2020 年春季学期
计算学部《机器学习》课程

Lab 2 实验报告

姓名	王丁子睿
学号	1183710211
班号	1803104
电子邮件	1183710211@stu.hit.edu.cn
手机号码	19845178018

目录

1 问题概述

给定一系列点集，每个点有一个分类，试求解一个分类模型，来根据每个点的坐标/属性，对每个点类别进行区分。

本实验主要解决二分类问题，但可以扩展到任意数量的分类。

2 数据生成

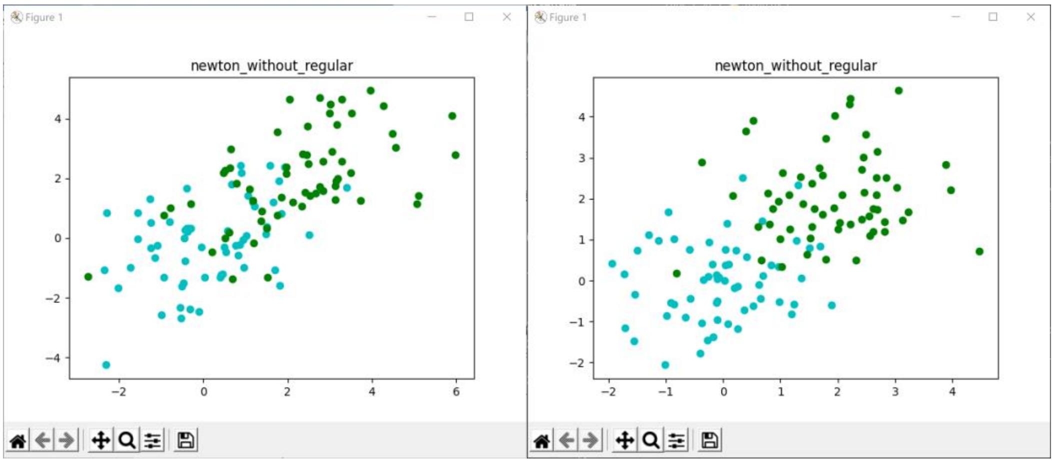
（代码见 src/generate.py）

给定一个协方差矩阵，据此生成一系列满足该协方差矩阵的高维正态分布的点集。

为了区分不同的类别，各类别满足的正态分布的平均数会有较大差别，从而有很明显的距离，在本实验中，取二维正态分布，两个分类满足的正态分布的平均数分别为$(0 \quad 0)$和$(2 \quad 2)$。

此外，若分布满足朴素贝叶斯矩阵，则分布的协方差矩阵为对角矩阵，本实验中取$\begin{pmatrix}1 & 0\\0 & 1\end{pmatrix}$；否则，分布的协方差矩阵不为对角矩阵，本实验中取$\begin{pmatrix}2 & 1\\1 & 2\end{pmatrix}$。

生成数据量满足训练集:验证集:测试集 = 60:20:20，测试集数据如下图所示：



具体数据见 src/related_normal_distribution 和 src/unrelated_normal_distribution。

3 问题求解

3.1 无正则项

由于 Logistic 函数在分类问题中的良好的性质，本实验采用该函数来解决分类问题。

具体来说，设概率函数P满足：

$$P(Y=0|x)=\frac{1}{1+e^{\omega x+b}}$$

$$P(Y=1|x)=\frac{e^{\omega x+b}}{1+e^{\omega x+b}}$$

假设ω已知，则将x代入之后，得到一个概率，若概率大于50%，则判定该点的分类为 1；否则，则判定为 0。

下面用似然函数法估计参数ω的值，易知似然函数为：

$$\prod_{i=1}^{N}P(Y=1|x_i)^{y_i}P(Y=0|x_i)^{1-y_i}$$

对其求对数，将得到的函数作为损失函数：

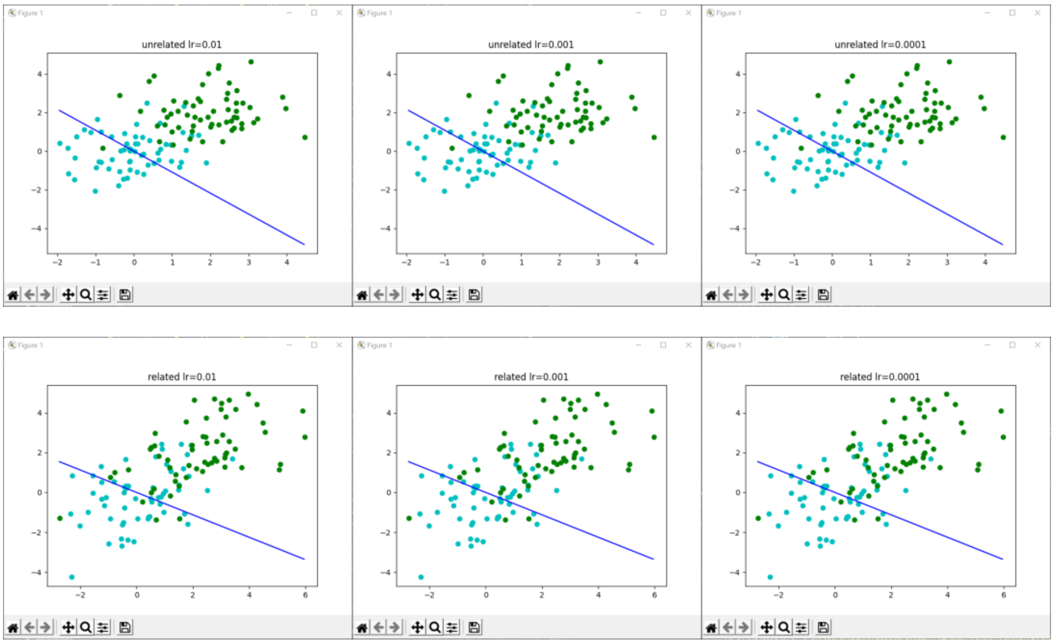
$$L(\omega)=\sum_{i=1}^{N}y_i\log P(Y=1|x_i)+(1-y_i)\log P(Y=0|x_i)$$

对其求导得：

$$\frac{\partial L(\omega)}{\partial\omega}=X(-y+\frac{1}{1+e^{\omega x}})$$

应用梯度下降法，每次令ω减去$lr\times\frac{\partial L(\omega)}{\partial\omega}$，控制梯度绝对值和小于$eps$时停止迭代，即可得到拟合函数。

取定$eps=10^{-4}$，取$lr=0.01,0.001,0.0001$，数据是否满足朴素贝叶斯（unrelated、related），得到的结果如下图所示：



3.2 含正则项

在损失函数中引入正则项，即：

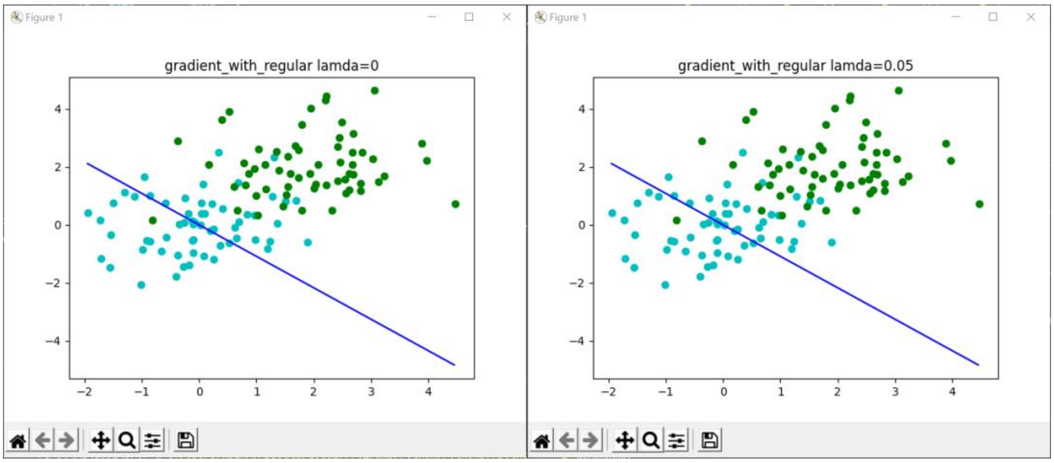
$$L(\omega)=\sum_{i=1}^{N}[y_i\log P(Y=1|x_i)+(1-y_i)\log P(Y=0|x_i)]+\lambda\left\|\sum_{i=1}^{M}\omega_i\right\|$$

对其求导得：

$$\frac{\partial L(\omega)}{\partial \omega}=X\left(-y+\frac{1}{1+e^{\omega x}}\right)+\lambda\left(\sum_{i=1}^{M}\omega_i\right)$$

依然采用梯度下降法进行求解。

取定$eps=10^{-4}$, 取$lr=0.01$, 数据满足朴素贝叶斯, 对比引入正则项前后的结果如图:



可以发现，引入正则项前后拟合直线的区别并不大，这是因为，该方法仅考虑了各点的一次项，因此并没有明显的过拟合现象。

4 应用

取 UCI 的数据集 MONK's Problems Data Set 进行测试，其为一个多元二分类问题的数据集，每个参数都是取一定范围内的一个整数值。

取超参数$eps=10^{-4}, lr=0.01, \lambda=0.05$，得到的结果为：

```
MONK loss:1.4257388709816499
```

由于 matplotlib 只能同时显示两个维度，而多元逻辑回归对任意两维的区分效果并不一定特别好，因此图像的参考价值有限，故不在此展示。