

Лабораторийн ажил №3

Хатуу биеийн эргэлдэх хөдөлгөөний хуулийг обербекийн дүүжингээр судлах

Ажлын зорилго:

Хатуу биеийн эргэлдэх хөдөлгөөний хуулийг туршлагаар судлахад оршино.

Хэрэглэгдэх зүйлс:

Обербекийн дүүжин, янз бүрийн масстай ачаа, тоолуур буюу секундомер, хувиартай шугам.



Зураг 1:

Онолын үндэслэл:

Өнцөг хурд ба хурдатгал: Материал цэг тойргоор хөдлөх тохиолдолд өнцөг хурд ба хурдатгал гэсэн ойлголтуудыг авч үздэг. Тойргийн нумын уртыг радиусд харьцуулсныг өнцөг гэнэ.

$$d\phi = \frac{dl}{R}. \quad (1)$$

Энд: dl – нумын урт, R – тойргийн радиус, $d\phi$ – нумд тулсан өнцөг.

Материал цэг буюу биеийн нэгж хугацаанд эргэх өнцгийг өнцөг хурд гэх ба энэ нь эргэлтийн өнцгөөс хугацаагаар авсан 1-р эрэмбийн уламжлалаар тодорхойлогдоно. Өнцөг хурдны векторын чиглэлийг зөв шургийн дүрмээр тодорхойлно. Зөв шургийг биеийн эргэлтийн дагуу эргүүлэхэд шургийн давших чиглэл нь эргэлтийн өнцөг ба өнцөг хурдны чиглэл болно.

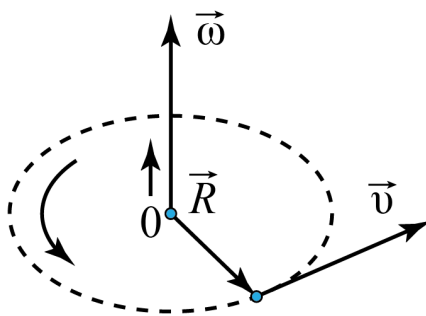
$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\phi}}{dt} \quad \left[\frac{\text{рад}}{\text{с}} \right]. \quad (2)$$

Материал цэгийн шугаман хурд нь өнцөг хурд ба радиус векторын вектор үржвэрээр тодорхойлогдоно.

$$\vec{v} = [\vec{\omega} \times \vec{R}]. \quad (3)$$

Тойргоор жигд эргэх хөдөлгөөний үед шугаман хурд нь $v = \omega R$ болох ба эргэлтийн үе болон давтамж нь өнцөг хурдаар дараах байдлаар илэрхийлэгдэнэ.

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad \nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \quad (4)$$



Зураг 2:

Материал цэг буюу биеийн нэгж хугацаанд дахь өнцөг хурдны өөрчлөлтийг өнцөг хурдатгал гэнэ. Өнцөг хурдатгал нь өнцөг хурднаас хугацаагаар авсан 1-р эрэмбийн уламжлал, эсвэл эргэлтийн өнцгөөс хугацаагаар авсан 2-р эрэмбийн уламжлалаар тодорхойлогдоно.

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d^2\vec{\phi}}{dt^2} \quad \left[\frac{\text{рад}}{\text{с}^2} \right]. \quad (5)$$

Жигд хувьсан эргэх хөдөлгөөний үед ($\varepsilon = \vec{const}$) эргэлтийн өнцөг болон өнцөг хурдатгал дараах байдлаар илэрхийлэгддэг.

$$\vec{\phi} = \vec{\omega}_0 t + \frac{\vec{\varepsilon} t^2}{2}. \quad (6)$$

$$\vec{\omega} = \vec{\omega}_0 + \vec{\varepsilon} t. \quad (7)$$

Энд: ω_0 нь өнцөг хурдны анхны утга болно.

Хатуу биеийн эргэх хөдөлгөөн: Хатуу хөдөлгөөнийг биетэй холбоотой туйл гэж нэрлэгдэх нэг цэгийн давших хөдөлгөөн түүнтэй харьцангуй эргэх хөдөлгөөнийг нь тодорхойлох замаар судалдаг. Туйл нь дурын цэг байж болох ч ихэвчлэн үл хөдлөх эргэлтийн тэнхлэг

эсвэл хүндийн төвийг сонгон авах нь ихэнх тохиолдолд хөдөлгөөний тэгшитгэл хялбар илэрхийлэгддэг. Биеийн давших хөдөлгөөний инерцэт шинж чанарыг масс илэрхийлдэг бол эргэх хөдөлгөөний инерцэт шинж чанарыг инерцийн момент тодорхойлно. Хатуу биеийн тэнхлэгтэй харьцуулсан инерцийн момент нь массыг эргэлтийн тэнхлэг хүртэлх зайн квадратаар үржүүлсэн интегралаар тодорхойлогдоно.

$$I = \int r^2 dm. \quad (8)$$

Инерцийн моментыг СИ системд $\text{кг} \cdot \text{м}^2$ нэгжээр хэмжинэ. Тэнхлэгтэй харьцуулсан инерцийн момент нь тухайн биеийн хувьд ямар тэнхлэгийг тойрон эргэхээс хамаарч тодорхойлогдох биеийн хэлбэр хэмжээнээс хамаарсан тогтмол хэмжигдэхүүн байна. Хүндийн төвийг дайрсан тэнхлэгтэй харьцуулсан инерцийн момент I_0 бол тухайн тэнхлэгээс d зайд байрлах түүнтэй паралель тэнхлэгийг тойрон эргэх инерцийн момент I нь

$$I = I_0 + md^2 \quad (9)$$

байна. Үүнийг *Штейнерын теорем* гэнэ. Эргэх хөдөлгөөний тоо хэмжээг импульсын моментоор илэрхийлэх бөгөөд энэ нь материал цэгийн хувьд

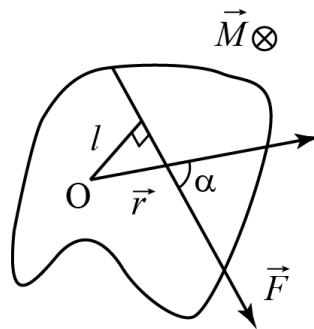
$$\vec{L} = [\vec{r} \times m\vec{v}] \quad (10)$$

ба хатуу биеийн хувьд

$$\vec{L} = I \cdot \vec{\omega} \quad (11)$$

байна. Эргэх хөдөлгөөний харилцан үйлчлэлийг хүчний моментоор илэрхийлдэг. Хүчний момент нь радиус вектор ба хүчний вектор үржвэр байна.

$$\vec{M} = [\vec{r} \times \vec{F}] \quad (12)$$



Зураг 3:

Энд: α нь радиус вектор ба хүчний векторуудын хоорондох өнцөг ба l –г хүчний мөр гэнэ. Иймд хүчний момент нь мөрийг хүчээр үржүүлсэнтэй тэнцүү болно. Эргэх хөдөлгөөний динамикийн үндсэн хууль

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt} \quad (13)$$

$$\vec{M} = I \cdot \vec{\epsilon}. \quad (14)$$

Үүний I – хатуу биеийн инерцийн момент, ε – өнцөг хурдатгал, M – хатуу биед үйлчилж байгаа хүчний момент.

Обербекийн дүүжин: Хэвтээ тэнхлэгийг тойрон эргэх дамартай голд 2 ижил савааг чагт байдлаар бэхлэж, саваанд дөрвөн ижил цилиндр ачааг тогтоосон байна. Эдгээр ачааг савааны дагуу шилжүүлж тэнхлэгээс янз бүрийн L зайд байрлуулах замаар багажийн инерцийн моментийг өөрчилж болно. m_0 масстай ачааг дүүжилсэн утсыг дамарт ороож, уул ачааг тодорхой h өндөрөөс чөлөөтэй тавихад булд M эргүүлэх хүчний момент үйлчилж дүүжин хөдөлж эхэлнэ.

$$M = T \cdot R_d. \quad (15)$$

Үүний R_d – утас ороож буй дамрын радиус, T – утасны татах хүч байна. Энэхүү тогтмол хүчний моментийн үйлчлэлээр дүүжин (бул) ε өнцөг хурдатгалтай эргэх хөдөлгөөнд орно. Дүүжин ба блокын гол дахь үрэлтийг үл тооцвол дүүжингийн эргэх хөдөлгөөний тэгшитгэл

$$I \cdot \varepsilon = T \cdot R_d \quad (16)$$

болно. Харин m_0 масстай ачааны давших хөдөлгөөний тэгшитгэл

$$m_0 a = m_0 g - T \quad (17)$$

байх болно. Ачаа анхны хурдгүй жигд хурдсах хөдөлгөөн хийнэ гэвэл t хугацаанд ачааны шилжилт

$$h = \frac{1}{2} a t^2. \quad (18)$$

Ачааны хурдатгал нь дамрын захын цэгийн тангенциал хурдатгал болох учир

$$a = \varepsilon R \quad (19)$$

гэж тодорхойлогдоно. Эндээс 19 –р томъёонд 18 –аас a –г олж орлуулбал

$$\varepsilon = \frac{2h}{R_d t^2}. \quad (20)$$

17 –р томъёоноос T –г олж 16 –р томъёонд орлуулан 20 –ийг тооцвол дүүжингийн инерцийн момент

$$I = m_0 R_d^2 \left(\frac{g t^2}{2h} - 1 \right). \quad (21)$$

Дүүжинд үйлчлэх хүчний момент нь 20, 21 –р томъёог 16 –р томъёонд орлуулснаар дараах байдлаар илэрхийлэгдэнэ.

$$M = m_0 \left(g - \frac{2h}{t^2} \right) R_d. \quad (22)$$

Нөгөө талаас дүүжингийн инерцийн момент нь 2 саваанаас бүрдэх чагт ба түүн дээр байрласан 4 цилиндрийн инерцийн моментуудийн нийлбэртэй тэнцэнэ.

$$I_{\text{онол}} = I + 4I = 2I_{\text{саваа}} + 4I_{\text{цилиндр}}. \quad (23)$$

Савааны хүндийн төвийг дайрсан, саваанд перпендикуляр тэнхлэгтэй харьцуулсан инерцийн момент:

$$I_{\text{саваа}} = \frac{1}{12} m_{\text{саваа}} l_{\text{саваа}}^2. \quad (24)$$

Хөндийтэй цилиндрийн эргэлтийн тэнхлэгт перпендикуляр хүндийн төв дайрсан тэнхлэгтэй харьцуулсан инерцийн момент

$$I_0 = \frac{1}{12} m_{\text{цилиндр}} [H^2 + 3(r_1^2 + r_2^2)]. \quad (25)$$

Энд: H – цилиндрийн өндөр, r_1 ба r_2 нь гадна ба доторхи радиус.

Саваа нь дахь ачаа болох хөндийтэй цилиндрийн эргэлтийн инерцийн момент

$$I_{\text{цилиндр}} = I_0 + m_{\text{цилиндр}} b^2. \quad (26)$$

Үүний b – саваан дээр гаргасан зураасаас эргэлтийн тэнхлэг хүртлэх зай.

Хамгийн ойр байрлал буюу ачааг голд шахаж тавьсан үед $b_1 = 27.5$ мм

Хамгийн хол байрлал буюу ачааг савааны үзүүрт тулгаж бэхэлсэн үед $b_2 = 145.5$ мм

Саваанд бэхэлсэн цилиндрийн өндөр $H = 25$ мм

Цилиндрийн гадаад радиус $r_1 = 29.5$ мм

Цилиндрийн дотоод радиус $r_2 = 12$ мм

Саваан дахь цилиндрийн масс $m_{\text{ц}} = 120$ гр

Савааны урт $l_{\text{с}} = 32.6$ см

Савааны масс $m_{\text{с}} = 145$ г.

Шалгах асуулт

1. $b_1 = 27.5$ мм үед обербекейн дүүжингийн инерцийн моментыг тодорхойлоорой.
.....
.....
.....
2. $b_1 = 27.5$ мм байх обербекейн дүүжингийн инерцийн хувьд ачааны масс 250 г бол утасны татах хүч олно уу.
.....
.....
.....
3. Дээрх нөхцөлд дүүжингийн өнцөг хурдатгалыг олоорой.
.....
.....
.....
4. Мөн энэ үед ачаа 50см шилжих хугацааг тодорхойл.
.....
.....
.....
5. $I = 10^{-3}$ кг · м² инерцийн моменттой биеийн эргэх өнцөг хурд 4 рад/с байгаа бол түүний импульсийн момент ба энергийг олоорой.
.....
.....
.....

Дасгал №1

1. Чагтан саваанд дөрвөн ачааг ижил зайд ($b_1 = 27.5$ мм үед) тогтоогоод дүүжингийн голд утас ороож, үзүүрт нь m_0 масстай ачаа дүүжлэн ачааны доош явах h зам, t хугацааг тус тус хэмжинэ.

- Гурван өөр масстай ачааны хувьд хэмжилтийг хийж 21 –р томъёогоор инерцийн моментийг олно.
- Инерцийн моментын туршлагаар олсон дундаж утгыг 23 -р томъёогоор тооцоолсон онолын үр дүнтэй харьцуул.

Хэмжилтийн хүснэгт

Утас ороож буй дамрын радиус $R_d = 14$ мм

Обербекийн дүүжингийн саваан дахь ачаа эргэлтийн тэнхлэгт ойр үед.

Ачааны масс m_0			
Шилжилт h			
Шилжилтийн хугацаа t			
$I = m_0 R_d^2 \left(\frac{gt^2}{2h} - 1 \right)$			

$I_{\text{онол}} = \dots\dots\dots$

$I_{\text{турш}} = \dots\dots\dots$

Дасгал №2

- Чатан саваанд дөрвөн ачааг ижил зайд ($b_2 = 145.5$ мм үед) тогтоогоод багажны голд утас ороож, үзүүрт нь m_0 масстай ачаа дүүжлэн ачааны доош явах h зам, t хугацааг тус тус хэмжинэ.
- Зургаан өөр масстай ачааны хувьд хэмжилтийг хийж 21 –р томъёогоор инерцийн моментийг, 20 –р томъёогоор өнцөг хурдатгал, 22 –р томъёогоор хүчний моментийг тус тус олж 14 –р томъёогоор динамикийн хуулийг шалгана уу.

Хэмжилтийн хүснэгт

Утас ороож буй дамрын радиус $R_d = 14$ мм

Обербекийн дүүжингийн саваан дахь ачаа эргэлтийн тэнхлэгээс хол үед.

Ачааны масс m_0						
Шилжилт h						
Шилжилтийн хугацаа t						
$T = m_0 \left(g - \frac{2h}{t^2} \right)$						
$I = m_0 R_d^2 \left(\frac{gt^2}{2h} - 1 \right)$						
$\varepsilon = \frac{2h}{R_d t^2}$						
$M = m_0 \left(g - \frac{2h}{t^2} R_d \right)$						

Хэмжилт хийсэн он ... сар ... өдөр Гарын үсэг: