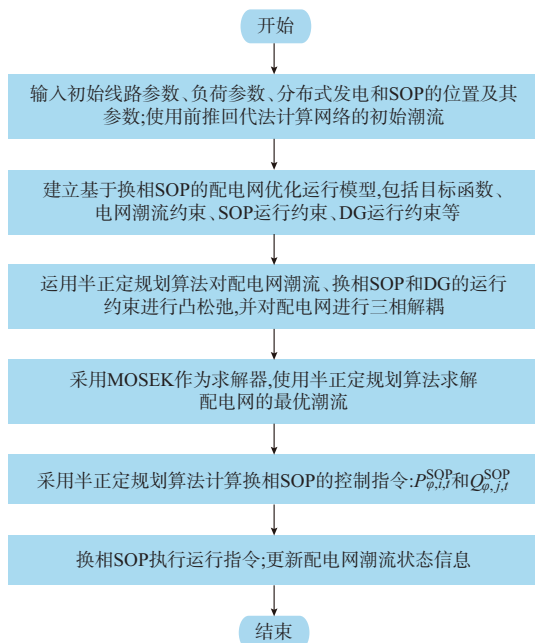


图3 基于换相SOP的ADN运行优化流程图  
Fig. 3 Flow chart of operation optimization for ADN based on phase-switching SOP

所提基于三相四线制换相SOP的ADN优化方法的有效性。该方法旨在缓解电压不平衡问题的同时,最大限度地减少网损。系统额定电压为4.16 kV,而最小和最大电压限制分别设置为0.95 p.u.和1.05 p.u.。系统中负载的有功功率和无功功率分别为3 490 kW和1 920 kvar。由于支路参数的三相不对称以及三相负载的不平衡,原始系统本身就存在严重的三相不平衡,其三相之间的最大功率差异可达数十千瓦。为了进一步研究DG对ADN不平衡产生的影响,10个单相分布式光伏发电单元(PV)被添加到原始系统网络中,并以1.0的恒定功率因数运行。光伏单元的位置信息和容量参数来自文献[35],如表1所示。

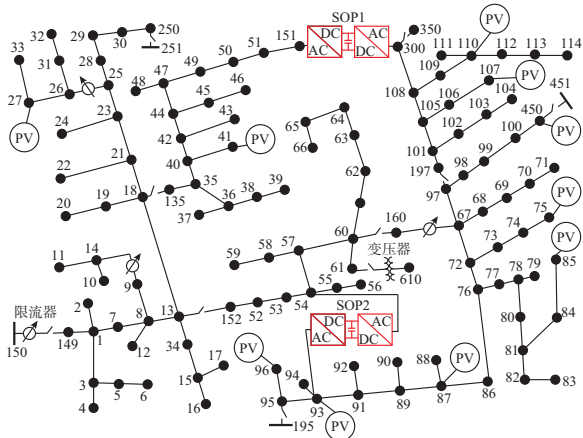


图4 改进的IEEE 123节点系统  
Fig. 4 Improved IEEE 123-bus system

表1 单相分布式光伏接入位置与容量  
Table 1 Access location and capacity of single-phase distributed photovoltaic

光伏发电单元编号	节点位置	安装相位	容量/(kW·A)
1	27	a相	200
2	41	c相	200
3	75	c相	300
4	85	c相	150
5	87	b相	300
6	93	b相	150
7	96	b相	300
8	107	b相	150
9	110	a相	150
10	450	c相	200

设计如下4种算例方案进行比较与分析:

方案1:未安装SOP的ADN运行优化<sup>[35]</sup>;

方案2:基于单相SOP的ADN运行优化<sup>[35]</sup>;

方案3:基于相对相SOP的ADN运行优化<sup>[13]</sup>;

方案4:基于换相SOP的ADN优化运行。

方案2、3、4中,系统都设计并安装了两个SOP:第1个SOP安装在节点151和节点300之间;第2个SOP装在节点54和节点93之间。SOP每相的容量为500 kW·A,损耗系数设置为0.02。

在方案4中SOP为基于三相四线制背靠背VSC的换相SOP。

### 3.2 优化运行结果与分析

表2中的算例结果和图5中的各方案优化结果对比显示,方案4在采用换相SOP的情况下,相比于方案1、2和3更进一步降低了ADN的网损和电压不平衡度。方案4的优化结果中,网损(52.91 kW)相比于方案3(63.93 kW)降低了17.24%,电压不平衡系数(0.081%)相比于方案3(0.1%)下降了19.0%。

表2 4种方案的算例结果  
Table 2 Case results of four schemes

方案	网损/kW	网损降幅/%	电压不平衡系数/%	电压不平衡系数降幅/%
1	90.94		1.360	
2	67.29	26.01	0.120	91.18
3	63.93	29.16	0.100	92.65
4	52.91	41.82	0.081	94.04

相比于方案4,方案2<sup>[35]</sup>中的SOP采用3个单相SOP,只能实现SOP两侧对应交流侧之间(即a相到a相、b相到b相、c相到c相)的功率交换;方案3<sup>[13]</sup>采用相对相的SOP,可实现SOP两侧指定交流相之间

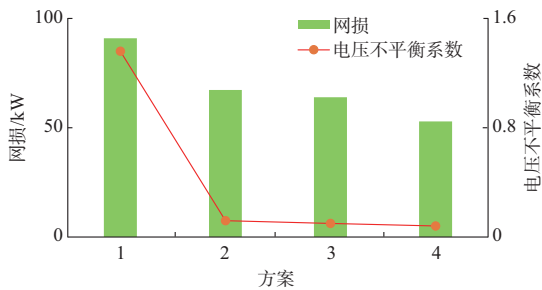


图5 4种方案的优化结果  
Fig. 5 Optimal results of four schemes

(即 a 相到 b 相、b 相到 c 相、c 相到 a 相)的功率交换。而方案 4 采用本文提出的换相 SOP, 由于其两侧 VSC 的每一相都可以独立控制, 使得换相 SOP 两个交流侧的三相都可以不同的值输入或输出功率。因此, 换相 SOP 可以更加灵活地实现 SOP 两侧功率的交换。

以图 4 中安装在节点 151 和节点 300 之间的换相 SOP 为例, 方案 4 中换相 SOP 两侧的有功功率交换情况如图 6 所示。

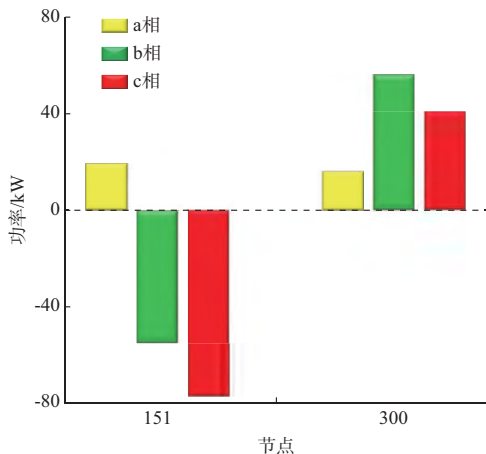


图6 方案4中换相SOP的有功功率  
Fig. 6 Active power of phase-switching SOP in scheme 4

方案 4 中, 无论换相 SOP 位于节点 300 的交流侧还是节点 151 的交流侧, 都有 3 个不同的功率值, 且只有位于节点 151 的 b 相和 c 相从电网输入功率, 而其他 4 个交流相都在向电网输出功率。

因此, 相比方案 2 和 3 中的 SOP, 方案 4 中的换相 SOP 可以实现 SOP 两个交流侧之间更加灵活的功率交换, 从而使得本文提出的基于换相 SOP 的 ADN 优化运行可以进一步降低 ADN 的网损和电压不平衡度。

### 3.3 模型求解算法的比较分析

通过式 (37) 可以计算和对比各优化算法得出结果中电压的绝对误差百分比, 以验证对称半正定规

划算法的数值准确性和计算效率。

$$E_v^{\varphi} = \left| \frac{v^{\varphi} - v_{\text{OpenDSS}}^{\varphi}}{v_{\text{OpenDSS}}^{\varphi}} \right| \times 100\% \quad (37)$$

式中:  $E_v^{\varphi}$  为  $\varphi$  相电压的误差值;  $v_{\text{OpenDSS}}^{\varphi}$  为 OpenDSS 中  $\varphi$  相电压值;  $v^{\varphi}$  为不同算法优化结果中  $\varphi$  相电压值。

对称半正定规划算法、分支模型半正定规划算法所得到的优化结果和 OpenDSS 的基准结果进行比较, 如表 3 所示。

表3 不同算法数值准确性与求解时间对比  
Table 3 Comparison of numerical accuracy and solution time for different algorithms

算法(求解器)	电压误差/%			求解时间/s
	a相	b相	c相	
分支模型半正定规划(SeDuMi)	1.055	2.422	1.445	219.53
分支模型半正定规划(MOSEK)	无法求解			
对称半正定规划(SeDuMi)	0.014	0.029	0.018	198.71
对称半正定规划(MOSEK)	0.014	0.029	0.018	66.93

表 3 中, MOSEK 是一个用于解决线性、混合整数线性、二次、混合整数二次、二次约束和非线性凸优化问题的商业求解器。SeDuMi 是一个基于 MATLAB 的开源求解器, 用于解决涉及线性方程、不等式、二阶锥约束和半定式约束的凸优化问题<sup>[38]</sup>。分支模型半正定规划算法是一种基于支路潮流功率方程的凸优化算法。对称半正定规划算法是在分支模型半正定规划算法的基础上将三相系统通过对称分量变换进行解耦的凸优化算法。

如表 3 所示, 对称半正定规划算法在使用 SeDuMi<sup>[38]</sup> 和 MOSEK 两种求解器的情况下都可以成功求解 IEEE 123 节点测试系统。然而, 分支模型半正定规划算法无法使用 MOSEK 求解器对 IEEE 123 节点测试系统进行求解。同时, 在模型求解准确性方面, 相比于基于分支模型半正定规划算法的优化结果, 基于对称半正定规划算法的优化可实现电压误差小于 0.1%。在求解时间(效率)方面, 无论使用 SeDuMi 求解器还是 MOSEK 求解器, 对称半正定规划算法的求解时间都明显少于分支模型半正定规划算法。由此可见, 对称半正定规划算法相比于分支模型半正定规划算法, 具有更好的求解器适用性、更高的求解数值准确性和更快的模型求解速度。

在文献[23]的基础上, 进一步证明了在配电系统中, 采用 SeDuMi 和 MOSEK 求解器两种情况下, 对称半正定规划算法都比基于分支模型的半正定规



划算法更加准确和高效。对称半正定规划算法对原有配电系统模型进行了适当的凸化松弛,从而降低了求解的复杂性,并将优化求解的精度控制在了合理范围内。

## 4 结语

本文提出了一种基于三相四线制背靠背VSC的换相SOP,并在ADN优化运行领域对其潜力进行了详细研究。通过对不同优化方案的对比分析,验证了本文所提基于三相四线制换相SOP的ADN优化运行策略的有效性和优越性,得出的结论可总结如下:

1)在三相四线制ADN中,三相四线制背靠背VSC可作为SOP的拓扑结构,且换相控制可以提高SOP两侧功率交换的灵活性。

2)算例分析与对比结果表明,相比于以往基于SOP优化的方法,本文所提出的基于三相四线制背靠背VSC拓扑的换相SOP可以显著降低配电网的网损并缓解电压不平衡。

3)对称半正定规划算法能够通过凸松弛将原本带有SOP约束的配电网三相潮流的非凸非线性模型转化为对称半正定规划算法模型,进而在商业求解器中有效求解。算法比较分析表明,对称半正定规划算法比以往文献中的分支模型半正定规划算法更加准确和高效。

在所提出的换相SOP优化运行策略的基础上,后续还将考虑SOP与ADN中其他可调节器件的协调控制以实现最佳运行优化,例如变压器分接开关、储能等。

## 参考文献

- [1] 寇凌峰,吴鸣,李洋,等.主动配电网分布式有功无功优化调控方法[J].中国电机工程学报,2020,40(6):1856-1865.  
KOU Lingfeng, WU Ming, LI Yang, et al. Optimization and control method of distributed active and reactive power in active distribution network[J]. Proceedings of the CSEE, 2020, 40(6): 1856-1865.
- [2] JAMES T L. Connection imbalance in low voltage distribution networks[D]. Cardiff, UK: Cardiff University, 2015.
- [3] MA K, FANG L, KONG W. Review of distribution network phase unbalance: scale, causes, consequences, solutions, and future research directions[J]. CSEE Journal of Power and Energy Systems, 2020, 6(3): 479-488.
- [4] 王成山,季节,冀浩然,等.配电系统智能软开关技术及应用[J].电力系统自动化,2022,46(4):1-14.  
WANG Chengshan, JI Jie, JI Haoran, et al. Technologies and application of soft open points in distribution networks[J]. Automation of Electric Power Systems, 2022, 46(4): 1-14.
- [5] 孙守晶,丛伟,邱吉福,等.含智能软开关的智能配电网分布式

供电恢复方法[J].电力系统自动化,2022,46(8):79-85.

SUN Shoujing, CONG Wei, QIU Jifu, et al. Distributed power restoration method for smart distribution network with soft open point[J]. Automation of Electric Power Systems, 2022, 46(8): 79-85.

- [6] 高泽盟,葛菁,王剑锋,等.具有故障隔离能力的柔性多状态开关拓扑及控制技术研究[J].电力系统保护与控制,2019,47(15):48-54.  
GAO Zemeng, GE Jing, WANG Jianfeng, et al. Research on topology and control technology of soft multi-state open point based with fault isolation capability[J]. Power System Protection and Control, 2019, 47(15): 48-54.
- [7] 杨勇,李继红,周自强,等.智能配电柔性多状态开关技术、装备及示范应用[J].高电压技术,2020,46(4):1105-1113.  
YANG Yong, LI Jihong, ZHOU Ziqiang, et al. Technology, equipment and demonstration application of flexible multi-state switch in intelligent distribution network[J]. High Voltage Engineering, 2020, 46(4): 1105-1113.
- [8] HAFEZI H, LAAKSONEN H. Autonomous soft open point control for active distribution network voltage level management[C]// 2019 IEEE Milan PowerTech, June 23-27, 2019, Milan, Italy.
- [9] ZHANG R, PRASAD V H, BOROYEVICH D, et al. Three-dimensional space vector modulation for four-leg voltage-source converters[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2002, 17(3): 314-326.
- [10] HAYASHI P H I, MATAKAS L. Decoupled stationary ABC frame current control of three-phase four-leg four-wire converters[C]// Brazilian Power Electronics Conference (COBEP), November 19-22, 2017, Juiz de Fora, Brazil.
- [11] BRANDAO D I, MENDES F E G, FERREIRA R V, et al. Active and reactive power injection strategies for three-phase four-wire inverters during symmetrical/asymmetrical voltage sags[J]. IEEE Transactions on Industry Applications, 2019, 55(3): 2347-2355.
- [12] 霍群海,栗梦涵,吴理心,等.柔性多状态开关新型复合控制策略[J].电力系统自动化,2018,42(7):166-170.  
HUO Qunhai, SU Menghan, WU Lixin, et al. Compound control strategy for flexible multi-state switch[J]. Automation of Electric Power Systems, 2018, 42(7): 166-170.
- [13] LOU C W, YANG J, LI T R, et al. New phase-changing soft open point and impacts on optimizing unbalanced power distribution networks[J]. IET Generation, Transmission & Distribution, 2020, 14(23): 5685-5696.
- [14] LOU C W, YANG J, VEGA-FUENTES E, et al. Multi-terminal phase-changing soft open point SDP modeling for imbalance mitigation in active distribution networks[J]. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, 2022, 142: 108228.
- [15] BLOEMINK J M, GREEN T C. Increasing distributed generation penetration using soft normally-open points[C]// IEEE PES General Meeting, July 25-29, 2010, Minneapolis, USA.



- [16] LOW S H. Convex relaxation of optimal power flow—part I: formulations and equivalence [J]. IEEE Transactions on Control of Network Systems, 2014, 1(1): 15-27.
- [17] BOYD S P, VANDENBERGHE L. Convex optimization [M]. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2004.
- [18] COFFRIN C, HENTENRYCK P V. A linear-programming approximation of AC power flows [J]. INFORMS Journal on Computing, 2014, 26(4): 718-734.
- [19] JABR R A. Exploiting sparsity in SDP relaxations of the OPF problem [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2012, 27(2): 1138-1139.
- [20] BRUNO S, LAMONACA S, ROTONDO G, et al. Unbalanced three-phase optimal power flow for smart grids [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2011, 58(10): 4504-4513.
- [21] DALL'ANESE E, ZHU H, GIANNAKIS G B. Distributed optimal power flow for smart microgrids [J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2013, 4(3): 1464-1475.
- [22] GAN L W, LOW S H. Convex relaxations and linear approximation for optimal power flow in multiphase radial networks [C]// Power Systems Computation Conference, August 18-22, 2014, Wroclaw, Poland.
- [23] WANG Z, KIRSCHEN D S, ZHANG B. Accurate semidefinite programming models for optimal power flow in distribution systems [EB/OL]. [2022-08-05]. <https://arxiv.org/abs/1711.07853v2>.
- [24] LI M F, YANG H, ZHAO R X, et al. Comparative study on the operating area of M3C and B2B MMC for soft open point application [C]// 10th International Conference on Power Electronics and ECCE Asia, May 27-30, 2019, Busan, Korea: 1205-1212.
- [25] CAI Y Y, QU Z S, YANG H, et al. Research on an improved droop control strategy for soft open point [C]// 21st International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS), October 7-10, 2018, Jeju, Korea: 2000-2005.
- [26] HUANG H, ZHANG L, OGHORADA O, et al. Analysis and control of a modular multilevel cascaded converter-based unified power flow controller [J]. IEEE Transactions on Industry Applications, 57(3): 3202-3213.
- [27] 张国荣, 侯立凯, 彭勃, 等. 柔性多状态开关反馈线性化滑模控制 [J]. 电力系统自动化, 2020, 44(1): 126-133.
- ZHANG Guorong, HOU Likai, PENG Bo, et al. Feedback linearization sliding mode control strategy for soft open point [J]. Automation of Electric Power Systems, 2020, 44(1): 126-133.
- [28] OUYANG S D, LIU J J, YANG Y, et al. DC voltage control strategy of three-terminal medium-voltage power electronic transformer-based soft normally open points [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2020, 67(5): 3684-3695.
- [29] 王成山, 孙充勃, 李鹏, 等. 基于SNOP的配电网运行优化及分析 [J]. 电力系统自动化, 2015, 39(9): 82-87.
- WANG Chengshan, SUN Chongbo, LI Peng, et al. SNOP-based operation optimization and analysis of distribution networks [J]. Automation of Electric Power Systems, 2015, 39(9): 82-87.
- [30] MIN L, YANG J, LOU C, et al. Phase-changing control for three-phase four-wire back-to-back VSC based soft open points [C]// 11th International Conference on Renewable Power Generation, September 22-23, 2022, London, UK.
- [31] FERNANDES D A, COSTA F F, VITORINO M A, et al. Carrier-based PWM scheme for three-phase four-leg inverters [C]// 39th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, November 10-13, 2013, Vienna, Austria: 3353-3358.
- [32] 杨智彭, 何晋伟, 王成山. 面向独立供电系统的四桥臂电流源变流器3D-SVPWM方法 [J]. 电力系统自动化, 2020, 44(16): 145-153.
- YANG Zhipeng, HE Jinwei, WANG Chengshan. Three-dimensional space vector pulse width modulation method of four-leg current-source converter for independent power supply system [J]. Automation of Electric Power Systems, 2020, 44(16): 145-153.
- [33] JUBRIL A M, KOMOLAFE O A, ALAWODE K O. Solving multi-objective economic dispatch problem via semidefinite programming [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2013, 28(3): 2056-2064.
- [34] SAATY T L. Decision making—the analytic hierarchy and network processes (AHP/ANP) [J]. Journal of Systems Science and Systems Engineering, 2004, 13(1): 1-35.
- [35] LI P, JI H R, WANG C S, et al. Optimal operation of soft open points in active distribution networks under three-phase unbalanced conditions [J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2019, 10(1): 380-391.
- [36] WÄCHTER A, BIEGLER L T. On the implementation of an interior-point filter line-search algorithm for large-scale nonlinear programming [J]. Mathematical Programming, 2006, 106(1): 25-57.
- [37] LOFBERG J. YALMIP: a toolbox for modeling and optimization in MATLAB [C]// IEEE International Conference on Robotics and Automation, September 2-4, 2004, Taipei, China: 284-289.
- [38] STURM J F. Using SeDuMi 1.02, a MATLAB toolbox for optimization over symmetric cones [J]. Optimization Methods and Software, 1999, 11(1): 625-653.

闵亮(1995—),男,博士研究生,主要研究方向:配电网优化运行、综合能源系统优化运行。E-mail: 2700562M@student.gla.ac.uk

姜铨伟(1994—),男,通信作者,博士,副教授,主要研究方向:主动配电网、电力市场。E-mail: caulcw@outlook.com

杨进(1980—),男,博士,教授,博士生导师,主要研究方向:新型输配电技术、多能网。E-mail: Jin.Yang@glasgow.ac.uk

(编辑 王梦岩)

## Multi-objective Operation Optimization of Active Distribution Network Considering Three-phase Unbalance Regulation of Phase-switching Soft Open Points

MIN Liang<sup>1</sup>, LOU Chengwei<sup>2</sup>, YANG Jin<sup>1</sup>, YU Jian<sup>3</sup>

(1. School of Engineering, University of Glasgow, Glasgow G128QQ, UK;

2. College of Information and Electrical Engineering, China Agricultural University, Beijing 100083, China;

3. Scottish Power, Glasgow G25AD, UK)

**Abstract:** Power loss and phase unbalance of three-phase voltage in active distribution networks (ADNs) become more and more serious due to the increasing unbalance of three-phase loads. As a kind of power electronic equipment which can replace the traditional tie switch, soft open point (SOP) provides a potential solution to reduce power loss and alleviate the unbalance problem. Therefore, a three-phase four-wire back-to-back voltage source converter is introduced as the topology of SOP, and the corresponding phase-switching control strategy is designed for the topology. On this basis, a multi-objective operation optimization model of ADNs based on three-phase four-wire phase-switching SOP is proposed to reduce the power loss and alleviate the voltage unbalance. The symmetric semi-definite programming algorithm is used to transform the original non-convex nonlinear model into a semi-definite programming model which is easy to solve by convex relaxation. This model can be used for three-phase decoupling and analysis of three-phase power grid. Finally, a case study is carried out in an improved IEEE 123-bus system to verify the feasibility and effectiveness of the proposed model and its solving algorithm.

This work is supported by National Natural Science Foundation of China (No. 51977211).

**Key words:** soft open point; phase-switching control; symmetric semi-definite programming algorithm; active distribution network; three-phase unbalance

