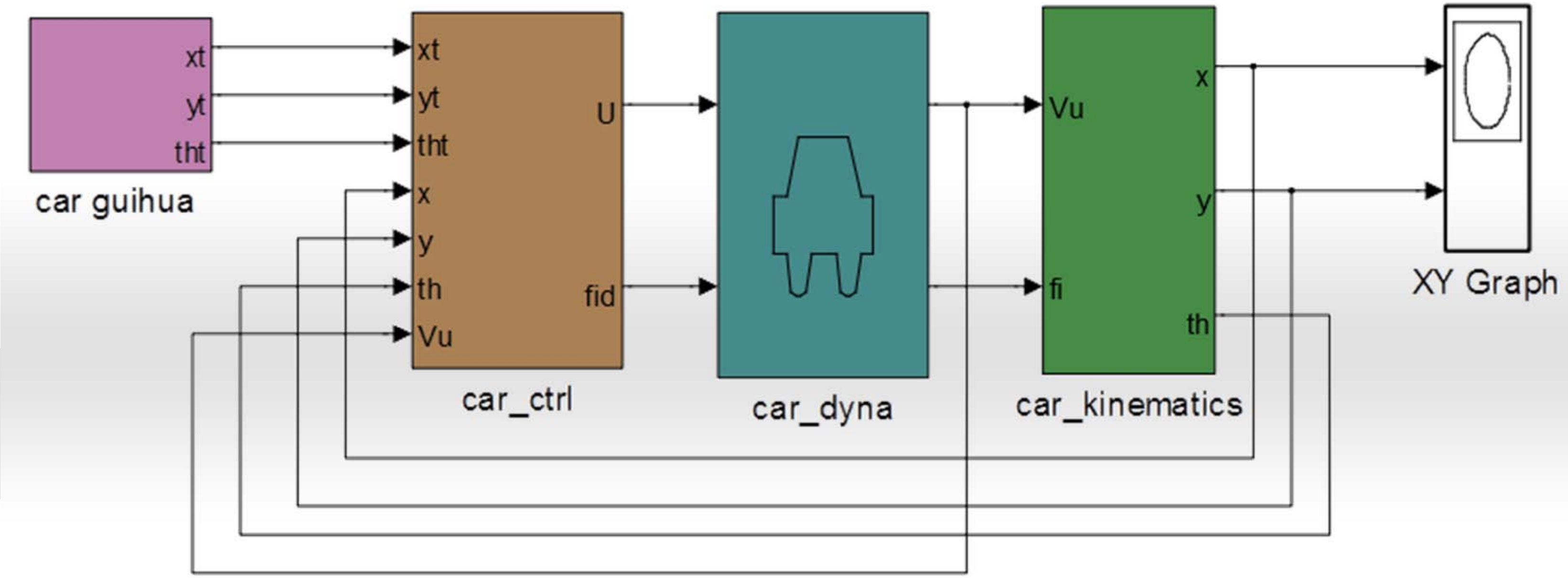
第三章 智能机器人运动控制与规划

方宝富

fangbf@hfut.edu.cn

第三章 智能机器人运动控制与规划

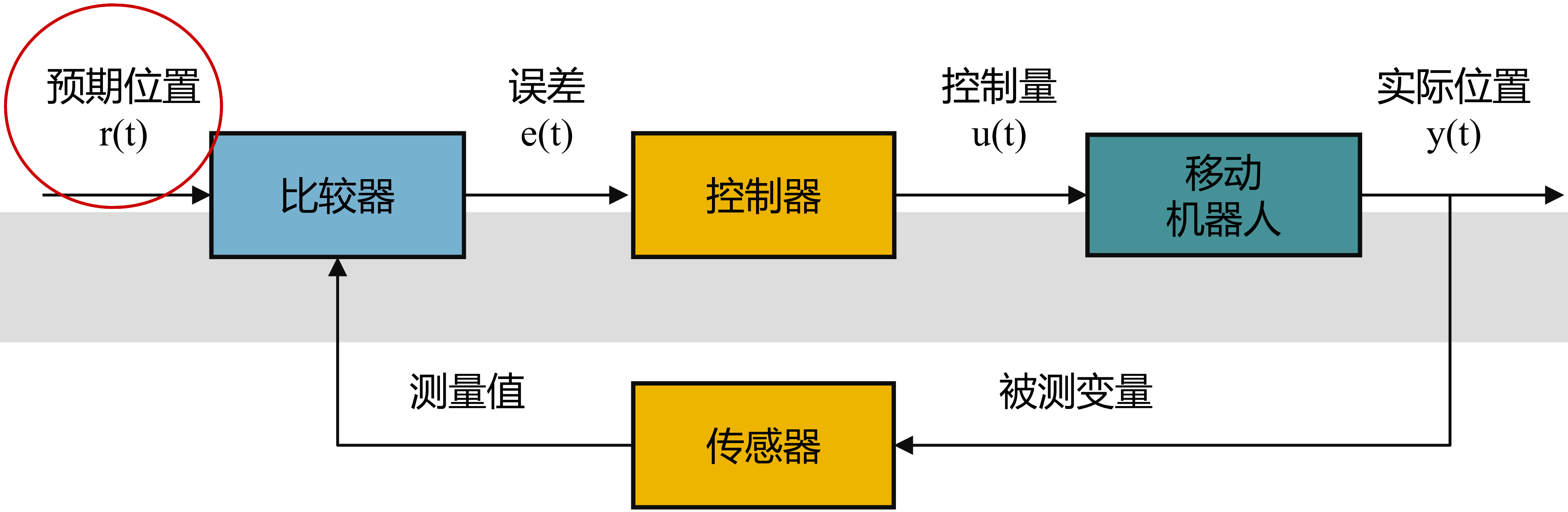


在构建小车运动曲线规划、运动学、动力学、控制器模型的基础上，完成小车跟踪曲线仿真

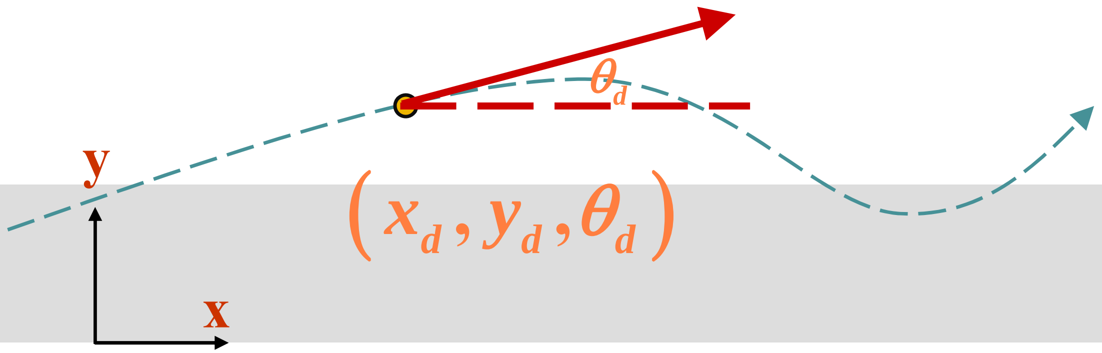
本章大纲

- 移动机器人的平面曲线规划
- 移动机器人运动学模型
- 移动机器人动力学模型
- 移动机器人曲线跟踪与误差控制

3.1 移动机器人的平面曲线规划



3.1 移动机器人的平面曲线规划



$$\theta_d = a\tan\left(\frac{\dot{y}_d}{\dot{x}_d}\right)$$

3.1 移动机器人的平面曲线规划

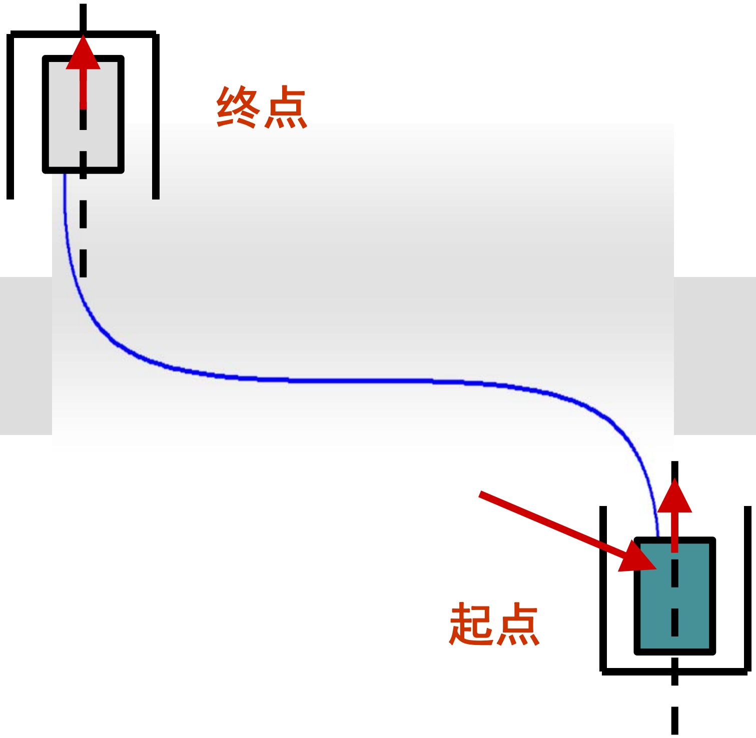
我们假设移动机器人在类似平面的场地上，跟踪期望曲线运动。期望曲线如何生成呢？

$$\left(x_d, y_d, \theta_d\right) \qquad \theta_d = a\tan\left(\dot{y}_d / \dot{x}_d\right)$$

3.1 移动机器人的平面曲线规划

小车移库问题

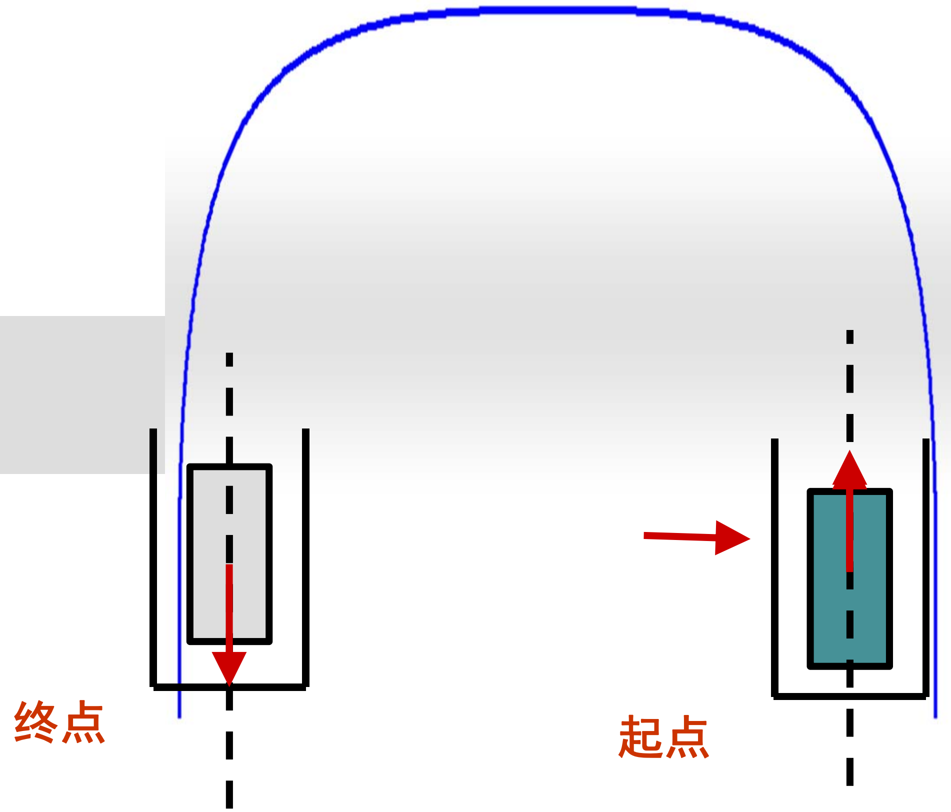
规划一条由起点出发到达终点的光滑曲线



3.1 移动机器人的平面曲线规划

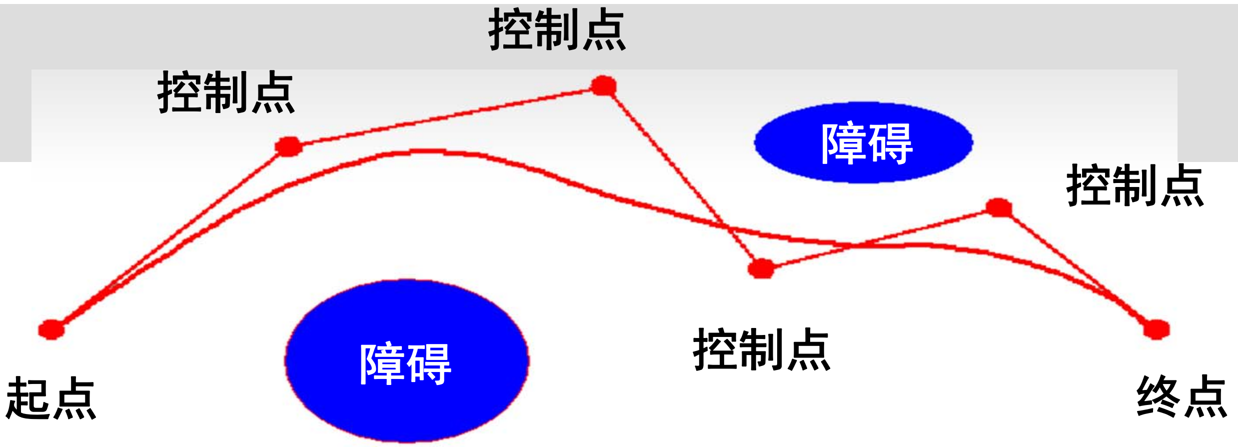
小车移库问题

规划一条由起点出发到达终点的光滑曲线



3.1 移动机器人的平面曲线规划

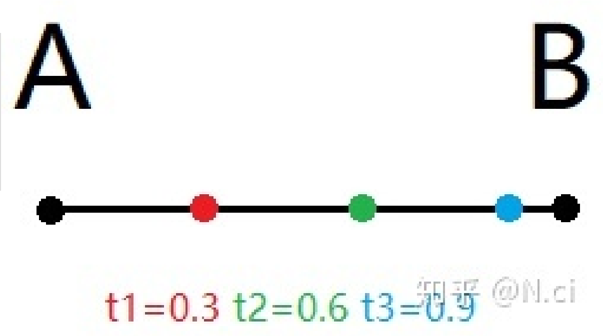
规划一条由起点到终点，合乎要求光滑曲线。给定一组控制点而得到一条曲线，曲线大致形状由这些点予以控制。一般用得多是三次B样条曲线

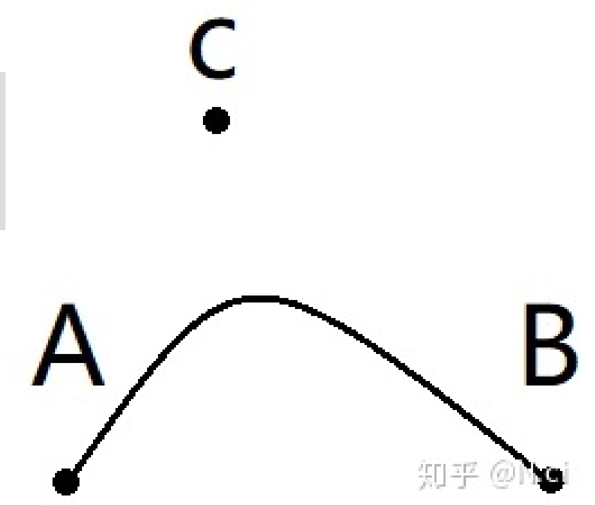


3.1 移动机器人的平面曲线规划

A*t+B*(1-t)

A*t+B*(1-t)+C*(-4t²+4t)





3.1 移动机器人的平面曲线规划

阶数=所有权重中t值的最高次幂，一般为：阶数=生成t值所需要的控制点数-1

节点表($knot_i$)是生成基本函数表的关键参数，大小严格等于控制点数量+阶数+1

$$B_{i,deg}(t)=\frac{t-knot_i}{knot_{i+deg}-knot_i}B_{i,deg-1}(t)+\frac{knot_{i+deg+1}-t}{knot_{i+deg+1}-knot_{i+1}}B_{i+1,deg-1}(t)$$

$$B_{i,0}=\begin{cases}1, & knot_i\le t\le knot_{i+1}\\ 0, & t<knot_i \text{ 或 } t>knot_{i+1}\end{cases}$$

B-样条曲线计算公式为： $C(t)=\Sigma_{i=0}^{n-1}B_{i,deg}(t)P_i$

3.1 移动机器人的平面曲线规划

- 平面曲线规划，机器人位置可以用其二维组坐标(x,y)的参数方程描述。

$$P=\begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} x(s) \\ y(s) \end{bmatrix}$$

- 其中参数可以是时间t，也可以是归一化路程s。

$$\theta = a\tan\left(\frac{\dot{y}(t)}{\dot{x}(t)}\right) = a\tan\left(\frac{\dot{y}(s)}{\dot{x}(s)}\right)$$

3.1 移动机器人的平面曲线规划

四个控制点的B样条曲线(1)

给定四个控制点$[C_1,C_2,C_3,C_4]$,则样条曲线为P(s),参数s满足$0\le s\le 1$,可以看成是归一化路程。

四个控制点

$$C_1=\begin{bmatrix}x_1\\y_1\end{bmatrix},C_2=\begin{bmatrix}x_2\\y_2\end{bmatrix},C_3=\begin{bmatrix}x_3\\y_3\end{bmatrix},C_4=\begin{bmatrix}x_4\\y_4\end{bmatrix}$$

四个样条函数

$$f_1(s),\ f_2(s),\ f_3(s),\ f_4(s)$$

$$f_1(s)=\frac{1}{6}(1-s)^3 \qquad f_2(s)=\frac{1}{6}\left(3s^3-6s^2+4\right)$$

$$f_3(s)=\frac{1}{6}\left(-3s^3+3s^2+3s+1\right) \qquad f_4(s)=\frac{1}{6}s^3$$

3.1 移动机器人的平面曲线规划

四个控制点的B样条曲线(2)

给定四个控制点$[C_1,C_2,C_3,C_4]$,则样条曲线为P(s),参数s满足$0 \le s \le 1$,可以看成是归一化的路程。

平面轨迹 (0≤s≤1)

$$P(s) = f_1(s)C_1 + f_2(s)C_2 + f_3(s)C_3 + f_4(s)C_4$$

3.1 移动机器人的平面曲线规划

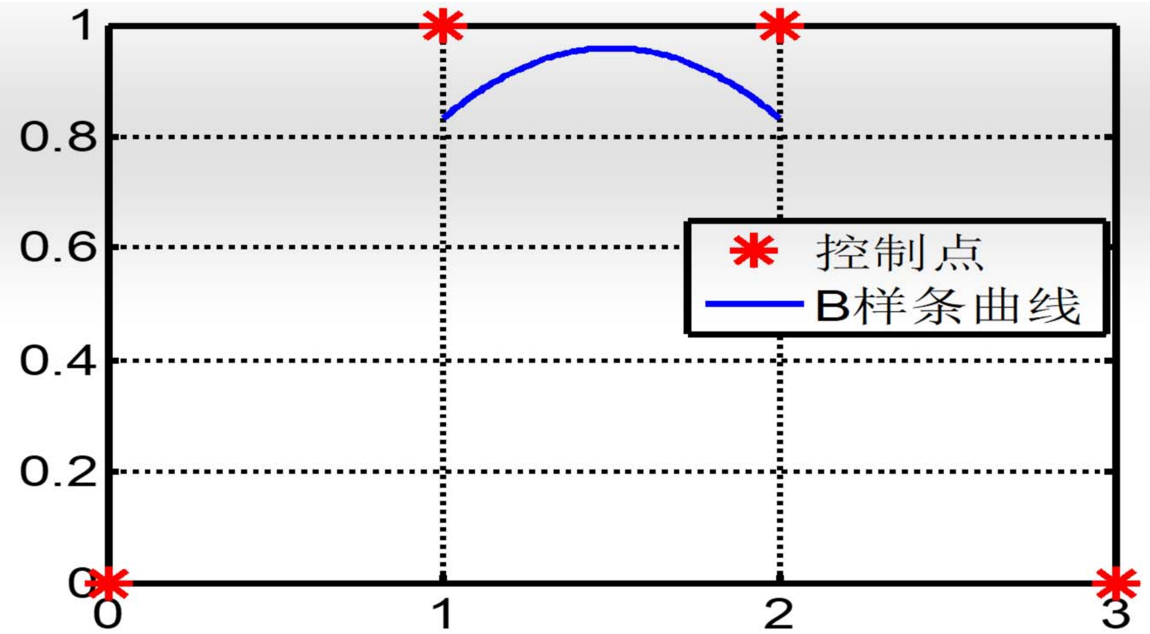
四个控制点的B样条曲线(3)

```
%演示四个控制点B样条曲线生成
%demomooc1.m
%四个控制点C=[C1 C2 C3 C4]
C=[0   1   2   3
     0   1   1   0];
s=0:0.01:1;  %归一化路程0≤s≤1
%四个样条函数
f1s=(1-s).^3/6;
f2s=(3*s.^3-6*s.^2+4)/6;
f3s=(-3*s.^3+3*s.^2+3*s+1)/6;
f4s=s.^3/6;
%四个控制点的B样条曲线
Ps=C(:,1)*f1s+C(:,2)*f2s+...
           C(:,3)*f3s+C(:,4)*f4s;
%绘制控制点及B样条曲线
figure(1)
plot(C(1,:),C(2,:),'r*',Ps(1,:),Ps(2,:),'b'
);
legend('控制点','B样条曲线')
title('四个控制点及其B样条曲线')
grid on
```

3.1 移动机器人的平面曲线规划

四个控制点的B样条曲线(4)

四个控制点的B样条曲线



五个控制点的B样条曲线(1)

如果给定五个控制点[C_1,C_2,C_3,C_4,C_5],则决定了两条样条曲线为$P_1(s)$,$P_2(s)$。

$$P_1(s) = f_1(s)C_1 + f_2(s)C_2 + f_3(s)C_3 + f_4(s)C_4 \quad (0 \le s \le 1)$$

$$P_2(s) = f_1(s)C_2 + f_2(s)C_3 + f_3(s)C_4 + f_4(s)C_5 \quad (0 \le s \le 1)$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}, C_2 = \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix}, C_3 = \begin{bmatrix} x_3 \\ y_3 \end{bmatrix}, C_4 = \begin{bmatrix} x_4 \\ y_4 \end{bmatrix}, C_5 = \begin{bmatrix} x_5 \\ y_5 \end{bmatrix}$$

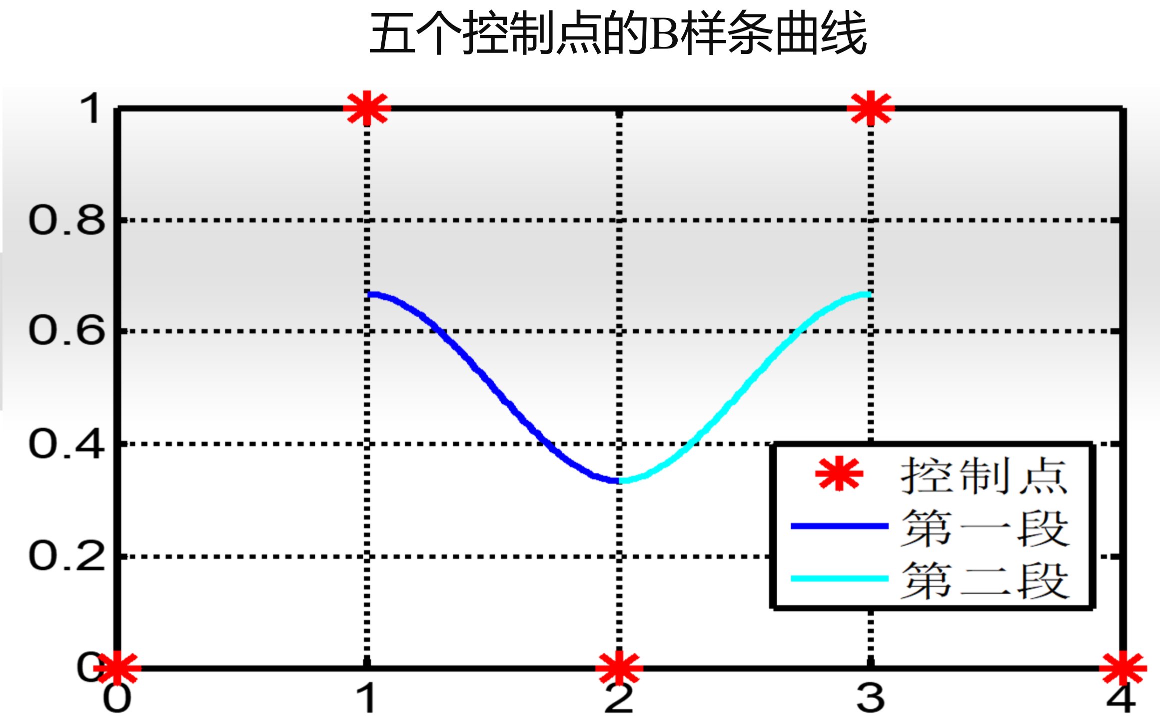
3.1 移动机器人的平面曲线规划

五个控制点的B样条曲线(2)

```
%演示五个控制点两段B样条曲线生成
%demomooc2.m
%五个控制点C=[C1 C2 C3 C4 C5]
C=[0   1   2   3   4
     0   1   0   1   0];
s=0:0.01:1; %归一化路程0≤s≤1
%四个样条函数
f1s=(1-s).^3/6;
f2s=(3*s.^3-6*s.^2+4)/6;
f3s=(-3*s.^3+3*s.^2+3*s+1)/6;
f4s=s.^3/6;
%计算两段样条曲线
P1s=C(:,1)*f1s+C(:,2)*f2s+C(:,3)*f3s+C(:,4)*f4s;
P2s=C(:,2)*f1s+C(:,3)*f2s+C(:,4)*f3s+C(:,5)*f4s;
%绘制控制点及B样条曲线
figure(1);
plot(C(1,:),C(2,:),'r*',P1s(1,:),P1s(2,:),'b',P2s(1,:),
P2s(2,:),'c');
legend('控制点','第一段','第二段')
title('五个控制点及其B样条曲线')
grid on
```

3.1 移动机器人的平面曲线规划

五个控制点的B样条曲线(3)



3.1 移动机器人的平面曲线规划

N个控制点的B样条曲线(1)

如果给定N 个控制点[C_1,C_2,C_3,…,C_N],则决定了(N-3)条样条曲线为P_1(s),P_2(s),…,$P_{(N-3)}$(s)

$$P_1(s) = f_1(s)C_1 + f_2(s)C_2 + f_3(s)C_3 + f_4(s)C_4$$

$$P_2(s) = f_1(s)C_2 + f_2(s)C_3 + f_3(s)C_4 + f_4(s)C_5$$

$$\vdots$$

$$P_{N-3}(s) = f_1(s)C_{N-3} + f_2(s)C_{N-2} + f_3(s)C_{N-1} + f_4(s)C_N$$

3.1 移动机器人的平面曲线规划

N个控制点的B样条曲线(2)

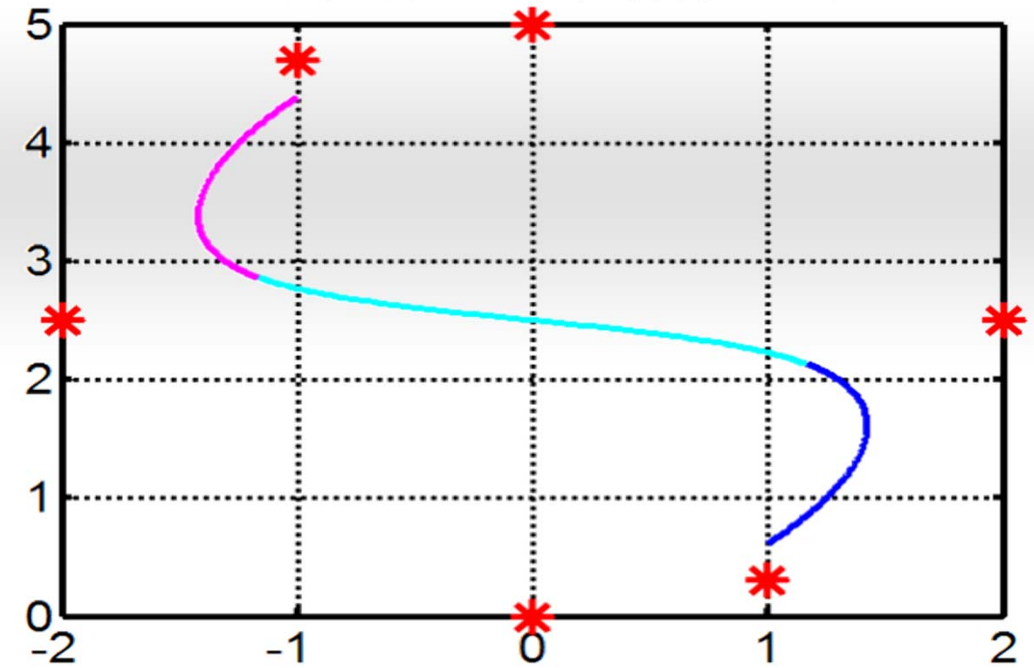
```
%演示N个控制点B样条曲线生成
%demomooc3.m
%N个控制点C=[C1 C2 C3 C4 ... CN]
C=[0    1    2    -2    -1    0
   0   0.3  2.5   2.5   4.7   5];
N=length(C);      %控制点数目
s=0:0.01:1;       %归一化路程
f1s=(1-s).^3/6;   %四个样条函数
f2s=(3*s.^3-6*s.^2+4)/6;
f3s=(-3*s.^3+3*s.^2+3*s+1)/6;
f4s=s.^3/6;
```

```
%绘制控制点及B样条曲线
figure(1); mycolor='mbc' ;
plot(C(1,:),C(2,:),'r*');hold on;
for i=1:N-3
   P=C(:,i)*f1s+C(:,i+1)*f2s+...
          C(:,i+2)*f3s+C(:,i+3)*f4s;
    plot(P(1,:),P(2,:), ...
          mycolor(mod(i,3)+1));
end
title('N个控制点及其B样条曲线')
grid on;
```

3.1 移动机器人的平面曲线规划

N个控制点的B样条曲线(3)

N个控制点的B样条曲线



3.1 移动机器人的平面曲线规划-过起始点的规划

B样条曲线的速度和加速度

$$P(s)=\begin{bmatrix} x(s) \\ y(s) \end{bmatrix} \qquad V(s)=\frac{\partial P(s)}{\partial s}=\begin{bmatrix} v_x(s) \\ v_y(s) \end{bmatrix} \qquad A(s)=\frac{\partial^2 P(s)}{\partial s^2}=\begin{bmatrix} a_x(s) \\ a_y(s) \end{bmatrix}$$

样条函数的微分

$$f_1(s)=(1-s)^3/6 \qquad v_1(s)=-(1-s)^2/2 \qquad a_1(s)=1-s$$

$$f_2(s)=\left(3s^3-6s^2+4\right)/6 \qquad v_2(s)=\left(3s^2/3-2s\right) \qquad a_2(s)=3s-2$$

$$f_3(s)=\left(-3s^3+3s^2+3s+1\right)/6 \qquad v_3(s)=-3s^2/3+s+1/2 \qquad a_3(s)=1-3s$$

$$f_4(s)=s^3/6 \qquad v_4(s)=s^2/2 \qquad a_4(s)=s$$

3.1 移动机器人的平面曲线规划-过起始点的规划

B样条曲线的速度和加速度

- B样条曲线P(s)的速度和加速度也是参数s函数

$$P(s) = f_1(s)C_1 + f_2(s)C_2 + f_3(s)C_3 + f_4(s)C_4$$

$$V(s) = v_1(s)C_1 + v_2(s)C_2 + v_3(s)C_3 + v_4(s)C_4$$

$$A(s) = a_1(s)C_1 + a_2(s)C_2 + a_3(s)C_3 + a_4(s)C_4$$

3.1 移动机器人的平面曲线规划-过起始点的规划

B样条曲线连接点光滑性

- 任意前后两段B样条曲线的连接点是光滑连续的

$$P_1(s) = f_1(s)C_1 + f_2(s)C_2 + f_3(s)C_3 + f_4(s)C_4$$

$$P_2(s) = f_1(s)C_2 + f_2(s)C_3 + f_3(s)C_4 + f_4(s)C_5$$

3.1 移动机器人的平面曲线规划-过起始点的规划

B样条曲线连接点光滑性

前一段曲线终点与后一段曲线起点，在位置、速度和加速度上连续

$$P_1(1)=P_2(0)=1/6*C_2+2/3*C_3+1/6*C_4$$

$$V_1(1)=V_2(0)=-1/2*C_2+1/2*C_4$$

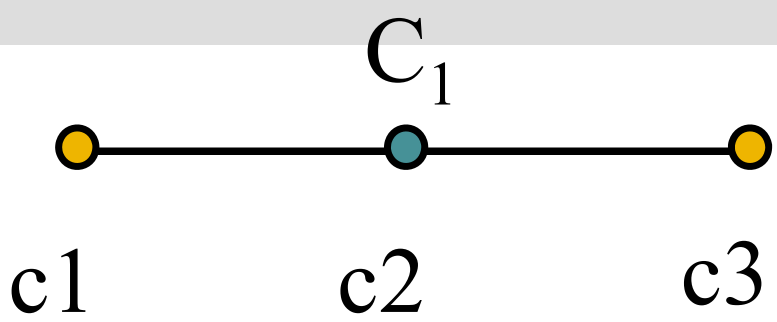
$$A_1(1)=A_2(0)=C_2-2*C_3+C_4$$

3.1 移动机器人的平面曲线规划-过起始点的规划

过起点的B样条曲线(1)

给定控制点$[C_1,C_2,\ldots,C_N]$，如何保证$P(s)$过起点C_1？

- 通过增加额外控制点来保证$P(s)$过起点C_1



$c_1=C_1-V_1*L$

$c_2=C_1$

$c_3=C_1+V_1*L$

V_1表示小车过C_1速度方向的单位向量

L为合适正常数，可以取小车车长一半

3.1 移动机器人的平面曲线规划-过起始点的规划

过起点的B样条曲线(2)

- 给定控制点[$c_1,c_2,\ldots,c_n$], 样条曲线起点

$$P_1(0)=1/6*c_1+2/3*c_2+1/6*c_3 \quad c_1=C_1-V_1*L \quad P_1(0)=C_1$$

$$V_1(0)=-1/2*c_1+1/2*c_3 \quad c_2=C_1 \quad V_1(0)=V_1$$

$$A_1(0)=c_1-2*c_2+c_3 \quad c_3=C_1+V_1*L \quad A_1(0)=0$$

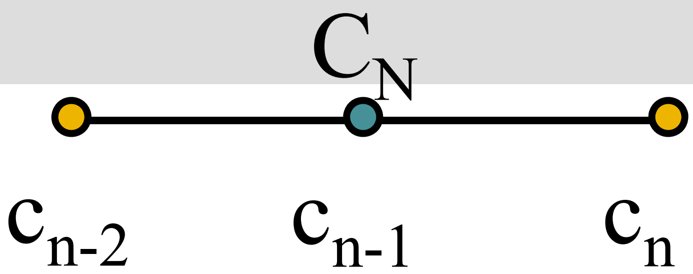
过起点为C_1，速度方向为V_1

3.1 移动机器人的平面曲线规划-过起始点的规划

过终点的B样条曲线(1)

- 给定控制点[C_1,C_2,…,C_N],如何保证P(s)过终点C_N?

通过增加额外控制点来保证P(s)过终点C_N



$$c_{n-2}=C_N-V_N*L$$

$$c_{n-1}=C_N$$

$$c_n=C_N+V_N*L$$

3.1 移动机器人的平面曲线规划-过起始点的规划

过终点的B样条曲线(2)

给定控制点$[c_1, c_2, \ldots, c_n]$, 样条曲线起点

$$P_{n-3}(1) = 1/6 * C_{n-2} + 2/3 * C_{n-1} + 1/6 * C_n$$
$$V_{n-3}(1) = -1/2 * C_{n-2} + 1/2 * C_n$$
$$A_{n-3}(1) = C_{n-2} - 2 * C_{n-1} + C_n$$

$$c_{n-2} = C_N - V_N * L$$
$$c_{n-1} = C_N$$
$$c_n = C_N + V_N * L$$

$$P_{n-3}(1) = C_N$$
$$V_{n-3}(1) = V_N$$
$$A_{n-3}(1) = 0$$

过终点C_N，

速度方向为V_N

3.1 移动机器人的平面曲线规划-过起始点的规划

过起点和终点的B样条曲线(1)

- 给定初始N个控制点$[C_1,C_2,\ldots,C_N]$, 如何保证过起点和终点?

通过增加额外控制点来保证过起点C_1和终点C_N

- 原来的控制点:

$$C=[C_1,C_2,\cdots,C_{N-1},C_N]$$

- 增广后的控制点:

V_1为C_1速度方向, V_N为C_N速度方向

$$RC=[C_1-V_1*L,C_1,C_1+V_1*L,C_2,\cdots,C_{N-1},C_N-V_N*L,C_N,C_N+V_N*L]$$

3.1 移动机器人的平面曲线规划-过起始点的规划

过起点和终点的B样条曲线(2)

%演示N个控制点B样条曲线生成
demomooc4.m

%N个控制点C=[C1 C2 C3 C4 ... CN]

```
C=[0   1    2    -2    -1    0
   0  0.3  2.5  2.5  4.7   5];
V1=[1;0];        %起点C1出发速度方向V1,
V2=[1;0];        %到终点CN速度方向V2,
L=0.254/2;       %2L为小车长度
NC=length(C);  %原始控制点数
```

%增加控制点保证过起点和终点，起点速度方向V1，终点速度方向V2

```
RC=[C(:,1)-V1*L,C(:,1),C(:,1)+V1*L,C(:,2:NC-1), ...
          C(:,NC)-V2*L,C(:,NC),C(:,NC)+V2*L];
N=length(RC);                    %控制点扩充后的控制点数目
s=0:0.01:1;                      %归一化路程
f1s=(1-s).^3/6;                  %四个样条函数f1(s)
f2s=(3*s.^3-6*s.^2+4)/6;         %f2(s)
f3s=(-3*s.^3+3*s.^2+3*s+1)/6;    %f3(s)
f4s=s.^3/6;                      %f4(s)
```

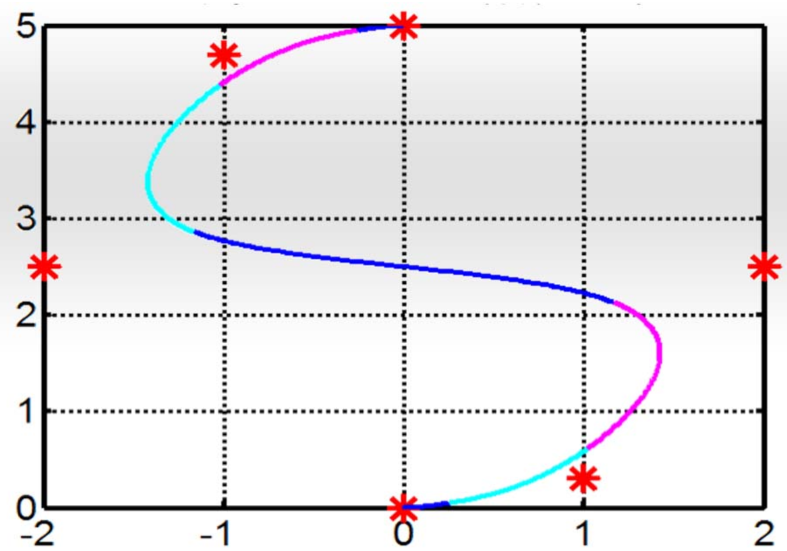
3.1 移动机器人的平面曲线规划-过起始点的规划

过起点和终点的B样条曲线(2)

%绘制过起点和终点B样条曲线

```
figure(1); mycolor='mbc' ;
plot(RC(1,:),RC(2,:),'r*');
hold on; for i=1:N-3

P=RC(:,i)*f1s+RC(:,i+1)*f2s+RC(:,i+2)*f3s+RC(:,i+3)*f4s;
    plot(P(1,:),P(2,:),mycolor(mod(i,3)+1));
end
title('过起点和终点的B样条曲线');
grid on;
```



3.1 移动机器人的平面曲线规划-过起始点的规划

过任意控制点的B样条曲线

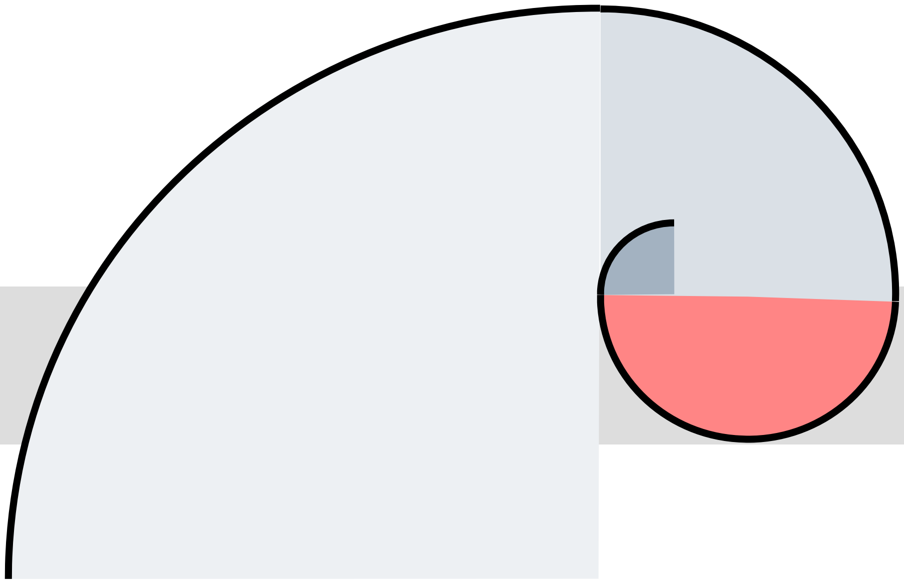
给定N个控制点$[C_1,C_2,\ldots,C_N]$,如何保证过中间的某个控制点C_k?

- 原来的控制点：$C=\left[C_1,\cdots C_{k-1},C_k,C_{k+1}\cdots,C_N\right]$
- 增广后的控制点:

$$RC=\left[C_1,\cdots,C_{k-1},C_k-V_k*L,C_k,C_k+V_k*L,C_{k+1},\cdots,C_N\right]$$

V_k为过C_k时的速度方向单位向量

3.1 移动机器人的平面曲线规划-B样条曲线曲率



思考：这样曲线适合作为小车曲线规划吗？

3.1 移动机器人的平面曲线规划-B样条曲线曲率

轨迹曲线的曲率(1)

- 曲线曲率K是曲线弯曲程度一种度量,曲率K越大曲线越弯曲,小车跟踪更为困难…

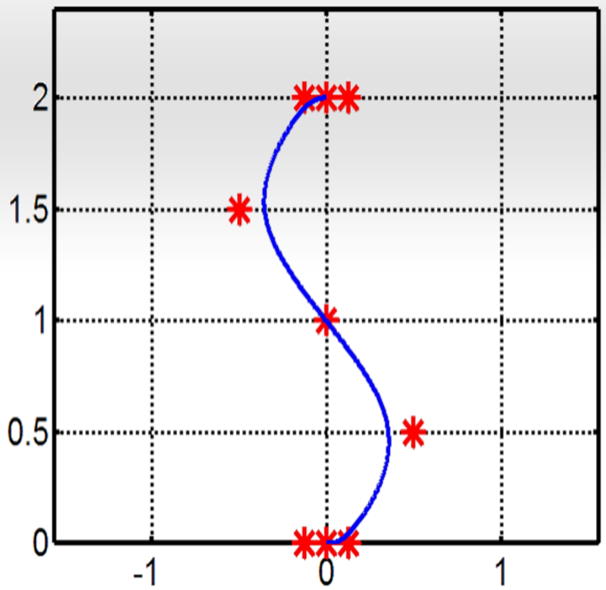
$$\kappa=\frac{1}{R}=\frac{\dot{x}(t)\ddot{y}(t)-\ddot{x}(t)\dot{y}(t)}{\left(\sqrt{\dot{x}(t)^2+\dot{y}(t)^2}\right)^3}=\frac{\dot{x}(s)\ddot{y}(s)-\ddot{x}(s)\dot{y}(s)}{\left(\sqrt{\dot{x}(s)^2+\dot{y}(s)^2}\right)^3}$$

曲线曲率K评价轨迹曲线的好坏!

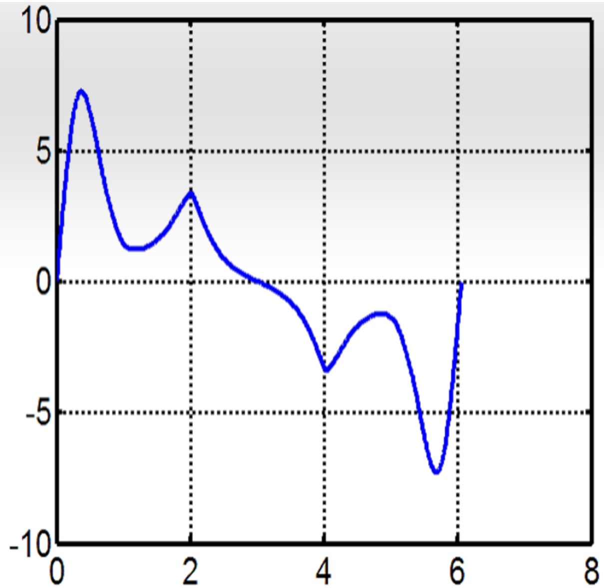
3.1 移动机器人的平面曲线规划-B样条曲线曲率

轨迹曲线的曲率(2)

N个控制点
及其B样条曲线



B样条曲线的
曲率K=1/R



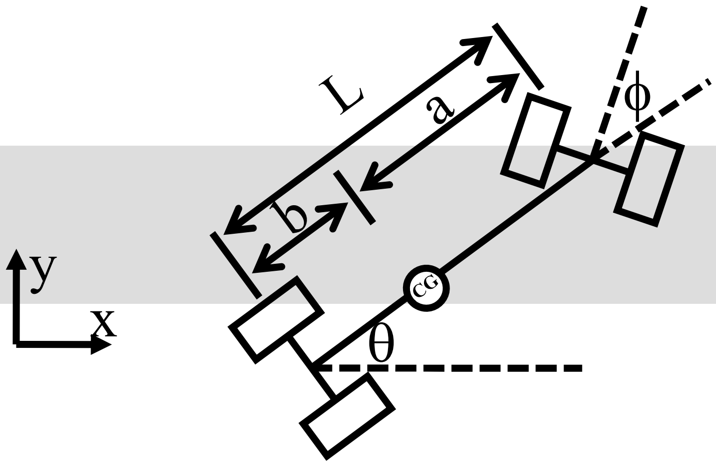
3.1 移动机器人的平面曲线规划-B样条曲线曲率

轨迹曲线的曲率(3)

例如车长为L的Car-Like小车，其最大转向曲率小于

$$\kappa \leq \frac{\tan \phi_{max}}{L}$$

ϕ_{max}**前轮的最大转向角**



轨迹曲率越大，表示小车轨迹越弯曲，跟踪更为困难…

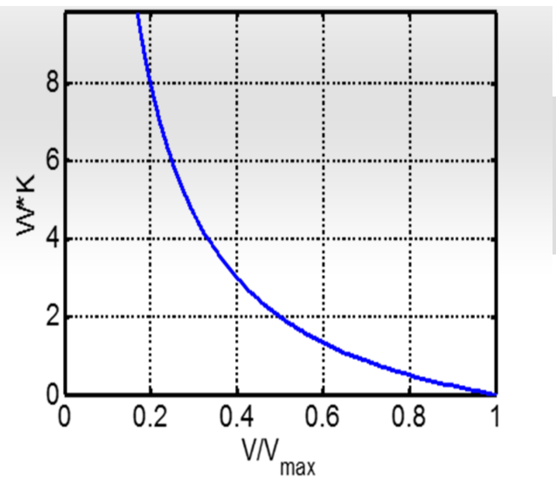
3.1 移动机器人的平面曲线规划-B样条曲线曲率

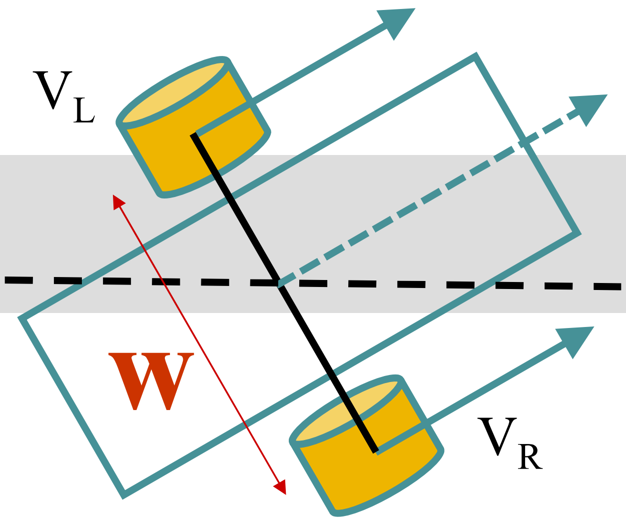
轨迹曲线的曲率(4)

- 例如车宽为W的Tank-Like小车，其最大转向曲率为

$$\kappa \leq \frac{2}{W}\left[\frac{V_{max}}{V}-1\right]$$

指定速度V下的转向曲率



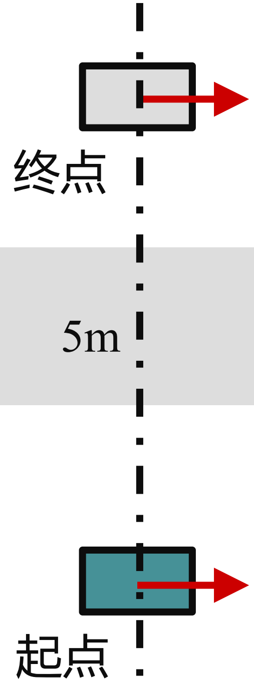


轨迹曲率越大，表示小车轨迹越弯曲，跟踪更为困难…

3.1 移动机器人的平面曲线规划-B样条曲线曲率

演示控制点与曲线生成(1)

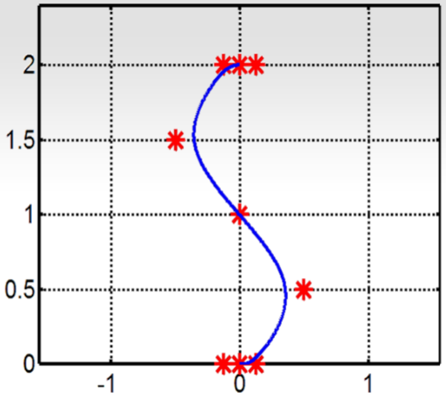
小车移库问题
demomooc5.m



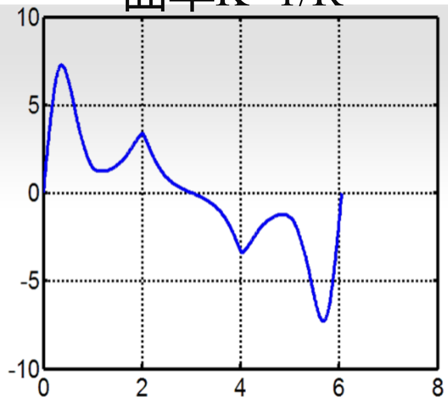
3.1 移动机器人的平面曲线规划-B样条曲线曲率

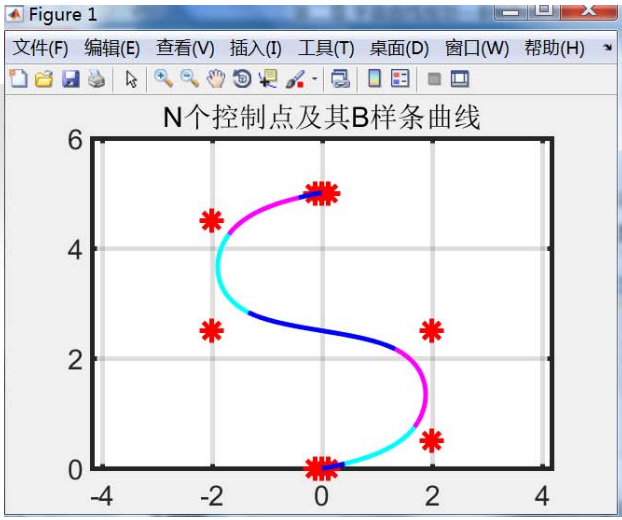
演示控制点与曲线生成(2)

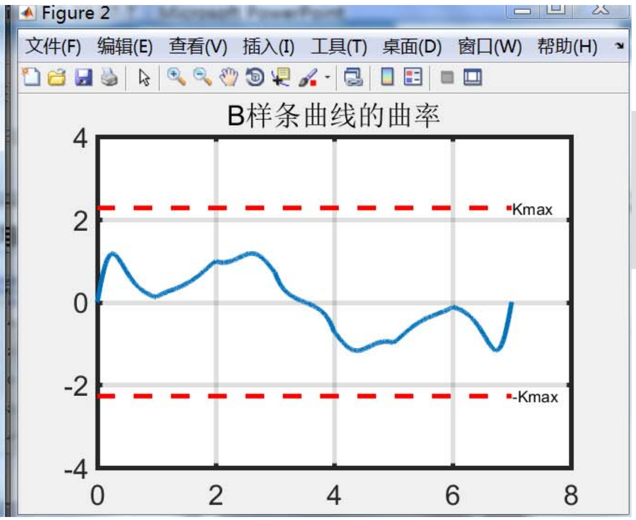
N个控制点
及其B样条曲线



B样条曲线的
曲率K=1/R







3.1 移动机器人的平面曲线规划-B样条曲线曲率

参数s与参数时间t的关系(1)

- 前面小车平面轨迹我们都是用参数s计算的。
- 但小车平面轨迹用时间参数t描述，更符合习惯

$$P(s)=\begin{bmatrix} x(s) \\ y(s) \end{bmatrix}=P(t)=\begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix}$$

其速度为：

$$\frac{dP(t)}{dt}=\frac{\partial P(s)}{\partial s}\dot{s} \Rightarrow \begin{bmatrix} v_x(t) \\ v_y(t) \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} v_x(s) \\ v_y(s) \end{bmatrix}\dot{s}(t)$$

$$V(t)=V(s)\dot{s}$$

例如我们可以通过设定期望小车速度|V(t)|=常值，更容易刻画小车**沿轨迹曲线匀速运动特性**

3.1 移动机器人的平面曲线规划-B样条曲线曲率

参数s与参数时间t的关系(2)

- 小车速度用参数t和用参数s描述，有

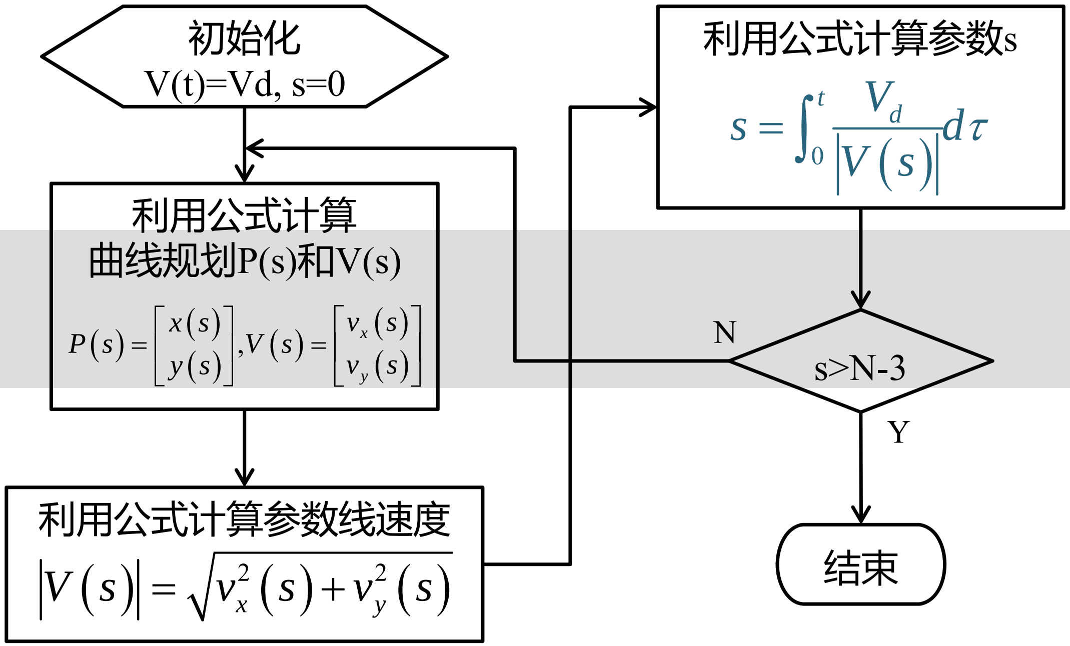
$$\left|V(t)\right|=\sqrt{v_x^2(t)+v_y^2(t)}\quad \left|V(s)\right|=\sqrt{v_x^2(s)+v_y^2(s)}$$

- 显然： $\left|V(t)\right|=\left|V(s)\right|\dot{s}(t)$

- 则可以通过下式计算参数s $s=\int_0^t \frac{\left|V(t)\right|}{\left|V(s)\right|}d\tau$

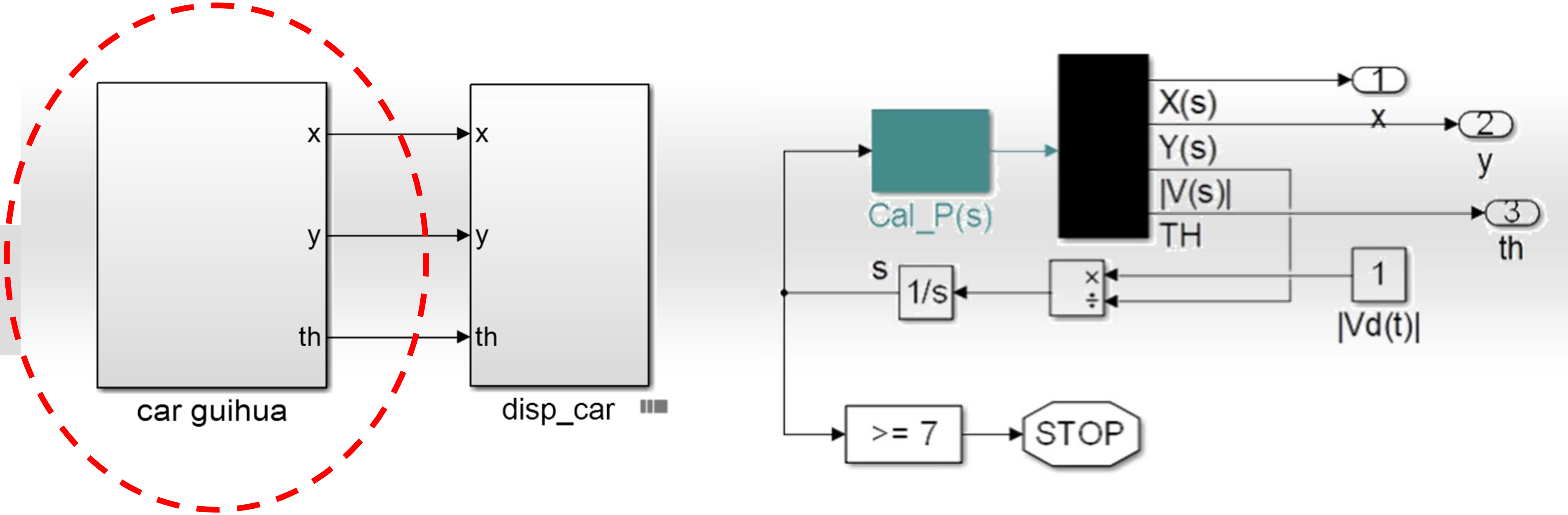
3.1 移动机器人的平面曲线规划-B样条曲线曲率

参数s与参数时间t的关系(3)



3.1 移动机器人的平面曲线规划-B样条曲线曲率

编制小车曲线规划Simulink模块(1)



小车曲线规划模块

3.1 移动机器人的平面曲线规划-B样条曲线曲率

编制小车曲线规划Simulink模块(2)

```
function P=cal_P(s)
%输入s：B样条曲线参数s
%输出P:[x(s);y(s);|V(s)|;thelta(s)]
C=[0    2     2    -2    -2    0  %原始控制点
     0   0.5   2.5   2.5  4.5   5];
V1=[1;0]; V2=[1;0]; L=0.254; %起点终点速度方向
NC=length(C);
%增加控制点，保证过起点和终点
RC=[C(:,1)-V1*L,C(:,1),C(:,1)+V1*L,C(:,2:NC-1),C(:,NC)-
V2*L,C(:,NC),C(:,NC)+V2*L];
N=length(RC);
```

```
OUT=0;
if(s>=N-3)
    I=N-4;
    OUT=1;
    dt=s-(N-3);
    s=1;
else
    I=fix(s);
    s=mod(s,1);
end
```

3.1 移动机器人的平面曲线规划-B样条曲线曲率

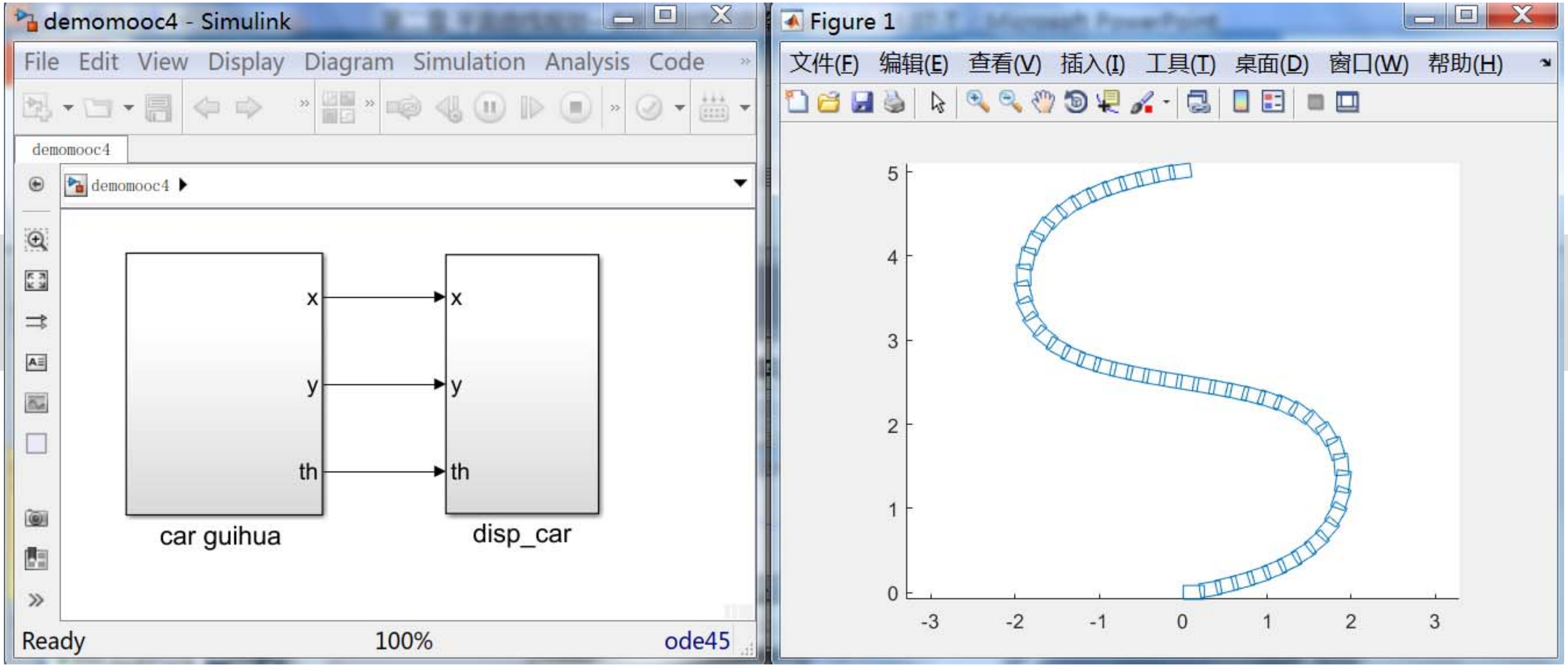
编制小车曲线规划Simulink模块(3)

```
f1=(1-s).^3/6;
f2=(3*s.^3-6*s.^2+4)/6;
f3=(-3*s.^3+3*s.^2+3*s+1)/6;
f4=s.^3/6;
d1 =-1/2*(1-s)^2;
d2 =3/2*s^2-2*s;
d3 =-3/2*s^2+s+1/2;
d4 =1/2*s^2;
a1 = 1-s;
a2 = 3*s-2;
a3 = -3*s+1;
a4 = s;
%
```

```
P(:,1)=f1*RC(:,I+1)+f2*RC(:,I+2)+f3*RC(:,I+3)+f4*RC(:,I+4);
V(:,1)=d1*RC(:,I+1)+d2*RC(:,I+2)+d3*RC(:,I+3)+d4*RC(:,I+4);
A(:,1)=a1*RC(:,I+1)+a2*RC(:,I+2)+a3*RC(:,I+3)+a4*RC(:,I+4);
vv=sqrt(V(1,1)^2+V(2,1)^2);
angle=atan2(V(2,1),V(1,1));
if(OUT==1)
    P=P+V*dt;
end
P=[P;vv;angle];
```

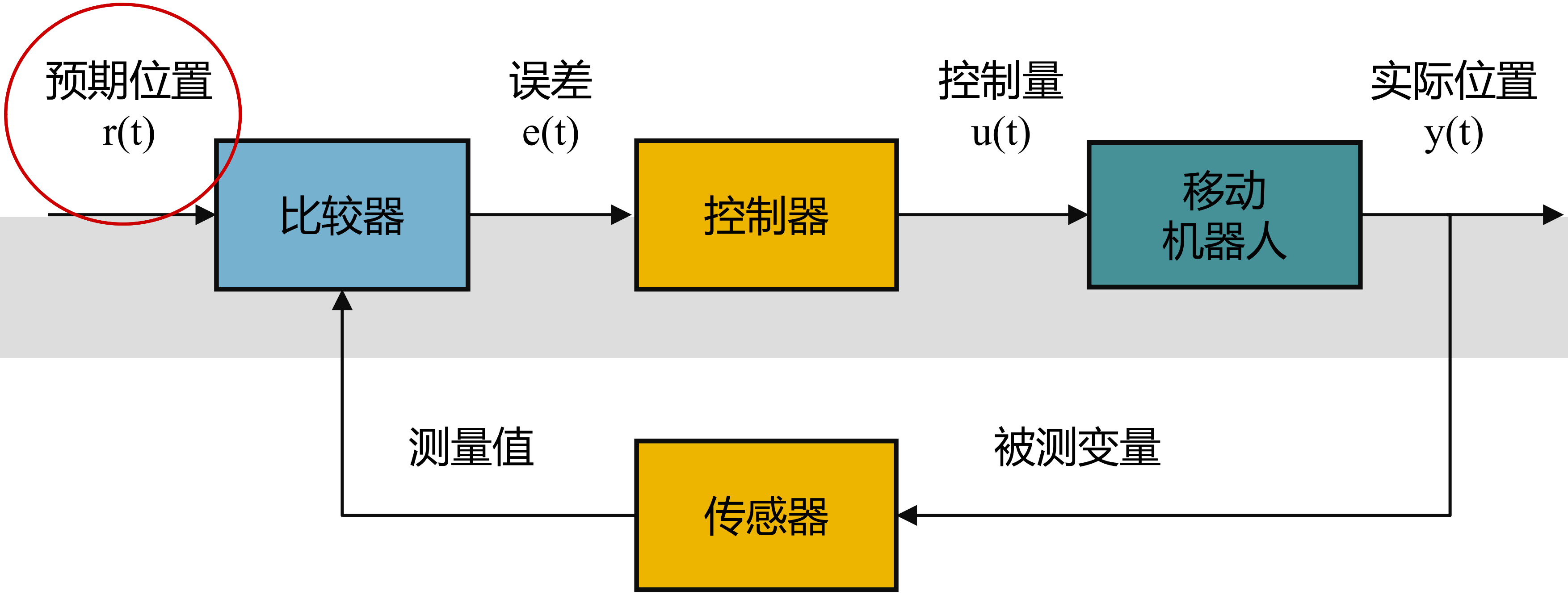
3.1 移动机器人的平面曲线规划-B样条曲线曲率

编制小车曲线规划Simulink模块(4)



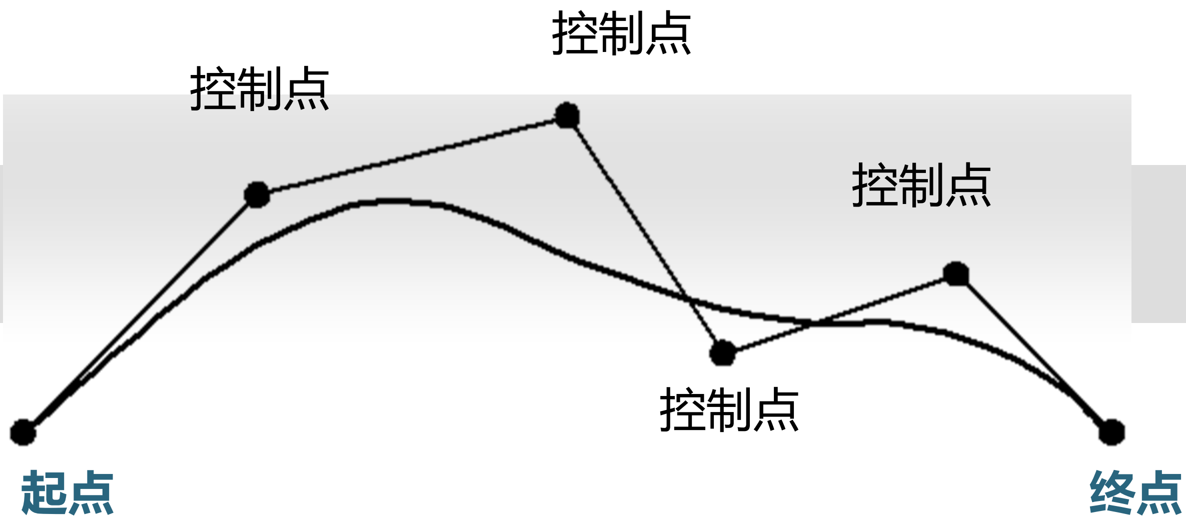
3.1 移动机器人的平面曲线规划-小结

移动机器人平面曲线规划总结(1)



3.1 移动机器人的平面曲线规划-小结

移动机器人平面曲线规划总结(2)



$$(x_d, y_d, \theta_d)$$

$$\theta_d = a\tan\left(\frac{\dot{y}_d}{\dot{x}_d}\right)$$

3.1 移动机器人的平面曲线规划-小结

移动机器人平面曲线规划总结(3)

(1)曲线曲率

$$K=\frac{\dot{x}(t)\ddot{y}(t)-\ddot{x}(t)\dot{y}(t)}{\left(\sqrt{\dot{x}(t)^{2}+\dot{y}(t)^{2}}\right)^{3}}=\frac{\dot{x}(s)\ddot{y}(s)-\ddot{x}(s)\dot{y}(s)}{\left(\sqrt{\dot{x}(s)^{2}+\dot{y}(s)^{2}}\right)^{3}}\le K_{\max}$$

(2)参数s计算

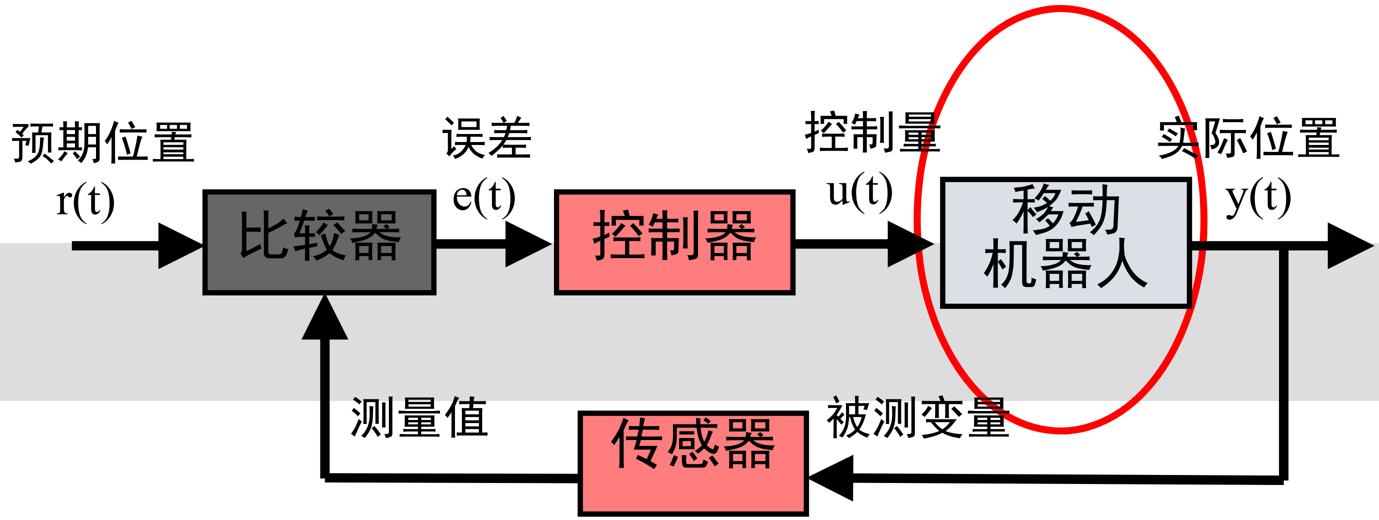
$$s=\int_{0}^{t}\frac{v(\tau)}{v(s)}d\tau \qquad 0\le s\le N-3$$

本章大纲

- 移动机器人的平面曲线规划
- 移动机器人运动学模型
- 移动机器人动力学模型
- 移动机器人曲线跟踪与误差控制

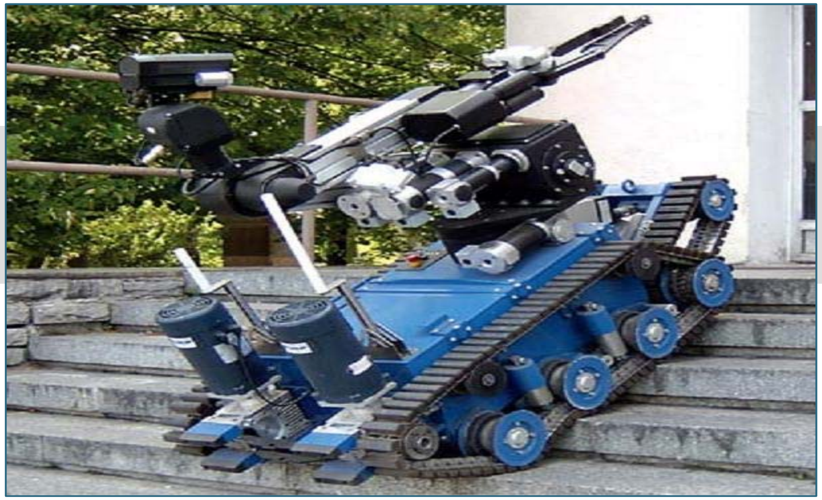
3.2移动机器人运动学模型

移动机器人运动学模型



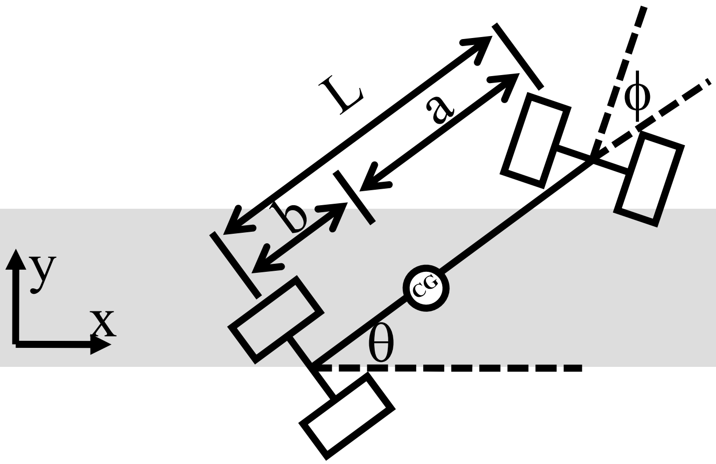
3.2移动机器人运动学模型

移动机器人运动学模型



3.2.1移动机器人运动学模型-基于Car-like小车

Car-Like小车运动学模型

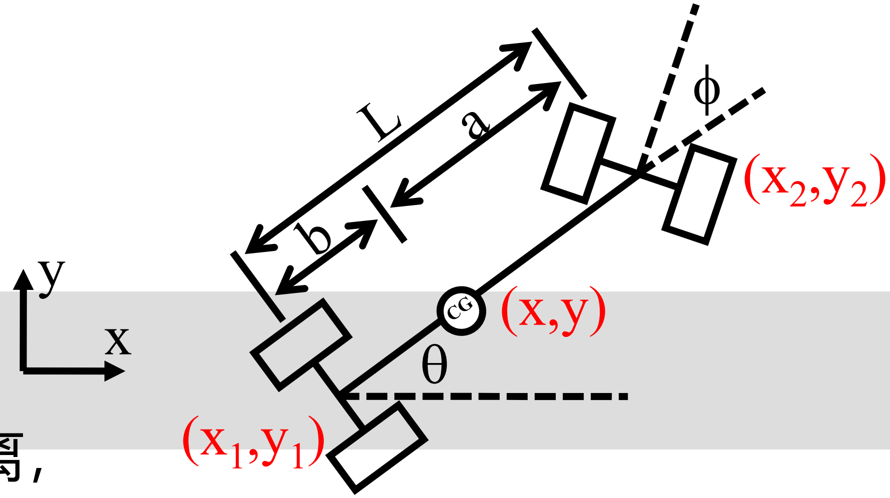


基于小车几何结构参数，分析推理出小车独特的运动特性——运动学(Kinematics)方程

3.2.1移动机器人运动学模型-基于Car-like小车

Car-Like小车几何结构参数

- 定义后轮中心到前轮中心的轴线为小车中轴线，其与x轴的夹角为θ(方位角)，这里假设重心CG在中轴线上；小车前轮方向与小车中轴线的夹角为ϕ(转向角)。



a为重心到前轮中心距离，b为重心到后轮中心距离，L为前轮中心与后轮中心的距离，显然L=a+b

- 设小车重心坐标为(x,y)，则后轮中心坐标为(x_1,y_1)，前轮中心坐标为(x_2,y_2)

3.2.1移动机器人运动学模型-基于Car-like小车

Car-Like小车运动关系分析(1)

后轮位置关系：

$$x_1 = x - b * \cos\theta$$

$$y_1 = y - b * \sin\theta$$

后轮速度关系：

$$\dot{x}_1 = \dot{x} + b * \dot{\theta} * \sin\theta$$

$$\dot{y}_1 = \dot{y} - b * \dot{\theta} * \cos\theta$$

轮子运动特性，后轮没有侧滑

$$\frac{\dot{y}_1}{\dot{x}_1} = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \qquad \frac{\dot{y} - b * \dot{\theta} * \cos\theta}{\dot{x} + b * \dot{\theta} * \sin\theta} = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

推理出重心运动约束公式3.1

$$\dot{x}\sin\theta - \dot{y}\cos\theta + b * \dot{\theta} = 0 \qquad 3.1$$

3.2.1移动机器人运动学模型-基于Car-like小车

Car-Like小车运动关系分析(2)

前轮位置关系:

$$x_2 = x + a * \cos\theta$$

$$y_2 = y + a * \sin\theta$$

前轮速度关系:

$$\dot{x}_2 = \dot{x} - a * \dot{\theta} * \sin\theta$$

$$\dot{y}_2 = \dot{y} + a * \dot{\theta} * \cos\theta$$

轮子运动特性，前轮没有侧滑

$$\frac{\dot{y}_2}{\dot{x}_2} = \frac{\sin(\theta+\phi)}{\cos(\theta+\phi)}$$

$$\dot{x}_2 = \dot{x} - a * \dot{\theta} * \sin\theta$$

$$\dot{y}_2 = \dot{y} + a * \dot{\theta} * \cos\theta$$

推理出重心运动约束公式3.2

$$\dot{x}\sin(\theta+\phi) - \dot{y}\cos(\theta+\phi) - a * \dot{\theta} * \cos\phi = 0 \quad 3.2$$

3.2.1移动机器人运动学模型-基于Car-like小车

Car-Like小车运动关系分析(3)

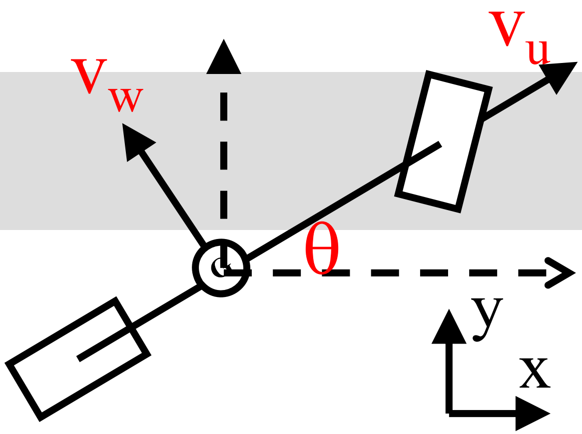
定义小车中轴线为u轴，其法向为w轴。则小车质心法向速度为v_w，小车质心轴向速度为v_u

则X、Y方向速度为

$$\dot{x} = v_u * \cos\theta - v_w * \sin\theta$$

$$\dot{y} = v_u * \sin\theta + v_w * \cos\theta$$

3.3



把(3.3)代入(3.1)

$$\dot{x} = v_u * \cos\theta - v_w * \sin\theta \quad 3.3$$

$$\dot{y} = v_u * \sin\theta + v_w * \cos\theta$$

$$\dot{x}\sin\theta - \dot{y}\cos\theta + b*\dot{\theta} = 0 \quad 3.1$$

整理后，得

$$v_w = b\dot{\theta}$$

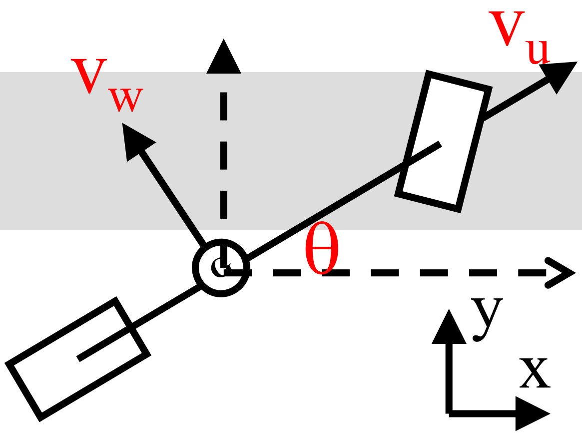
3.2.1移动机器人运动学模型-基于Car-like小车

Car-Like小车运动关系分析(4)

定义小车中轴线为u轴，其法向为w轴。则小车质心法向速度为v_w，小车质心轴向速度为v_u

$$\dot{x} = v_u * \cos\theta - v_w * \sin\theta \qquad 3.3$$
$$\dot{y} = v_u * \sin\theta + v_w * \cos\theta$$

$$\dot{x} = v_u * \cos\theta - \left(b\dot{\theta}\right) * \sin\theta \qquad 3.3$$
$$\dot{y} = v_u * \sin\theta + \left(b\dot{\theta}\right) * \cos\theta$$



把(3.3)代入(3.2)

$$\dot{x}\sin\left(\theta+\phi\right) - \dot{y}\cos\left(\theta+\phi\right) - a*\dot{\theta}*\cos\phi = 0 \qquad 3.2$$

整理后，得

$$\dot{\theta} = \frac{v_u}{L}\tan\phi$$

3.2.1移动机器人运动学模型-基于Car-like小车

Car-Like小车运动关系分析(5)

小车质心运动学模型为：

$$\dot{x} = v_u * \cos\theta - b\dot{\theta} * \sin\theta \qquad \dot{x} + b\dot{\theta} * \sin\theta = v_u * \cos\theta$$

$$\dot{y} = v_u * \sin\theta + b\dot{\theta} * \cos\theta \qquad \dot{y} - b\dot{\theta} * \cos\theta = v_u * \sin\theta$$

$$\dot{\theta} = \frac{v_u}{L}\tan\phi$$

后轮中心表示的小车运动学模型为：

$$\dot{x} = v * \cos\theta$$

$$\dot{y} = v * \sin\theta$$

$$\dot{\theta} = \frac{v}{L}\tan\phi$$

用后轮中心(x_1,y_1)表示小车位置，运动学方程更简单

$$\dot{x}_1 = \dot{x} + b * \dot{\theta} * \sin\theta$$

$$\dot{y}_1 = \dot{y} - b * \dot{\theta} * \cos\theta$$

这里(x,y)为表示小车后轮中心坐标，v为前面的轴向速度v_u

3.2.1移动机器人运动学模型-基于Car-like小车

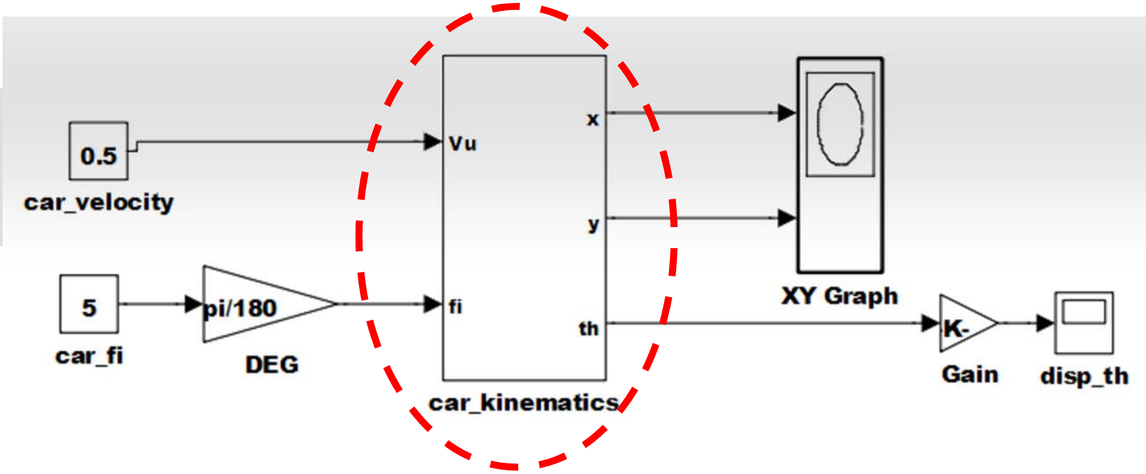
编制Car-Like小车运动学仿真模块(1)

- 根据运动学模型，编制小车运动学Simulink模块

$$\dot{x} = v * \cos\theta$$

$$\dot{y} = v * \sin\theta$$

$$\dot{\theta} = \frac{v}{L}\tan\phi$$



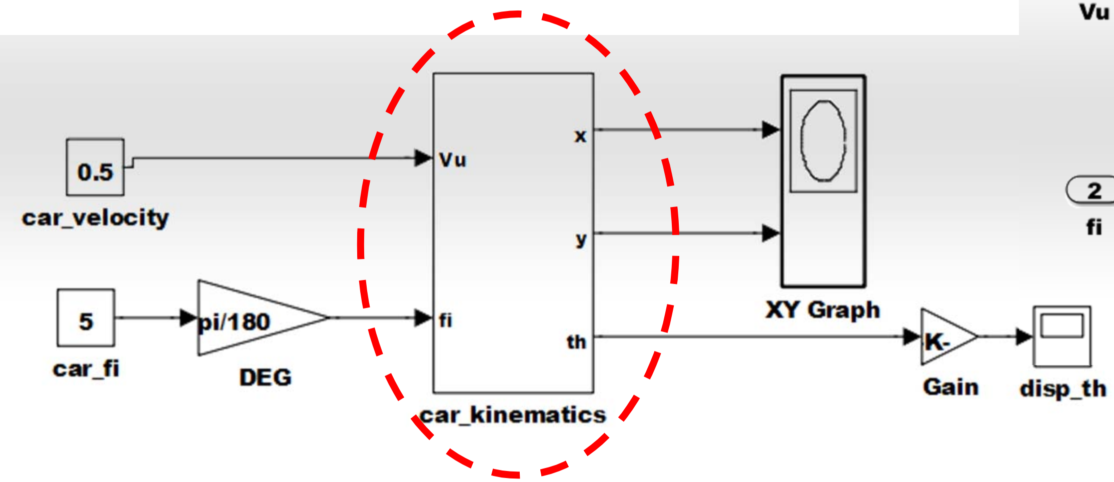
输入：v， ϕ

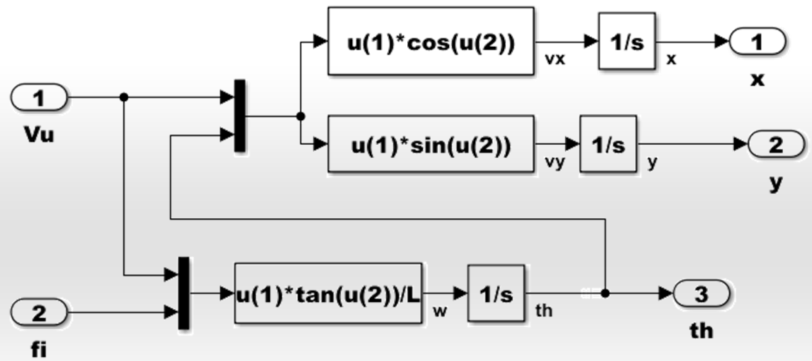
输出：x， y， θ

3.2.1移动机器人运动学模型-基于Car-like小车

编制Car-Like小车运动学仿真模块(2)

小车运动学Simulink模块





$$\dot{x} = v * \cos\theta$$

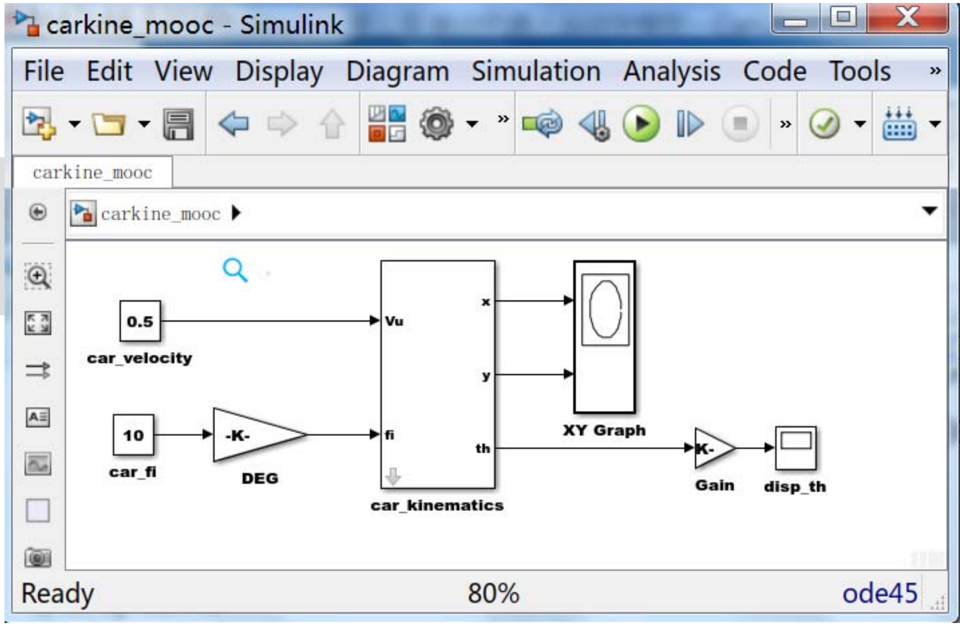
$$\dot{y} = v * \sin\theta$$

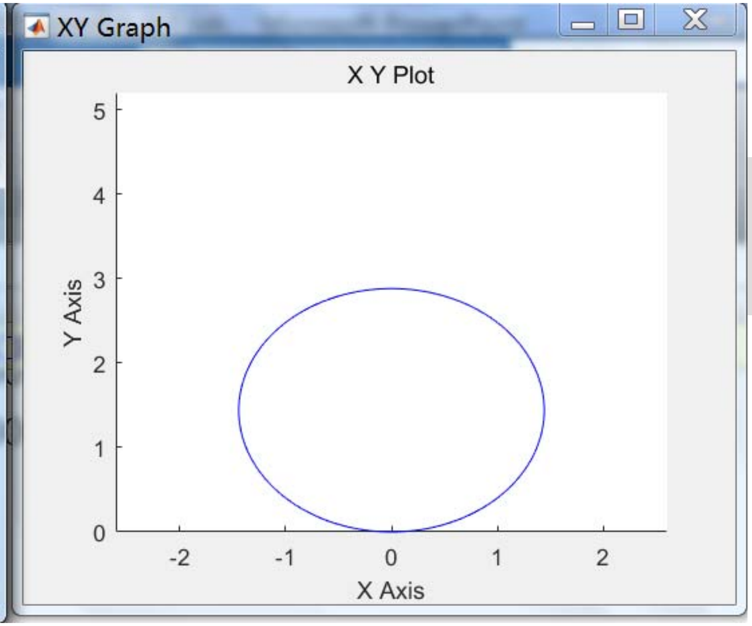
$$\dot{\theta} = \frac{v}{L}\tan\phi$$

3.2.1移动机器人运动学模型-基于Car-like小车

编制Car-Like小车运动学仿真模块(3)

运动学仿真





3.2.1移动机器人运动学模型-基于Car-like小车

Car_Like小车转向曲率(1)

小车运动学模型为：

$$\dot{x} = v * \cos\theta \qquad \ddot{x} = -v\sin\theta\dot{\theta}$$

$$\dot{y} = v * \sin\theta \qquad \ddot{y} = v\cos\theta\dot{\theta}$$

$$\dot{\theta} = \frac{v}{L}\tan\phi \qquad \dot{\theta} = \frac{v}{L}\tan\phi$$

假设转向角有最大值$\phi \le \phi_{max}$

$$K = \frac{\tan\phi}{L} \le \frac{\tan\phi_{max}}{L}$$

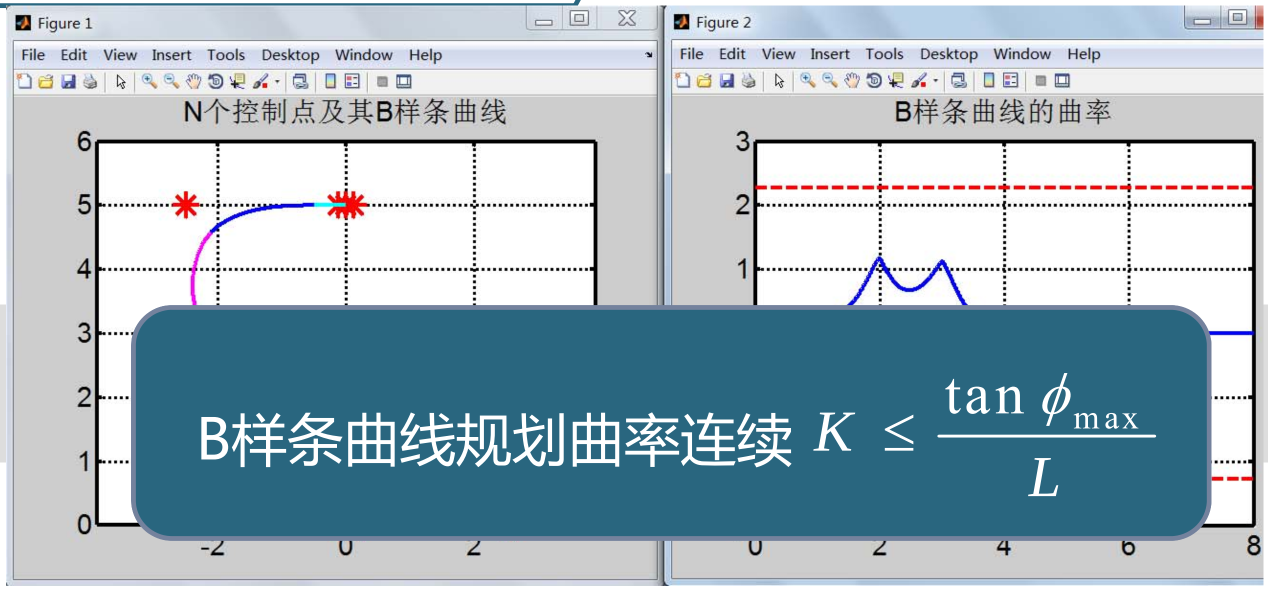
则小车转向的曲率为：

$$\kappa = \frac{\dot{x}(t)\ddot{y}(t) - \ddot{x}(t)\dot{y}(t)}{\left(\sqrt{\dot{x}(t)^2 + \dot{y}(t)^2}\right)^3} = \frac{v^2\cos^2\theta\dot{\theta} + v^2\sin^2\theta\dot{\theta}}{v^3} = \frac{\dot{\theta}}{v} = \frac{\tan\phi}{L}$$

运动学对平面曲线要求：(1)曲线曲率连续、即转向角连续；(2)曲线曲率有最大值限制。

3.2.1移动机器人运动学模型-基于Car-like小车

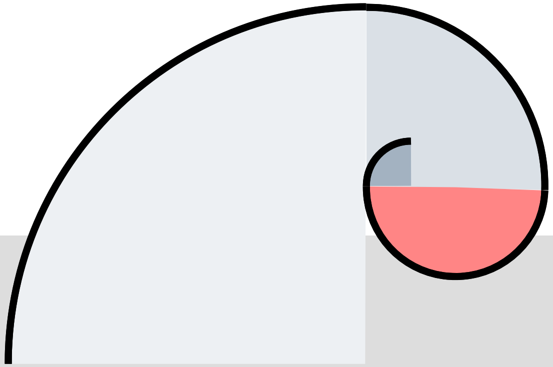
Car_Like小车转向曲率(2)



B样条曲线规划曲率连续 $K \le \dfrac{\tan \phi_{max}}{L}$

3.2.1移动机器人运动学模型-基于Car-like小车

Car_Like小车转向曲率(4)

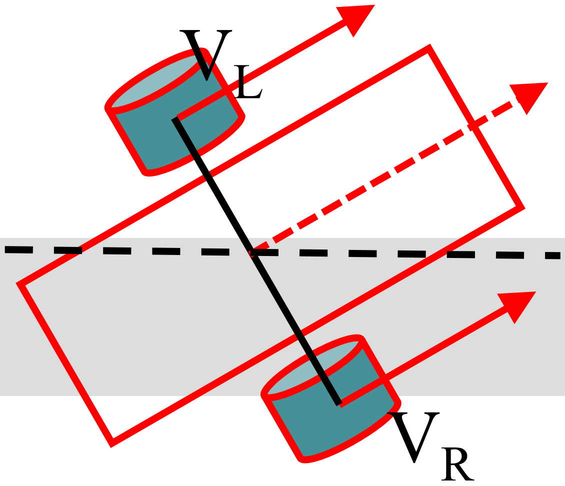


$$K = \frac{\tan\phi}{L}$$

- **曲线的曲率不连续，不适合作为小车规划曲线…**

3.2.2移动机器人运动学模型-基于Tank-Like小车

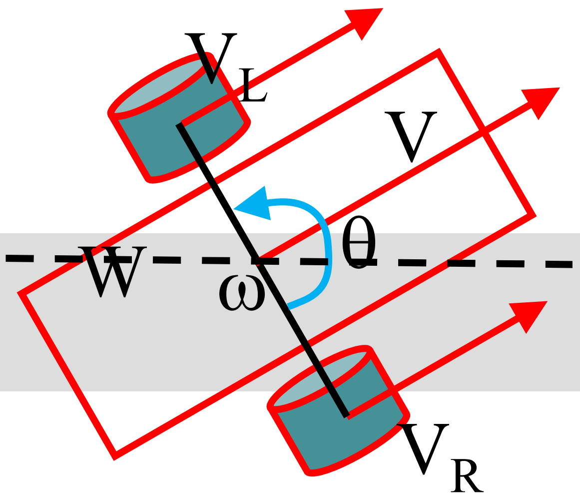
Tank-Like小车运动学模型



基于小车几何结构参数，分析推理出小车独特的运动特性——运动学(Kinematics)方程

3.2.2移动机器人运动学模型-基于Tank-Like小车

Tank—Like小车几何结构参数及运动关系



(x,y)为小车车轮中心位置

V_L左轮前进速度；V_R右轮前进速度。θ为小车中轴线与水平方向夹角，即方位角；两轮中心距离为W，即两轮宽度为W。

- 前向速度 $V=\frac{1}{2}\left(V_L+V_R\right)$
- 转向角速度 $\omega=\left(V_R-V_L\right)/W$

$$\dot{x}(t)=V*\cos\theta$$
$$\dot{y}(t)=V*\sin\theta$$
$$\dot{\theta}(t)=\omega(t)$$

$$\begin{cases} V=\frac{1}{2}\left(V_L+V_R\right) \\ \omega=\frac{1}{W}\left(V_R-V_L\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} V_R=V+\frac{W}{2}\omega \\ V_L=V-\frac{W}{2}\omega \end{cases}$$

3.2.2移动机器人运动学模型-基于Tank-Like小车

Tank-Like小车转向曲率(1)

- 样条曲线曲率

$$\kappa=\frac{\dot{x}(t)\ddot{y}(t)-\ddot{x}(t)\dot{y}(t)}{\left(\sqrt{\dot{x}(t)^2+\dot{y}(t)^2}\right)^3}$$

- 我们研究左右轮速度恒定时的转向曲率

- 转向曲率 $\kappa=\frac{\dot{\theta}}{V}=\frac{2(v_R-v_L)}{W(v_R+v_L)}$

$$\dot{x}(t)=V*\cos\theta$$

$$\dot{y}(t)=V*\sin\theta$$

$$\dot{\theta}(t)=\frac{(v_R-v_L)}{W}$$

$$\ddot{x}(t)=-V\sin\theta*\dot{\theta}$$

$$\ddot{y}(t)=V\cos\theta*\dot{\theta}$$

3.2.2移动机器人运动学模型-基于Tank-Like小车

Tank-Like小车转向曲率(2)

- 假设右轮已经最大速度$V_R=V_{max}$

$$V=\frac{(v_R+v_L)}{2}=\frac{V_M+v_L}{2} \qquad V_L=2V-V_M$$

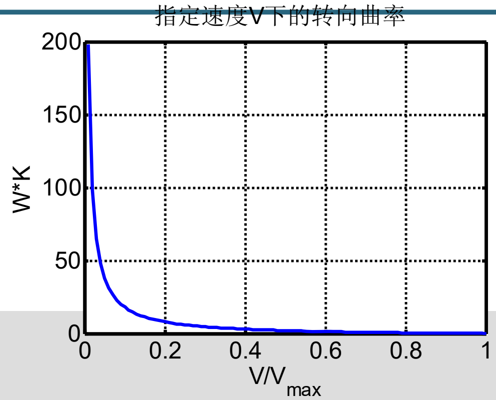
$$\kappa=\frac{2(v_R-v_L)}{W(v_R+v_L)}=\frac{1}{W}\frac{(V_M-(2V-V_M))}{V}=\frac{2}{W}\left(\frac{V_M}{V}-1\right)$$

指定前向速度V情况下，转向曲率为

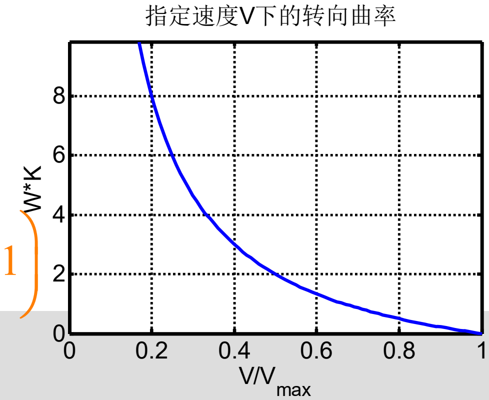
$$\kappa\le\frac{2}{W}\left(\frac{V_M}{V}-1\right)$$

3.2.2移动机器人运动学模型-基于Tank-Like小车

Tank-Like小车转向曲率(3)



$$\kappa \le \frac{2}{W}\left(\frac{V_M}{V}-1\right)$$



1.前向速度V=0，转向曲率可以无限大，即静止状态下Tank-Like机器人可以原地转向

2.前向速度$V=V_{max}$，转向曲率为0，只能走直线

3.前向速度$V=V_{max}/2$，转向曲率$K \approx 2/W$

本章大纲

移动机器人的平面曲线规划

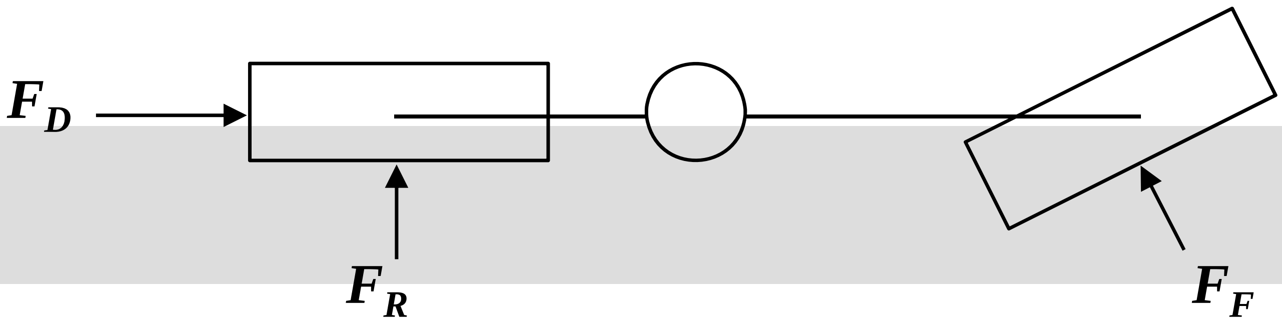
移动机器人运动学模型

移动机器人动力学模型

移动机器人曲线跟踪与误差控制

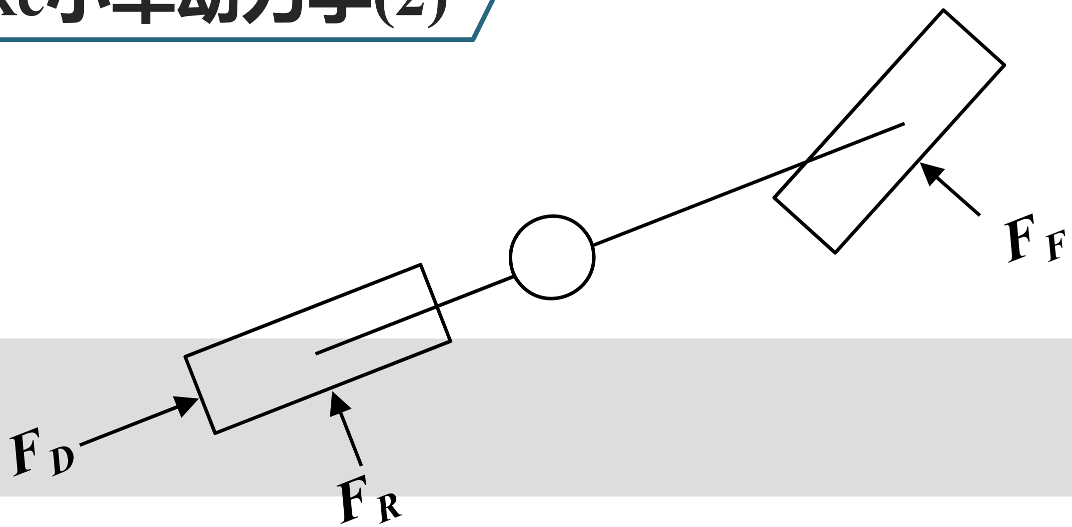
3.3 移动机器人动力学模型

Car-Like小车动力学(1)



- 基于小车受力分析，建立小车驱动变量与系统输出变量间关系—动力学(dynamics)方程

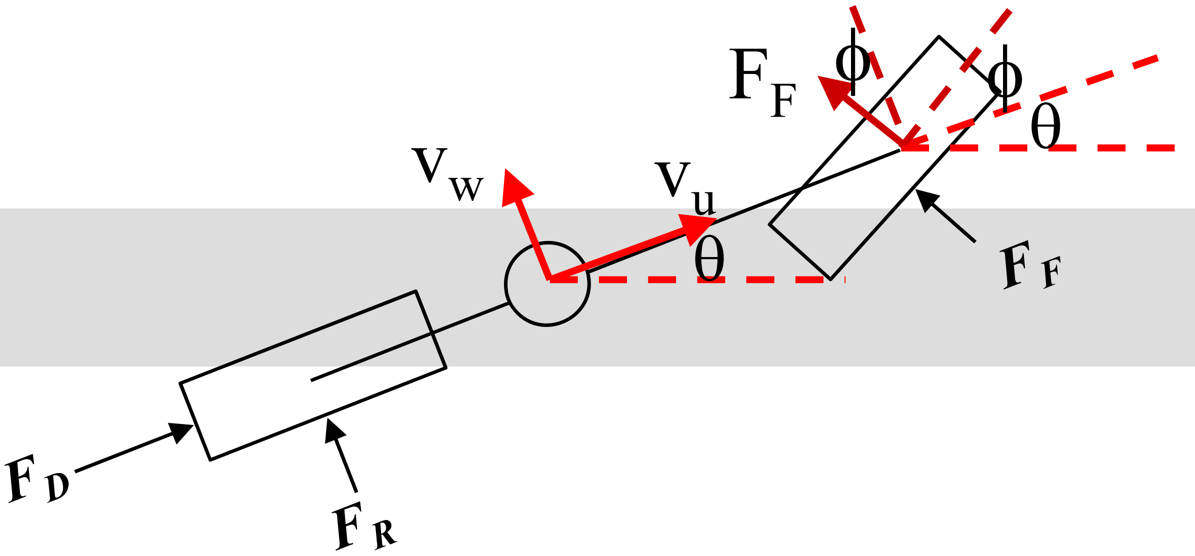
Car-Like小车动力学(2)



- 设小车质量为M_u，绕质心转动惯量为J_u。小车推力为F_D总是沿着小车中轴线的，前轮测向受力为F_F，后轮测向受力为F_R。

3.3 移动机器人动力学模型

Car-Like小车动力学(3)



小车轴向受力分析：

$$M_u * (\dot{v}_u) = F_D - b_u v_u - F_F \sin\phi \qquad 3.1$$

小车法向受力分析：

$$M_u * (\dot{v}_w) = F_R + F_F \cos\phi \qquad 3.2$$

小车转动受力分析：

$$J_u * (\ddot{\theta}) = -F_R * b + F_F \cos\phi * a \qquad 3.3$$

3.3 移动机器人动力学模型

Car-Like小车动力学(4)

重写轴向、法向、转动三个受力方程

$$M_u*(\dot{v}_u) = F_D - b_u v_u - F_F \sin\phi \qquad 3.1$$

$$M_u*(\dot{v}_w) = F_R + F_F \cos\phi \qquad 3.2$$

$$J_u*(\ddot{\theta}) = -F_R * b + F_F \cos\phi * a \qquad 3.3$$

消去未知的侧向力F_F和F_R，得

$$M_u*(\dot{v}_u) + \left[b*M_u*(\dot{v}_w) + J_u(\ddot{\theta})\right]\frac{\tan\phi}{L} = F_D - b_u v_u$$

非完整约束问题，只能部分建模！！！

$$v_w = b\dot{\theta} \qquad \dot{v}_w = b\ddot{\theta}$$

$$b*M_u*(\dot{v}_w) + J_u*(\ddot{\theta}) = F_F \cos\phi * L$$

$$\dot{\theta} = \frac{v_u}{L}\tan\phi \qquad \ddot{\theta} = \frac{\dot{v}_u}{L}\tan\phi + \frac{v_u}{L}\frac{1}{\cos^2\phi}\dot{\phi}$$

$$\left[b*M_u*(\dot{v}_w) + J_u*(\ddot{\theta})\right]\frac{\tan\phi}{L} = F_F \sin\phi$$

3.3 移动机器人动力学模型

Car-Like小车动力学(5)

小车前向非线性动力学方程：

$$\left[M_u+\frac{\tan^2\phi}{L^2}\left(J_u+M_u b^2\right)\right]\dot{v}_u+\frac{\tan\phi}{L^2\cos^2\phi}\left(J_u+M_u b^2\right)v_u\dot{\phi}=F_D-b_u v_u$$

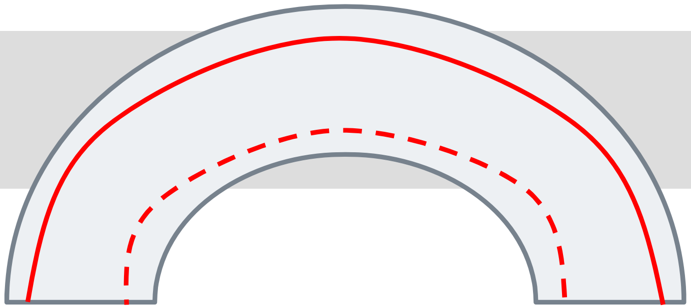
$M_u+\dfrac{\left(J_u+M_u b^2\right)}{L^2}\tan^2\phi$ 是小车等效质量

$\dfrac{\tan\phi}{L^2\cos^2\phi}\left(J_u+M_u b^2\right)v_u\dot{\phi}$ 为离心力项

3.3 移动机器人动力学模型

Car-Like小车动力学(6)

- 利用赛道宽度，尽量减少小车轨迹曲线曲率，即减小转向角，有利于小车加速



3.3 移动机器人动力学模型

Car-Like小车动力学(7)

$$\left[M_u+\frac{\tan^2\phi}{L^2}\left(J_u+M_u b^2\right)\right]\dot{v}_u+\frac{\tan\phi}{L^2\cos^2\phi}\left(J_u+M_u b^2\right)v_u\dot{\phi}=F_D-b_u v_u$$

- 当 $\phi=0,\dot{\phi}=0$ 时，动力学方程简化为

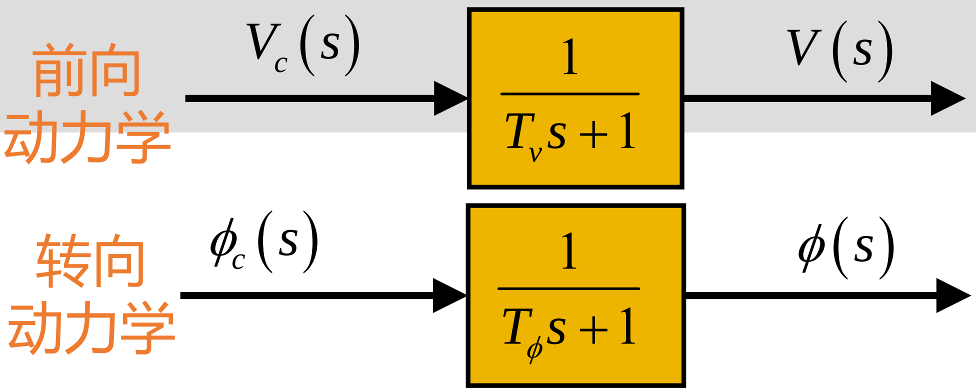
$$M_u\dot{v}_u+b_u v_u=F_D$$

- 显然，这就是沿直线运动时小车动力学方程。写成传递函数形式就是：

$$v_u(s)=\frac{1}{M_u s+b_u}F_D(s)$$

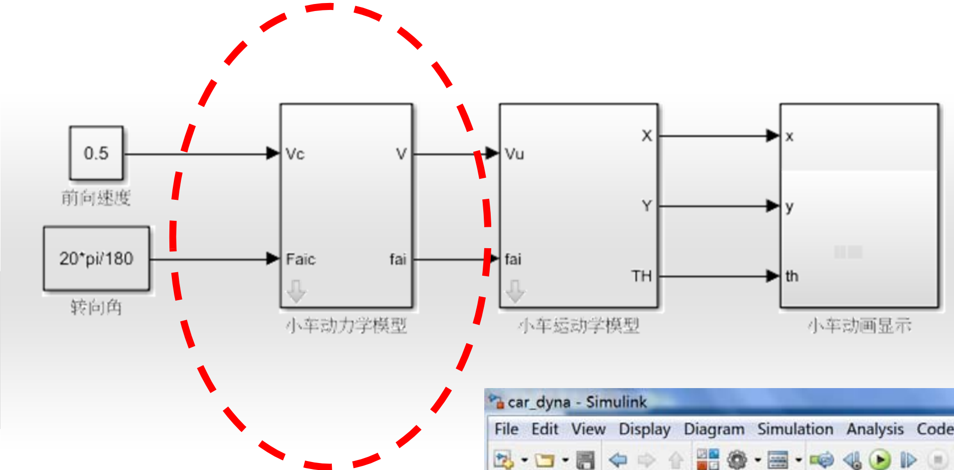
Car-Like小车动力学(8)

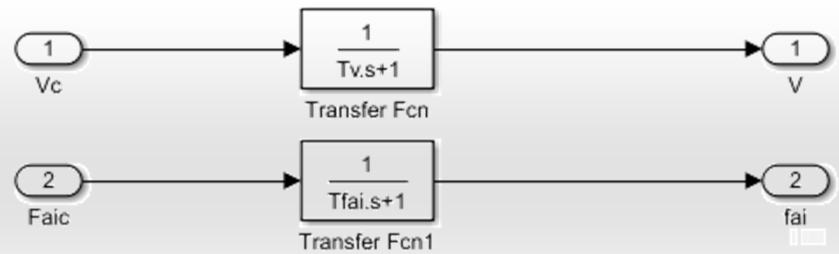
- 考虑到电机减速驱动等因素，精确得到小车解析动力学方程非常困难。在实际中可以结合实验测量方法得到简化动力学方程。一般可以假设控制变量(V_c，ϕ_c)到系统输出(V, ϕ)间满足一价环节关系：

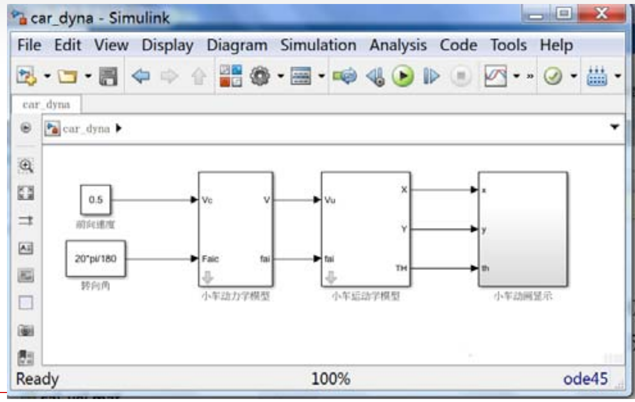


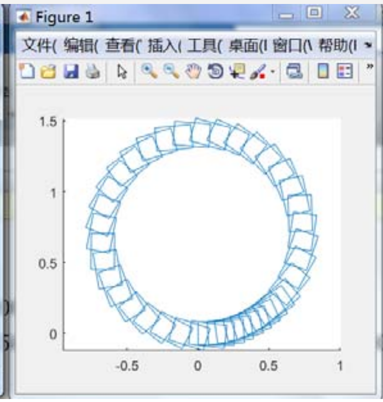
3.3 移动机器人动力学模型

小车动力学Simulink模块



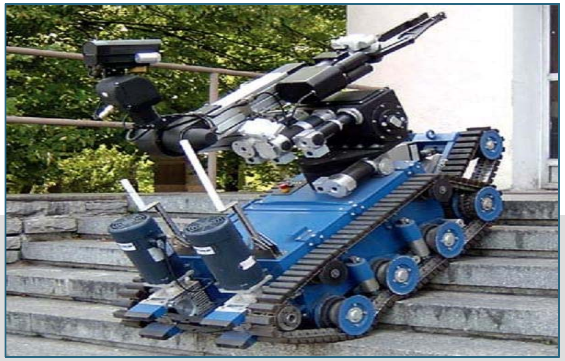


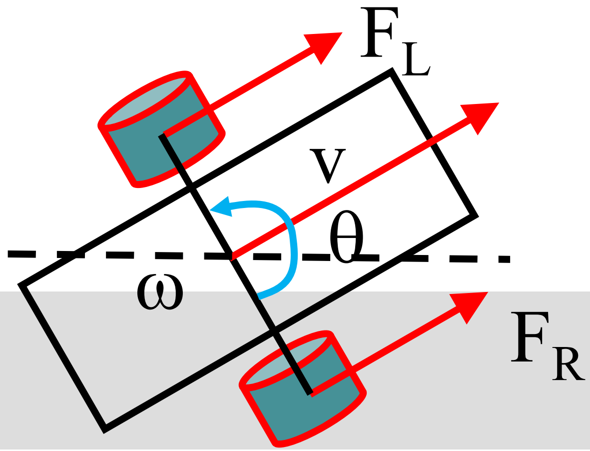




3.3 移动机器人动力学模型

Tank-Like小车动力学(1)





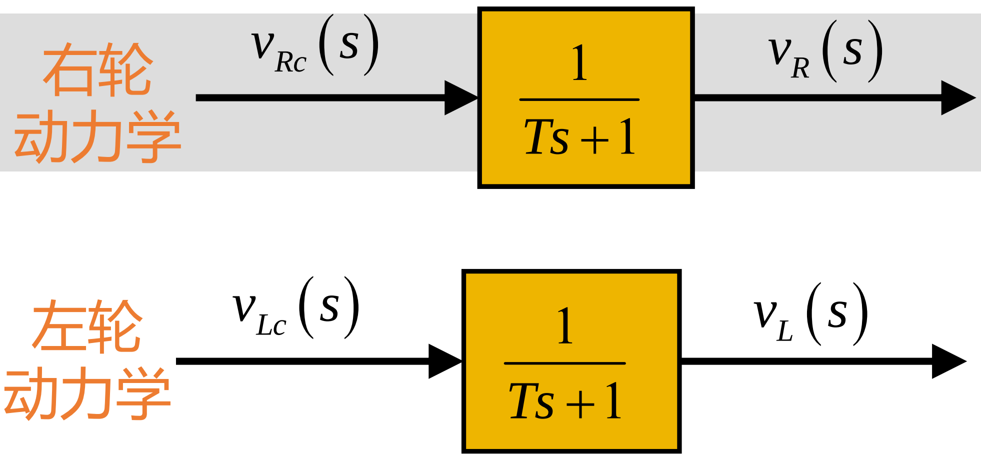
$$m\dot{V}=\frac{1}{2}m\left(\dot{V}_L+\dot{V}_R\right)=\left(F_L-b_FV_L\right)+\left(F_R-b_FV_R\right)$$

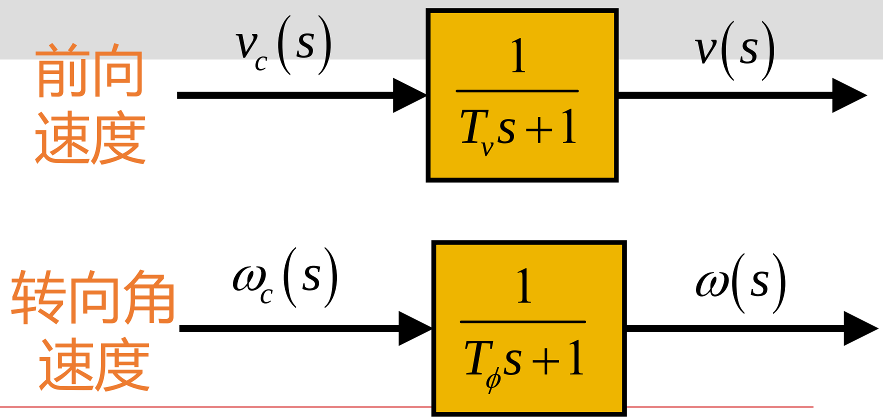
$$J\ddot{\theta}=J\frac{\left(\dot{V}_R-\dot{V}_L\right)}{W}=\left[\left(F_R-b_FV_R\right)-\left(F_L-b_FV_L\right)\right]\frac{W}{2}-b_J\dot{\theta}$$

Tank-Like小车动力学(2)

- 考虑到电机减速驱动等因素，精确得到小车解析动力学方程非常困难。在实际中可以结合实验测量方法得到简化动力学方程。一般可以假设控制变量(v_{Rc},v_{Lc})到系统输出(v_R,v_L)间满足一价环节关系：

$$V=\frac{v_R+v_L}{2},\ \omega=\frac{v_R-v_L}{W}$$



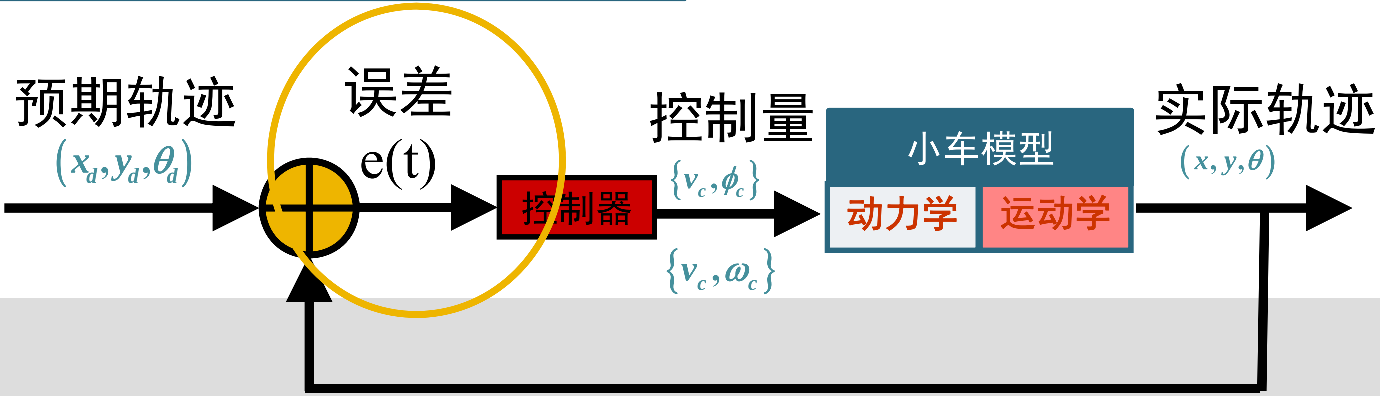


本章大纲

- 移动机器人的平面曲线规划
- 移动机器人运动学模型
- 移动机器人动力学模型
- 移动机器人曲线跟踪与误差控制

3.4移动机器人曲线跟踪与误差控制

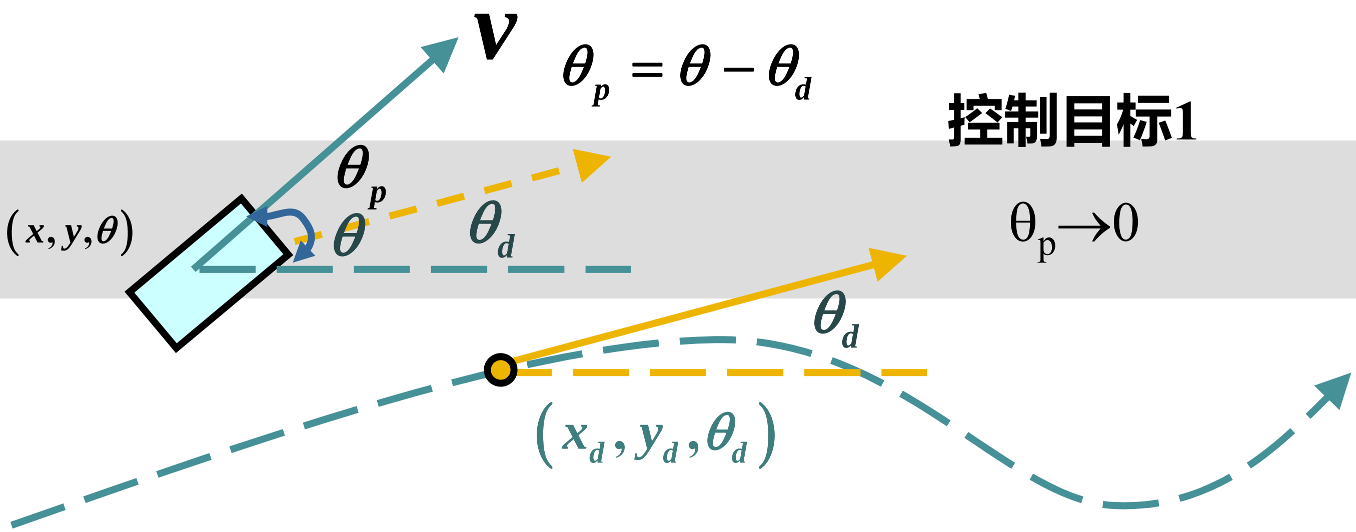
曲线跟踪算法及控制器设计



3.4移动机器人曲线跟踪与误差控制

曲线跟踪误差分析(1)

(1)方位角误差



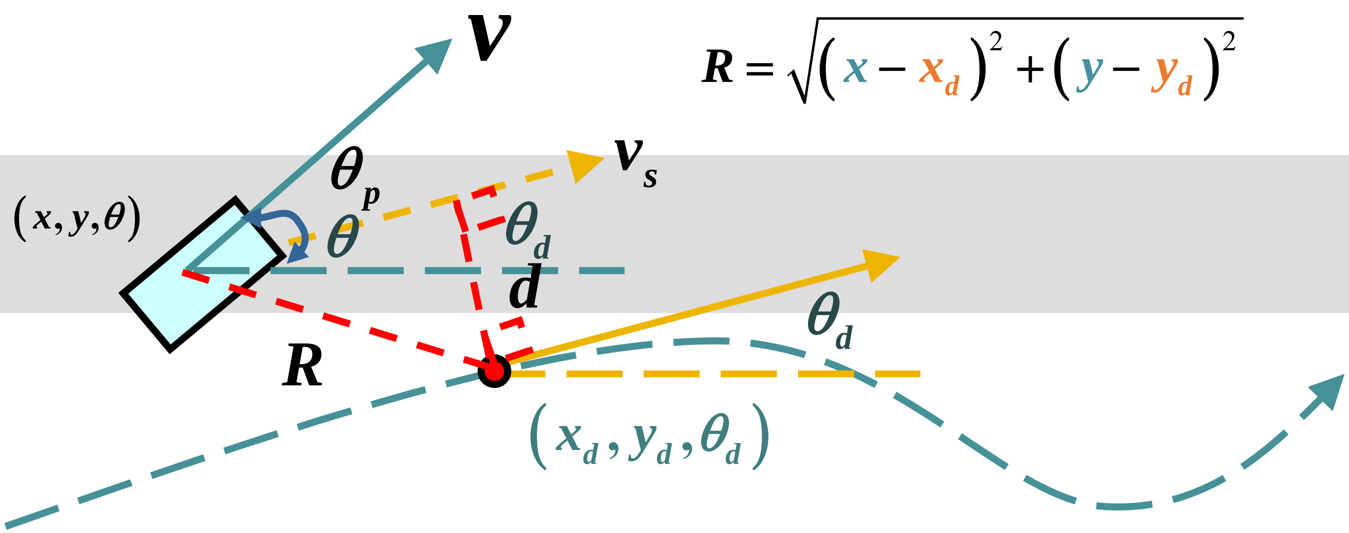
$$\theta_p = \theta - \theta_d$$

控制目标1

$\theta_p \to 0$

3.4移动机器人曲线跟踪与误差控制

曲线跟踪误差分析(2)

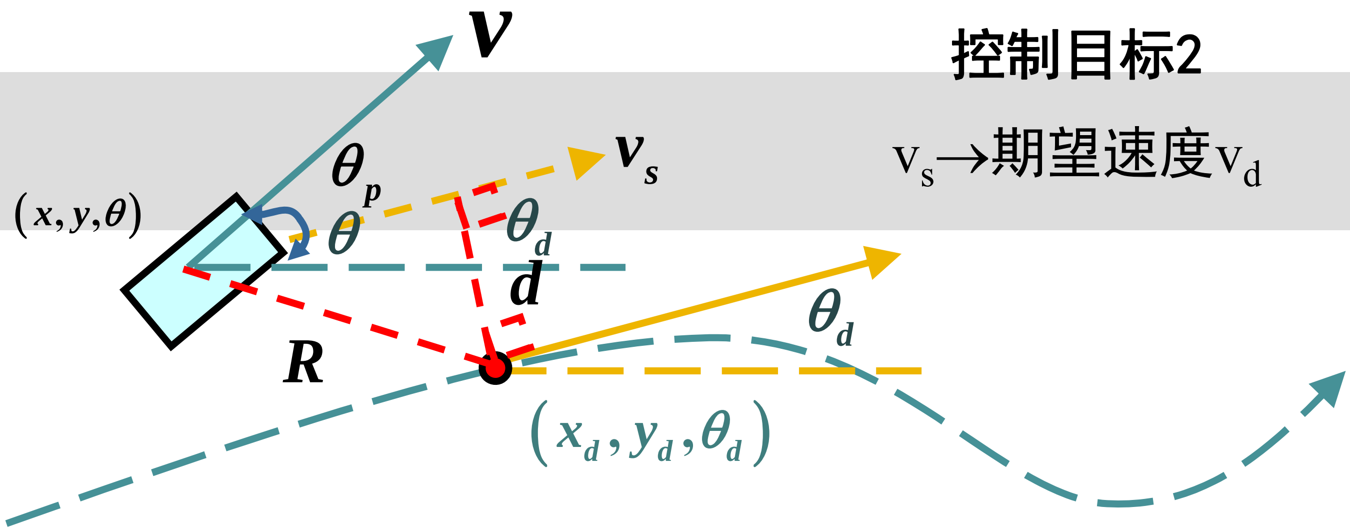


$$R = \sqrt{(x - x_d)^2 + (y - y_d)^2}$$

3.4移动机器人曲线跟踪与误差控制

曲线跟踪误差分析(3)

(2)前向速度 $v_s = v * \cos\theta_p$



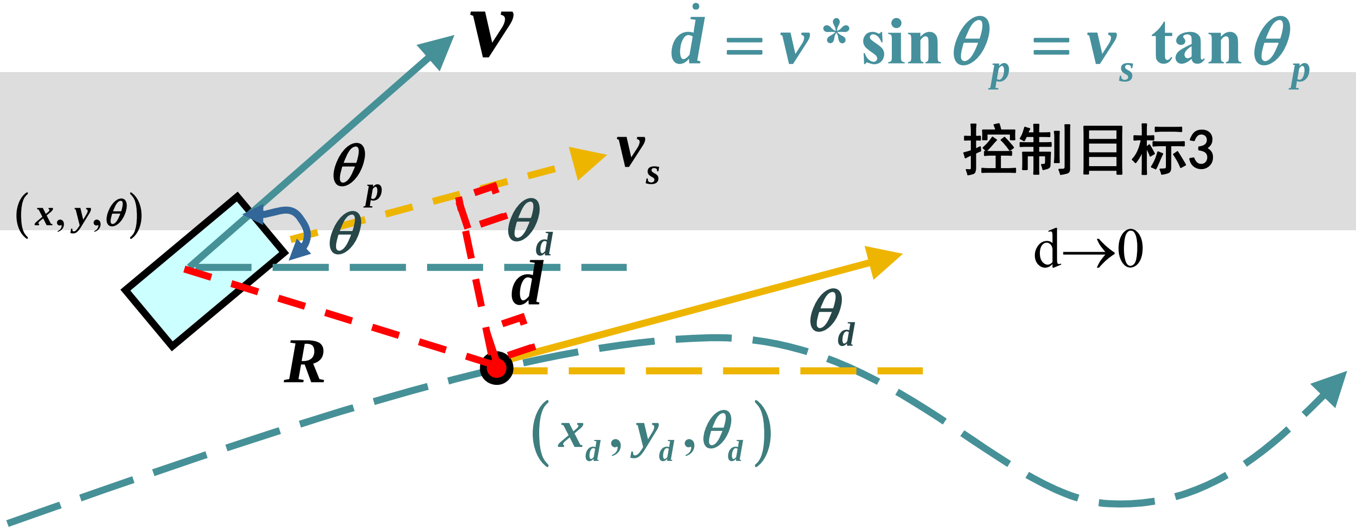
控制目标2

v_s→期望速度v_d

3.4移动机器人曲线跟踪与误差控制

曲线跟踪误差分析(3)

- (3)法向位置误差 $d = R * \cos\left(\tan^{-1}\left(\frac{y-y_d}{x-x_d}\right) - \frac{\pi}{2} - \theta_d\right)$



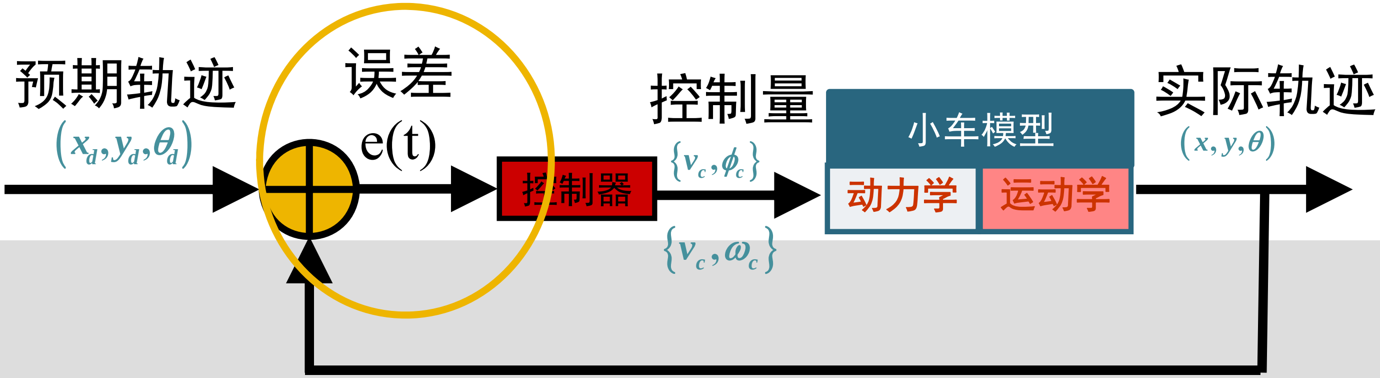
$$\dot{d} = v * \sin\theta_p = v_s \tan\theta_p$$

控制目标3

d→0

3.4移动机器人曲线跟踪与误差控制

曲线跟踪误差分析(5)



曲线跟踪误差

$$\theta_p = \theta - \theta_d \quad v_s = v\cos\theta_p \quad \dot{d} = v_s \tan\theta_p$$

3.4移动机器人曲线跟踪与误差控制

Car-Like小车曲线跟踪算法(1)

运动学模型

$$\dot{x} = v\cos\theta$$
$$\dot{y} = v\sin\theta$$
$$\dot{\theta} = \frac{v}{L}\tan\phi$$

动力学模型

$$v(s) = \frac{1}{T_V s+1} v_c$$
$$\phi(s) = \frac{1}{T_\phi s+1} \phi_c$$

跟踪误差方程

$$\theta_p = \theta - \theta_d$$
$$v_s = v\cos\theta_p$$
$$\dot{d} = v_s \tan\theta_p$$

- 这三个方程可以用四元组描述 (v_s, d, θ_p, ϕ)

理想的工作点： $(v_s \approx v_d, d \approx 0, \theta_p \approx 0, \phi \approx 0)$

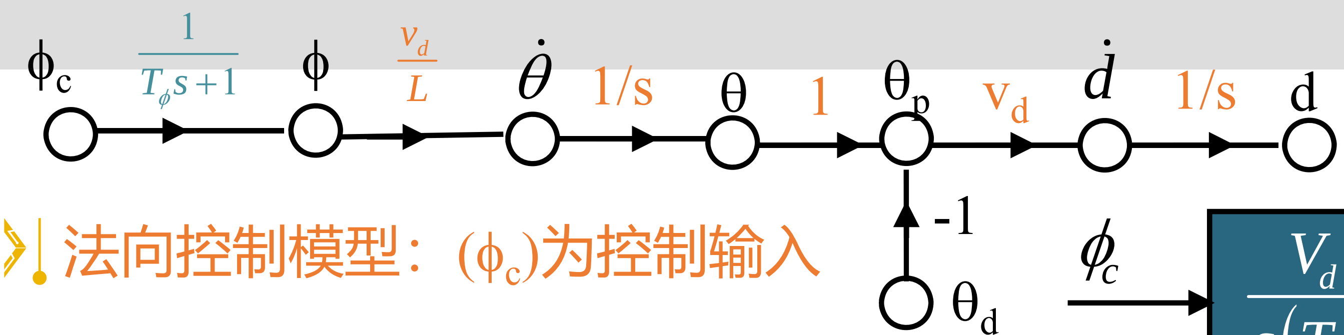
3.4移动机器人曲线跟踪与误差控制

Car-Like小车曲线跟踪线性化模型(2)

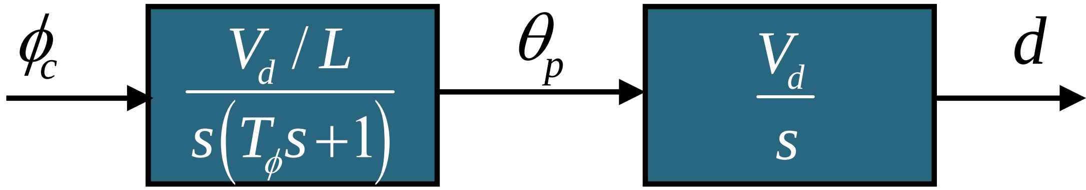
$$\dot{x} = v * \cos\theta$$
$$\dot{y} = v * \sin\theta$$
$$\dot{\theta} = \frac{v}{L}\tan\phi$$

$$v = \frac{1}{\mathrm{T}_v s+1} v_c$$
$$\phi = \frac{1}{\mathrm{T}_\phi s+1}\phi_c$$

$$\theta_p = \theta - \theta_d$$
$$v_s = v\cos\theta_p$$
$$\dot{d} = v_s \tan\theta_p$$



法向控制模型：(ϕ_c)为控制输入



3.4移动机器人曲线跟踪与误差控制

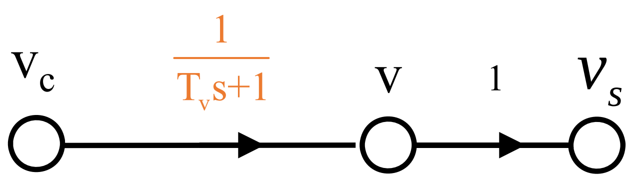
Car-Like小车曲线跟踪线性化模型(3)

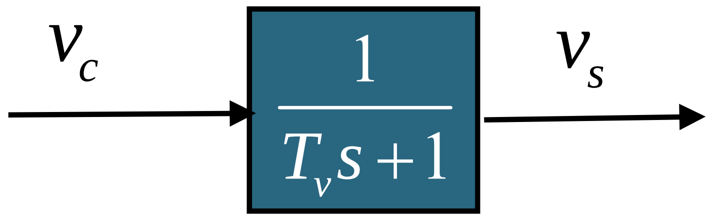
$$\dot{x} = v * \cos\theta$$
$$\dot{y} = v * \sin\theta$$
$$\dot{\theta} = \frac{v}{L}\tan\phi$$

$$v = \frac{1}{T_v s+1} v_c$$
$$\phi = \frac{1}{T_\phi s+1}\phi_c$$

$$\theta_p = \theta - \theta_d$$
$$v_s = v\cos\theta_p$$
$$\dot{d} = v_s \tan\theta_p$$

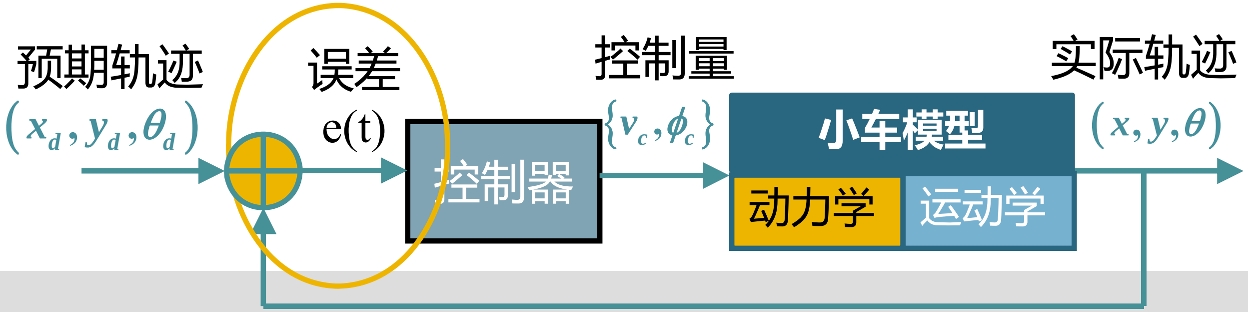
- 小车前向速度控制模型：(v_c)为控制输入

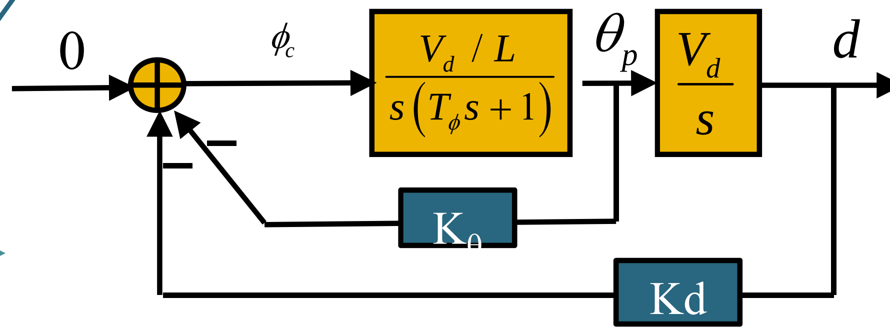




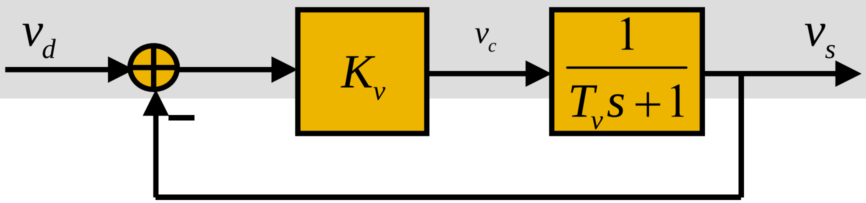
3.4移动机器人曲线跟踪与误差控制

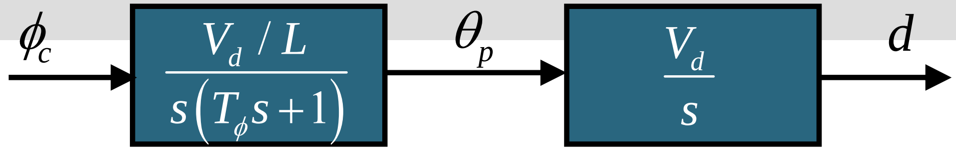
Car-Like小车曲线跟踪线性化模型(4)



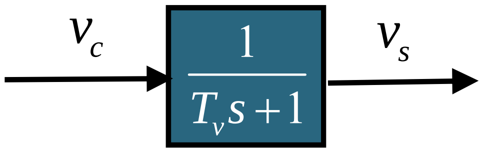


$$\phi_c = -K_\theta \theta_p - K_d d$$





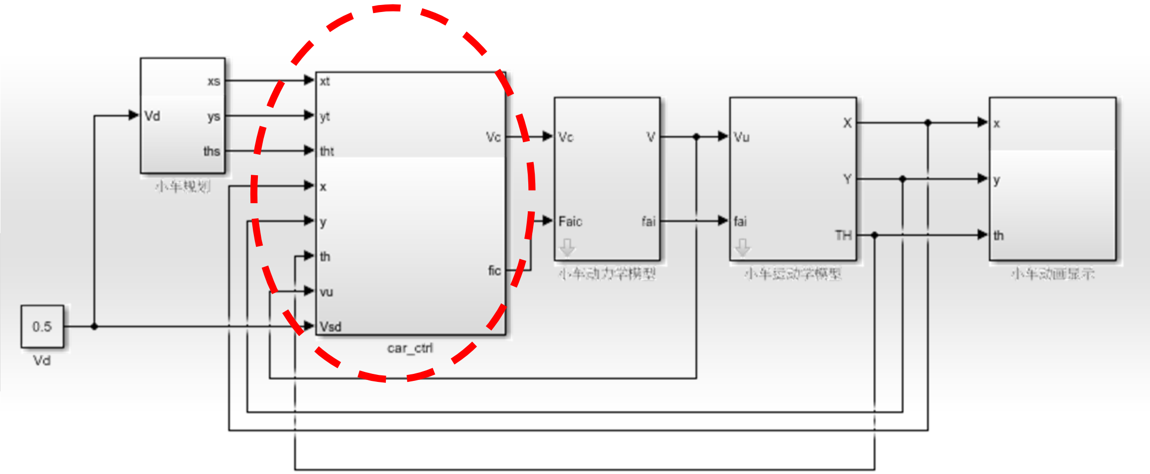
速度控制环



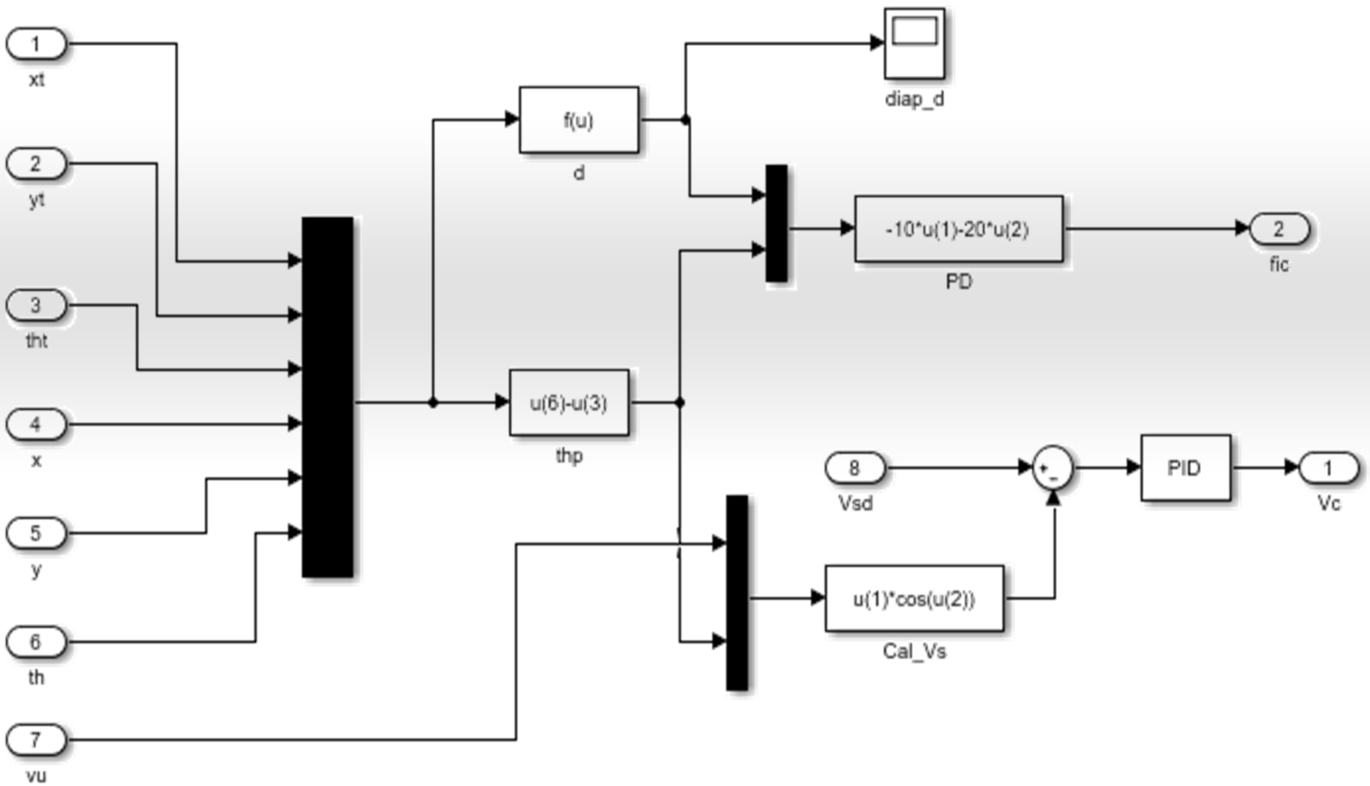
P控制：$v_c = K_v(v_d - v_s)$

3.4移动机器人曲线跟踪与误差控制

编制Car-Like小车曲线跟踪控制模块(1)

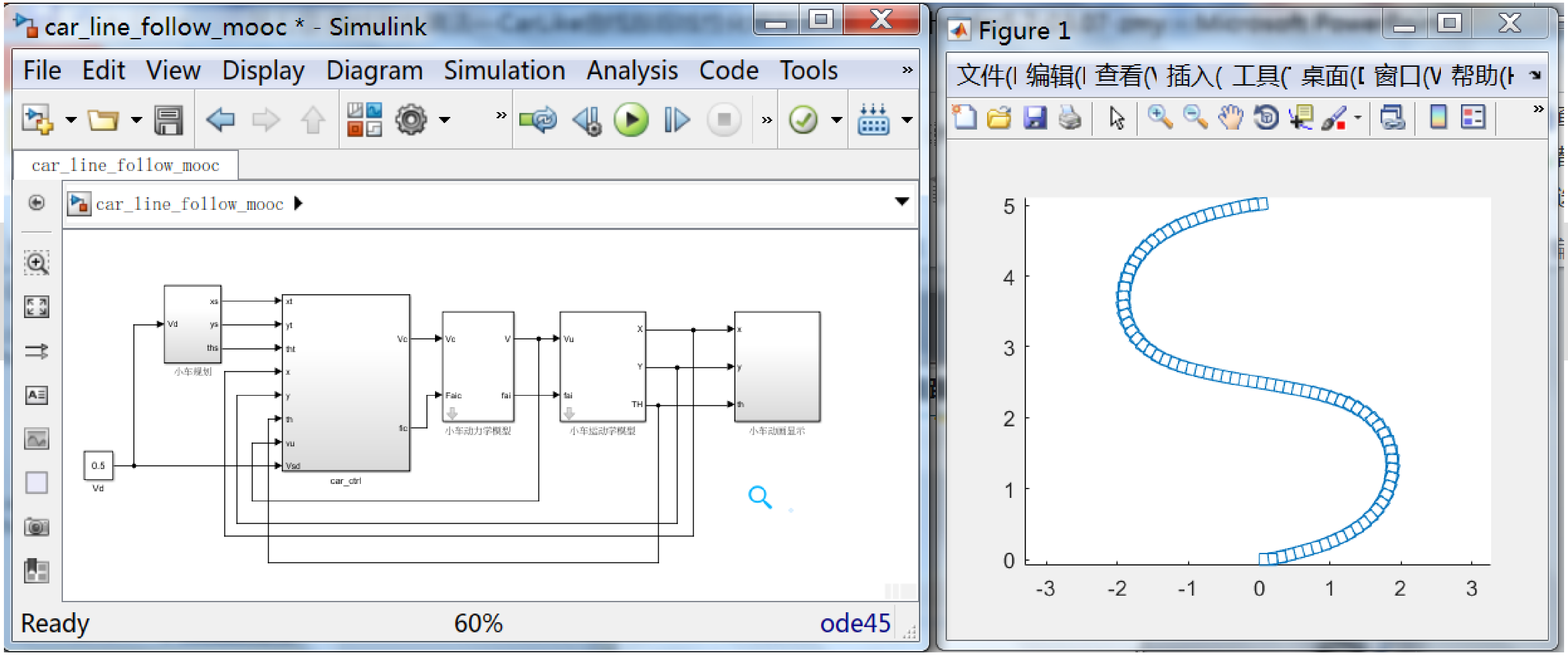


3.4移动机器人曲线跟踪与误差控制



3.4移动机器人曲线跟踪与误差控制

编制Car-Like小车曲线跟踪控制模块(2)



3.4移动机器人曲线跟踪与误差控制

Tank-Like小车曲线跟踪算法(1)

运动学模型

$$\dot{x} = v\cos\theta$$
$$\dot{y} = v\sin\theta$$
$$\dot{\theta} = \omega$$

动力学模型

$$\boldsymbol{v} = \frac{1}{\boldsymbol{Ts}+1}\boldsymbol{v}_c$$
$$\boldsymbol{\omega} = \frac{1}{\boldsymbol{Ts}+1}\boldsymbol{\omega}_c$$

跟踪误差方程

$$\theta_p = \theta - \theta_d$$
$$v_s = v\cos\theta_p$$
$$\dot{d} = v_s\tan\theta_p$$

- 这三个方程可以用三元组描述 $\left(v_s, d, \theta_p\right)$

理想的工作点: $\left(v_s \approx v_d, d \approx 0, \theta_p \approx 0\right)$

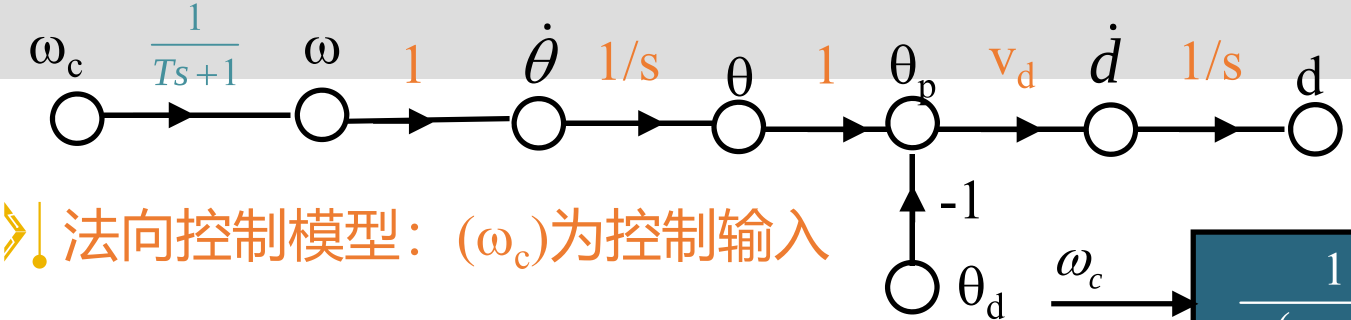
3.4移动机器人曲线跟踪与误差控制

Tank-Like小车曲线跟踪线性化模型(2)

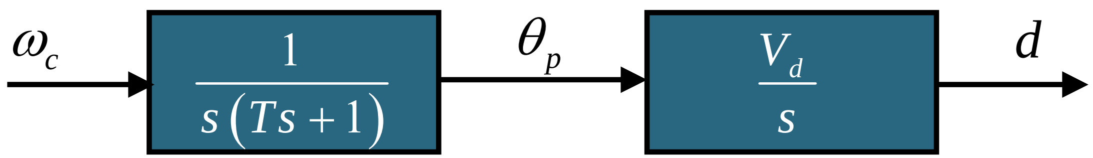
$$\dot{x} = v\cos\theta$$
$$\dot{y} = v\sin\theta$$
$$\dot{\theta} = \omega$$

$$\boldsymbol{v} = \frac{1}{\boldsymbol{Ts}+1}\boldsymbol{v}_c$$
$$\boldsymbol{\omega} = \frac{1}{\boldsymbol{Ts}+1}\boldsymbol{\omega}_c$$

$$\theta_p = \theta - \theta_s$$
$$v_s = v\cos\theta_p$$
$$\dot{d} = v_s\tan\theta_p$$



法向控制模型：(ω_c)为控制输入



3.4移动机器人曲线跟踪与误差控制

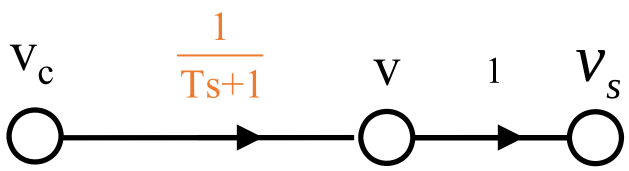
Tank-Like小车曲线跟踪线性化模型(3)

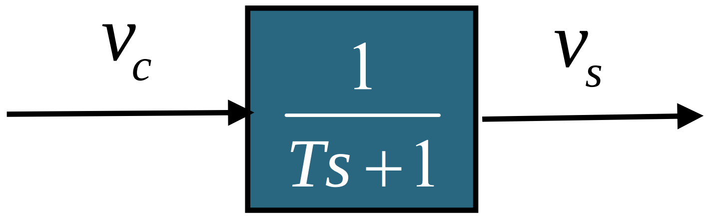
$$\dot{x} = v\cos\theta$$
$$\dot{y} = v\sin\theta$$
$$\dot{\theta} = \omega$$

$$\boldsymbol{v} = \frac{1}{\boldsymbol{Ts}+1}\boldsymbol{v}_c$$
$$\boldsymbol{\omega} = \frac{1}{\boldsymbol{Ts}+1}\boldsymbol{\omega}_c$$

$$\theta_p = \theta - \theta_s$$
$$v_s = v\cos\theta_p$$
$$\dot{d} = v_s\tan\theta_p$$

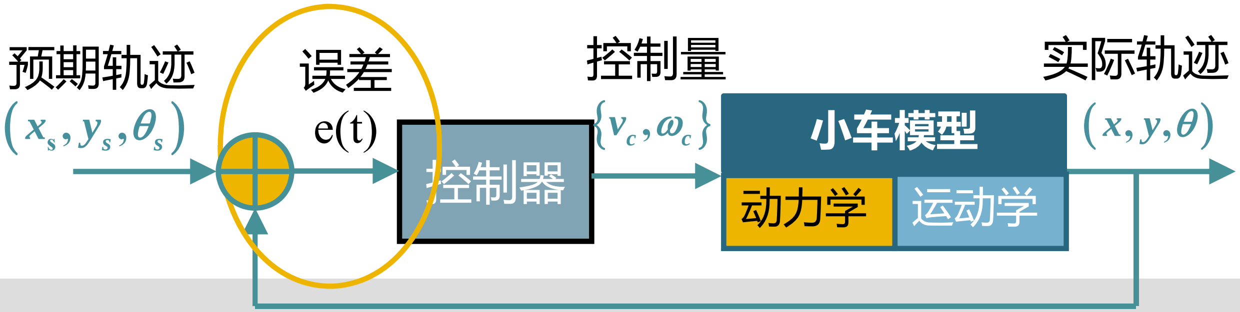
小车前向速度控制模型：(v_c)为控制输入

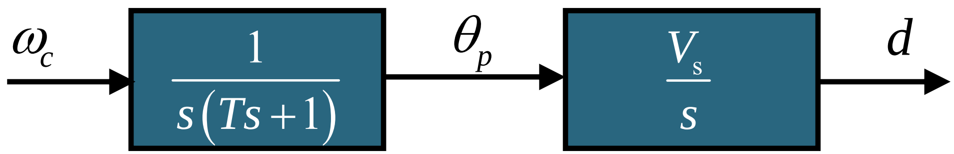


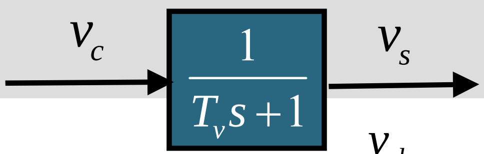


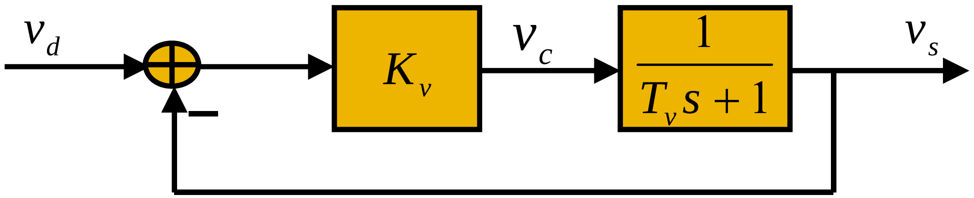
3.4移动机器人曲线跟踪与误差控制

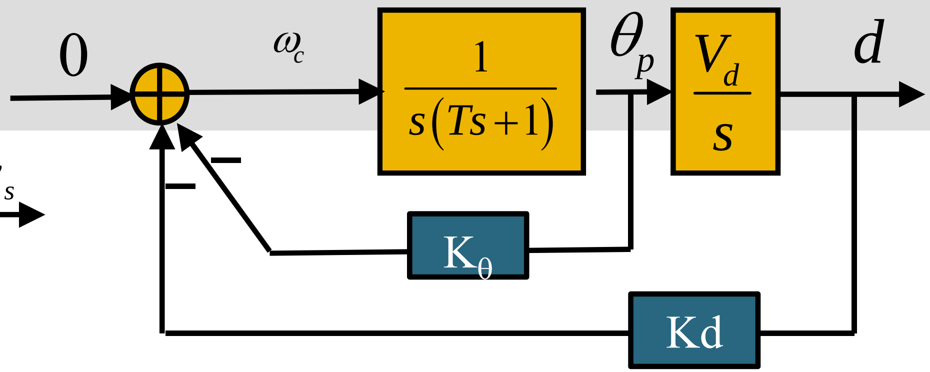
Tank-Like小车曲线跟踪线性化模型(4)











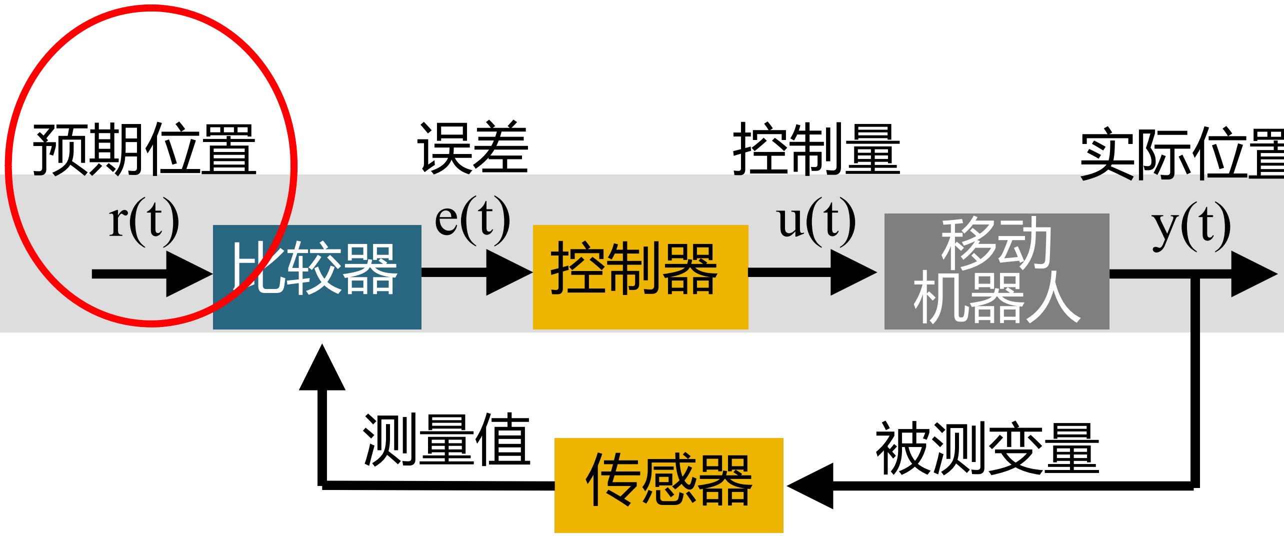
速度控制环

P控制：$v_c = K_v(v_d - v_s)$

$$\omega_c = -K_\theta \theta_p - K_d d$$

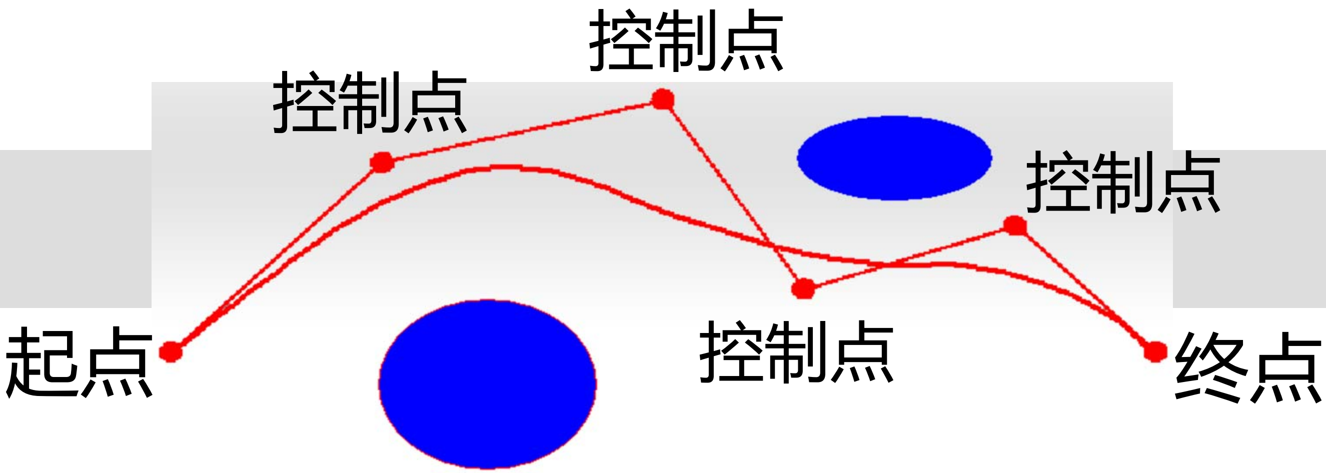
智能机器人运动控制与规划-总结

移动机器人平面曲线规划



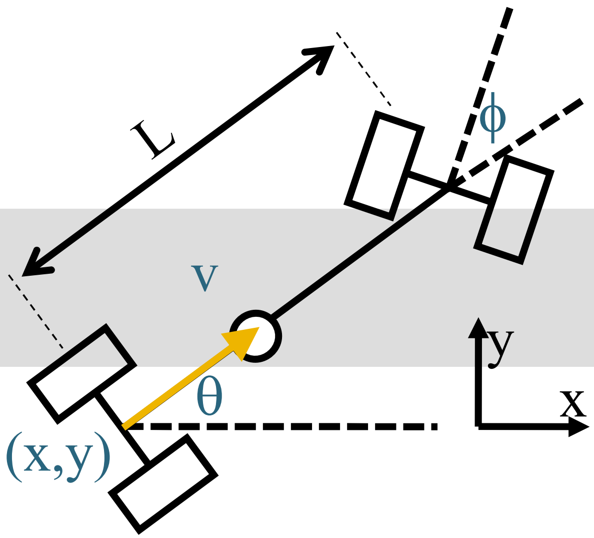
智能机器人运动控制与规划-总结

移动机器人平面曲线规划



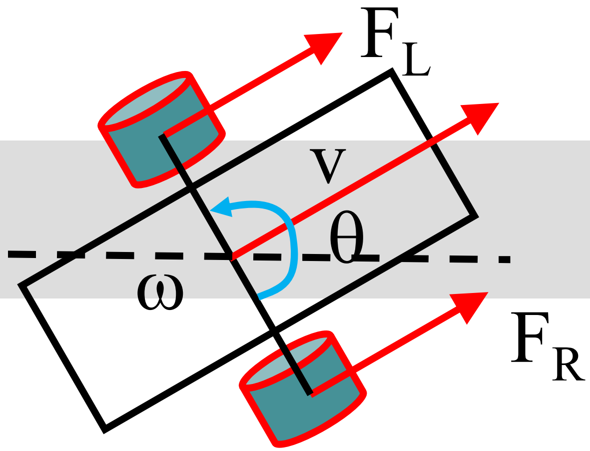
智能机器人运动控制与规划-总结

移动机器人动力学模型及简化



$$v = \frac{1}{T_v s + 1} v_c$$

$$\phi = \frac{1}{T_\phi s + 1} \phi_c$$

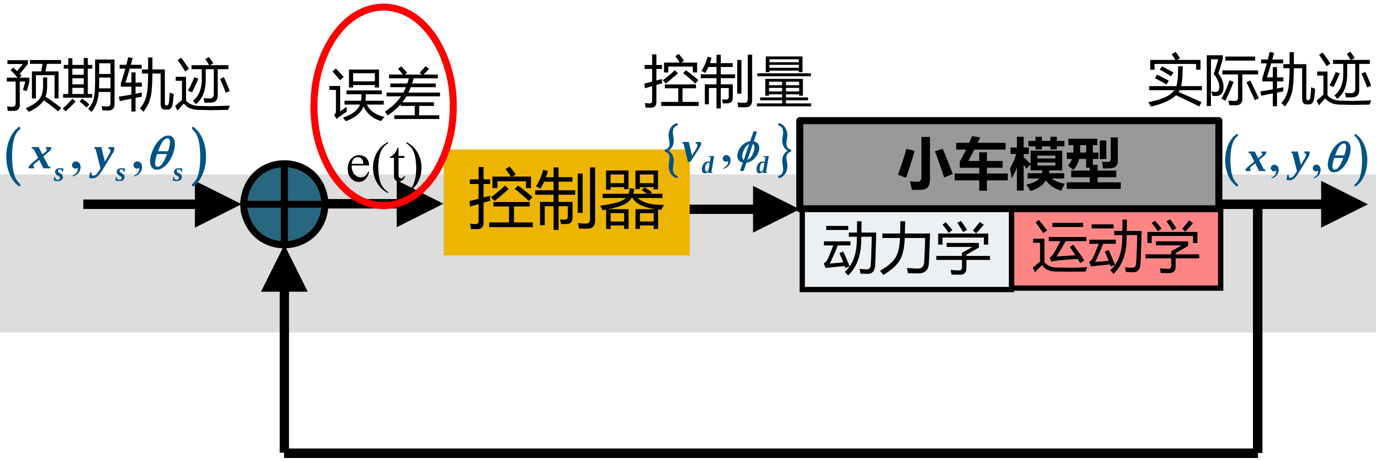


$$\boldsymbol{v} = \frac{1}{\boldsymbol{T}\boldsymbol{s} + 1} \boldsymbol{v}_c$$

$$\boldsymbol{\omega} = \frac{1}{\boldsymbol{T}\boldsymbol{s} + 1} \boldsymbol{\omega}_c$$

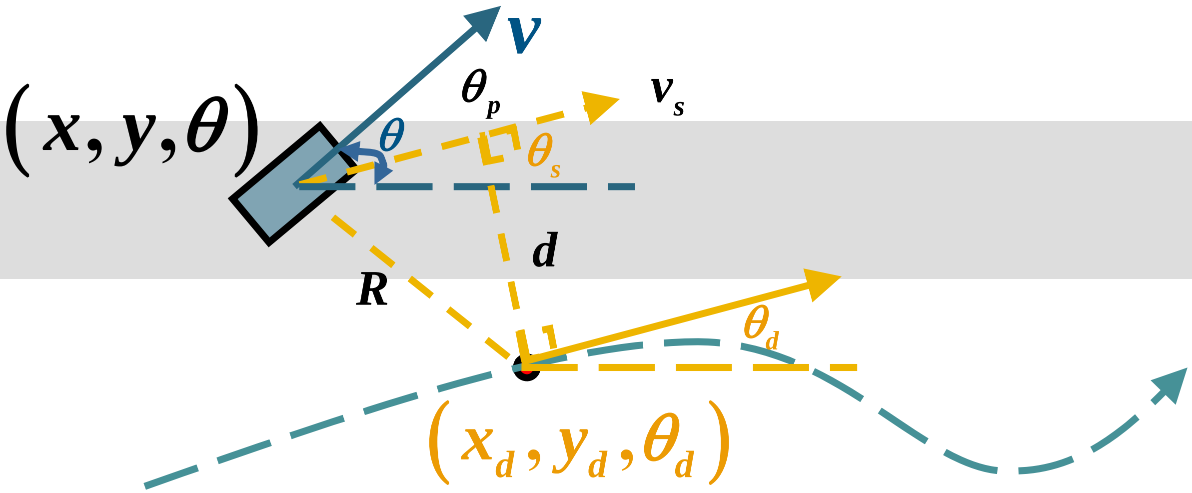
智能机器人运动控制与规划-总结

曲线跟踪算法及控制器设计



曲线跟踪误差分析

小车曲线跟踪误差方程:



$$\theta_p = \theta - \theta_s$$

$$v_s = v\cos\theta_p$$

$$\dot{d} = v_s \tan\theta_p$$

智能机器人运动控制与规划-总结

Car-Like小车曲线跟踪线性化模型

$$\dot{x} = v * \cos\theta$$
$$\dot{y} = v * \sin\theta$$
$$\dot{\theta} = \frac{v}{L}\tan\phi$$

$$v = \frac{1}{\mathrm{T}_v \mathrm{s}+1} v_c$$
$$\phi = \frac{1}{\mathrm{T}_\phi \mathrm{s}+1}\phi_c$$

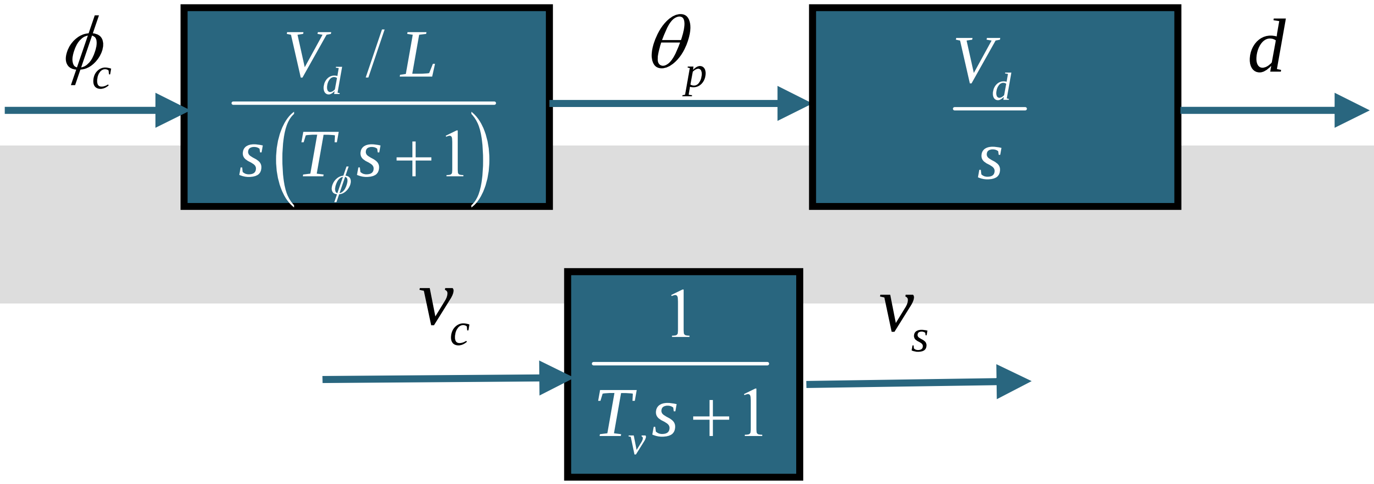
$$\theta_p = \theta - \theta_d$$
$$v_s = v\cos\theta_p$$
$$\dot{d} = v_s \tan\theta_p$$

$$\begin{tikzcd}
\phi_c \arrow[r, "\frac{1}{T_\phi s+1}"] & \phi \arrow[r, "\frac{v_d}{L}"] & \dot{\theta} \arrow[r, "1/s"] & \theta \arrow[r, "1"] & \theta_p \arrow[r, "v_d"] & \dot{d} \arrow[r, "1/s"] & d \\
 & & & & \theta_d \arrow[u, "-1"'] & &
\end{tikzcd}$$

法向控制模型：(ϕ_c)为控制输入

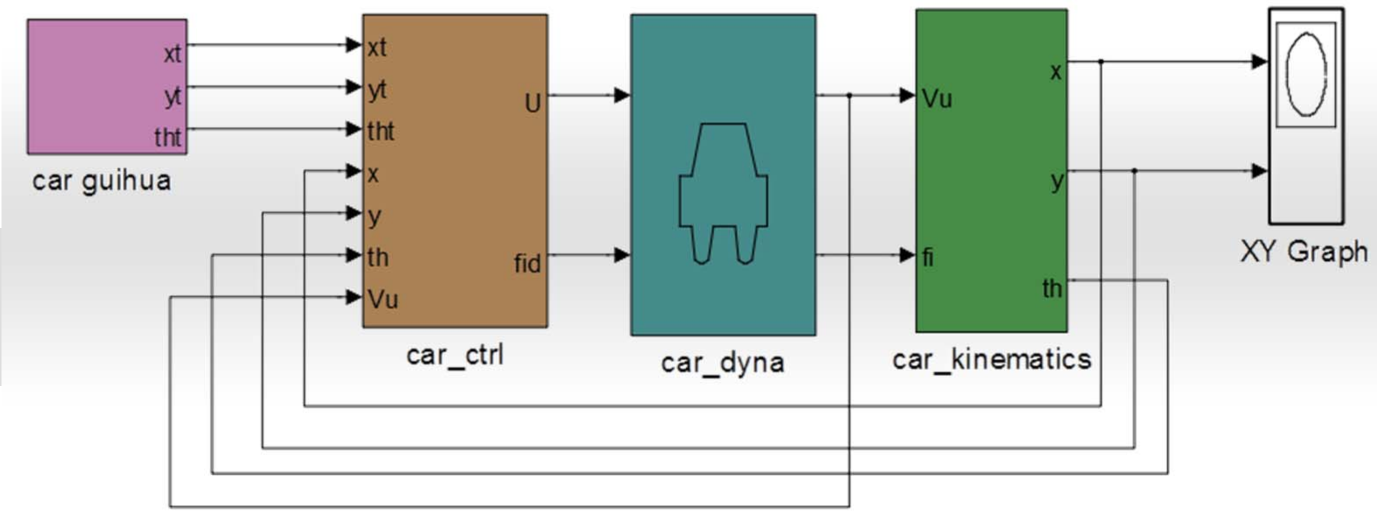
智能机器人运动控制与规划-总结

Car-Like小车曲线跟踪线性化模型



智能机器人运动控制与规划-总结

小车曲线跟踪仿真



- 在构建小车运动曲线规划、运动学、动力学、控制器模型的基础上，进行小车跟踪曲线仿真