和弦
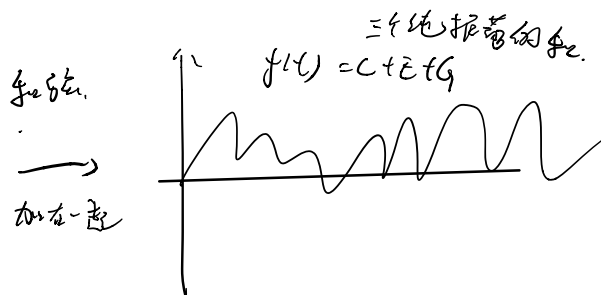

和弦 三千独振荡的叠加
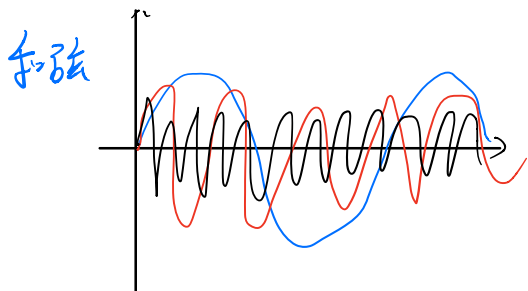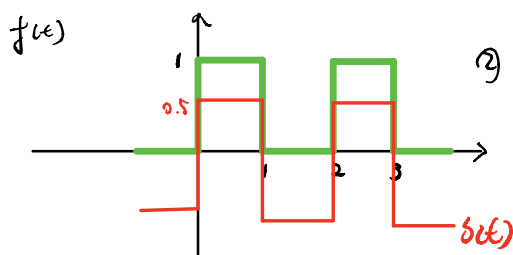$f(t) = C_1 + C_2 + C_3$

和弦.
$\longrightarrow$
加在一起

$$f(t) = b_1 \sin n_1 t + b_2 \sin n_2 t + b_3 \sin n_3 t$$

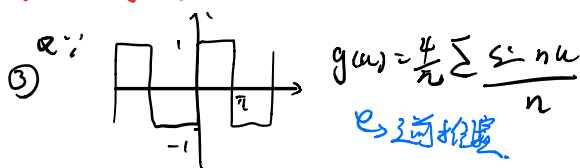# Fourier Analysis ?

引子: 假设.

$f(t)$

① $\begin{cases} \sin n\pi t \\ \cos n\pi t \end{cases}$

② $\leftrightarrow$ 平移成奇函数. $S(t)$

$S(t)$

③ $g(u) = \frac{4}{\pi} \sum \frac{\sin nu}{n}$

e>这两性质

④ $\xrightarrow[\frac{1}{n} \quad u]{} t \implies u = \pi t$

$$\begin{cases} f(t) = S(t) + \frac{1}{2} \\ S(t) = \frac{1}{2} g(u) \implies \\ u = \pi t \\ g(u) = \frac{4}{\pi} \sum \frac{\sin nu}{n} \end{cases}$$

$$f(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{\pi} \sum_{odd} \frac{\sin n\pi t}{n}$$

$$= \frac{2}{\pi} \sum_{odd} \frac{\sin n\pi t}{n} + \frac{1}{2}$$

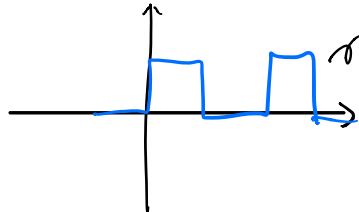$$x'' + w_0^2 x = f(t) \quad \curvearrowright \text{更加玻化的 } f(t)$$

can find x_p if RHS $\begin{cases} \sin wt \\ \cos wt \end{cases}$ (use e^{iwt})

$$\hookrightarrow x_p = \frac{\begin{cases} \sin wt \\ \cos wt \end{cases}}{w_0^2 - w^2}$$

in general.

$$\text{if } f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_1^\infty a_n \cos w_n t + b_n \sin w_n t \quad \curvearrowright (w_n = \frac{n\pi}{L}) \quad \text{period} = 2L$$

$$\downarrow$$

$$\boxed{x_p = \frac{a_0}{2w_0^2} \quad \sum_1^\infty \frac{a_n \cos w_n t}{w_0^2 - w_n^2} + \frac{b_n \sin w_n t}{w_0^2 - w_n^2}}$$

Input:

$$\curvearrowright f(t) = \frac{2}{\pi} \sum_{n \text{ odd}} \frac{\sin \frac{n\pi t}{L}}{n} + \frac{1}{2}$$

$$x'' + w_0^2 x = f(t)$$

Response:

$$x_p = \frac{1}{2w_0^2} + \frac{2}{\pi} \cdot \sum_1^\infty b_n \cdot \frac{\sin n\pi t}{n \cdot [w_0^2 - (n\pi)^2]}$$

假设 $w_0 = 10$

$$x_p \approx \frac{1}{2\cdot 10} + \frac{2}{3.14} \cdot \left(\frac{\sin \pi t}{91} + \frac{\sin 3\pi t}{45} - \frac{\sin 5\pi t}{625} \right)$$
$$\underset{(100-(3.14)^2)}{} \quad \underset{(100-(3\times3.14)^2)}{} \quad \underset{(100-(5\times3.14)^2)}{}$$

$$\approx 0.005 + 0.01 \sin \pi t + \boxed{0.015 \sin 3\pi t} - \cdots \curvearrowright \text{振幅最大项, 因为 } w = 3\pi$$
$$5 w_0 \text{最接近!}$$

傅里叶级数，可以分析某个频率的 ∭ 波 在 $f(t)$ 中所占的比重

☆ $f(t)$ 通过傅里叶分析，分解成了 频率 的和.

原理：系统不会等同地对所有频率做出响应.
它会选出它喜欢的 频率

↳ 即那些接近固有频率的 频率.
ω_0

☆ 听觉的原理

→ 耳蜗.

→ 毛. $i = 2 \sim\sim\sim$ 多, 长度不同,
每一个都有一个特定的频率
ω_0

natural freq.

s 信号.
运动小听毛
神经 ↳ 毛发 只与接近 ω_0 的
声音共振.

P.S.

odd

Assume soln of force : $x_p = C_0 + \sum C_n \sin n\pi t$

$\hookrightarrow$ C_n 是啥?

代入 $x'' + w_0^2 x = f(x)$.

$x_p'' = \sum -C_n \cdot (n\pi)^2 \sin n\pi t$

$\hookrightarrow$ $C_n = \cdots$