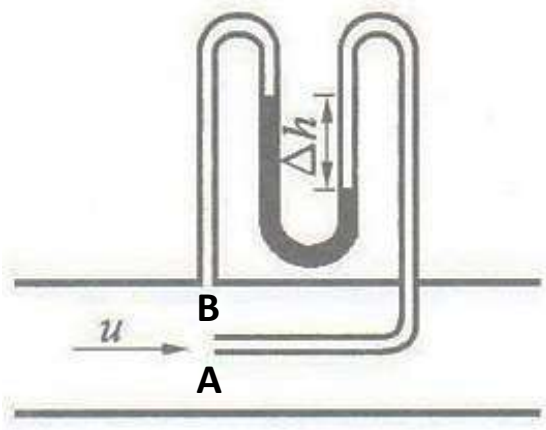
4-5 用水银压差计测量水管中的点流速$\boldsymbol{u}$，如读值$\boldsymbol{\Delta h}$=60 mm，（1）求该点流速；（2）若管中流体是$\boldsymbol{\rho}$=0.8 kg/m^{3}的油，$\boldsymbol{\Delta h}$不变，不计水头损失，则该点的流速是多少？



解：（1） $\dfrac{p_A}{\rho g}-\dfrac{p_B}{\rho g}=\left(\dfrac{\rho_p}{\rho}-1\right)\Delta h$ $\qquad$ $\dfrac{p_A}{\rho g}=\dfrac{p_B}{\rho g}+\dfrac{u^2}{2g}$

$$u=\sqrt{2g\left(\frac{\rho_p}{\rho}-1\right)\Delta h}$$

$$u=\sqrt{2g\times 12.6\Delta h}=\sqrt{19.6\times 12.6\times 0.06}=3.85m/s$$

（2）

$$u=\sqrt{2g\times 12.8\Delta h}=\sqrt{19.6\times 12.8\times 0.06}=4.34m/s$$

4、计算公式

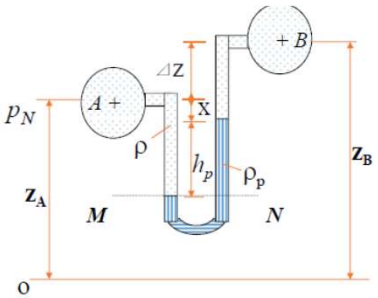
两测点的高差是已知量，

设高度x，做等压面MN，由 $p_M=p_N$

$$p_A+\rho g(x+h_p)=p_B+\rho g(\Delta z+x)+\rho_p g h_p$$

A、B两点的压强差

$$p_A-p_B=(\rho_p-\rho)gh_p+\rho g\Delta z$$



将$\triangle z=z_B-z_A$代入上式，并以ρg除式中各项

$$\left(z_A+\frac{p_A}{\rho g}\right)-\left(z_B+\frac{p_B}{\rho g}\right)=\left(\frac{\rho_p}{\rho}-1\right)h_p$$

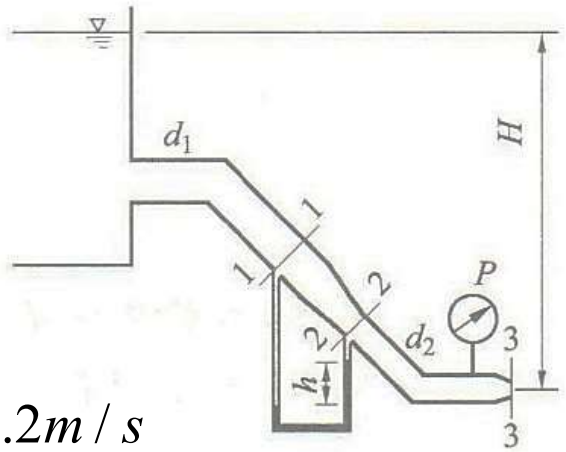
若A、B中流体ρ均为水，ρ_p为水银，则

$$\left(z_A+\frac{p_A}{\rho g}\right)-\left(z_B+\frac{p_B}{\rho g}\right)=12.6h_p$$

4-7 水箱出流，直径d_1=125 mm、 d_2=100 mm，水银压差计的读数h=100 mm，断面3-3处的喷嘴直径d_3=75 mm，不计水头损失，试求作用水头H值和压力表读值。

解：对1-1断面和2-2断面列伯努利方程有

$$z_1+\frac{p_1}{\rho g}+\frac{\upsilon_1^2}{2g}=z_2+\frac{p_2}{\rho g}+\frac{\upsilon_2^2}{2g}\Rightarrow(z_1+\frac{p_1}{\rho g})-(z_2+\frac{p_2}{\rho g})=\frac{\upsilon_2^2-\upsilon_1^2}{2g}$$



又 $(z_1+\frac{p_1}{\rho g})-(z_2+\frac{p_2}{\rho g})=\left(\frac{\rho_p}{\rho}-1\right)\Delta h$ 且 $\upsilon_1A_1=\upsilon_2A_2$

联立可得 $\upsilon_2=8.6m/s$ 由 $\upsilon_2A_2=\upsilon_3A_3$ 得 $\upsilon_3=\frac{\upsilon_2A_2}{A_3}=15.2m/s$

对0-0断面和3-3断面列伯努利方程并简化，有 $H=\frac{\upsilon_3^2}{2g}=\frac{15.2^2}{2\times9.8}=11.8m$

对压力表所在断面和3-3断面列伯努利方程，有 $\frac{p}{\rho g}+\frac{\upsilon_2^2}{2g}=\frac{\upsilon_3^2}{2g}$

对压力表所在断面和自由水面列伯努利方程亦可

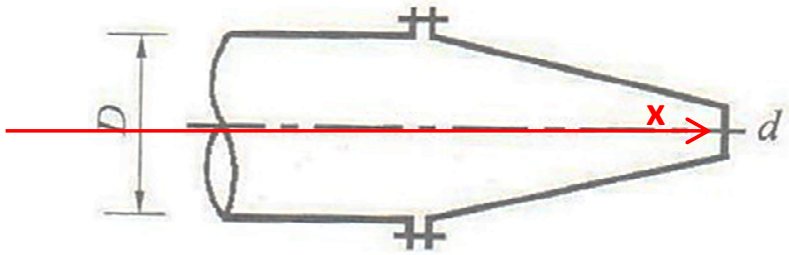
则 $p=\frac{\rho}{2}(\upsilon_3^2-\upsilon_2^2)=\frac{1000}{2}(15.2^2-8.6^2)=78.5kPa$

4-10 水由喷嘴射出。已知流量Q=0.4 m^3/s，主管直径D=400 mm，喷嘴直径d=100 mm，水头损失不计，求水流作用在喷嘴上的力。

解：

$$\upsilon_1=\frac{4Q}{\pi D^2}=\frac{4\times 0.4}{\pi\times 0.4^2}=3.18\mathrm{m}/s$$

$$\upsilon_2=\upsilon_1(\frac{D}{d})^2=3.18\times 16=50.93\mathrm{m}/s$$



列伯努利方程有 $0+\frac{p_D}{\rho g}+\frac{\upsilon_1^2}{2g}=0+0+\frac{\upsilon_2^2}{2g}+0$ $p_D=1291.87kN/m^2$

列动量方程有 $P_D-R'=\rho Q(\upsilon_2-\upsilon_1)$

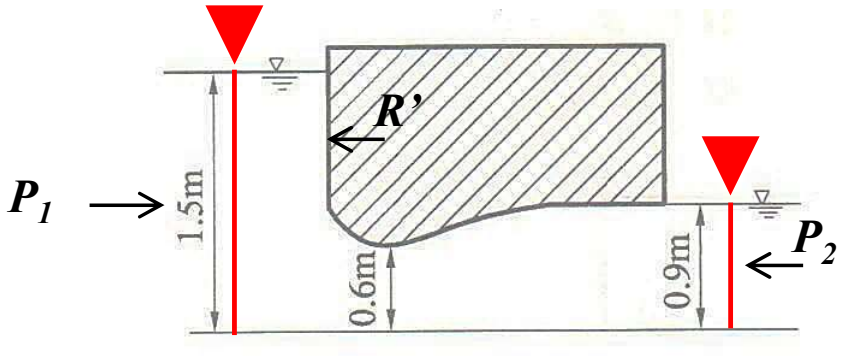
喷嘴对水流的作用力 $R'=P_D-\rho Q(\upsilon_2-\upsilon_1)=p_D\frac{\pi D^2}{4}-\rho Q(\upsilon_2-\upsilon_1)=143.24kN$

水流对喷嘴的作用力 $R=R'=143.24kN$ 方向沿x轴正向，水平向右。

4-13 垂直于纸面的宽度***B***=1.2m，各处水深如图所示，求水流对建筑物的水平作用力

计算点选在水面上

解：对建筑物两侧流体列伯努力方程，有 $1.5+0+\frac{\upsilon_1^2}{2g}=0.9+0+\frac{\upsilon_2^2}{2g}$



又由连续性方程，有 $\upsilon_1\times1.5\times B=\upsilon_2\times0.9\times B$

两个方程联立，解得 $\upsilon_1=2.57m/s$ $\upsilon_2=4.29m/s$

从建筑物下方穿过的流体控制体两侧的水压力为

$$P_1=\frac{1}{2}\rho g\times1.5^2\times B=\frac{1}{2}\times9.8\times10^3\times1.5^2\times1.2=13.23kN$$

$$P_2=\frac{1}{2}\rho g\times0.9^2\times B=\frac{1}{2}\times9.8\times10^3\times0.9^2\times1.2=4.76kN$$

由动量方程有 $\sum F_X=P_1-P_2-R'=\rho Q(\beta_2\upsilon_{2x}-\beta_1\upsilon_{1x})$

取 $\beta_1=\beta_2=1$ 得到 $R'=0.513kN$ 故建筑物受力为 $R=0.513kN$ 方向向右